

## 論文

## 특별직교이방성 슬래브 교량의 파괴시 치수효과에 관한 연구

한봉구<sup>\*+</sup>, 김덕현<sup>\*\*</sup>

## A Study on Size/Scale Effects in the Failure of Specially Orthotropic Slab Bridges

Bong-Koo Han<sup>\*+</sup>, Duck-Hyun Kim<sup>\*\*</sup>

## ABSTRACT

Most of the bridge systems, including the girders, cross-beams, and concrete decks behave as specially orthotropic plates. In general, the analytical solution for such complex system is very difficult to obtain. In this paper presented, a design method of slab bridge of simple supported made by composite materials. For the design of bridge made by the composite materials, cross-section was used the form-core shape because of this shape is economical and profitable, and for output of the stress value used finite difference method. In this paper, the rate of tensile strength reduction due to increased size was considered. Strength-failure analysis procedure, using the reduced tensile strength, was presented. And also numerical study was made for these cases.

## 초 록

거더, 가로보와 콘크리트 상판 등을 포함한 대부분의 교량시스템은 특별직교이방성 판으로 거동한다. 일반적으로 이러한 경계조건을 갖는 단면 혹은 불규칙한 단면을 갖는 시스템은 해석적 해를 구하기가 복잡하다. 본 논문에서는 복합재료로 만들어진 양변 단순지지된 슬래브교량의 설계적 방법을 제시하고자 한다. 복합재료로 이루어진 교량을 설계하기 위하여, 단면은 가장 경제적이면서 응력에 유리한 폼코어 형태를 채택하였고, 응력을 산출함에 있어서는 유한차분법 프로그램을 이용하였다. 본 논문에서는 치수가 증가됨에 따른 인장강도 감소율을 고려하였다. 파괴강도 해석은 본 논문에서 제시하고 있는 인장강도의 감소를 고려하여 제시하였다. 또한 이러한 경우에 대한 수치해석을 수행하였다.

**Key Words** : 치수효과(size/scale effect), 복합재료(composite materials), 특별직교이방성(specially orthotropic), 인장강도감소(tensile strength reduction)

## 1. 서론

복합신소재는 기존의 건설 재료에 비하여 부식에 대한 저항성이 크고 경량이면서 고강도일 뿐만 아니라 공장 제작이 가능하다는 장점을 가지고 있으나, 고전적 이론에 비해 너무 어렵다는 단점이 있으므로 일반기술자들이 건설 분야에 응용하기에는 많은 어려움이 있으나 건설구조물처럼 단면이 커질 경

우 특별직교이방성 이론으로 해석이 가능하다는 결과가 제시됨에 따라 해석에 따른 어려움이 점차 해결되고 있다[1-3].

탄성론의 대부로 간주되는 Navier는 휨강성을 포함한 판의 정확한 차분방정식을 유도하였으며, 대수 방정식으로부터 변형된 차분방정식을 유도함으로써 모든 지점이 단순지지된 형태의 판을 해석하여 정확한 값을 얻는 데 성공했다. 그러나 경계조건이 다른 구조물에까지는 그 해석 방법을 확장 시

\*+ 서울산업대학교 건설공학부 구조공학과, 교신저자(E-mail:bkhan@snu.ac.kr)

\*\* 서울산업대학교 건설공학부 구조공학과

키지는 못하였다. 이에 대해 저자는 유한차분법을 통한 경계 조건이 다양하고 강성이 변하는 구조물의 해석적 방법을 찾았으며, 적층판의 적층수가 증가함에 따라 특별직교이방성 복합적층판 이론의 사용이 가능한 적층형태 및 배향각에 관해 연구하고 그 타당성을 밝힌바 있다[4,5].

파괴응력해석에 대해서는 Maxwell에 의해 제안되어진 비틀림 에너지, 또는 응력의 일반화이고, 그 후에 Huber에 의해 더욱 개발 되어진 비틀림 에너지를 이용한 해석법을 가지고 발전을 시킨 Tasi는 상호 작용하는 파괴영역을 구체화하는 쉬운 방법으로 quadratic criterion을 사용하였다[6].

교량의 형태상 특별직교이방성 적층판으로 구성되어지고, 가운데는 폼코아 형태가 가장 적절하고 경제적이므로[7,8], 본 연구에서는 가장 단순한 샌드위치 슬래브 교량을 모델링하고 이에 대한 응력과 처짐을 산출하였으며, 프로그램의 정확도를 검증하기 위하여 Navier의 해와 비교 하였으며, 치수 효과를 고려하여 수치해석을 수행하였다.

## 2. 기본이론

특별직교이방성인 적층판의 강성 및 지배방정식을 구하고 복합적층판의 처짐과 응력에 대한 관계식을 유도하면 다음과 같다.

