

동하중을 받는 발포 폴리프로필렌에 대한 EPU 구성 방정식 적용

정광영* · 김병준* · 전성식*†

Application of the EPU Constitutive Equation to expanded Polypropylene under Dynamic Loading

Kwang Young Jeong*, Byeong-Jun Kim*, Seong S. Cheon*†

ABSTRACT: A constitutive equation, which was suggested for describing the compressive deformation behaviour of the expanded polyurethane, was applied to the expanded polypropylene under dynamic loading. This equation consists of seven parameters, five of which are obtained by fitting the stress strain curve obtained from the quasi-static compression test at the lowest base strain rate. The remaining two parameters are able to be determined by fitting the curve from the compression test at different two stage strain rates. In order to check the eligibility of the equation at high strain rate, the impact test was performed and the results were compared to the analytical constitutive equation results for the expanded polypropylene with expansion ratios of 30 and 40 times, respectively.

초 록: 발포 폴리우레탄의 변형거동을 설명하기 위해 제안된 구성방정식을 발포 폴리프로필렌에 적용하였다. 이 방정식은 7개의 매개변수를 갖고 있으며, 그중 5개의 변수는 기준 변형률속도에서 준정적 압축시험을 하여 얻은 결과를 커브 피팅하여 구하고, 나머지 두 변수는 변형률 속도를 다르게 한 준정적 압축시험으로부터 얻은 결과를 커브 피팅하여 구한다. 이렇게 구한 응력-변형률 방정식이 높은 변형률속도에서도 유효한지 알기 위해 충격시험으로부터 얻은 결과와 비교하였으며 30배와 40배로 발포된 폴리프로필렌 폼 시편에 대하여 각각 시행하였다.

Key Words: 발포 폴리프로필렌(Expanded polypropylene), 구성 방정식(Constitutive equation), 변형률속도(Strain rate), 동적 하중(Dynamic load)

1. 서 론

최근 에너지 절감과 강화된 자동차 법규에 따라 차량의 경량화와 안전화가 자동차 설계에 중요한 목표가 되고 있으며 이에 따라 차량용 부품은 철강 재료에서 플라스틱이나 다공질 재료 등으로 대체되어 가고 있다. 발포 폴리프로필렌(Expanded Polypropylene: EPP), 발포 우레탄(Expanded Polyurethane)과 같은 다공질재료는 밀도가 낮아서 상당히 가볍고, 충돌시 에너지 흡수, 흡음 및 진동방지 등의 목적으로 자동차, 전자제품 등 여러 분야에 사용되고 있다. 자

동차를 예로 들면 이러한 다공질 재료는 충돌에너지를 흡수하도록 크래시박스에 사용되며 충격으로부터 승객을 보호하도록 사이드 패널에 사용되고 있다[1]. 즉, 다공질 재료는 종종 최대 에너지를 흡수하도록 설계되기도 하고, 또한 변형률 속도(Strain rate)가 매우 큰 동적인 하중을 받는 데에 사용된다.

충격 흡수재로서 폴리프로필렌 재질은 에너지 흡수가 뛰어나 차량의 안전성을 향상시키는데 큰 역할을 한다. 그래서 많은 자동차 산업 및 각종 여러 분야의 사업에서 적용되고 있으며, 그에 따른 충격 에너지 흡수와 동하중에 대한 재

Received 15 February 2014, received in revised form 11 July 2014, accepted 6 August 2014

*Department of Mechanical Engineering, Kongju National University

*†Division of Mechanical and Automotive Engineering, Kongju National University, Corresponding author (E-mail: sscheon@kongju.ac.kr)

료의 변형특성에 대한 연구가 이루어졌다. Jeong[2] 등은 동일 충격 에너지 조건하에서 다공질 고분자의 충격 거동에 관하여 연구하였고, Choi[3], Kim[4] 등은 변형률 속도에 따른 EPP 폼(Foam)의 대변형 동적 압축 특성에 관한 실험을 진행하였다.

