

## 論文

## GUI를 이용한 특수강/복합재 이중구조 후육실린더 해석

김치완\*, 김위대\*\*

## Analysis of Steel/composite Cylinder by GUI Program

Chi-Wan Kim\*, Wie-Dae Kim\*\*

## ABSTRACT

It is useful to have a quick analysis program in early design process for feasibility studies of composite cylinder because it takes long time and is not cost effective by commercial programs. In this paper, a GUI program is developed to calculate the stress distribution in a fast manner with the properties, the orientation angle and the stacking sequence of composite material using LabVIEW. The stress distributions of an autofrettaged cylinder and a composite cylinder with internal pressure are compared with the results by MSC Nastran/patran. The stress distribution of steel/composite cylinder is compared with the values of existing studies, and is proved. Furthermore, by calculating the stress distribution of an autofrettaged steel/composite cylinder, the stress distribution is estimated, and the program will be useful in an early design phase for feasibility studies.

## 초 록

상용프로그램을 사용하여 복합재료 실린더를 설계할 때는 적층 각과 적층 수에 따른 node 수의 증가로 해석하는데 오랜 시간이 걸리기 때문에 본 논문은 LabVIEW를 사용하여 재료의 물성치, 적층각, 적층 수 등을 입력하여 빠른 시간에 응력분포를 구할 수 있는 GUI 프로그램을 개발하여 초기설계시 설계가능영역을 빠른 시간 내에 살펴볼 수 있도록 하였다. 자진가공된 특수강 실린더의 응력분포와 내압을 받는 특수강/복합재 실린더의 응력분포는 MSC Nastran/Patran v.2010 사용하여 값을 비교하였고, 복합재료 실린더의 응력분포는 선행 연구된 값과 비교하여 검증하였다. 또한 프로그램을 사용하여 내압을 받는 자진가공된 특수강/복합재 실린더의 응력분포를 살펴봄으로써 설계초기단계에서 경향성 검토를 쉽게 할 수 있어 초기설계에 유용하게 사용될 것으로 사료된다.

**Key Words** : 복합재료(composite materials), 실린더(cylinder), 내압(internal pressure), 자진가공(autofrettage), GUI(graphic user interface)

## 1. 서론

기존 장축 후육실린더는 특수강을 사용하여 높은 내압을 받는 압력용기 및 관의 설계에 사용되는 자진가공 공법을 통해 내압을 견딜 수 있게 사용되어왔다[1-3]. 하지만 최근에는

장축후육실린더의 무게를 절감하기 위해 자진가공된 특수강의 일부분을 복합재료로 대체하여 설계, 제작된 제품의 우수한 성능이 인정받고 있다. 특수강/복합재 이중구조 경량포열은 일반 특수강을 자진가공하여 필라멘트 와인딩을 통해 복합재료를 감는다[4]. 이렇게 만들어진 경량 포열에 내압이 발생할 때

접수: 2012년 6월 8일, 수정: 2012년 8월 10일, 게재승인: 2012년 8월 16일

\* 부산대학교 항공우주공학과 대학원

\*\* 부산대학교 항공우주공학과, Corresponding author(E-mail:wdkim@pusan.ac.kr)

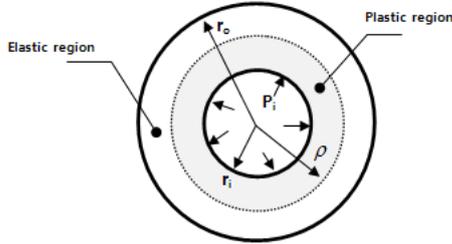


Fig. 1 Autofrettaged thick-walled cylinder.