### 2.1 특별직교이방성 복합적층판의 해법

4변 단순지지된 특별직교이방성 복합적층판의 처짐에 대한 미분 방정식을 직각 좌표로 나타내면 식 (1)로 나타낼 수 있다.

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \quad (1)$$

여기서  $D_1 = D_{11}$ ,  $D_2 = D_{22}$ ,  $D_3 = 2(D_{12} + 2D_{66})$ 이다.

판의 4변 단순지지된 경우 Navier 해법을 적용할 수 있다[1]. 좌표 축은 Fig. 1에 나타난 바와 같다.

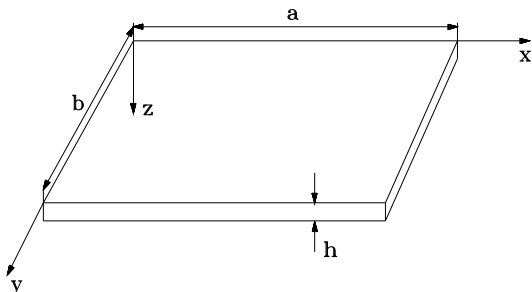


Fig. 1 좌표 축.

Navier 해법에서 수직처짐  $w(x, y)$ 와 작용 수직하중  $q(x, y)$ 는 이중 half-range sine Fourier series를 사용하면 식 (2)과 식 (3)으로 나타낼 수 있다.

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2)$$

$$q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3)$$

탄성지지된 경우에  $P = kw$ 로 가정하면 탄성지지에 의한 반력은 식 (4)와 같다.

$$P = kw = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} kw_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (4)$$

식 (2), 식 (3)과 식 (4)를 식 (1)에 대입하면 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$w_{mn} = \frac{q_{mn}}{\pi^4 (D_1 (m/a)^4 + 2D_3 (m/a)^2 (n/b)^2 + D_2 (n/b)^4) + k} \quad (5)$$

식 (5)의 우변에 있는 하중의 진폭  $q_{mn}$ 은 함수의 직교성 (orthogonality)을 이용하여 식 (3)으로부터 다음 식 (6)과 같이 구할 수 있다. 즉, 식 (3)의 양변에  $\sin(n\pi y/a)dy$ 를 곱하여 0에서 b까지 적분된 방정식에  $\sin(m\pi x/a)dx$ 를 양변에 곱하여 0에서 a까지 적분하면 된다.

$$q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x, y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy dx \quad (6)$$

그러므로 m, n에 대한  $q_{mn}$ 은 주어진 하중  $q(x, y)$ 에 대하여 식 (6)을 적분하면 구할 수 있다. 단순지지된 특별직교이방성 복합적층판의 임의 점에서 수직처짐은 식 (2)과 식 (3)을 이용하여 계산할 수 있다.

하중  $q(x, y)$ 가 전단면에 걸쳐 등분포하중  $q_0$ 로 재하 되는 경우를 고려하면 다음 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$q_{mn} = \frac{4q_0}{ab} \int_0^a \int_0^b \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy dx = \frac{16q_0}{\pi^2 mn} \quad (7)$$

그러므로 식 (2)에 식 (7)을 대입하면 등분포하중  $q_0$ 가 전단면에 재하 된 경우의 처짐  $w(x, y)$ 는 다음 식 (8)로 된다.

$$w(x, y) = \frac{16q_0}{\pi^6} \times \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)}{mn(DEI + k)} \quad (8)$$

여기서

$$DEN = D_1 \left( \frac{m}{a} \right)^4 + 2D_3 \left( \frac{m}{a} \right)^2 \left( \frac{n}{b} \right)^2 + D_2 \left( \frac{n}{b} \right)^4 \text{이다.}$$

앞의 경우와는 달리 단순지지된 특별직교 이방성 복합적층판이 집중하중  $P$ 를 받는다고 하자. 이때 집중하중  $P$ 는 미소 직사각형 면적  $uv$ 에 등분포하중이 재하된 경우로 정의한다. 식 (7)에서  $q_{mn}$ 을 다음 식 (9)로 나타낼 수 있다.

$$q_{mn} = \frac{4P}{abuv} \int_{\xi=-u/2}^{\xi+u/2} \int_{\eta=-v/2}^{\eta+v/2} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy dx$$

$$= \frac{16P}{\pi^2 mn uv} \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi u}{2a}\right) \sin\left(\frac{n\pi v}{2b}\right) \quad (9)$$

앞에서 정의된 집중하중의 개념( $u \rightarrow 0$ ,  $v \rightarrow 0$ )을 이용하면, 식 (9)은 다음 식 (10)이 된다.

$$q_{mn} = \frac{4P}{ab} \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right) \quad (10)$$

그러므로 식 (3), 식 (5) 그리고 식 (10)을 정리하면 집중하중이 재하되어 있는 탄성지지된 특별직교이방성 복합적층판의 처짐  $w(x, y)$ 를 구할 수 있는 식 (11)를 얻을 수 있다.

