

## 모재-섬유 함침 비율에 따른 건설용 GFRP 기둥구조의 고유진동 특성

이상열<sup>†</sup>

### Natural Frequency Characteristics of GFRP Pole Structures for Civil Structures with Different Fiber-Volume Fraction

Sang-Youl Lee<sup>†</sup>

**ABSTRACT:** This study carried out finite element vibration analysis of pole structures made of GFRP, which is based on the micro-mechanical approach for different fiber-volume fractions. The finite element (FE) models for composite structures using multi-scale approaches described in this paper is attractive not only because it shows excellent accuracy in analysis but also it shows the effect of the material combination. The FE model is used for studying free vibrations of laminated composite poles for various fiber-volume fractions. In particular, new results reported in this paper are focused on the significant effects of the fiber-volume fraction for various parameters, such as fiber angles, layup sequences, and length-thickness ratios. It may be concluded from this study that the combination effect of fiber and matrix, largely governing the dynamic characteristics of composite structures, should not be neglected and thus the optimal combination could be used to design such civil structures for better dynamic performance.

**초 록:** 본 연구는 GFRP 복합재료로 구성된 기둥 구조에 대하여 마이크로 역학 접근방법에 의한 섬유의 함침비율 변화에 따라 탄성계수를 예측하고 매크로 역학 기반으로 고유진동 특성을 분석하였다. 본 연구에서 제시하는 멀티 스케일 접근법에 의한 유한요소 모델은 해석의 정확성과 재료들 간의 상관관계를 상세하고 정확히 보여준다는 장점이 있다. 수치해석은 적층 갯수, 적층배열, 섬유함침비율의 변화에 따라서 고유진동의 변화를 분석하는데 중점을 두고 있다. 수치예제로부터 섬유와 모재의 재료비율은 거시적 동역학적 특성에 중요한 영향을 주고 있음을 알 수 있었다. 본 연구는 고유진동에 영향을 미치는 최적의 섬유와 모재 재료비율을 상세 분석하였으며, 해석 결과는 건설용으로서의 복합소재 기둥구조가 경제적이면서 우수한 동적 구조 성능을 만족하도록 설계하는데 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

**Key Words:** 멀티 스케일 해석(multi-scale analysis), 복합재료(composite materials), 유한요소 해석(finite element analysis), 섬유 함침비율(fiber-volume fraction)

## 1. 서 론

복합재료는 두 가지 이상의 재료가 조합이 되어서 보다 유용한 기능을 발현하는 재료이다. 그리고 경량이면서 우수한 역학적 성질을 가지고 있어서 우주, 항공, 선박, 기계 등 현대산업의 전반에 걸쳐 널리 응용이 되고 있다. 복합재

료는 동일한 재료인 경우에도 적층 개수와 적층각도의 조합에 따라 상이한 강성을 보이게 된다. 이런 복합재료의 역학적인 장점을 건설 분야에서도 활용을 하고자 국내외적으로 다양한 연구개발이 수행되었다. 그러나 기존의 건설 재료인 철근 콘크리트에 비해서 원가 및 제조 단가 등의 경제성이 떨어진다는 단점과 국내에 대량생산시설이 적다는

단점 때문에 보다 적극적인 개발은 미진한 실정이다. 고가의 정밀 기계부품에 사용하는 복합재료를 건설 분야에서 활용하기 위해서는 경제적이고 안전한 재료의 조합이 필요하다. 대형 구조물에서 요구하는 성능을 만족시킬 수 있도록 효율적으로 재료를 조합한다면 고가의 복합재료를 건설 분야에서 경제적으로 활용할 수 있을 것이다. 효율적인 재료의 조합을 위해서는 기존의 거시적인 접근법만이 아니라 미시역학적인 접근법도 고려가 되어야 한다[1]. 미시역학적인 접근법은 모재와 섬유 재료비율, 섬유 배열 형태로부터 재료의 강성과 강도를 추정하는 방법이다. 이런 멀티 스케일 접근법을 통해서 복합재료의 재료비율을 경제적이고 효율적으로 정한다면 건설 분야에서 많은 이점이 발생할 것이다. 따라서 본 연구에서는 미시역학적인 접근으로 섬유 비율에 따른 효율적인 강성 추정 기법을 결정하고, GFRP 기둥구조를 대상으로 동적해석을 실시한다. 또한, 미시적 접근방법으로 결정된 강성값을 거시적 해석을 위한 입력값으로 사용하여, 섬유 함침비율이 복합소재 기둥구조의 고유진동에 미치는 영향을 상세분석하기로 한다.