응력이 어디서, 어느 정도 발생하는가를 알고자 한다. 일반적으로 특수강/복합재 이중구조 후속실린더의 응력분포를 알기 위해 상용프로그램에서 모델링과 solver 과정을 거쳐야 한다 [5]. 그리고 복합재료의 두께는 0.005-0.01 인치에 해당하는데 복합재료 구조물의 두께가 0.1 인치 이상이라면 수 십장의 적층이 필요하고 적층 수 증가에 따라 Node 수가 증가하여 상용프로그램으로 해석하는 시간이 더 오래 걸린다[6-7].

본 논문은 특수강/복합재 이중구조 경량포열의 경우 LabVIEW를 사용하여 GUI(Graphic User Interface) 환경을 구축하여 모델링을 하지 않고 반지름, 특수강의 물성치, 복합재료 물성치, 적층 각, 적층 수 등의 값을 입력하면 각 층과 각 각도에 따른 응력분포를 상용프로그램보다 빠른 시간에 구할 수 있다. GUI 해석은 Tresca 자기가공 이론식을 사용한 압축응력 분포 [7]와 내압을 받는 복합재료 실린더의 응력분포[8-9], 내압을 받는 특수강/복합재 이중구조 후속실린더의 응력 값을 더하여 내압을 받는 자기가공된 특수강/복합재 이중구조 실린더의 응력분포를 구하기 위해 수행되었다. 자기도, 적층 수와 적층 각에 따른 응력분포 결과를 바탕으로 설계초기 단계에서 경향성 검토를 쉽게 할 수 있고 Parameter Study를 통하여 설계초기단계의 예비 설계를 쉽게 수행 할 수 있다.

## 2. 이론적 해석

### 2.1 특수강의 자기가공

장축 후속실린더의 경우, 내압에 의해 강의 내경에서 높은 응력을 받는다. 따라서 높은 응력에 대한 안정성을 확보하기 위해 잔류응력을 발생시켜 내경에서 균열의 생성, 진전을 효과적으로 막을 수 있는 자기가공 방법이 사용된다. 자기가공은 두꺼운 압력관에 두께방향에 따라 소성변형을 일으킬 수 있을 정도의 내압을 작용시킨 후 압력을 제거하여 두께에 따른 비선형적인 탄성회복에 의하여 압축 잔류응력이 생성되는 방법이다. 자기가공에 의해 발생하는 잔류응력의 크기는 재료의 항복강도, 가공경화 특성, 압력용기의 내·외경 비 등 여러 인자의 영향을 받는다. 내압  $P_i$ 를 받는 두꺼운 실린더가 Fig. 1과 같을 때 실린더 내에서의 응력은 다음과 같은 Lamé' 식으로 표현된다.

$$\sigma_r = \frac{P_i r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left( 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \tag{1-a}$$

$$\sigma_\theta = \frac{P_i r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left( 1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) \tag{1-b}$$

여기서  $\sigma_r$ 은 반경방향 응력(Radial stress),  $\sigma_\theta$ 는 원주방향 응력(Hoop stress),  $P_i$ 는 내압  $r_o$ 는 강의 외경,  $r_i$ 는 강의 내경,  $\rho$ 는 소성반경이다. 양단이 풀린 실린더의 경우 평면변형율상태 조건에 의하여  $\sigma_r$ 를 가정하였다. 재료의 완전 탄·소성 (Elastic-perfectly plastic behavior) 및 트레스카(Tresca) 항복 조건으로 가정하고 임의의 자기도로 가공할 때 자기 압력은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$P_i = \sigma_Y \left[ \ln \frac{\rho}{r_o} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\rho^2}{r_o^2} \right) \right] \tag{2}$$

여기서  $\sigma_Y$ 는 항복강도이다.  $\rho=r_i$ 이면 소성변형이 시작되는 압력이고  $\rho=r_o$ 이면 완전 자기가공이 되는 압력이다. Fig. 1과 같은 두꺼운 실린더에 큰 내압을 작용시켜 반경  $r=\rho$ 까지 소성변형이 이루어진 후 그 압력이 제거되었을 때 재료의 완전 탄·소성 거동과 Tresca 항복조건을 가정하면 다음과 같은 이론적 탄·소성 해를 구할 수 있다.