EPP와 같은 다공질 재료가 압축하중을 받을 때, 응력을 변형률에 따라 그래프로 나타내면 탄성재료와 달리 탄성 구간, 플라토(Plateau) 구간, 그리고 덴시피케이션(Densification) 구간[5]으로 구분되는 곡선으로 묘사된다. Rusch[6]는 이 응력-변형률 곡선을 멱함수의 합으로 나타내었고, Liu[7]와 Avalle[8]는 새로운 함수를 제안하여 실험적인 결과에 더 근사하는 함수를 제안하였다. 다공질 재료는 재질, 밀도와 온도에 따라 응력-변형률 곡선이 달라지게 되므로 이들이 제안한 실험식 역시 밀도와 온도에 따라 그 파라미터가 변하게 된다. 이들의 모델은 재료의 동적인 거동을 고려하지 못하고 있으므로 변형률 속도가 큰 다공질 재료의 거동을 묘사하는 것은 불가능하다.

동적인 하중을 받을 때 다공성 재료는 변형률속도에 따라 응력-변형률 곡선이 변화하게 된다. Nage[9], Sherwood[10] 등은 변형률 속도의 영향에 대한 연구를 하였는데 그들이 사용한 모양함수(Shape function)는 11개의 변수를 가진 멱급수로 탄성-플라토-덴시피케이션 영역을 가지는 다공성 재료의 거동을 묘사하기에 비효율적이다. 발포 폴리우레탄 폼에 대하여 동적인 거동을 나타낸 구성방정식 모델이 최근 제안되었는데[11], 7개의 매개변수를 가지고 있다.

본 연구에서는 동적하중을 받는 발포 폴리프로필렌 폼의 응력-변형률 방정식을 제시하고자 한다. 발포 폴리프로필렌 폼에 대하여 변형률속도를 포함한 응력-변형률 방정식을 제안하고자 하며 이 방정식에 포함된 매개변수는 두 번의 준정적 실험에 의해 구해진다. 준정적 실험은 MTS 858 (최대하중 25 kN)을 이용하여 수행할 것이고 충격실험은 INSTRON dynatup 9250 HV를 사용할 것이다. 폴리프로필렌을 30배/40배 발포한 재질을 압축하여 만든 다공성 폼인 30배/40배 발포 폴리프로필렌이 실험에 사용되었다.

2. 응력-변형률 방정식

2.1 준정적 모델

다공질 재료에 대한 인장이나 압축 실험을 할 때, 응력과 변형률의 관계의 전형적인 모습은 Fig. 1과 같다[4]. 이 곡선을 크게 세 가지로 구분하면 선형 탄성 구간, 응력의 변화가 작은 플라토 구간, 그리고 응력이 급격히 높아지는 덴시피케이션 구간으로 나뉜다. 실험으로 얻은 응력과 변형률 곡선을 몇 개의 매개 변수를 나타내어 근사하는 식을 여러 연구자가 제안하였는데, Avalle[8] 등은 5개의 매개 변수를 사용하여 다음과 같은 구성방정식을 제안하였다.

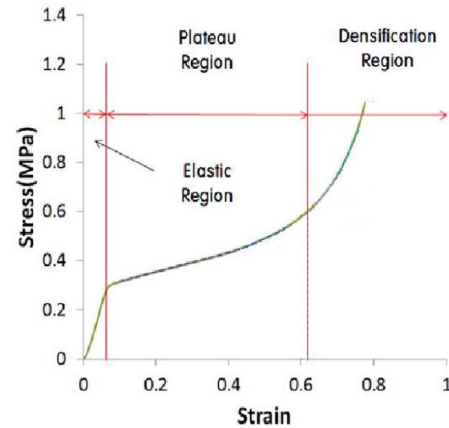


Fig. 1. Typical stress strain curve of EPP

$$\sigma(\varepsilon) = A(1 - e^{-(E/A)\varepsilon(1-\varepsilon)^m}) + B\left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)^n \quad (1)$$

여기서 σ 와 ε 는 공칭응력 및 공칭변형률이다. E , A 와 B 는 밀도에 따라 변하는 매개변수이고, m 과 n 은 밀도에 관계없이 일정한 매개변수이다.