## 2. 미시역학적 접근법

### 2.1 기본 이론 및 정확해

미시역학적 접근방법은 복합재료를 구성하는 모재와 섬유에 대하여 각각의 역학적 특성을 고려하여 강성 또는 강도를 추정하는 방법이다. 복합재료의 미시역학적 접근법에서 가장 중요한 변수는 모재에 결합되는 섬유의 함침비율이다. 섬유의 함침비율은 복합재료의 강성변화를 가져오게 되며, 거시적 구조성능에 중요한 영향을 미치게 된다[3]. 탄성적 재료역학적 관점에서 복합재료의 물성치는 모재와 섬유 각각의 상대적인 체적 비율로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{ij} = C_{ij}(E_f, \nu_f, V_f, E_m, \nu_m, V_m) \quad (1)$$

여기서,  $E_f, E_m$ 는 등방성 섬유 및 모재의 탄성계수,  $\nu_f, \nu_m$ 는 등방성 섬유 및 모재의 포아송 비,  $V_f, V_m$ 는 전체 복합소재 체적에 대한 섬유와 모재의 체적 비율을 각각 나타낸다. 재료 역학적 접근법에서 가장 중요한 가정 사항은 Fig. 1과 같이 1방향 섬유 보강 복합재료의 최대변형률은 섬유의 최대

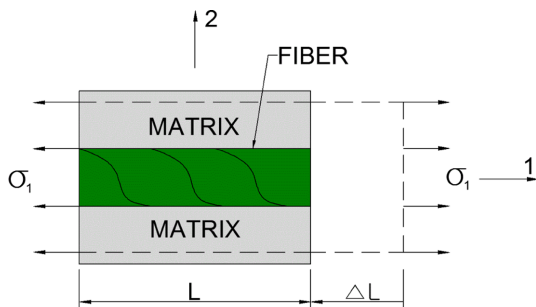


Fig. 1 Representative volume element loaded in the 1-direction

변형률과 같아야 한다는 것이다. 그 이유는 섬유가 모재보다 더 적은 변형률에 파괴가 되기 때문이다. 변형률이 같지 않다는 것은 섬유와 모재 사이에 균열이 발생했음을 의미한다. 이러한 가정에 의해서 1방향 탄성계수  $E_1$ 은 혼합법칙(Rule of mixture)에 의해서 선형적인 관계로 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2)$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (3)$$

2방향 탄성계수  $E_2$ 와 전단탄성계수  $G_{12}$ 는 다음과 같은 비선형적 관계이며, 섬유보다는 모재에 지배적인 특성을 보인다.

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{V_m E_f + V_f E_m} \quad (4)$$

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (5)$$

식 (4)와 (5)는 섬유가 모재에 일정한 간격으로 정렬이 되어 있다는 가정 하에 유도된 것이다. 그러나 실제 섬유보강 복합재료의 섬유는 불규칙하게 정렬되어 있다. 이 부분을 고려하여 섬유의 함침비율에 따라 비선형 관계를 보이는  $E_2$ 와  $G_{12}$ 의 값은 탄성론적 관점에서 정확해를 산정할 수 있으며, 요약하면 다음과 같이 나타낼 있다[4].

$$E_2 = 2[1 - \nu_f + (\nu_f - \nu_m)V_m][\alpha + \beta] \quad (6)$$

$$G_{12} = (1 - \xi)\gamma + \xi\delta \quad (7)$$

여기서,

$$\alpha = (1 - \xi) \frac{\lambda_f(2\lambda_m + G_m) - G_m(\lambda_f - \lambda_m)V_m}{(2\lambda_m + G_m) + 2(\lambda_f - \lambda_m)V_m}$$

$$\beta = \xi \frac{\lambda_f(2\lambda_m + G_f) + G_f(\lambda_m - \lambda_f)V_m}{(2\lambda_f + G_f) - 2(\lambda_m - \lambda_f)V_m}$$

$$\gamma = G_m \frac{2G_f - (G_f - G_m)V_m}{2G_m + (G_f - G_m)V_m}$$

$$\delta = G_f \frac{(G_f + G_m) - (G_f - G_m)V_m}{(G_f + G_m) + (G_f - G_m)V_m} \text{ 이며,}$$

$$\lambda_f = \frac{E_f}{2(1 - \nu_f)}, \quad G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)},$$

$$\lambda_m = \frac{E_m}{2(1 - \nu_m)}, \quad G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \text{ 이다.}$$

