

## 論文

### 필라멘트 와인딩 탄소섬유 복합재의 인장강도 크기 효과

황태경<sup>\*+</sup>, 도영대<sup>\*</sup>, 김형근<sup>\*</sup>

### Size effect on tensile strength of filament wound CFRP composites

T. K. Hwang<sup>\*+</sup>, Y. D. Doh<sup>\*</sup>, H. G. Kim<sup>\*</sup>

#### ABSTRACT

This paper presents the results of theoretical analysis and experimental test to show the size effect on the fiber strength of filament wound pressure vessel. First, a series of fully scaled hoop ring tests with filament wound carbon-epoxy were conducted, which exhibited a remarkable size effect on the fiber strength. Next, the failure analyses using WWLM(Weibull Weakest Link Model) and the SMFM(Sequential Multi-step Failure Model) were performed and compared to the hoop ring test data, as well as to unidirectional specimens test data from the literature. It was found that the analysis results significantly underestimated the fiber strengths compared to the test data. In this study, a modified SMFM was proposed through the modification of the length size effect. The fiber strengths from modified SMFM analysis showed good agreement with the test data.

#### 초록

본 논문은 필라멘트 와인딩 압력용기의 섬유 강도 크기 효과에 관한 이론 해석 및 시험 결과를 제시하였다. 첫 번째로, 카본-에폭시로 필라멘트 와인딩된 여러 크기의 후프 링 시험을 수행한 결과 섬유 강도의 크기 효과가 현저하게 나타났다. 다음으로, 해석적 방법으로 와이블 최약 파손 모델과 다 단계 연속 파손 모델을 이용한 파손 해석을 수행하여 후프 링 시험 결과 및 다른 문헌의 한 방향 복합재 시험 결과와 비교하였다. 해석 결과는 시험 결과와 비교하여 현저하게 낮은 섬유 강도 값들을 나타내었다. 본 논문에서는, 길이 방향의 크기 효과를 변경한 개선형 다단계 연속 파손 이론을 제시하였다. 개선형 다단계 연속 파손 이론으로부터 구한 섬유 강도 값들은 시험 결과들과 좋은 일치를 보였다.

**Key Words :** 섬유강도(Fiber strength), 크기효과(Size effect), 후프 링(Hoop ring), 신뢰도(Reliability)

#### 1. 서 론

추진 기관의 고성능화 요구 조건에 따라 섬유 강화 복합재(FRP)의 연소관(Motor case) 적용은 세계적인 추세이다. 복합재는 재료 비중이 일반 스틸 금속의 1/5 수준으로서 연소관 적용 시 추진기관 전체의 무게를 획기적으로 줄이는 장점이 있다. 이러한 무게 감소는 추진기관 성능 향상에 직접적인 영향을 미치므로 고 강도 탄소 섬유 생산이 확대되기

시작한 1980년대 이후로 유도무기 및 발사체에 복합재의 적용이 본격화되었다. 고 강도 탄소 섬유 압력 용기가 적용된 발사체로는 Vega, Delta II, H2, Titan IV, PEGASUS 등이 있고, 연소관은 VTI, ADATS, SM-3, PAC-3, THAAD, KE-missile, CKEM, LOSAT 등이 대표적이다.

이러한 복합재 압력용기의 성능(파열 압력)에 가장 큰 영향을 미치는 인자는 복합재의 섬유 방향 인장 강도와 원주 방향 적층 두께로 나타났다[1]. 이때 적층 두께는 연소관 적

접수: 2011년 6월 28일, 수정: 2011년 9월 18일, 게재승인: 2011년 10월 5일

\* 국방과학연구소

\*+ 국방과학연구소, 교신저자(E-mail:cais99@hanmail.net)

총 설계 시에 결정되는 설계 변수이므로, 섬유 방향 강도 값 만이 성능에 영향을 미치는 유일한 재료 물성이 된다. 그럼 1에서 보듯이 섬유(Fiber) 1개를 기본 단위로 하여, 여러 개의 섬유가 수지에 배합되어 1개의 스트랜드(Strand)를 구성하고, 다시 여러 개의 스트랜드가 합쳐져서 필라멘트 와인딩 공정으로 복합재 압력용기가 제작된다. 이때 압력용기 구조 설계 관점에서, 섬유 인장 강도가 기본 섬유 단위에서 최종 구조물까지 커짐에 따라 어떠한 변화를 나타내는지를 확인하는 것은 매우 중요한 일이 된다. 일반적으로 섬유 강화 복합재의 강도는 시편 시험을 통해 결정되며, 이를 이용하여 시편 크기보다 큰 구조물 적층 설계 및 해석을 수행하게 된다. 그러나 크기 효과를 고려치 않은 구조 설계는 실제 보다 소재의 강도를 과대평가하여 구조 안전율 저하의 원인이 된다. 그러므로 그림 1과 같이 구조물 크기가 변화될 경우, 크기 변화에 따라 섬유 강도 변화를 정량적으로 계측 및 예측하는 일은 가장 기본적이면서 반드시 확인되어야 할 사항이다. 이러한 섬유 강도의 크기 의존성을 섬유강도의 크기 효과(Size effect)라고 하며, 이에 대한 많은 이론적 시험적 연구가 진행되어왔다[2-14].