식 (1)의 두 항 중 ε 이 0에 가까우면 두 번째 항이 0에 가까워지므로 첫 항은 탄성 및 플라토 구간을 잘 근사함을 알 수 있고, ε 이 1에 접근할 때 두 번째 항이 지배적이므로 두 번째 항은 덴시피케이션 구간을 잘 근사함을 알 수 있다. 첫 항을 ε 에 대해 편미분하여 $\varepsilon = 0$ 을 대입하면 E 가 구해지므로 E 는 탄성영역에서의 초기 탄성계수로 간주될 수 있고, ε 이 매우 큰 값을 가질 때 첫 항은 A 에 수렴하므로 A 는 플라토 응력으로 간주될 수 있다[8].

2.2 동적 모델

Nagy[9]는 다공성 재료의 변형시 변형률속도(Strain rate)를 고려하여 다음과 같은 구성방정식을 제안하였다.

$$\sigma_d = \sigma(\varepsilon)M(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \quad (2)$$

σ_d 는 임의의 변형률속도에서의 공칭압축응력이고, $\sigma(\varepsilon)$ 는 기준이 되는 변형률속도에서의 공칭압축응력이며 모양 함수라고 부른다. 변형률속도함수(Strain rate function) $M(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ 는 기준 변형률속도에서는 단위값을 가지며, 변형률 및 변형률속도의 함수이다.

Sherwood[10]는 모양함수를 변형률의 멱급수로 식 (3)과 같이 나타내었으며, 변형률속도함수는 식 (4)와 같이 나타내었다.

$$\sigma(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{10} A_n \varepsilon^n \quad (3)$$

$$M(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{a+b\varepsilon} \quad (4)$$

식 (2)-(4)로 나타낸 모델이 다공질 재료의 동적인 충격을 받을 때 응력과 변형률의 관계를 묘사할 수는 있으나 식 (3)의 매개변수는 11개나 되는 매개변수를 가지고 있으며 탄성 구간, 플라토 구간, 및 덴시피케이션으로 이루어지는 특성을 갖는 다공성 재료의 거동을 묘사하기에는 비효율적이라 할 수 있다.

식 (4)로 표현되는 계수함수는 다공성 재료에 대한 동적 압축실험에서 응력과 변형률속도를 log-log scale로 나타내어 나누면 그 비율이 변형률의 일차함수($a+b\epsilon$)라는 실험 결과[9]에 근거하고 있다. 그런데 응력을 변형률속도의 함수로 로그-로그 눈금으로 나타낸 실험 데이터 모양이 거의 직선경향을 갖고 있으나 위로 약간 볼록한 경향이 있는 것에 근거하여 발포 폴리우레탄의 응력-변형률 방정식에 적용하였던 다음 식으로 표시되는 계수함수[11]를 도입하고자 한다.

$$M(\epsilon, \dot{\epsilon}) = 1 + (a + b\epsilon) \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right) \quad (5)$$

식 (1)과 (5)를 식 (2)에 대입하면 아래 식과 같은 변형률속도를 고려한 응력-변형률 방정식이 나오게 되며, 본 논문에서는 이 방정식을 발포 폴리프로필렌 폼이 정적/동적 압축력을 받을 때의 구성방정식으로 사용할 것이며 본 논문에서 사용되는 응력과 변형률은 공칭응력과 공칭변형률을 의미한다.

$$\sigma_d(\epsilon) = \left\{ A(1 - e^{-(E/A)\epsilon(1-\epsilon)^m}) + B\left(\frac{\epsilon}{1-\epsilon}\right)^n \right\} \cdot \left\{ 1 + (a + b\epsilon) \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right) \right\} \quad (6)$$

식 (6)의 우변은 두 항의 곱으로 이루어져 있는데 첫째 항은 모양함수이며 변형률속도에 영향을 받지 않으며 둘째 항은 변형률속도와 변형률의 함수이다. 기준 변형률속도에서는 둘째 항이 1이 되어 식 (1)과 같은 식이 된다. 변형률속도가 기준 변형률속도와 다를 때에는 변형률속도의 영향이 응력-변형률 곡선에 영향을 주게 된다. 7개의 매개변수 중 E, A, B, m 과 n 은 기준이 되는 변형률속도로 실험을 하여 얻은 결과를 최소자승법에 의한 커브 피팅으로 구할 수 있다. 5개의 매개변수를 구한 후, 변형률속도를 다르게 실험을 하여 얻은 실험 결과를 커브 피팅하여 나머지 2개의 매개변수인 a 와 b 를 구할 수 있다.