여기서,  $\xi$ 는 섬유의 연속성 정도를 나타내는 계수이며, 섬유들이 모재안에서 독립적으로 함침된 경우에는 0을 사용하며, 모두 접촉되어 함침된 경우는 1.0의 값을 가정하여 사용한다.

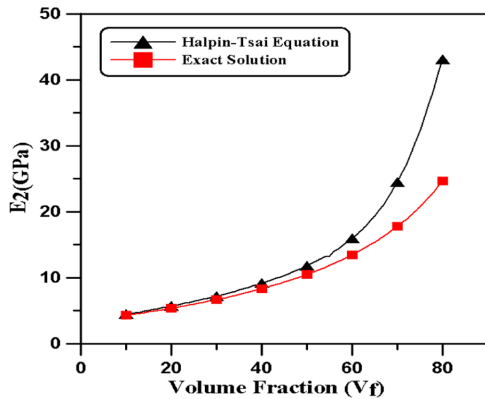
## 2.2 근사해법

위의 식 (6)과 (7)은 정확해이기는 하나, 실용적으로 사용하기에는 수식이 다소 복잡하며, 제한적으로 적용한다는 단점이 있다. 따라서 Halpin-Tsai[2]는 다음과 같은 근사식을 제안하였다.

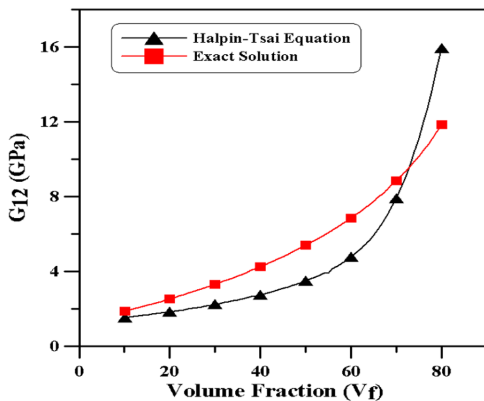
$$\frac{\Phi(E_2, G_{12}, \nu_{12})}{\Phi_m(E_m, G_m, \nu_m)} = \frac{1 + C\eta V_f}{1 - \eta V_f} \quad (8)$$

$$\eta = \frac{(\Phi_f(E_f, G_f, \nu_f)/\Phi_m(E_m, G_m, \nu_m)) - 1}{(\Phi_f(E_f, G_f, \nu_f)/\Phi_m(E_m, G_m, \nu_m)) + C} \quad (9)$$

여기서,  $C_{E_{22}} = 2 + 40V_f^{10}$ ,  $C_{G_{12}} = 1 + 40V_f^{10}$  이다. 예를 들어, 섬유 함침비율이 55%인 경우  $C$  값은 각각 2.0과 1.0이 된다. 정확해와의 비교 검증을 위하여, Fig. 2와 같이 섬유 함침비율 변화에 따른 두 가지 접근 방법을 적용하여  $E_2$  및  $G_{12}$ 의 추정값을 비교하였다.  $E_2$  및  $G_{12}$ 는 섬유 함침비율이 증가함에 따라 크게 증가함을 알 수 있으며, 80% 이상인 경우는 기하급수적으로 증가함을 관찰할 수 있다. 두 방법은  $V_f$ 의 변화에 따라 차이를 보이고 있는데, 정확해의 경우는 탄성론적 접근방법을 사용하여 수학적으로 정해를 구하였으나 전술