$$w(x, y) = \frac{4P}{\pi^4 ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{DEN + k} \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{2b}\right) \right] \quad (11)$$

## 2.2 Tsai-Wu의 파괴이론

Tsai와 Wu는 응력장내에서 파손면을 다음 식 (12)과 같이 가정하였다[6].

$$F_{ij} \sigma_i \sigma_j + F_i \sigma_i = 1 \quad (i, j=1, 2, \dots, 6) \quad (12)$$

여기서  $F_i$ 와  $F_j$ 는 2차와 4차 강도텐서 이고

$\sigma_4 = \sigma_{23}$ ,  $\sigma_5 = \sigma_{31}$ ,  $\sigma_6 = \sigma_{12}$ 를 각각 나타낸다. 대칭축  $X$ - $Y$ 에 관하여 평면 응력상태에 있는 얇은 직교이방성에 대해서 이 파괴영역은 다음과 같이 된다.

$$F_{xx} \sigma_x^2 + F_{yy} \sigma_y^2 + 2F_{xy} \sigma_x \sigma_y + F_{ss} \sigma_s^2 + F_x \sigma_x + F_y \sigma_y + F_s \sigma_s = 1 \quad (13)$$

여기서  $F$ 는 강도 변수이고 다음 식 (14)로부터 얻어진다.

$$F_{xx} = \frac{1}{XX'}, \quad F_{yy} = \frac{1}{YY'}, \quad F_{ss} = \frac{1}{S^2}$$

$$F_x = \frac{1}{X} - \frac{1}{X'}, \quad F_y = \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}, \quad F_s = 0 \quad (14)$$

이러한 강도들은 실험에 의해서 얻어진다. 4차텐서 항목인  $\sigma_x$ 와  $\sigma_y$ 의 계수인  $X$ ,  $X'$ ,  $Y$ ,  $Y'$  및 이축파손응력  $\sigma$ 의 함수로 표현되는  $F_{xy}$ 는 신뢰성 있는 2축 실험을 수행하는 것이 항상 쉽지는 않기 때문에 Tsai는 다음과 같은 경험식을 제시했다.

$$F_{xy} = F_{xy}^* \sqrt{F_{xx} F_{yy}} \quad (15)$$

여기서  $F_{xy}^*$ 는 일반화된 상호작용 항목으로서 믿을만한 실험데이터가 없을 때 경험적인 상수로서 식 (16)를 사용한다.

$$-\frac{1}{2} \leq F_{xy}^* \leq 0 \quad (16)$$

여기서  $-1/2$ 은 일반화된 Von Mises의 값이고, 0은 Hill's의 값이다.

## 2.3 강도비의 정의

강도비  $R$ 은 적용된 하중에 대한 극한강도 또는 최대강도의 비율이다. 강도비의 정의는 다음과 같다.

$$\{\sigma\}_{\max} = R\{\sigma\}_{\text{applied}}$$

$$\{\epsilon\}_{\max} = R\{\epsilon\}_{\text{applied}} \quad (17)$$

여기서  $R$ 은 안전계수 또는 하중계수이다. 파괴는  $R=1$ 일 때 일어난다.  $R < 1$  일 때  $1/R$ 의 계수에 의한 강도보다 작용하중이 더 커진다. 이것은 물리적으로 불가능하지만 설계에 있어서 매우 중요한 정보를 제공해 준다. 예를 들어  $(R-1)$  비율만큼 작용하중을 감소시키면 된다.

Tsai에 따르면 상호작용하는 파괴영역을 구체화하는 쉬운 방법은 quadratic criterion을 사용하는 것이다[6].

식 (12)을 식 (17)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$[F_{ij} \sigma_i \sigma_j] R^2 + [F_i \sigma_i] R - 1 = 0 \quad (18)$$

식 (13)의 응력성분들은 적용된 응력들이다. 어떤 재료가 주어지면  $F_s'$  강도변수를 구할 수 있다.

### 3. 파괴시 치수효과

본 논문에서의 강도계산은 Maxwell과 Huber가 제안한 강도이론을 적용하였고, 구조물의 치수가 커지면 강도가 감소한다는 치수효과 이론을 적용하였다[7-9].

#### 3.1 E-glass 섬유의 인장강도 감소를

Filament Wound에 사용되는 유리섬유의 인장강도 감소비율은 Fig. 2와 같으며, 아래 식 (19)와 같이 표현할 수 있다[7].

$$Y = 0.465X^{-0.0377} \quad (19)$$

여기서 X는 질량, Y는 인장강도 감소율을 나타낸다.