$$\sigma_r^e = \sigma_Y \left\{ \frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left( 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \left[ \frac{\rho^2 - r_o^2}{2r_o^2} - \ln \frac{\rho}{r_i} \right] + \left[ \frac{\rho^2 - r_o^2}{2r_o^2} - \ln \frac{\rho}{r} \right] \right\} \tag{3-a}$$

For  $r_i \leq r \leq \rho$

$$\sigma_r^p = \sigma_Y \left( 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \left[ \frac{\rho^2}{2r_o^2} + \frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left( \frac{\rho^2 - r_o^2}{2r_o^2} - \ln \frac{\rho}{r_i} \right) \right] \tag{3-b}$$

For  $\rho \leq r \leq r_o$

$$\sigma_\theta^e = \sigma_Y \left\{ \frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left( 1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) \left[ \frac{\rho^2 - r_o^2}{2r_o^2} - \ln \frac{\rho}{r_i} \right] + \left[ \frac{\rho^2 + r_o^2}{2r_o^2} - \ln \frac{\rho}{r} \right] \right\} \tag{3-c}$$

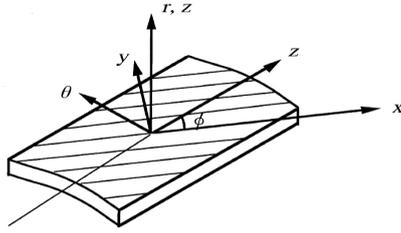
For  $r_i \leq r \leq \rho$

$$\sigma_\theta^p = \sigma_Y \left( 1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right) \left[ \frac{\rho^2}{2r_o^2} + \frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left( \frac{\rho^2 - r_o^2}{2r_o^2} - \ln \frac{\rho}{r_i} \right) \right] \tag{3-d}$$

For  $\rho \leq r \leq r_o$

### 2.2 내압을 받는 복합재료

Fig. 2는 해석에 사용된 원통형 좌표계 z- $\theta$ -r과 라미나 (lamina) 좌표계 1-2-3을 나타낸다. 여기서 z,  $\theta$ , r은 각각 축



(x, y, z) : Material principal coordinate system  
(r, theta, z) : Cylindrical coordinate system

Fig. 2 Relation of coordinate system between principal material axis and cylinder axis.

방향, 원주방향, 그리고 반지름방향 좌표를 나타내며 반지름 변위는 z축 변위와 관계하지 않는다. 또한 이러한 좌표의 변위는 식 (4)와 같으며  $u_z, u_\theta, u_r$ 는 각각 축 방향, 원주방향, 반지름 방향의 변위이다.

$$u_r = u_r(r), u_\theta = u_\theta(r, z), u_z = u_z(z) \quad (4)$$

응력-변위 관계식에서 이방성 복합재료의 k번째 층의 응력 식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{\theta r} \\ \tau_{zr} \\ \tau_{z\theta} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} \overline{C}_{11} & \overline{C}_{12} & \overline{C}_{13} & 0 & 0 & \overline{C}_{16} \\ \overline{C}_{12} & \overline{C}_{22} & \overline{C}_{23} & 0 & 0 & \overline{C}_{26} \\ \overline{C}_{13} & \overline{C}_{23} & \overline{C}_{33} & 0 & 0 & \overline{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{C}_{44} & \overline{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{C}_{54} & \overline{C}_{55} & 0 \\ \overline{C}_{16} & \overline{C}_{26} & \overline{C}_{36} & 0 & 0 & \overline{C}_{66} \end{Bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \epsilon_z \\ \epsilon_\theta \\ \epsilon_r \\ \gamma_{\theta r} \\ \gamma_{zr} \\ \gamma_{z\theta} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (5)$$