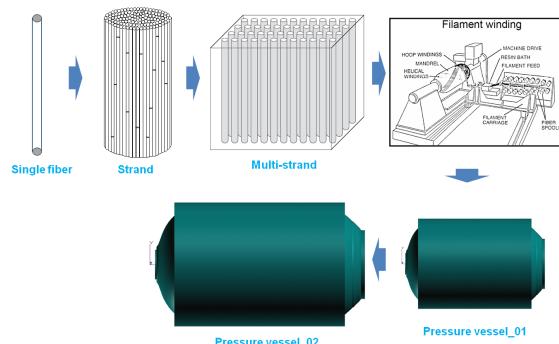


Fig. 1 A constituent material unit constitute F/W composite pressure vessel.

그러나 이러한 섬유 강도의 크기 효과는 적용 재료(섬유 및 수지)와 제작 공정 그리고 여러 환경의 함수이기 때문에 해석적으로 이를 규명하기는 매우 어려운 일이다. 가장 이상적인 확인 방법은 실물 구조물의 파괴 시험이지만, 신뢰성 있는 시험 결과를 얻기 위해서는 많은 비용과 시간이 소요되어 적용의 한계성이 존재한다. 그러므로 섬유 강도의 크기 효과를 비용과 시간측면에서 효율적으로 예측할 수 있는 시험 및 해석 기법 개발은 복합재 압력용기 개발에 필수적인 업무가 된다.

본 논문에서는 현재 사용 중인 T700 탄소 섬유/에폭시의 인장 강기 효과를 정량적으로 계측 및 예측 할 수 있는 시험 방법과 해석 이론을 제안하고, 제안된 해석 이론의 타당성 검증을 위해 시험 결과와 비교하였다.

## 2. 섬유강도 크기 효과 이론

섬유강도의 크기 효과 규명을 위해 Pierce[2]는 최약 링크 파손 모델(Weibull weakest link failure model, WWLM)을 이용하여 섬유의 길이 변화에 따른 강도 변화를 제시하였고, Weibull[3]은 취성 재료에 웨이블 분포 함수의 통계 개념을 적용한 WWLM(최약 링크 파손 모델)을 정립하여 크기 효과 개념을 크게 진전시켰다. Bullock[4]은 통계적 WWLM을 한 방향 탄소 섬유 복합재 시편에 적용하여, 섬유 인장 강도의 크기 효과를 비교적 잘 예측하였다. Harlow[5]는 섬유 한 다발이 균일 인장 응력을 받을 때 각 구성 섬유들은 웨이블 강도 분포를 갖으며 동일 하중을 분담한다는 가정 하에 WWLM을 보완한 다 단계 연속 파손 모델(Sequential multi-step failure model, SMFM)을 제시하였다. Gurvich[6]은 SMFM을 섬유 다발로부터 여러 층으로 구성된 적층 판으로 영역을 확대하여 한 방향 하중의 적층 판 강도를 비교적 실험치와 유사하게 예측하였다. 그러나 이때는 동일 길이와 폭을 가진 시편을 이용하여, 크기 효과를 적층 두께에 한정하여 적용하였다. Tabiei[7-8]은 SMFM을 적층 수(두께) 뿐 아니라 폭(Width)과 길이(Length)에도 적용할 수 있는 이론으로 확대하였고, Hwang[9]은 SMFM을 필라멘트 와인딩 압력 용기로 확장하였으나 압력 용기 시험 결과와는 다소 차이를 나타내었다. 이상과 같이 섬유 인장 강도의 크기 효과 규명을 위해 초기에는 WWLM을 적용하였고, 그 이후에 SMFM이 제안되어 이를 활용한 이론적 연구가 진행되어왔다.

### 2.1 WWLM(최약 링크 파손 모델)

섬유 소재가 작은 요소나 결합의 연결체로서 한 개의 요소가 파손 시 전체 구조가 파손된다는 원리이다. 실제로 본 이론은 단 섬유와 같이 순수 재질로만 이루어진 경우에 좋은 결과를 보여 준다. 단위 부피를 갖는 복합재의 섬유 방향 인장 강도가 와이블 분포를 따르며 균일 응력( $\sigma$ )을 받을 때, 누적 파괴확률(Cumulative probability of failure)인  $P_1(\sigma)$ 과 누적 신뢰도(Cumulative reliability)인  $H_1(\sigma)$ 는 식(1)과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} P_1(\sigma) &= 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right) \\ H_1(\sigma) &= 1 - P_1(\sigma) = \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right) \end{aligned} \quad (1)$$

( $\beta_o$ : 재료의 특성 강도(Characteristic strength),  $\alpha$ : 와이블 형상 파라미터)

임의 부피( $V$ )를 갖는 섬유는 단위 부피를 갖는 섬유들의 구성으로 이루어지고, 적용 응력이 모든 구성 섬유 부피에 균일하게 분포된다고 가정하면 (1)식을 이용하여 임의 부피를 갖는 섬유의 누적 파괴 확률인  $P_V(\sigma)$ 는 식(2)와 같이 유도된다[4].

$$\begin{aligned} P_V(\sigma) &= \int P_1(\sigma) dv = 1 - \exp\left(-\int \left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha dv\right) \\ &= 1 - \exp\left(-V \cdot \left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 (2)식은 다음과 같은 새로운 변수인 척도 파라미터 (Scale parameter)  $\beta$ 로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} P_V(\sigma) &= 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta}\right)^\alpha\right) \\ \beta &= \left(\frac{1}{V}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \cdot \beta_o \end{aligned} \quad (3)$$

시험을 통해 구한 섬유 부피가  $V_1$ 인 시편의 척도 파라미터 ( $\beta_1$ )를 이용하여 섬유 부피가  $V_2$ 인 시편의 척도 파라미터( $\beta_2$ )를 (4)식을 이용하여 예측할 수 있다. 이때  $\Delta V$ 는 섬유 부피 비를 의미한다.