3. 충격 시편 재질 및 실험 조건

3.1 고분자 재질의 시편 종류 및 규격

시험에 사용된 시편은 두 종류로 30배 및 40배로 발포된 폴리프로필렌 폼을 가공하여 얻었으며, 시편의 밀도는 각

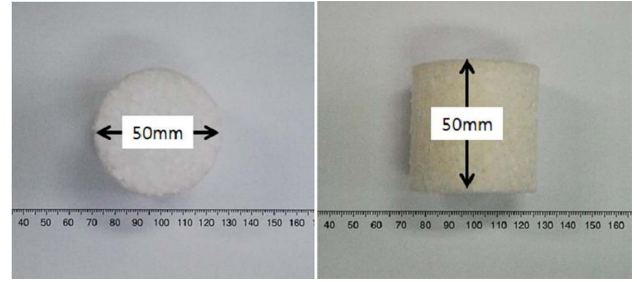


Fig. 2. Specimens of the EPP

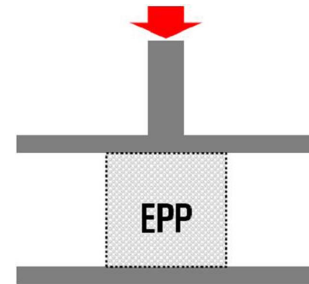


Fig. 3. Method of quasi-static and impact test

각 29 kg/m^3 및 23 kg/m^3 로 발포 배율이 클수록 낮은 밀도를 가지게 된다. 시편의 규격은 Fig. 2와 같이 지름 50 mm, 높이 50 mm의 원통 형상으로 제작되었다. 제작된 시편을 가지고 준정적 실험과 충격실험을 진행하였다.

3.2 실험 조건

발포 폴리프로필렌 폼의 다양한 응력-변형률 선도를 얻기 위해서 준정적실험과 충격실험이 진행되었다. 준정적실험은 인장 및 피로시험기인 MTS 858 Table Top System을 이용하여 수행하였다. 실험기구의 최대 하중은 25 kN이며, 발포 폴리프로필렌의 덴시피케이션 이상이 되는 구간을 측정하기에 무리가 없을 것으로 판단된다. 실험 조건은 0.001, 0.1의 두 가지의 일정한 변형률속도를 유지하면서 발포 폴리프로필렌을 Fig. 3과 같이 압축하였다.

충격시험은 INSTRON dynatup 9250 HV를 이용하여 실험을 수행하였다. 충격시험기에 연결된 로드셀의 최대하중은 25 kN으로 준정적 실험과 마찬가지로 시편의 덴시피케이션 이상이 되는 구간을 측정하기에 무리가 없을 것으로 사료된다. 충격체의 질량은 26.4 kg으로 선정하였으며, 충격체의 자유낙하높이를 조절하여 변형률 속도를 80 s^{-1} 으로 설정하여 진행하였다.