(a) Variation of  $E_2$



(b) Variation of  $G_{12}$

**Fig. 2.** Variation of  $E_2$  and  $G_{12}$  for the increased fiber-volume fraction

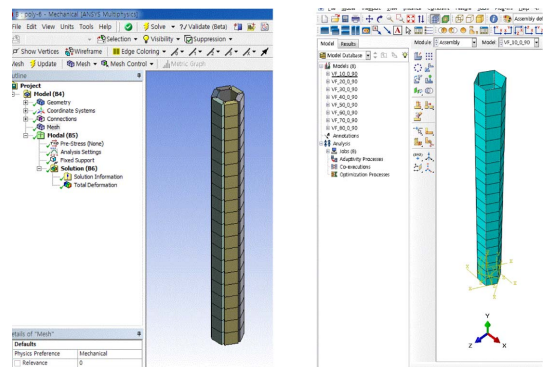
한 여러 가정 사항을 내포하고 있으므로 실제 거동을 정확하게 묘사하는 방법이라고 할 수 없다. 반면, Halpin-Tsai 방정식은 근사 곡선식을 적용하여, 실제 실험 결과와 유사하도록 묘사된 간편 방법으로 알려져 있다[4]. 본 연구에서는 탄성계수  $E_1$  및  $\nu_{12}$ 의 추정식은 일반적으로 혼합법칙에 의해서 실제 실험결과와 비교하여 정확한 결과를 보이는 것으로 알려져 있어 식 (2)와 (3)을 적용하기로 한다. 또한,  $E_2$  및  $G_{12}$ 의 추정식은 (6)~(7)에서 나타난 정확해는 실용적으로 사용하기에는 난해하고, 실제 실험 결과와 유사한 경향을 나타내는 식 (8)과 (9)를 적용하였다.

멀티 스케일 분석을 수치 해석적으로 접근하는 경우에는 섬유의 함침 관계는 많은 가정사항을 내포하고 있으므로 거시적 해석에서도 결과의 정확한 값보다는 전반적인 경향을 분석하는 데 사용하는 것이 적절할 것으로 판단된다.

## 3. 유한요소 해석

### 3.1 유한요소 모델 검증

미시적 해석으로 산출한 탄성계수를 대입하여 거시적 동적해석을 수행하기로 한다. 수치해석을 위하여 사용한 재료는 E-Glass보다 탄성계수가 높고, 무게 대비 강도가 높은 S-Glass 계열이며 물성은  $E_m = 3.45$  GPa,  $E_f = 85.3$  GPa,  $G_f = 35.58$  GPa,  $G_m = 1.26$  GPa,  $\nu_m = 0.35$ ,  $\nu_f = 0.2$ 이다. 또한, 바닥면이 고정된 기둥 형상은 한 변의 길이가 0.25 m, 두께 0.005 m, 높이 5 m인 육각기둥으로 Shell element를 사용하여 모델링하였으며, 각 적층의 두께는 동일하다. 복합재료 기둥구조는 적층 및 섬유 각도 조절 등이 2차원 판구조와는 달리 좌표축 설정 및 복합재료 적층 모델링에 주의를 요한다. 본 연구에서 다루고자 하는 육각형 단면을 갖는 복합재료 기둥구조는 면을 따라 좌표축이 달라지므로 적층면에 대한 재료축 설정에 유의해야 한다. 본 연구에서는 실제 적층 과정과 유사하게 묘사하기 위하여 한 개의 면마다 좌표축을 각각 설정해서 적층하는 방법을 적용하였다. 이 과정에서 오류가 발생할 가능성이 있으므로 복합재료 기둥



(a) ANSYS

(b) ABAQUS

**Fig. 3.** ANSYS and ABAQUS modeling

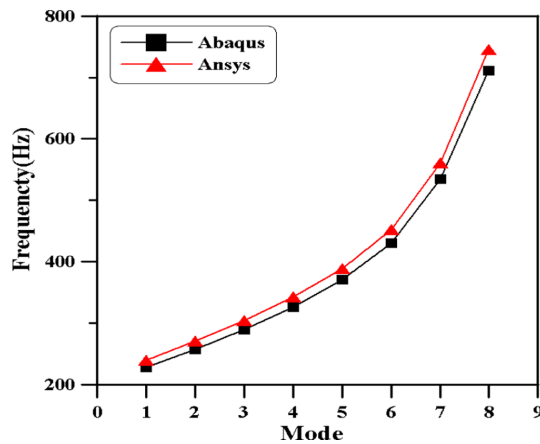


Fig. 4. Comparison of frequencies using ANSYS and ABAQUS

구조의 모델링을 검증하기 위하여 고등 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS와 ABAQUS를 사용하여 Fig. 3과 같이 각 각 모델링한 후 진동해석 결과를 상호 비교하였다. Fig. 4에서 보는 바와 같이 두 해석 프로그램의 결과는 잘 일치하는 것으로 나타났다. 따라서, 이후 해석에서는 ABAQUS를 사용하여 해석을 수행하기로 한다.