$$\begin{aligned} P_{V_1}(\sigma_1) &= P_{V_2}(\sigma_2) \\ \frac{\beta_2}{\beta_1} &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = (\Delta V)^{\frac{1}{\alpha}} \end{aligned} \quad (4)$$

## 2.2 SMFM (다단계 연속 파손 모델)

본 이론은 기존 WWLM의 문제점인 한 층 파괴가 전체 구조물 파괴라는 문제점을 개선하여 모든 층의 파손을 구조물 파손으로 정의한 이론이다. 즉 모든 섬유는 동일 하중을 분담한다는 가정 하에 임의의 한 층이 파손되면 나머지 건전 층들이 동일하게 추가 하중을 공유하게 된다. 즉 섬유를 1층 개념으로 가정하여 이론이 전개되었기 때문에 WWLM에 비해 크기 효과가 비교적 작게 나타난다. 기본식은 (5)식과 같이 이항식으로 표현된다[6].

$$\begin{aligned} H_n(\sigma) &= 1 - \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} \binom{n}{j} p_1(\sigma)^j \\ &\quad [1 - H_{n-j}(\sigma_j)] \\ H_1(\sigma) &= \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right] \\ P_1(\sigma) &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right] \\ \sigma_j &= \frac{n\sigma}{n-j}, H_o(\sigma) = 0, n = \frac{t}{t_o}, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

(5)식은 균일 인장 응력( $\sigma$ ) 작용 시 1층의 누적 신뢰도 분포로서 단지 두께의 크기 효과만 나타내고 있다. 그리고  $\sigma_j$ 는  $j$ -번째 층이 파괴된 후 나머지 층에 분포되는 응력 값이고,  $t$ 와  $t_o$ 는 제품과 시편의 두께를 나타낸다. 이때 제품의 두께, 길이 및 폭(Width)을 동시에 고려한 강도 저하는 두께와

폭을 다 단계 연속 파손 적층으로 취급하여 다음과 같이 표현된다[8].

$$\begin{aligned} H_n^w(\sigma) &= 1 - \sum_{j=1}^{n'} (-1)^{j+1} \binom{n'}{j} \\ &\quad p(\sigma)^j [1 - H_{n-j}^w(\sigma_j)] \\ H_1^w(\sigma) &= \exp\left[-\frac{l}{l_o} \left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} P(\sigma) &= 1 - \exp\left[-\frac{l}{l_o} \left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right] \\ \sigma_j &= \frac{n' \sigma}{n' - j}, \quad n' = \frac{w}{w_o}, j = 1, 2, \dots, n' \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $l, l_o$ 는 제품과 시편 길이를 나타내며,  $w, w_o$ 는 제품과 시편 폭을  $t, t_o$ 는 제품과 시편의 두께를 나타낸다. 이때 적층 두께도 다 단계 파손 적층이므로 (8)식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} H_n^f(\sigma) &= 1 - \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} \binom{n}{j} \\ &\quad p^f(\sigma)^j [1 - H_{n-j}^f(\sigma_j)] \\ H_1^f(\sigma) &= \exp\left[\left(\frac{\sigma}{\beta'_o}\right)^\alpha\right] \\ P^f(\sigma) &= 1 - \exp\left[\left(\frac{\sigma}{\beta'_o}\right)^\alpha\right] \\ \sigma_j &= \frac{n\sigma}{n-j}, H_0^f(\sigma) = 0, n = \frac{t}{t_o}, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (8)$$

이때 새로운 척도 파라미터( $\beta'_o$ )는 임의의 신뢰도 값 ( $H_n^w$ )에 대응하는 파괴 응력( $\sigma_f$ )을 구하여 (9)식으로부터 계산되어진다.

$$H_1^f(\sigma_f) = H_n^w \quad (9)$$

## 2.3 형상파라미터(Shape parameter)의 영향

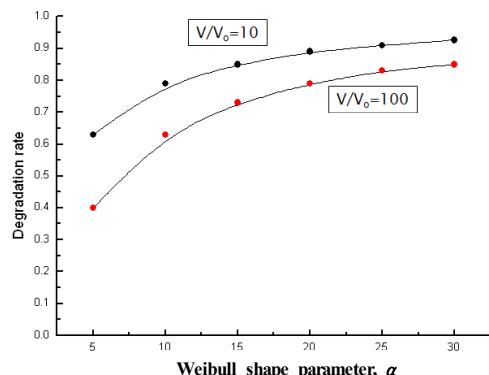


Fig. 2 Influence of Weibull shape parameter on fiber strength distribution.

와이블 함수의 형상 파라미터가 섬유 강도의 크기 효과에 미치는 영향을 확인하기 위해, WWLM인 식(3)의 누적 파괴 확률 분포를 이용하여 와이블 형상 파라미터 변화에 따른 섬유 강도의 크기 효과 변화를 계산하였다. 이때 계산에 사용하는 척도 파라미터는 고강도 탄소 섬유 시험 값( $538 \text{ kg/mm}^2$ )으로 고정하였다. Fig. 2는 복합재 섬유의 용적비 ( $V/V_0$ )가 각각 10과 100일 때, 와이블 함수의 형상 파라미터를 30에서 5까지 변화시켜 계산한 섬유 강도 분포에서 누적 파괴 확률 값이 0.5일 때의 섬유 강도를 기준 값으로 나눈 저하율(Degradation rate)로 나타낸 그림이다. 이때 기준 값은 형상파라미터가 30이면서, 용적비가 1인 누적 파괴 확률 분포에서 누적 파괴 확률 값이 0.5일 때의 값을 나타낸다. 또한  $V_0$ ,  $V$ 는 각각 시편 및 제품의 부피를 의미한다. 그림에서 보듯이 형상 파라미터가 30인 경우, 부피 증가가 각각 10과 100인 경우 저하율이 각각 8%와 15%인데 비해, 형상파라미터가 5인 경우 각각 38%와 60%로 크게 증가함을 볼 수 있다. 즉 형상 파라미터가 클수록 섬유 강도의 크기 효과 영향이 작아짐을 알 수 있다. 참고적으로 고강도 탄소 섬유의 인장 강도의 형상 파라미터는 보통 20에서 30사이에 위치한다. 또한 문헌[9]에서는 형상 파라미터가 20 이상인 경우 WWLM과 SMFM으로 예측한 섬유 강도의 크기 효과가 서로 유사한 결과를 보임을 나타내고 있다.