4. 발포 폴리프로필렌의 응력-변형률 선도

4.1 30배 발포 폴리프로필렌의 응력-변형률 선도

제시된 식 (6)의 7개의 매개변수를 구하기 위해서는 변형률속도가 다른 2가지 실험이 진행되어야 한다. 30배 발포 폴

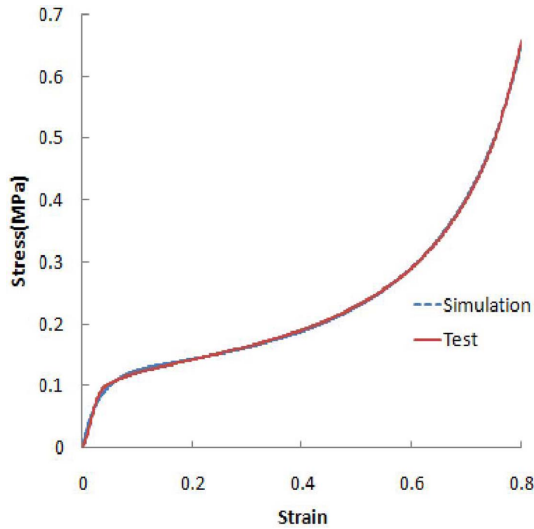
Fig. 4. Stress strain relation with $\dot{\epsilon}_0 = 0.001$

Table 1. Five parameters calculated from curve fitting

Expansion ratio	A	B	E	m	n
30	0.124	0.104	4.09	1.04	1.17
40	0.0688	0.115	1.77	1.11	0.996

리프로필렌을 0.001 s^{-1} 의 변형률속도의 준정적 압축실험을 하였으며, 실험에서 얻은 응력과 변형률을 Fig. 4에 실선으로 나타내었다. 0.001 s^{-1} 를 기준 변형률속도로 정하면, 이 변형률속도에서 준정적 압축실험을 하여 얻은 응력-변형률 곡선을 얻게되고, 이 곡선을 커브 피팅하여 매개변수 E , A , B , m 과 n 을 구할 수 있다.

계산된 매개변수의 값을 Table 1에 나타내었으며 이 매개변수를 가진 준정적 모델에 대한 응력과 변형률 커브를 Fig. 4의 점선으로 나타내었다. 점선의 커브가 원래의 실험결과인 실선을 잘 근사하므로 커브 피팅이 잘 되었음을 알 수 있다. Table 1에 나타난 매개변수 중 $E = 4.09$ 는 기준 변형률속도에서 응력-변형률 곡선의 초기 기울기이며, $A = 0.124$ 는 플라토 구간이 시작하는 응력 근처의 값을 알 수 있다.

커브 피팅을 할 때 가우스-뉴턴 알고리즘을 사용하여 주어진 데이터 세트와 함수값과의 오차의 제곱이 최소화가 되는 방향으로 각 스텝마다 매개변수의 값이 변하게 된다. 그런데 이 방법은 매개변수의 초기값에 따라 수렴하는 값이 달라질 수도 있고 초기값을 잘못 선정하면 수렴하지 않을 수도 있으므로 주의가 요구된다.

30배 발포 폴리프로필렌 폼의 동적인 모델의 나머지 두 매개변수 a 와 b 의 값을 구하는 것은 변형률 속도가 다른 실험에서 얻은 응력-변형률 커브를 커브 피팅하여 얻을 수 있다. 변형률속도를 0.1 s^{-1} 로 하여 얻은 준정적 압축실험결과

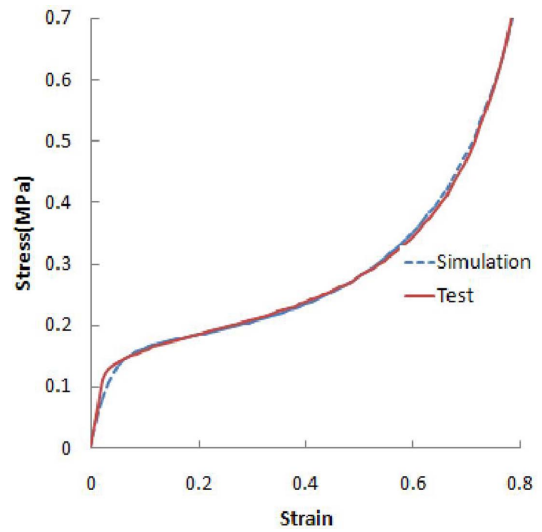
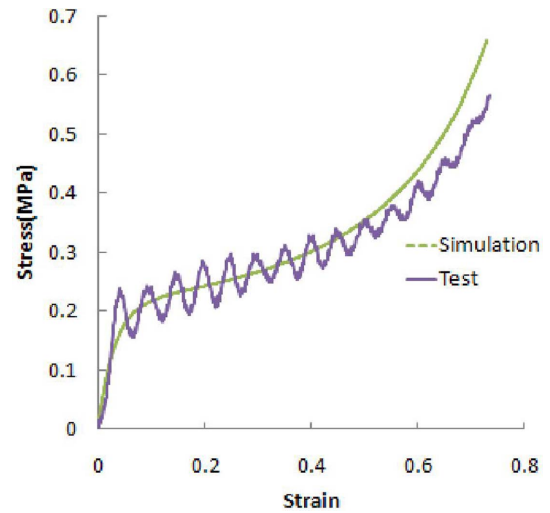
Fig. 5. Stress strain relation with $\dot{\epsilon} = 0.1$