원통좌표계에서 변형률-변위 관계식은 식 (6-a), (6-b)와 같고 여기서 각 층의  $\epsilon_z$ 가 일정하면  $\epsilon_z(r) = \epsilon_o$ 가 되고  $\gamma_o$ 은 원통 단위길이 당 원동에 감기는 각도에 대한 물리적 보간 값을 말한다.

$$\epsilon_r^{(k)} = \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta^{(k)} = \frac{u_r^{(k)}}{r}, \quad \epsilon_z^{(k)} = \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z} = \epsilon_o \quad (6-a)$$

$$\gamma_{zr}^{(k)} = 0, \quad \gamma_{\theta r}^{(k)} = \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r} - \frac{u_\theta^{(k)}}{r}, \quad \gamma_{z\theta}^{(k)} = \gamma_o r \quad (6-b)$$

z축에  $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ 에 대한 축 대칭을 이루고 만약 실린더의 끝부분이 일정하고 반지름 변형 때문에  $\sigma_z = 0$  상태로 존재한다면  $\tau_{zr} = \tau_{z\theta} = \tau_{\theta r} = 0$ 이 된다. 이때 평형방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (7-a)$$

$$\frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial r} + 2 \frac{\tau_{\theta r}}{r} = 0 \quad (7-b)$$

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r} + \frac{\tau_{zr}}{r} = 0 \quad (7-c)$$

식 (7-a) - 식 (7-c)을 정리해 보면 식 (8)과 같고

$$\tau_{\theta r}^{(k)} = \frac{A^{(k)}}{r^2}, \quad \tau_{zr}^{(k)} = \frac{B^{(k)}}{r} \quad (8)$$

$A^{(k)}, B^{(k)}$ 는 상수이다. 그리고 식 (5)를 풀고 식 (6-a), 식 (6-b)와 식 (8)을 사용하여 식 (7-a) - 식 (7-c)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_r^{(k)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r^{(k)}}{dr} - \frac{\overline{C}_{22}^{(k)} / \overline{C}_{33}^{(k)}}{r^2} u_r^{(k)} \\ = \frac{\overline{C}_{12}^{(k)} - \overline{C}_{13}^{(k)}}{\overline{C}_{33}^{(k)}} \frac{\epsilon_o}{r} + \frac{\overline{C}_{26}^{(k)} - 2\overline{C}_{36}^{(k)}}{\overline{C}_{33}^{(k)}} \gamma_o \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)의 해는

$$u_r^{(k)} = D^{(k)} r^{\beta^{(k)}} + E^{(k)} r^{-\beta^{(k)}} + \alpha_1^{(k)} \epsilon_o r + \alpha_2^{(k)} \gamma_o r^2 \quad (10)$$

이고, 여기서

$$\alpha_1^{(k)} = \frac{\overline{C}_{12}^{(k)} - \overline{C}_{13}^{(k)}}{\overline{C}_{33}^{(k)} - \overline{C}_{22}^{(k)}}, \quad \alpha_2^{(k)} = \frac{\overline{C}_{26}^{(k)} - 2\overline{C}_{36}^{(k)}}{4\overline{C}_{33}^{(k)} - \overline{C}_{22}^{(k)}}$$

$\beta^{(k)} = \sqrt{\overline{C}_{22}^{(k)} / \overline{C}_{33}^{(k)}}$  이고,  $D^{(k)}, E^{(k)}$ 는 상수이다.

여기서  $\{\overline{C}_{ij}\} = [A_{ij}] \{C_{ij}\}$  (11-a)

$$\{\overline{C}_{ij}\} = \left\{ \overline{C}_{11}^{(k)}, \overline{C}_{12}^{(k)}, \overline{C}_{13}^{(k)}, \overline{C}_{16}^{(k)}, \overline{C}_{22}^{(k)}, \overline{C}_{23}^{(k)}, \overline{C}_{26}^{(k)}, \overline{C}_{33}^{(k)}, \overline{C}_{36}^{(k)}, \overline{C}_{44}^{(k)}, \overline{C}_{45}^{(k)}, \overline{C}_{55}^{(k)}, \overline{C}_{66}^{(k)} \right\}^T \quad (11-b)$$

$$\{C_{ij}^{(k)}\} = \left\{ C_{xx}^{(k)}, C_{yy}^{(k)}, C_{zz}^{(k)}, C_{xy}^{(k)}, C_{xz}^{(k)}, C_{yz}^{(k)}, G_{xy}^{(k)}, G_{xz}^{(k)} \right\} \quad (11-c)$$