### 3. 섬유 강도 시험

Cohen[10-11]이 후프 링(hoop ring) 시험을 통해 직경 102.0(mm)와 1,270(mm)인 탄소섬유 복합재 압력 용기의 섬유 방향 강도 차이를 측정하려 했으나, 섬유 강도 크기 효과가 나타나지 않았다. Hitchon[12]는 적층 두께와 직경을 변수로 여러 개의 복합재 압력 용기 파괴 시험을 수행하였으나 명백한 후프 층 강도 변화를 확인하지 못하였다. 반면에 Wisnom[13]은 탄소섬유 복합재로 한 방향 평면 인장 시편을 여러 크기별로 제작/ 파괴 시험을 수행하여 섬유 강도의 크기 효과가 존재함을 입증하였다. 이와 같이 시험적으로 섬유 강도 크기 효과를 규명하기 위한 연구는 지속적으로 진행되었고, 이러한 섬유 강도의 크기 효과는 재료 특성 외에 제작 공정 변수와 시험 변수의 영향을 받음으로써, 각 연구마다 다른 연구 결과가 제시되어왔다. 특히 필라멘트 와인딩 압력용기인 경우, Cohen과 Hitchon이 섬유 강도의 크기 효과가 없는 것으로 보고하고 있지만, 시험 값으로 제시한 섬유 파괴 변형률이 1.4% 이내로 매우 낮은 파괴 변형률을 보이는 것으로 보아 시험 방법상의 문제가 있는 것으로 판단된다. 본 논문에서는 필라멘트 와인딩 압력용기의 섬유 방향 강도 크기 효과를 효과적으로 규명하기 위해 자체 개발한 후프 링 시험 방법[14]을 이용하였다. 사용 소재는 일본 Toray의 고강도 탄소 섬유인 T700(12K)와 에폭시 수지(Epon826/MPDA/KH-100)를 적용하였다. 습식 헬리컬 와인-

딩 방법으로 헬리컬(Helical)과 후프(Hoop) 와인딩 적층이 되고 수압시험시 기밀 유지를 위해 압력 용기 내부에 EPDM 고무가 적용되었다. 적용 시편은 Table 1과 같이 4종의 후프 링 시편과 1종의 압력 용기로 구성된다. 섬유 강도의 크기 효과 검증을 위해 직경과 두께는 4종, 폭은 3종으로 구성하였다.

Table 1 Dimension and lay-up of each specimen

Diameter (mm)	Lay-up	Thickness (mm)	Width (mm)	수량
157.0	[±26 <sub>4</sub> /90 <sub>4</sub> ]	1.1	50.0	6
250.0	[±26 <sub>4</sub> /90 <sub>7</sub> ]	1.9	50.0	10
500.0	[±26 <sub>4</sub> /90 <sub>8</sub> ]	2.2	50.0	8
900.0	[±26 <sub>6</sub> /90 <sub>13</sub> ]	3.6	100.0	9
500.0*	[±26 <sub>4</sub> /90 <sub>10</sub> ]	2.4	250.0	3

(\* : Pressure vessel, PV)

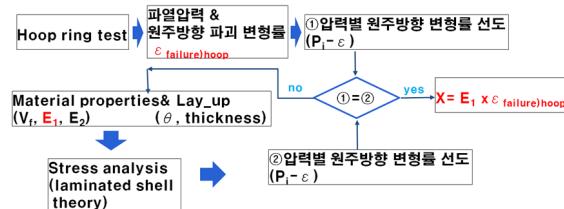


Fig. 3 Procedure to drive the fiber strength from hoop ring test result.

Fig. 3은 수압 파괴 시험을 통해 구한 시험 결과로부터 섬유 방향 강도를 구하는 순서를 나타내고 있다. 시험을 통해 섬유 방향 파괴 변형률을 구하고, 시험으로부터 구한 압력 별 변형률을 선도와 해석의 압력 별 변형률 선도를 상호 비교한다. 적층 두께는 시편으로부터 정확히 계측이 가능하므로, 섬유 방향 강성을 조절하여 시험 결과와 일치시킨다. 이러한 절차를 통해 해석과 이론 간의 좋은 일치를 보일 때, 시험으로부터 구한 섬유 방향 파손 변형률에 해석에 사용된 섬유 방향 강성을 곱해서 섬유 방향 강도 값을 구하게 된다. 수압 파괴 시험시 스트레인 게이지와 데이터 획득 장비 (System 4000(M/M))를 이용하여 압력 및 섬유 파손 변형률을 계측하였다. 사용된 스트레인 게이지는 일본 Tokyo Sokki Kenkyijo Co. 제품으로 게이지 길이가 3mm인 일축 스트레인 게이지(FLA-3-11)가 사용되었다. 이때 가압 속도는 수압 펌핑(Pumping)당 10psi이내로 제한하여 압력 용기내의 위치 별 압력 편차를 최소화하였다.