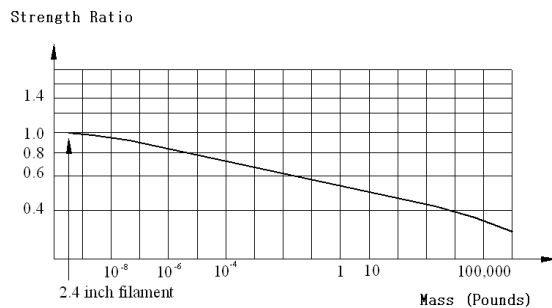


Fig. 2 질량증가에 따른 유리섬유 인장강도 감소율.

#### 3.2 에폭시 모재의 인장강도 감소를

Crasto와 Kim에 의한 실험결과로부터 90°방향에 대한 인장강도 감소비율 Y와 일방향으로 보강된 복합재료 AS4/501-6에 대한 관계로부터 다음과 같은 회귀분석 식을 구하였다[7]. 이를 그래프로 나타내면 Fig. 3과 같다.

$$Y = -0.00003054 n^2 - 0.00268 n + 1.01065 \quad (20)$$

여기서 n은 층수를 나타낸다.

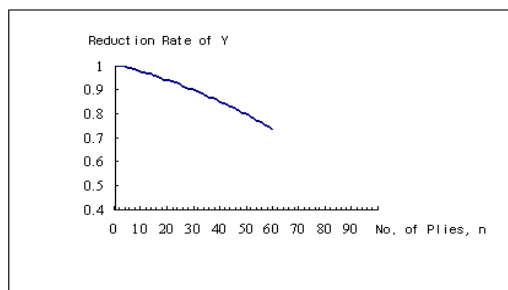


Fig. 3 질량증가에 따른 에폭시 모재의 인장강도 감소율.

같은 모재를 사용한 결과가 아니라도 에폭시에 대한 이 방정식은 90° 인장강도 감소비를 측정하는데 사용할 수 있다. 보강섬유와 구성 재료들 마다 질량이 커짐에 따른 X, X', Y, Y' 그리고 S의 강도 감소비가 점차로 반드시 얻어져야 한다. 제조방법과 다른 가능한 요인들도 마찬가지로 고려되어야 한다.

### 4. 수치해석

#### 4.1 Navier 해와 F.D.M.의 정확도 비교

본 논문에서 사용한 Finite Difference Method (F.D.M)의 정확도를 검증하기 위하여 4변 단순지지된 슬래브에 대하여 수치해석을 수행하여 Navier 해와 비교하였다. F.D.M과 Navier 해에서 복합재료 슬래브의 물성치와 샌드위치 판의 적층수 R=1, 적층각 [0/90/0],  $h_0=0.005m$ 을 적용하였으며 슬래브의 mesh 간격은 같은 등간격을 사용하였다. 슬래브 경간은 10m×10m로 하였고, 그 노드간격은 1m, 하중은 등분포하중 1N을 재하하여 그 처짐을 비교하여 정확도를 비교하였다.

F.D.M에 의한 처짐값과 Navier 해에 의한 처짐값을 계산하여 상대오차를 계산하였다.

Navier 해와 F.D.M의 퍼센트 상대오차는 각 노드점에서 백분율로 나타내었으며 그 결과는 Table 1과 같다.

Table 1 F.D.M과 Navier 해의 상대오차 (%)

| X축 \ Y축 | 1m      | 3m      | 5m      | 7m      | 9m      |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1m      | 0.52499 | 0.14918 | 0.06167 | 0.14918 | 0.52499 |
| 3m      | 0.39079 | 0.00122 | 0.08227 | 0.00122 | 0.39079 |
| 5m      | 0.36108 | 0.03749 | 0.12649 | 0.03749 | 0.36108 |
| 7m      | 0.39079 | 0.00122 | 0.08227 | 0.00122 | 0.39079 |
| 9m      | 0.52499 | 0.14918 | 0.06167 | 0.14918 | 0.52499 |

전체 평균 퍼센트 상대오차는 0.219049%이며, 이는 4변 단순지지된 경우의 정확한 해법인 Navier의 해와 본 논문에서 사용한 F.D.M 프로그램으로 계산된 값이 거의 일치함을 보여주고 있다.

따라서 본 논문에서 사용한 F.D.M 프로그램이 정확함을 입증할 수 있었다.

#### 4.2 샌드위치 슬래브 교량의 모델링

전절의 수치해석에서 정확도가 입증된 F.D.M 프로그램을 가지고 샌드위치 슬래브 교량의 해석을 수행하였다. 샌드위치

슬래브 교량은 유한차분법을 사용 해석할 수 있고 계산에 사용된 유리섬유와 에폭시로 형성된 복합재료의 적층 배향각은 Fig. 4와 같으며 물성치는 Table 2와 같다.