이고

$$E_y = E_z, \quad G_{xz} = G_{xy}, \quad \nu_{xz} = \nu_{xy} \quad (12-a)$$



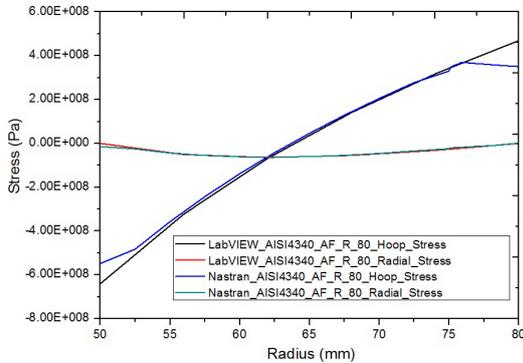


Fig. 3 Comparison of stress curves of autofretted cylinder between LabVIEW and Nastran(100%).

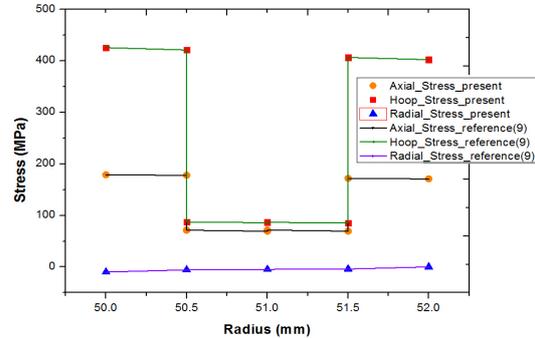


Fig. 6 The distribution of composite stress through the radial distance for [55/-30/30/-55].

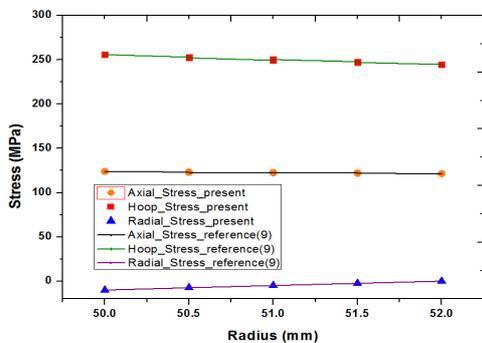


Fig. 4 The distribution of composite stress through the radial distance for [55/-55/55/-55].

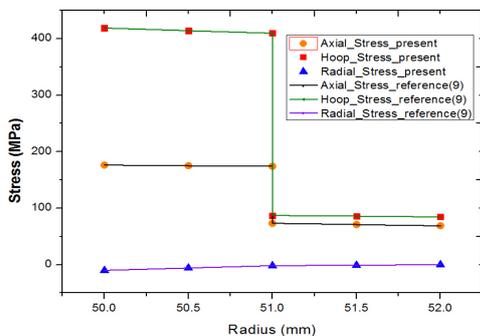


Fig. 5 The distribution of composite stress through the radial distance for [55/-55/30/-30].

### 3.2 내압을 받는 복합재 실린더 해 검증

T300/934 복합재료 4장을 사용하여 적층 각을 [55/-55/55/-55],[55/-55/30/-30],[55/-30/30/-55]으로 만든 실린더에 내압을 10MPa이 작용하였을 때의 응력분포이다. 실린더의 내경은 50mm, 프리프레그 두께는 0.5mm, T300/934의 물성치는 Table 2에 나타내었다. LabVIEW에서 복합재의 경우는 각 층당 Node수를 2개로 하여 총 8개의 Node로 설정하였다.