### 3.2 대칭 적층

Table 1은 대칭 적층 배열된 기둥구조에 대하여 섬유 함침비율에 따른 고유진동수를 비교한 것이다. 길이-두께비 ( $L/h$ )는 50이며, 하면은 고정되어 있고, 상면은 자유단이다. 표에서 보는 바와 같이, 섬유 함침 비율이 증가함에 따라 고

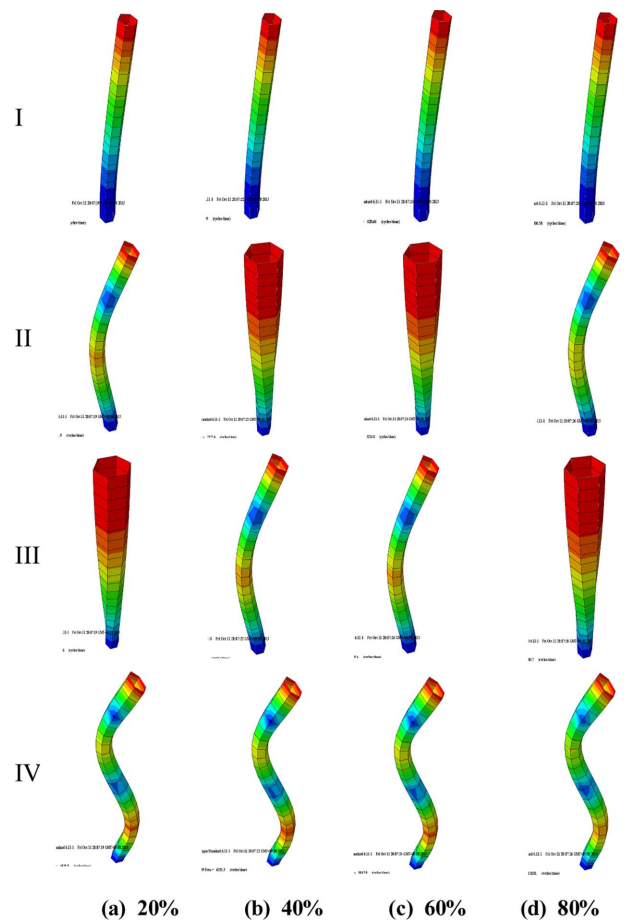


Fig. 5. Mode shapes for different fiber-volume fractions ( $[0/90]_{4s}$ )

Table 1. Natural frequencies (Hz) of composite poles for different fiber-volume fractions and symmetrically layup sequences ( $L/h=50$ )

		Fiber-volume fraction (%)			
Layup Sequence	Mode	20	40	60	80
[0]	I	257.4	326.3	430.8	710.6
	II	1501.2	1894.4	2499.5	4177.8
	III	2063.0	2528.3	3325.4	6080.9
	IV	3772.6	4787.7	6320.2	10393
[0/90/0]	I	344.4	453.1	569.5	775.9
	II	1912.2	2475.6	3127.3	4512.0
	III	2062.8	2528.0	3325.1	6080.8
	IV	4670.2	5968.4	7613.0	11392.0
[0/90/0] <sub>2S</sub>	I	345.4	454.5	567.1	776.71
	II	1919.2	2486.0	3138.3	4517.2
	III	2062.7	2527.8	3324.9	6080.7
	IV	4692.4	6001.8	7648.1	11392.0
[0/90] <sub>4S</sub>	I	379.6	502.9	620.6	806.5
	II	2061.9	2527.6	3324.8	4665.0
	III	2062.6	2677.1	3359.4	6080.7
	IV	4948.9	6331.5	8042.0	11838.0