Fig. 4에서 보듯이 압력 용기는 원통부에서 후프 층 파괴가 발생하였고, 후프 링 시편인 경우도 외부 보강재 영향으로 대부분 게이지 부에서 내압 파괴가 발생하였다[14]. 시험을 통해 계측된 파열 압력과 섬유 방향 파손 변형률을 이용하여 섬유 방향 강도 값을 Table 2와 같이 정규 분포와 와이블 분포로 나타내었는데, 이때 분포의 적합도 검사는 MIL-HDBK 17E에 따라 결정되었고, 와이블 함수의 파라미-

터 결정은 Maximum likelihood 방법을 이용하였다. 와이블 함수의 형상 파라미터와 척도 파라미터는 정규 분포의 표준 편차와 평균값에 대응되는 값이다. 이때 섬유 방향 강도 값 환산을 위해 섬유 부피 함유율이 58.5%인 섬유 방향 강성  $13,720 \text{ kg/mm}^2$  값으로 해석을 수행 한 결과 시험의 압력별 변형률 선도와 좋은 일치를 보였다.



Fig. 4 Failure mode for hoop ring specimen and pressure vessel.

Table 2 Summary of fiber strength from test results for each scaled specimens

Unit: MPa		Ring Φ157	Ring Φ250	Ring Φ500	Ring Φ900	P.V. Φ500
Normal	$\mu$	2,518	2,520	2,446	2,250	2,327
	v	2.3%	5.0%	3.0%	3.1%	2.1%
Weibul	$\beta$	2,526	2,559	2,474	2,270	-
	$\alpha$	39	22	29	35	-

( $\mu$ : 평균 값, v: 변동계수(Coefficient of variation), P.V : Pressure vessel)

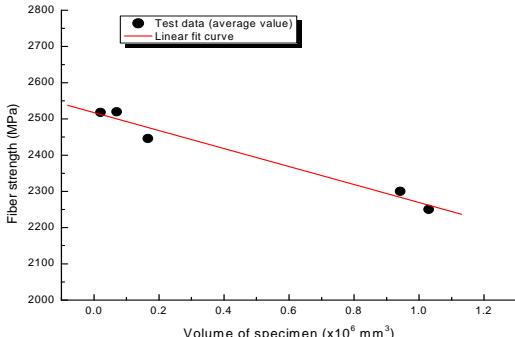


Fig. 5 Size effect on fiber strength in scaled specimens.

압력용기인 경우, 시편 수량이 작은 관계로 평균값과 변동률만 나타내었다. Table 2에서 보듯이 모든 시험의 섬유 방향 강도 분포가 변동률 5.0% 이내로서 매우 안정된 결과를 나타내었다. Fig. 5는 Table 2의 시험 결과 중 평균 값( $\mu$ )을 각 시편의 후프 방향 섬유 부피기준으로 나타낸 것으로, 그림에서 보듯이 섬유 부피 증가에 따라 섬유 인장 강도가 감소하는 섬유 강도 크기 효과가 현저하게 나타나고 있다.

#### 4. 개선형 섬유강도 크기 효과 이론

WWLM과 SMFM을 이용하여 필라멘트 와인딩 복합재 압력 용기의 후프 층 섬유 강도 예측이 가능하다. 복합재 압력 용기인 경우 섬유 방향 강도의 형상 파라미터가 20이상으로 비교적 균일 강도를 나타내므로, 이들 이론 간의 섬유 강도는 차이가 크지 않다. 그러나 복합재 압력 용기의 내압 파괴 모드가 두께와 폭 방향에 대해 연속 파손 모드를 나타내므로 본 논문에서는 SMFM을 적용하였다. 2장에서 언급한 바와 같이 기존의 SMFM은 실제 압력용기의 섬유 방향 강도보다 작은 섬유 강도를 예측하는 문제점을 나타내었다. 일반적으로 섬유 강도의 크기 효과는 길이 방향보다는 두께 방향으로 크게 나타나고[15], 단 섬유의 섬유 강도는 섬유 자체의 결함으로 인해 길이에 의한 크기효과가 나타난다. 그러나 섬유에 수지가 함침 된 경우, 섬유의 결함과 섬유 계면의 수지 전단 하중으로 연속적인 다중 파단 현상이 발생한다. 즉 섬유가 파괴되어도 섬유 계면에 전단 응력이 발생하여, 섬유의 길이가 특정 길이인 역학적 비 유효 길이(Mechanically ineffective length)에 이를 때 까지 섬유는 하중 지지 능력을 갖는다[16]. 이러한 이유로 특정 섬유에 특정 수지의 배합이 결정되면 인장 하중에 대한 섬유의 파단 길이는 일정한 값을 갖는다. 이러한 이유로 SMFM에서 기준 섬유 강도의 신뢰도와 누적 파괴 확률 분포는 비 유효 길이( $\delta l_0$ ) 기준으로 설정되고, 구조물의 섬유 길이도 비 유효 길이로 대체되어 식(10)과 같이 섬유 강도의 구조 신뢰도 분포가 전개된다. 본 식은 필라멘트 압력 용기의 내압 파괴 특성인 두께와 폭 방향의 연속 파손 모드는 고려하고, 길이 방향의 크기 효과만을 수정/적용하였다.