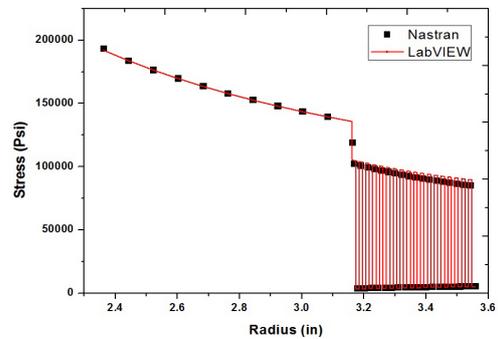


Fig. 7 The distribution of steel/composite stress through the radial distance.

Table 2 Properties of T300/934 and T300/5208

Properties	T300/934	T300/5208
$E_x$ (GPa)	141.6	181
$E_y$ (GPa)	10.7	103
$G_{xx}$ (GPa)	3.88	7.17
$\nu_{xy}$	0.268	0.28
$\nu_{yz}$	0.495	0.43

Fig. 4 - Fig. 6은 복합재 실린더 안에서 발생한 응력분포를 기준에 연구된 값과 LabVIEW 값을 상호 비교한 그래프이며 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

### 3.3 내압을 받는 특수강/복합재 실린더 해 검증

특수강/복합재의 이중구조 후속실린더에 내압을 가하였을 때 응력분포를 나타내다. 특수강은 AISI4340을 사용하였으며 복합재는 T300/5208를 사용하였고 복합재의 두께는 0.127mm (0.005in)이다. 적층각은 [90/-90/0/0]이다. LabVIEW에서 특수강의 총 노드 수는 10개, 복합재의 경우 각 층당 Node 수 2개로 하여 총 154개의 Node 수로 설정하였다.

Fig. 7은 특수강/복합재 실린더에 작용하는 응력분포를 LabVIEW와 Nastran 유한요소 해석 결과를 통해 상호 비교한 그래프이며 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

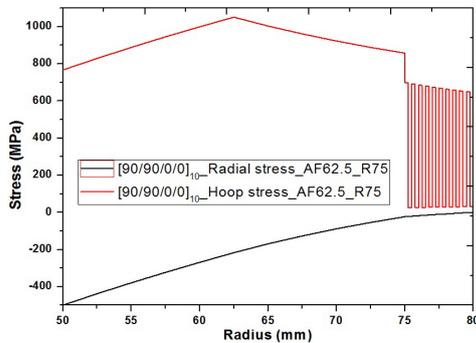


Fig. 8 The distribution of composite stress through the radial distance.

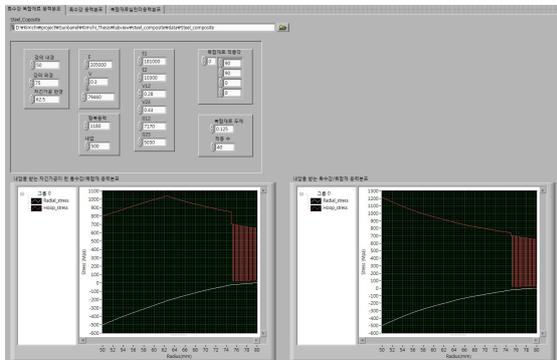


Fig. 9 The distribution of composite stress through LabVIEW.