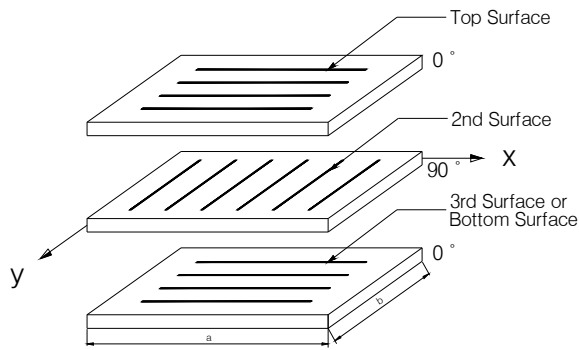


Fig. 4 [a/b/a]r인 적층 배향각 형상.

Table 2 유리섬유보강 복합재료의 물성치

| $E_1$    | $E_2$    | $\nu_{12}$ | $\nu_{21}$ | $G$      | $h_0$     | $V_f$ |
|----------|----------|------------|------------|----------|-----------|-------|
| 38.6 GPa | 8.27 GPa | 0.26       | 0.0557     | 4.14 GPa | 0.000125m | 0.45  |

여기서  $E_1$  : 종방향 탄성계수  
 $E_2$  : 횡방향 탄성계수  
 $\nu$  : Poisson 비  
 $G$  : 전단계수  
 $h_0$  : 플라이 한 개의 두께  
 $V_f$  : 섬유 체적률

샌드위치 슬래브 교량의 형상은 Fig. 5와 같고 노드간격은 허용오차 범위 내에 있게 하기 위해 0.5m×0.5m으로 형성하였다.

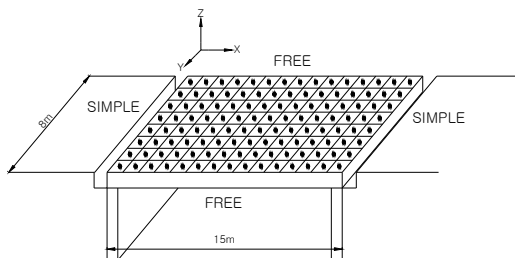


Fig. 5 양단 단순 타단 자유인 샌드위치 슬래브 교량의 형상.

본 논문에서 적용한 폼코아의 형상과 치수는 Fig. 6과 같다.

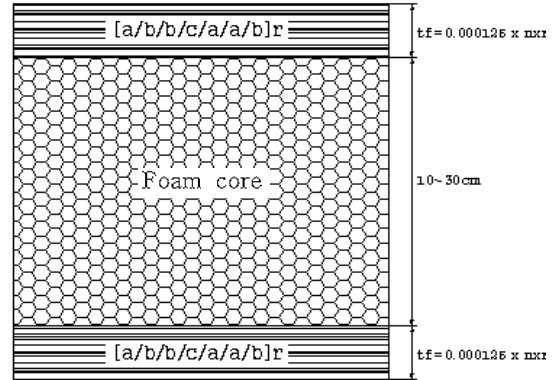


Fig. 6 폼코아 형상과 치수.

양단단순, 타단자유인 슬래브 교량의 mesh 형상과 하중재하 형태는 Fig. 7과 같다. r=20이고 face의 두께가 0.0025cm 일 때 재하 된 하중은 Table 3과 같다.

Table 3 샌드위치 슬래브 교량에 재하된 하중

| 구 분          | 하 중 (N) |           |
|--------------|---------|-----------|
| 차량하중 (DB-24) | 전 른     | 23,535.96 |
|              | 후 른     | 94,143.84 |
| 자 중          | core    | 47.04     |
|              | face    | 11.03     |
|              | asphalt | 563.50    |
|              | 계       | 621.57    |

폼 코아의 높이에 따른 강성은 Table 4와 같이 변화한다. 샌드위치 슬래브의 강성에서 폼코아의 높이는 강성 D11, D22 값에 크게 작용한다.

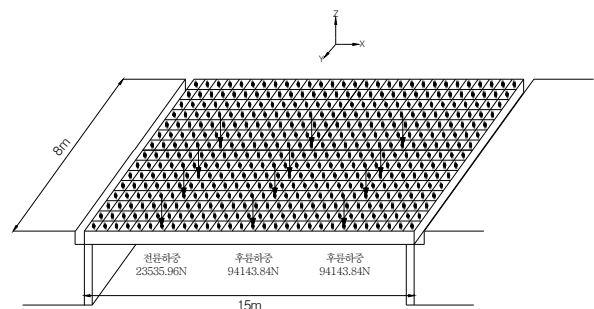


Fig. 7 양단단순 타단자유인 슬래브 교량의 하중재하 형상.

Table 4의 강성을 구하여 F.D.M의 프로그램에 대입한 후 tri-diagonal 매트릭스 해법을 이용하여 치짐 해석을 한다. F.D.M 프로그램을 이용 응력해석을 r=20이고 폼 코아 높이 h=0.1 ~ 0.3m까지 수행하였다.