유진동수는 증가됨을 알 수 있다. 특히 60% 이상부터는 크게 증가하게 된다. 이러한 결과는 섬유 함침비율 증가에 따라  $E_2$  및  $G_{12}$ 이 커지면서 고유진동수를 증가시켰기 때문이다. 한편, 적층개수가 증가됨에 따라 고유진동수도 증가하는 경향을 보이고 있으나 그 차이는 섬유 함침비율의 영향 보다는 미미한 것으로 나타났다. 기둥의 질량과 섬유 비율이 일정한 상태에서 적층 배열은  $[0/90]_{4s}$ 의 경우가 가장 큰 고유진동수를 보이는 것으로 분석되었다. Fig. 5는  $[0/90]_{4s}$ 에 대하여 섬유 함침비율에 따른 모드형상을 비교한 것이다. 그림에서 2차와 3차 모드형상이  $V_f$  변화에 따라 바뀌는 현상을 관찰할 수 있다. 이러한 이유를 직관적으로 설명하기는 어려우나,  $V_f=0.4\sim0.6$ 에서  $E_2$  및  $G_{12}$ 의 비선형 변화 효과가 휨보다는 비틀림 형상에 영향을 주었기 때문으로 판단된다. 그러나 첫 번째 모드형상이 지배적임을 감안할 때 섬유 함침비율 변화가 전체 모드 형상에 미치는 영향은 미미함을 알 수 있다.

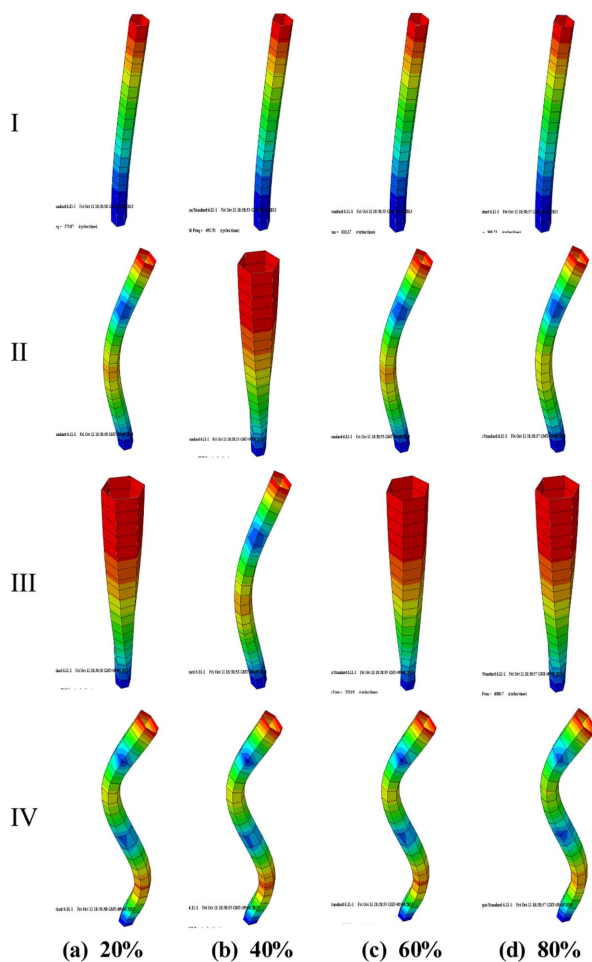
### 3.3 역대칭 적층

Table 2은 역대칭 적층 배열된 기둥구조에 대하여 섬유 함침비율에 따른 고유진동수를 비교한 것이다. 대칭적층 배



**Table 2.** Natural frequencies (Hz) of composite poles for different fiber-volume fractions and anti-symmetrically layup sequences ( $L/h=50$ )

Layup Sequence	Mode	Fiber-volume fraction (%)			
		20	40	60	80
[0/90]	I	356.2	469.6	584.0	786.4
	II	1939.6	2506.7	3168.3	4551.7
	III	2063.2	2528.4	3325.6	6081.1
	IV	4666.2	5944.5	7602.5	11559.0
[0/90] <sub>2n</sub>	I	368.9	487.8	603.8	797.1
	II	2008.4	2527.2	3276.0	4613.3
	III	2062.3	2603.7	3324.3	6080.6
	IV	4832.8	6176.8	7861.9	11714.0
[0/90] <sub>3n</sub>	I	373.0	493.6	610.3	800.7
	II	2030.9	2527.8	3311.1	4633.7
	III	2062.7	2635.2	3324.9	6080.7
	IV	4887.0	6251.8	7946.2	11766.0