### 3.4 내압을 받는 자진가공된 특수강/복합재 실린더 해석

자진가공된 특수강에 복합재료를 감고, 내압을 발생시키는 모델을 바탕으로 프로그램을 만든 것이다. 따라서 특수강에 자진가공된 압축응력과 내압에 의한 특수강/복합재의 응력을 더하여 자진가공된 특수강/복합재 실린더에 내압을 가했을 때의 응력분포를 Fig. 8에 나타내었다. 특수강의 내경은 50mm, 외경은 75mm, 자진가공반경은 62.5mm(50%), 복합재 두께는 0.125mm, [90/90/0/0]<sub>10</sub>으로 적층하였다. 그리고 내압은 500Mpa 이다. 특수강의 총 Node 수는 10개, 복합재는 각층 당 2개로 하여 총 90개 Node로 설정하였다. Fig. 9는 GUI 환경을 입·출력을 나타낸 것이다. 특수강의 내경, 외경, 물성치 등을 입력하고 복합재료의 내경, 물성치, 적층 각, 적층 수 등의 값을 넣고 실행하면 상용프로그램보다 빠른 시간에 응력분포가 나타난다. 본 프로그램을 통해 검증과 해석의 과정을 거쳐 강/복합재 실린더설계초기단계에서의 설계가능영역(Feasibility study) 타진에 손쉽게 응용할 수 있음을 보여주었다.

## 4. 결론

본 연구에서는 LabVIEW를 통하여 GUI 환경을 구축하여

특수강의 자진가공, 내압을 받는 복합재 실린더의 응력, 내압을 받는 특수강/복합재의 응력, 내압을 받는 자진가공된 특수강/복합재의 응력 등을 선행 연구된 데이터와 상용프로그램을 사용하여 결과 값을 비교하여 살펴보았다. 기존 상용프로그램을 사용하면 모델링하는 시간과 복합재료의 적층 수가 증가 할수록 유한요소 해석하는 시간이 오래 걸린다. 하지만 본 연구에 개발된 프로그램을 사용하면 상용프로그램보다 빠른 시간에 각 적층에 대한 응력분포를 구할 수 있고, 설계초기 단계에서 경향성 검토를 쉽게 할 수 있어 초기 설계단계에서 유용하게 사용될 것으로 판단된다.

## 후 기

본 연구는 부산대학교 자유학술 과제 연구지원에 의해 이루어 졌으며, 이에 진심으로 감사드립니다.

## 참고문헌

- 1) Zhu, R., and Yang, J., "Autofrettage of thick cylinders," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 75, No. 6, May 1998, pp. 444-446.
- 2) Gao, X.L., "Elasto-plastic analysis of an internally pressurized thick-walled cylinder using a strain gradient plasticity theory," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 23, Nov. 2003, pp. 6445-6455.
- 3) Parker, A.P., "A Re-Autofrettage Procedure for Mitigation of Bauschinger Effect in Thick Cylinders," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 126, No. 4, Nov. 2004, pp. 451-454.
- 4) Chena, H.W., Sunb, H.K., and Liub, T.C., "Autofrettage analysis of fiber - reinforced composite tube structure incorporated with a SMA," *Compos Struct*, 89 2009, pp. 497-508.
- 5) Lee, S.Y., "Finite Element Analysis of Filament Wound Cylinders," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 23, No. 4, 1995, pp. 101-108.
- 6) Kim, J.H., Shim, W.S., Lee, Y.S., Cha, K.U., and Hong, S.K., "A Study on Residual Stress Analysis of Autofrettaged Thick-walled Cylinders," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 26, No. 12, 2009, pp. 110-116.
- 7) Lee, K.K., and Kim, W.D., "Behavior and Optimization of Cylinder Applied by Composite Tape Wrapping Method," *Journal of The Korean Society for Composite Materials*, Vol. 24, No. 2, 2011, pp. 22-29.
- 8) Xia, M., Kemmochi, K., and Takayanagi, H., "Analisis

of Filament-wound fiber-reinforce sandwich pipe under combined internal pressure and thermomechanical loading,” *Compos Struct*, 51, 2001, pp. 237-283.

9) Xia, M., Takayanagi, H., and Kemmochi, K., “Analysis of multi-layered Filament-wound composite pipes under internal pressure,” *Compos Struct*, 53, 2001, pp. 483-491.