$$\begin{aligned}
 H_n^w(\sigma) &= 1 - \sum_{j=1}^{n'} (-1)^{j+1} \binom{n'}{j} \\
 &\quad p(\sigma)^j [1 - H_{n'-j}^w(\sigma_j)] \\
 p(\sigma) &= 1 - \exp\left(-\frac{\delta l_o}{\delta l_o} \left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right), \\
 H_1^w &= \exp\left(-\frac{\delta l_o}{\delta l_o} \left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right) = \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^\alpha\right), \sigma_j = \frac{n' \sigma}{n' - j}, n' = \frac{w}{w_o} \\
 H_n^F(\sigma) &= 1 - \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} \binom{n}{j} \\
 &\quad p(\sigma)^j [1 - H_{n-j}^F(\sigma_j)] \\
 H_1^F &= \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta_o'}\right)^\alpha\right), p(\sigma) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta_o'}\right)^\alpha\right), \\
 \sigma_j &= \frac{n \sigma}{n - j}, n = \frac{t}{t_o}
 \end{aligned} \tag{10}$$

식(4,8,10)에서 보듯이 섬유 강도의 크기 효과 해석을 위해서는 기본 모델을 기준으로, 폭 방향과 두께 방향의 적층 수를

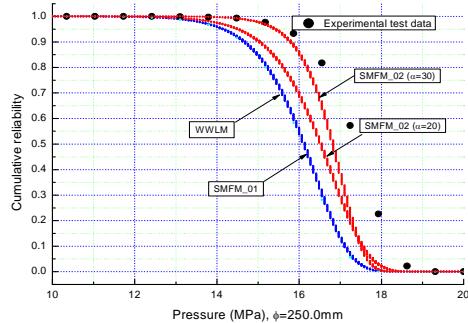


Fig. 6 Cumulative reliability distribution from  $\Phi 250.0\text{mm}$  hoop ring with test and theories.

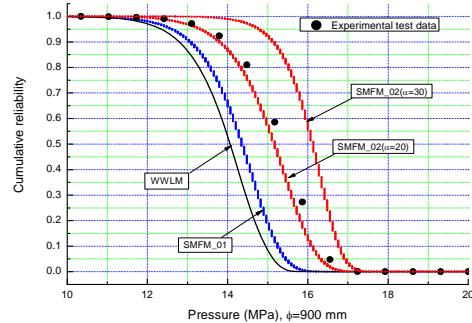


Fig. 8 Cumulative reliability distribution from  $\Phi 900.0\text{mm}$  hoop ring with test and theories.

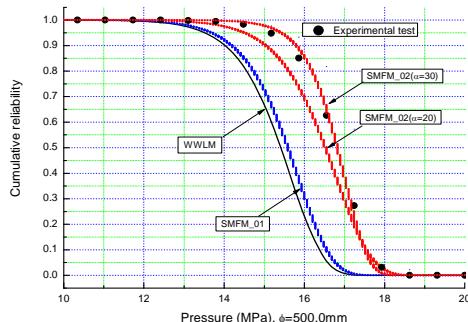


Fig. 7 Cumulative reliability distribution from  $\Phi 500.0\text{mm}$  hoop ring with test and theories.

계산하여 최종 구조물의 섬유 강도를 결정하게 된다. 모든 해석은 직경 157.0mm Hoop ring을 기본 모델로 이용하여 여러 크기의 Hoop ring과 압력 용기의 섬유 강도 값을 계산하였다. WWLM과 SMFM, 그리고 수정된 SMFM이 적용되어 시험 결과와 비교하였고, 섬유 강도의 크기 효과가 형상 파라미터에 매우 민감하므로 20과 30으로 각각 적용하여 시험과 비교하였다. 기존의 WWLM과 SMFM은 해석의 편의상 20으로 고정하였다. 이와 같은 섬유 강도의 크기 효과 이론의 타당성 입증을 위해 다음과 같이 시험 결과와 비교/검증하였다.

#### 4.1 Hoop ring test와의 비교

Fig. 6-9는 직경 157.0mm 후프 링 시험 결과와 치수를 기준 값으로 하여, 직경 250.0mm부터 900.0mm까지의 후프 링과 압력 용기의 섬유 강도를 예측하여 시험 결과와 비교한 결과이다. 형상 파라미터가 20이상임으로 인해 기존의 WWLM과 SMFM 이론간에는 큰 차이가 없고, 시험 값과 비교하여 섬유 강도 저하가 과대하게 나타남을 볼 수 있다. 이때 사용한 형상 파라미터 값은 20이다. 반면에 개선형 SMFM이론은 모든 크기의 시편에 대해 기존 이론에 비해 시험 값에 균일한 결과를 나타내었다. 즉 길이의 크기 효과를 완화시킴으로서 기존에

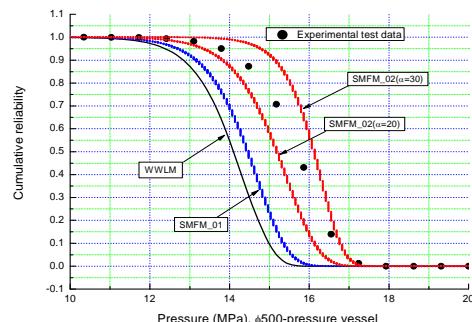


Fig. 9 Cumulative reliability distribution from  $\Phi 500.0\text{mm}$  pressure vessel with test and theories.