Table 2. Two parameters calculated from curve fitting

Expansion ratio	a	b
30	0.0692	-0.0409
40	0.0534	-0.0339

Fig. 6. Stress strain relation at $\dot{\epsilon} = 80 \text{ s}^{-1}$

를 Fig. 5에 실선으로 나타내었다. 이 커브를 커브 피팅하여 두 변수 a 와 b 를 구했으며 Table 2에 나타내었다. a 와 b 의 값과 0.1 s^{-1} 의 변형률속도를 식 (5)에 대입하여 얻은 모양함수는 $0 \leq \epsilon \leq 1$ 에서 1보다 큰 값을 가지므로 Fig. 5의 점선 커브는 Fig. 4의 점선 커브보다 더 높은 값을 갖게 된다.

30배 발포 폴리프로필렌 폼에 대한 응력 변형률 방정식이 식 (6)에 주어져 있으며 필요한 7개의 매개변수를 모두 구하였으므로, 이 재료가 높은 변형률속도로 압축될 때의

응력-변형률 곡선을 실험과 이론식으로 구하여 비교하고자 한다. 준정적인 시험을 통하여 얻은 응력-변형률 방정식이 동적인 시험결과를 잘 근사하는지 알기위하여 충격 시험을 하였다. 충격체의 높이를 조절하여 시편과 충돌시