Table 4 폼 코어 높이에 따른 강성 (N·m)

| 강성 \ h (m)                     | 0.10    | 0.15     | 0.20     | 0.25     | 0.30     |
|--------------------------------|---------|----------|----------|----------|----------|
| D <sub>11</sub>                | 3848140 | 12298100 | 28362931 | 54490583 | 93129023 |
| D <sub>12=D<sub>21</sub></sub> | 225851  | 710294   | 1624243  | 3104048  | 5286060  |
| D <sub>22</sub>                | 1075366 | 3186174  | 7045237  | 13177026 | 22106014 |
| D <sub>66</sub>                | 428592  | 1347910  | 3082289  | 5890481  | 10031237 |

#### 4.3 슬래브 교량의 처짐

폼 코어 높이  $h=0.3\text{m}$ 이고 적층수  $r=20$ 인 적층판의 처짐을 계산하였으며 그 결과는 Table 5와 같다.

Table 5 슬래브 교량의 처짐 (mm)

| x \ y | 2m     | 6m     | 10m    | 14m    | 16m    | 22m    | 26m    | 30m    |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1m    | 0.0018 | 0.0084 | 0.0137 | 0.0167 | 0.0172 | 0.0140 | 0.0088 | 0.0018 |
| 3m    | 0.0018 | 0.0088 | 0.0143 | 0.0175 | 0.0180 | 0.0148 | 0.0092 | 0.0019 |
| 5m    | 0.0019 | 0.0092 | 0.0150 | 0.0184 | 0.0189 | 0.0156 | 0.0098 | 0.0020 |
| 7m    | 0.0020 | 0.0097 | 0.0158 | 0.0194 | 0.0200 | 0.0165 | 0.0103 | 0.0022 |
| 9m    | 0.0021 | 0.0102 | 0.0167 | 0.0205 | 0.0211 | 0.0175 | 0.0110 | 0.0023 |
| 11m   | 0.0022 | 0.0108 | 0.0176 | 0.0217 | 0.0223 | 0.0185 | 0.0116 | 0.0024 |
| 13m   | 0.0024 | 0.0114 | 0.0187 | 0.0230 | 0.0237 | 0.0196 | 0.0123 | 0.0026 |
| 15m   | 0.0025 | 0.0121 | 0.0199 | 0.0244 | 0.0252 | 0.0209 | 0.0131 | 0.0028 |
| 17m   | 0.0027 | 0.0130 | 0.0212 | 0.0261 | 0.0277 | 0.0224 | 0.0141 | 0.0030 |

적층수  $r=20$ 이고 폼코어의 높이  $h=0.3\text{m}$  일 때 처짐을 보면 차량하중이 재하된 부분의 처짐이 제일 큰 것으로 보이며, 최대 처짐이  $0.0277\text{mm}$  을 보이고 있다.

사용성을 고려해서 대상 샌드위치 슬래브 교량을 폼코어를 변화시키면서 최대처짐을 계산한 결과 Fig. 8과 같다.

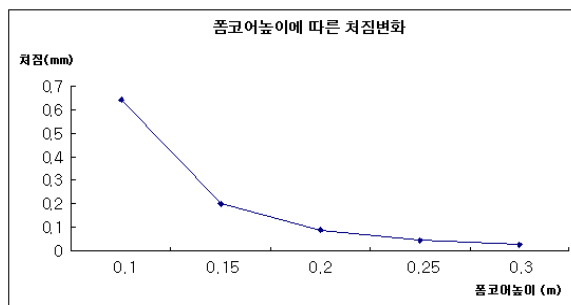


Fig. 8 폼 코어 높이에 따른 구조물의 최대 처짐 변화도.

Fig. 8에서 보면 폼코어 높이  $h=0.1\text{m}$ 일 때 최대처짐이  $0.6429\text{mm}$ , 폼코어 높이  $h=0.3\text{m}$ 일 때 최대처짐이  $0.0277\text{mm}$ 로 나타났으며 도시지역 교량의 경우 허용처짐은  $l/1000=15\text{mm}$  이므로 처짐에 대해 만족함을 보이고 있다.

#### 4.4 슬래브 교량의 응력

폼 코어 높이  $h=0.3\text{m}$ 이고 적층수  $r=20$ 인 적층판의 응력  $\sigma_x$ 를 계산하였으며 그 결과는 Table 6와 같다.