**Fig. 6.** Mode shapes for different fiber-volume fractions ( $[0/90]_{2n}$ )

열과 동일하게 길이-두께비( $L/h$ )는 50이며, 하면은 고정되어 있고, 상면은 자유단이다. 표에서 보는 바와 같이, 섬유

함침 비율이 증가함에 따라 고유진동수는 증가됨을 알 수 있다. 대칭 적층 배열에 비하여 비대칭의 경우는 좀 더 큰 고유진동수를 보인다. 이러한 결과는 비대칭 적층으로 인하여 면내-면외 연계강성값이 발생하여 전체 강성에 영향을 주기 때문으로 분석된다[5]. 기둥의 질량과 섬유 비율이 일정한 상태에서 적층 배열은  $[0/90]_{n3}$ 의 경우가 가장 큰 고유진동수를 보이는 것으로 관찰되었다. Fig. 6은  $[0/90]_{2n}$ 에 대하여 섬유 함침비율에 따른 모드형상을 비교한 것이다. 이 경우는  $V_f=0.4$ 에 대하여 비틀림과 휨 형상이 바뀌는 현상을 관찰할 수 있다. Fig. 5의 경우와 유사하게  $V_f=0.4$ 의 경우  $E_2$  및  $G_{12}$ 의 비선형 변화 효과가 비틀림 형상에 휨보다 지배적 영향을 주기 때문으로 분석된다. 그러나 이러한 영향은 섬유 보강각도 및 적층 배열 변화에 따라 사전 예측이 난해하므로 해석 case에 따른 상세 분석이 필요하다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 미시역학적으로 섬유와 모재의 재료 물성을 각각 고려하고, 조합비율에 대한 효율적인 관계식을 적용하였으며, 거시역학적으로는 유한요소 동적특성을 분석하였다. 섬유 함침비율에 따라 적층된 기둥구조는 상이한 고유진동수를 보이게 되며, 이는 적층 배열과 연계되어 동적특성을 좌우하게 됨을 알 수 있었다. GFRP 소재를 건설구조용 기둥으로 사용하는 경우, 동일한 물성과 질량을 갖으면서 공진현상을 피하도록 설계할 수 있는 장점을 갖는다. 본 연구 결과로부터 섬유의 함침량을 적게 하여 경제성을 높이는 대신에, 동적 구조성능을 높일 수 있는 최적의 적층배열 설계가 이루어진다면 경제적이면서 구조성능이 뛰어난 복합소재 기둥구조를 건설용으로 적용할 수 있음을 알 수 있다. 또한, 본 연구결과와는 향후 복합재료 구조물의 최적화 설계를 위한 기반 자료로서 기여할 수 있을 것으로 기대된다. 다만, 본 연구결과를 실제 실험으로 입증할 필요가 있으며, 향후 보다 다양한 복합소재 구조 형식이 건설용으로 적용하기 위한 지속적인 연구가 필요할 것으로 판단된다.

#### 후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2012R1A1A1014722).

#### 참고문헌

- Goupee A.J., and Vel, S.S., "Multi-objective Optimization of Functionally Graded Materials with Temperature-dependent Material Properties," *Material Design*, Vol. 28, 2007, pp. 1861–

- 79.
2. Halpin, J.C., and Tsai, S.W., "Effects of Environmental Factors on Composite Materials," *AFML-TR-67-423*, 1969.
3. Hewitt, R.L., and Malherbe, M.C., "An Approximation for the Longitudinal Shear Modulus of Continuous Fiber Composites," *Journal of Composite Materials*, 1970, pp. 280-282.
4. Jones, R.M., *Mechanics of Composite Materials*. Taylor & Francis, PA, 1998.
5. Lee, S.Y., and Chang, S.Y., "Dynamic Instability of Delaminated Composite Structures with Various Geometrical Shapes," *Journal of Korean Society for Advanced Composite Structures*, Vol. 1, No. 1, 2010, pp. 1-8. (in Korean)