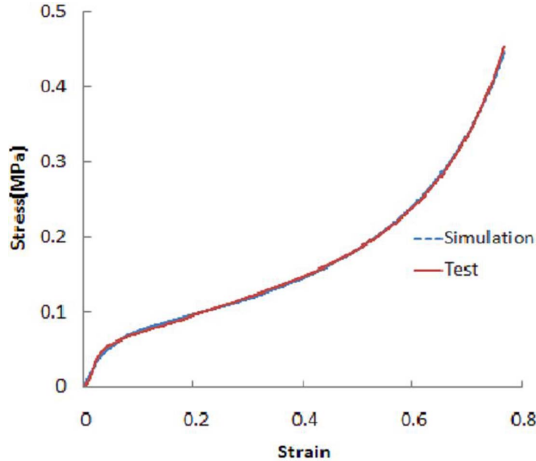


Fig. 7. Stress strain relation with $\dot{\epsilon}_0 = 0.001$

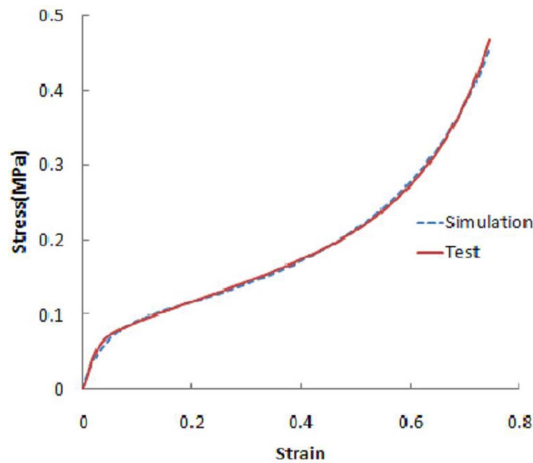


Fig. 8. Stress strain relation with $\dot{\epsilon} = 0.1$

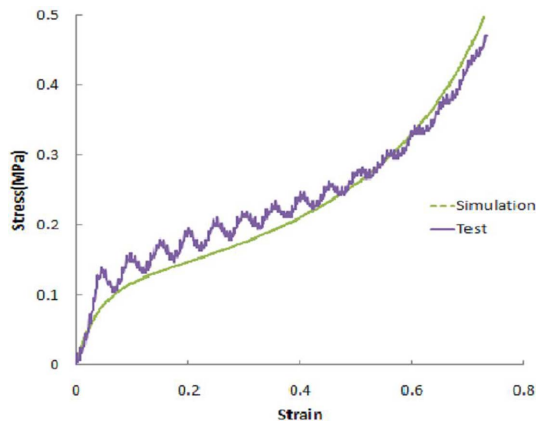


Fig. 9. Stress strain relation at $\dot{\epsilon} = 80 \text{ s}^{-1}$

변형률 속도를 80 s^{-1} 으로 설정하였다. Fig. 6에 충격실험 결과와 식 (6)으로 나타내는 응력-변형률 방정식을 같이 도시하였다. 고속충격시험으로 인하여 생기는 진동을 제외하면 식 (6)으로 나타내어진 응력-변형률 방정식은 탄성영역과 플라토 구역에서 시험결과를 잘 근사하고 있으며 덴스피케이션 구역에서는 시험결과보다 높은 값을 보여주고 있다.

4.2 40배 발포 폴리프로필렌의 응력-변형률 선도

40배 발포 폴리프로필렌을 0.001 s^{-1} 의 변형률속도의 준정적 압축실험을 하였으며, 실험에서 얻은 응력과 변형률을 Fig. 7에 실선으로 나타내었다. 0.001 s^{-1} 를 기준 변형률속도로 정하였고, 이 변형률속도에서 압축실험을 하여 얻은 응력-변형률 곡선을 커브 피팅하여 매개변수 E , A , B , m 과 n 을 구할 수 있으며 그 결과를 Table 1에 나타내었다. 구한 매개변수를 가진 준정적 모델에 대한 응력-변형률 커브를 시뮬레이션하여 Fig. 7에 점선으로 나타내었다. Table 1에서 $E = 1.77$ 은 응력-변형률 곡선의 초기 기울기이며, $A = 0.0688$ 은 플라토 구간이 시작하는 응력 근처의 값을 알 수 있다.

40배 발포 폴리프로필렌 폼의 나머지 두 매개변수 a 와 b 의 값은 변형률 속도가 다른 실험에서 얻은 응력-변형률 커브를 커브 피팅하여 얻을 수 있다. 변형률속도를 0.1 s^{-1} 로 하여 얻은 준정적 압축실험결과를 Fig. 8에 실선으로 나타내었으며 이 곡선을 커브 피팅하여 두 변수 a 와 b 를 구하여 Table 2에 그 값을 나타내었다.

40배 발포 폴리프로필렌 폼에 대한 7개의 매개변수를 모두 구하였으며 이 변수를 갖는 구성방정식의 유효성을 검증하기 위하여 시편과 충돌시 변형률 속도를 80 s^{-1} 으로 설정한 충격실험을 실시하였다. Fig. 9에 충격실험 결과와 식 (6)으로 나타내는 응력-변형률 방정식을 같이 도시하였다. 식 (6)으로 나타내어진 응력-변형률 방정식은 플라토 구역에서 시험결과에 비해 다소 낮은 값을 가지지만 탄성영역과 덴스피케이션 구간에서는 시험결과를 잘 근사하고 있음이 확인된다.

각각 30배와 40배인 발포 배율을 가진 폴리프로필렌 폼의 밀도는 29 kg/m^3 및 23 kg/m^3 로 발포 배율이 클수록 낮은 밀도를 가진다. 실험과 커브 피팅으로 얻어진 매개변수를 Table 1과 2에 나타내었다. 발포 배율에 따라 매개변수 역시 변하는 데, 매개변수 중 A 와 E 가 나머지 변수에 비해 큰 변화를 보였다. 발포배율이 커질수록 응력-변형률 곡선의 초기 탄성기울기와 플라토 응력이 매우 작아짐을 보여주고 있다.