Table 6 샌드위치 슬래브 교량의  $\sigma_x$  (MPa)

| x \ y | 2m     | 6m    | 10m   | 14m   | 18m   | 22m   | 26m   |
|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1m    | -0.451 | -2.11 | -3.43 | -4.26 | -4.43 | -3.82 | -2.47 |
| 3m    | -0.456 | -2.16 | -3.52 | -4.46 | -4.65 | -4.03 | -2.65 |
| 5m    | -0.467 | -2.22 | -3.63 | -4.66 | -4.86 | -4.24 | -2.80 |
| 7m    | -0.485 | -2.33 | -3.81 | -4.97 | -5.21 | -4.57 | -3.05 |
| 9m    | -0.505 | -2.43 | -3.99 | -5.20 | -5.47 | -4.80 | -3.20 |
| 11m   | -0.530 | -2.56 | -4.22 | -5.54 | -5.83 | -5.13 | -3.43 |
| 13m   | -0.559 | -2.69 | -4.66 | -5.85 | -6.18 | -5.44 | -3.63 |
| 15m   | -0.588 | -2.85 | -4.72 | -6.21 | -6.57 | -5.80 | -3.87 |
| 17m   | -0.618 | -3.01 | -4.98 | -6.63 | -7.01 | -6.20 | -4.18 |

차량후륜하중이 재하되는 시점의 응력이 제일 크며, 차량 하중을 2차선 정적재하 시킬 때 중심점에서 약간 떨어진 점에 재하 시키기 때문에 응력의 최고점은 중앙에서 약간 벗어나 있다. 슬래브 교량의 응력  $\sigma_y$ 를 계산하였으며 그 결과는 Table 7과 같다.

Table 7 샌드위치 슬래브 교량의  $\sigma_y$  (MPa)

| x \ y | 2m      | 6m       | 10m     | 14m     | 18m     | 22m     | 26m     |
|-------|---------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1m    | -0.0020 | -0.00955 | -0.0155 | -0.0193 | -0.0201 | -0.0173 | -0.0112 |
| 3m    | -0.0045 | -0.0179  | -0.0314 | -0.0400 | -0.0461 | -0.0429 | -0.0285 |
| 5m    | -0.0090 | -0.0546  | -0.0868 | -0.161  | -0.177  | -0.171  | -0.137  |
| 7m    | -0.0124 | -0.0538  | -0.0990 | -0.128  | -0.149  | -0.138  | -0.0903 |
| 9m    | -0.0145 | -0.0785  | -0.0130 | -0.208  | -0.229  | -0.216  | -0.162  |
| 11m   | -0.0142 | -0.0682  | -0.0116 | -0.164  | -0.181  | -0.166  | -0.117  |
| 13m   | -0.0112 | -0.0507  | -0.0841 | -0.105  | -0.112  | -0.0992 | -0.0644 |
| 15m   | -0.0076 | -0.0322  | -0.0531 | -0.0587 | -0.0615 | -0.0521 | -0.0302 |
| 17m   | -0.0028 | -0.0136  | -0.0225 | -0.0300 | -0.0317 | -0.0281 | -0.0189 |

슬래브 교량의 응력  $\sigma_{xy}$ 에 대해서도 계산 하였으며 그 결과는 Table 8과 같다.

Table 8 샌드위치 슬래브 교량의  $\sigma_{xy}$  (MPa)

| x \ y | 2m     | 6m    | 10m   | 14m    | 18m     | 22m     | 26m    |
|-------|--------|-------|-------|--------|---------|---------|--------|
| 1m    | -0.386 | 0.144 | 0.117 | 0.0708 | -0.0214 | -0.0914 | -0.177 |
| 3m    | 0.195  | 0.184 | 0.143 | 0.0924 | -0.0360 | -0.108  | -0.228 |
| 5m    | 0.233  | 0.213 | 0.166 | 0.0859 | -0.0314 | -0.142  | -0.246 |
| 7m    | 0.264  | 0.239 | 0.180 | 0.0858 | -0.0381 | -0.161  | -0.266 |
| 9m    | 0.292  | 0.263 | 0.192 | 0.0908 | -0.0497 | -0.174  | -0.289 |
| 11m   | 0.320  | 0.287 | 0.205 | 0.0947 | -0.0583 | -0.189  | -0.311 |
| 13m   | 0.355  | 0.313 | 0.233 | 0.0852 | -0.0440 | -0.229  | -0.325 |
| 15m   | 0.400  | 0.362 | 0.260 | 0.138  | -0.0812 | -0.223  | -0.409 |
| 17m   | 0.128  | 0.409 | 0.306 | 0.146  | -0.0700 | -0.271  | -0.455 |

지금까지 세 가지 응력의 경우에 대한 응력의 형상을 살펴보면 집중하중의 편심재하 영향으로 비틀림응력  $\sigma_{xy}$ 이 커졌음을 알 수 있고, D<sub>11</sub>의 강성이 커서 교축방향의 응력  $\sigma_x$ 가 가장 크게 나타나 있다. 또한 D<sub>12</sub>와 D<sub>66</sub>의 강성은 교량에서는 무시해도 되기 때문에 D<sub>11</sub>과 D<sub>22</sub>의 강성비를 잘 결정해야한다. 폼코어의 두께를 증가시켜 가면서 즉 강성을 증가시키면서 응력을 산출하였고, 여기서는 그 최대값을 사용한 파괴강도를 해석하였다.

#### 4.5 치수효과를 고려한 해석

유리섬유 한 개의 시험편의 강도는 Table 9와 같다.