과대하게 예측되었던 섬유강도 크기 효과가 경감된 것으로 판단된다. 형상 파라미터의 영향은, 직경 900.0mm 후프 링을 제외하고는 30인 경우가 20보다 시험 값에 유사한 결과를 나타내었다. 즉 시편의 크기가 커질수록 섬유 강도의 변동성이 커지게 되어 직경 900.0mm의 후프 링 시험 결과가 형상 파라미터 20에 가까운 것으로 판단된다. 계산된 4가지의 이론 결과와 시험 값 간의 정량적인 비교를 위해 식(3),(6),(10)의 누적 신뢰도 값이 0.5일때의 압력 값을 기준으로 비교하였다. 누적 신뢰도 값이 0.5일때의 기존의 WWLM과 SMFM 그리고 개선형 SMFM의 압력 값과 시험 값 간의 차이 비율(Difference ratio)을 Table 3에 나타내었다. 이때 차이 비율은 이론 압력 값과 시험 압력 값과의 차이를 시험 압력 값으로 나눈 결과를 백분율로 나타낸 것으로, 기존의 WWLM과 SMFM은 최대 11.5% 최소 6.3%의 차이를 보인 반면, 개선형 SMFM은 최대 5.0% 최소 1.0%의 차이만을 나타내어 개선형 SMFM이 시험 값과 가장 근사한 결과를 보임을 알 수 있다. 정량적인 비교를 위해 형상 파라미터가 20인 개선형 SMFM과 시험 값을 와이블 함수의 척도 파라미터(Scale parameter)로 비교하여 Table 4에 종합하였다.

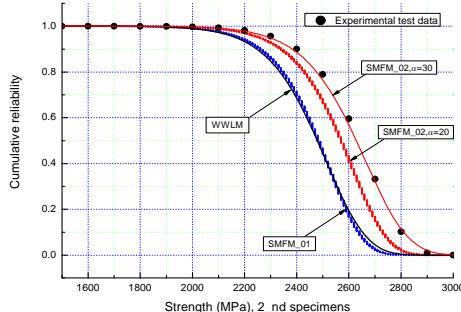


Fig. 10 Cumulative reliability distribution obtained by test and theories for 2\_nd specimens.

Table 3 Difference ratio based on test data for each theories

Unit: %	Ring (Φ250)	Ring (Φ500)	Ring (Φ900)	P.V. (Φ500)
WWLM	7.5	9.3	9.0	11.5
SMFM_01	7.5	8.5	6.3	8.5
SMFM_02	4.5	1.6	1.0	3.5
SMFM_02*	3.0	2.0	5.0	2.6

(\* Shape parameter : 30)

Table 4 Comparison of test data and theoretical result for scale parameter

(MPa)	Ring (Φ250)	Ring (Φ500)	Ring (Φ900)	P.V. (Φ500)
Exp.	2,559	2,474	2,270	2,327
Theory	2,444	2,440	2,245	2,240

Table 5 Summary of tests on scaled unidirectional specimens[13]

No	두께 (mm)	길이 (mm)	폭 (mm)	갯수	파괴응력 (MPa)	v (%)
1	0.5	30	5	12	2,806	4.2
2	1.0	60	10	12	2,687	2.5
3	2.0	120	20	9	2,553	3.8
4	4.0	240	40	6	2,410	6.0

#### 4.2 한 방향 복합재 인장 시험과의 비교

다른 시험 결과로서 Wisnom[13]의 한 방향 복합재 인장 시험 결과를 이용하였다. Table 5에서 보듯이 섬유 강도의 크기 효과를 시험적으로 규명하기 위해 두께, 길이 및 폭을 배수로 증가시켜서 인장 파괴 시험을 수행하여 섬유 강도 값을 구하였다. 이때 각 경우 별 섬유 강도 값은 평균 값으로서 섬유 강도 크기 효과 발생하고 있음을 알 수 있다. 개선형 SMFM 결과와 비교하기 위해 평균 값을 와이즈 측정값으로 활용하여 2-4번 시편의 섬유강도를 예측하여 Fig. 10-12에 나타내었다. 그림에서 보듯이, 4.1장의 후프 링 시험과 마찬가

지로 기존의 WWLM과 SMFM 결과는 시험 결과와 큰 차이를 나타낸 반면에 개선형 SMFM이론은 시험 결과에 매우 근접한 결과를 나타내었다. 특히 형상 파라미터가 30일 때가 시험 결과와 일치하는 결과를 보이고 있는데, 이러한 결과는 한 방향 시편의 섬유 강도가 후프 링 시편보다 변동성이 작음으로 인해 섬유 강도의 형상 파라미터가 20보다는 30에 가까움으로 인해 나타난 것으로 판단된다.

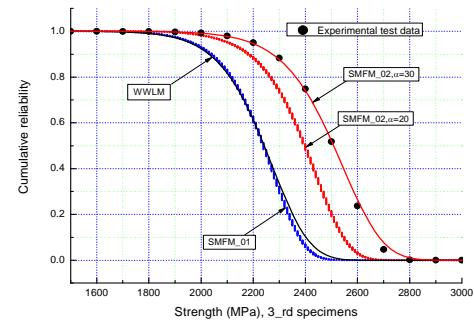


Fig. 11 Cumulative reliability distribution obtained by test and theories for 3\_rd specimens.

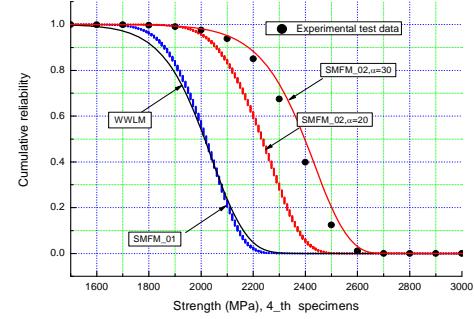


Fig. 12 Cumulative reliability distribution obtained by test and theories for 4\_th specimens.