5. 결 론

동하중을 받는 발포 폴리프로필렌의 응력-변형률 관계를 나타내는 방정식 모델을 제시하였다. 이 방정식 모델에는 7개의 매개변수가 있는 데, 그중에서 5개는 기준이 되는

준정적 시험을 통하여 구한다. 나머지 2개는 변형률 속도에 영향을 받는 매개변수인데 변형률속도를 다르게 한 준정적 실험으로부터 구한다. 본 논문에서는 0.001 s^{-1} 및 0.1 s^{-1} 의 두 변형률 속도에서 준정적 시험을 행하여 매개변수를 구하였다. 준정적 시험으로 구한 구성방정식이 높은 변형률속도에서도 유효한지 알기 위하여 80 s^{-1} 인 높은 변형률속도에서 동적 압축시험을 하여 실험결과와 구성방정식의 결과와 비교하였는데 고속충격시험으로 인하여 생기는 진동을 제외하면 시험결과를 잘 근사함을 확인하였다. 30배와 40배로 발포된 폴리프로필렌 폼으로부터 시편을 가공하여 실험을 행하였으며, 같은 조건에서 3번의 실험을 반복하였다. 반복실험의 결과로 얻은 응력-변형률 커브 3개 중에 중간에 위치하는 커브를 주는 실험 데이터를 본 논문에서 사용하였다.

후 기

이 논문은 2012년 공주대학교 학술연구지원사업의 연구비지원에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. Bouuix, R., Voit, P., and Lataillade, J., "Polypropylene Foam Behaviour under Dynamic Loading : Strain Rate, Density and Microstructure Effects," *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 36, 2009, pp. 329-342.
2. Jeong, K.Y., and Cheon, S.S., "Crashworthy behaviour of Cellular Polymer under Constant Impact Energy," *Journal of the Korean Society for Composite Materials*, Vol. 22, No. 4, 2009, pp. 27-32.
3. Choi, K., Kang, W., Kim, G., and Kim, S., "High Strain Rate Compression Behavior of EPP Bumper Foams," *Journal of the Korean Society of Automotive Engineers*, Vol. 17, No. 4, 2009, pp. 118-125.
4. Kim, H.K., Kim, B.J., Jeong, K.Y., and Cheon, S.S., "Experimental Study for the Impact Characteristics of Expanded EPP/EPS Foams," *Composites Research*, Vol. 26, No. 6, 2013, pp. 343-348.
5. Gibson, L.J., and Ashby, M.F., *Cellular Solids Structure & Properties*, Pergamon press, 1997.
6. Rusch, K.C., "Load-compression Behaviour of Flexible Foams," *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 13, 1969, pp. 2297-2311.
7. Liu, Q., Subhash, G., and Gao, X.L., "A Parametric Study on Crushability of Open-cell Structural Polymeric Foams," *Journal of Porous Materials*, Vol. 12, 2005, pp. 233-248.
8. Avalle, M., Belingardi, G., and Ibba, A., "Mechanical Models of Cellular Solids: Parameters Identification from Experimental Tests," *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 34, 2007, pp. 3-27.
9. Nagy, A., Ko, W.L., and Lindholm, U.S., "Mechanical behavior of Foamed Materials under Dynamic Compression," *Journal of Cellular Plastics*, Vol. 10, 1974, pp. 127-134.
10. Sherwood, J.A., and Frost, C.C., "Constitutive Modeling and Simulation of Energy Absorbing Polyurethane Foam under Impact Loading," *Polymer Engineering and Science*, Vol. 32, 1992, pp. 1138-1146.
11. Jeong K.Y., Cheon, S.S., and Munshi, M.B., "A Constitutive Model for Polyurethane Foam with Strain Rate Sensitivity," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 26, No. 7, 2012, pp. 2033-2038.