#### 5. 결언

섬유 강화 복합재의 섬유 방향 강도는 복합재 압력용기 설계의 주 인자 값이다. 그러므로 고 성능의 복합재 압력용기 개발을 위해서는, 섬유 강도 값을 정확히 계측 및 예측 할 수 있는 시험과 해석 기법 개발이 필수적이다. 이를 위해 본 논문에서는 구조물로부터 섬유 강도 값을 계측할 수 있는 시험 방법과 시편 시험으로부터 구조물 섬유 강도를 계산할 수 있는 섬유 강도 크기 효과 해석식을 제안하였다. 그리고 시험 결과와의 비교를 통해 제안된 섬유 강도 크기 효과 해석식의 타당성을 입증하였다. 이와 같은 연구를 통해 최종적으로 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- 1) 후프 링 시험 방법을 이용하여 T700/epoxy 필라멘트 와인딩 압력 용기의 크기별 내압 파괴 시험을 실시하여, 섬유 방향 강도의 크기 효과가 존재함을 확인하였다.
- 2) 기존의 섬유 강도 크기 효과 해석 이론인 WWLM과 SMFM은 크기 증가에 따른 섬유 강도 저하를 과도하게 예측한다. 그리고 이러한 섬유 강도 크기 효과에 가장 큰 영향을 미치는 인자는 와이블 함수의 형상 파라미터로서, 이 값이 커짐에 따라 섬유 강도 크기 효과가 경감되는 결과를 나타내었다.
- 3) 섬유 파손의 비 유효 길이를 고려한 개선형 SMFM인 경우, 기존 파손 모델보다 크기별 섬유 강도 저하율을 완화시킴으로서 시험 값에 상당히 근접한 결과를 나타내었다. 본 모델은 실 구조물의 섬유 강도 예측의 정확도를 높이므로, 경량화가 요구되는 고 성능 복합재 압력용기 설계에 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

### 참고문헌

- 1) Hwang, T.K., Hong, C.S., and Kim, C.G., "Probabilistic Deformation and Strength Prediction for a Filament Wound Pressure Vessel," *Composite Part B*, Vol. 34, 2003, pp. 481-497.
- 2) Pierce, F.T., "Tensile Test for Cotton Yarns V. The Weakest Link Theorems on the Strength of Long and Short Composite Specimens," *Journal of the Textile Institute Transactions*, Vol. 17, 1926, pp. 355-368.
- 3) Weibull, W., "A Statistical Theory of the Strength of Materials," *Ingen. Handlingar*, 1939, pp. 1-29.
- 4) Bullock, R.E., "Strength Ratios of Composite Materials in Flexure and in Tension," *Journal of Composite Materials*, Vol. 8, 1974, pp. 200-206.
- 5) Harlow, G., and Phoenix, S.L., "The Chain of Bundles Probability Model for the Strength of Fibrous Materials. I: Analysis and Conjectures," *Journal of Composite Materials*, Vol. 12, 1978, pp. 195-214.
- 6) Gurvich, M.R., and Pipes, R.B., "Strength Size Effect of Laminated Composites," *Composite Science and Technology*, Vol. 55, 1995, pp. 93-105.
- 7) Tabiei, A., and Sun, J. "Statistical Size Effect of Laminated Composite Materials," *Composite Structures*, Vol. 46, 1999, pp. 209-216.
- 8) Tabiei, A., and Sun, J., "Analytical Simulation of Strength Size Effect in Composite Materials," *Composites, Part B: Engineering*, Vol. 31, 2000, pp. 133-139.
- 9) Hwang, T.K., Hong, C.S., and Kim, C.G., "Size Effect on the Fiber Strength of Composite Pressure Vessels," *Composite Structures*, Vol. 59, 2003, pp. 489-498.
- 10) Cohen, D., "Application of Reliability and Fiber Probabilistic Strength Distribution Concepts to Composite Vessel Burst Strength Design," *Journal of Composite Materials*, Vol. 13, 1992, pp. 1984-2014.
- 11) Cohen, D., Toombes, Y.T., Johnson, A.K., and Hanse, M.F., "Pressurized Ring Test for Composite Pressure Vessel Hoop Strength and Stiffness Evaluation," *Journal of Composite Technology and Research*, Vol. 17, No. 4, October, 1995, pp. 331-340.
- 12) Hitchon, J.W., and Phillips, D.C., "The Effect of Specimen Size on the Strength of CFRP," *Composites, Part B, Engineering*, Vol. 9, 1978, pp. 119-24.
- 13) Wisnom, M.R., "Size Effects in Unnotched Tensile Strength of Unidirectional and Quasi-isotropic Carbon/epoxy Composites," *Composite Structures*, Vol. 84, 2008, pp. 21-28.
- 14) 황태경, 박재범, 김형근, "필라멘트 와인딩 복합재 압력용기의 섬유 방향 물성 평가 기법", 한국복합재료학회, 23권 3호, 2010, pp. 37-42.
- 15) Tetsuya, T., and Takashi, M., "Size Effect on Tensile Strength of Carbon Fibers," *Materials Science & Engineering A238*, 1997, pp. 336-342.
- 16) Curtin, W.A., "Tensile Strength of Fiber Reinforced Composites: III. Beyond the Traditional Weibull Model for Fiber Strengths," *Journal of Composite Materials*, Vol. 34, No. 15, 2000, pp. 1301-1332.