Table 9 유리섬유 보강 복합재료의 강도 (MPa)

| X    | X'  | Y  | Y'  | S  |
|------|-----|----|-----|----|
| 1062 | 610 | 31 | 118 | 72 |

여기서, X, X' : 종방향의 인장강도, 압축강도,  
Y, Y' : 횡방향의 인장강도, 압축강도, S : 전단강도.

배향각이 [0/90/0] 이기 때문에 Table 10 에서 X, X', Y, Y'을 배향각 비율에 맞게 산정하면 다음과 같다.

Table 10 [0/90/0]r 인 유리섬유 보강 복합재료의 강도 (MPa)

| X   | X'     | Y   | Y'    | S  |
|-----|--------|-----|-------|----|
| 708 | 406.67 | 385 | 321.3 | 72 |

섬유의 지름을 Table 11에서 J로 한다면,  $h_0 = 5\text{mm}$ 을 갖는 한 개의 플라이는 대략 394개의 섬유지름이 두께가 되고, 섬유의 체적률  $V_f = 0.45$ 이므로 대략 177개의 섬유를 포함하고 있다.

Table 11 섬유의 굵기에 따른 명칭

| 명 칭 | 섬유의 굵기 in ( $\mu\text{m}$ )           |
|-----|---------------------------------------|
| A   | .00006 (1.50mi.) ~ .00010 (2.50mi.)   |
| B   | .00010 (2.51mi.) ~ .00015 (3.81mi.)   |
| C   | .00015 (3.81mi.) ~ .00020 (5.08mi.)   |
| D   | .00020 (5.08mi.) ~ .00025 (6.35mi.)   |
| E   | .00025 (6.35mi.) ~ .00030 (7.62mi.)   |
| F   | .00030 (7.62mi.) ~ .00035 (8.89mi.)   |
| G   | .00035 (8.89mi.) ~ .00040 (10.12mi.)  |
| H   | .00040 (10.12mi.) ~ .00045 (11.43mi.) |
| J   | .00045 (11.43mi.) ~ .00050 (12.70mi.) |
| K   | .00050 (12.70mi.) ~ .00055 (13.97mi.) |
| L   | .00055 (13.91mi.) ~ .00060 (15.24mi.) |
| M   | .00060 (15.24mi.) ~ .00065 (16.51mi.) |
| N   | .00065 (16.51mi.) ~ .00070 (17.78mi.) |
| P   | .00070 (17.78mi.) ~ .00075 (19.05mi.) |
| Q   | .00075 (19.05mi.) ~ .00080 (20.32mi.) |
| R   | .00080 (20.32mi.) ~ .00085 (21.59mi.) |
| S   | .00085 (21.59mi.) ~ .00090 (22.86mi.) |
| T   | .00090 (22.86mi.) ~ .00095 (24.13mi.) |
| U   | .00095 (24.13mi.) ~ .00100 (25.40mi.) |

단일방향의 복합재료가 L=15m, 폭 b=8m 라면, 2.4 inch 길이를 갖고, 3449MPa(500Ksi)의 인장강도를 갖는 한 개의 섬유에 대해 다음 Table 12와 같은 강도 감소비를 갖는다.

Table 12 질량에 따른 강도 감소비의 결과

| 종류                     | 섬유질량  | 유리섬유 인장강도 감소비 | 모재의 인장강도 감소비 |
|------------------------|-------|---------------|--------------|
| 폼코어 높이 h=0.10 ~0.30(m) | 3.013 | 0.53          | 0.71         |

파괴응력 계산은 세 가지 경우 즉 A) 인장과 압축 모두 강도감소를 시킨 경우, B) 인장만 감소를 시킨 경우, C) 인장, 압축 모두 감소하지 않는 경우에 대해 계산하였다. 각각의 경우에 대하여 수정된 Hill's ( $F_{xy}^* = 0$ )와 일반화된 Von Mises 영역( $F_{xy}^* = 1/2$ )을 고려하였다.

Table 13 강도 감소를 시킨 압축, 인장강도

| Type 강도 | A                        | B                        | C                        |
|---------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| X       | 375.24                   | 375.24                   | 708                      |
| X'      | 215.5351                 | 406.67                   | 406.67                   |
| Y       | 273.35                   | 273.35                   | 385                      |
| Y'      | 228.123                  | 321.3                    | 321.3                    |
| S       | 72                       | 72                       | 72                       |
| Fxx     | $1.236 \times 10^{-17}$  | $6.553 \times 10^{-18}$  | $3.473 \times 10^{-18}$  |
| Fyy     | $1.604 \times 10^{-17}$  | $1.137 \times 10^{-17}$  | $8.084 \times 10^{-18}$  |
| Fx      | $-1.975 \times 10^{-9}$  | $2.0597 \times 10^{-10}$ | $-1.047 \times 10^{-18}$ |
| Fy      | $-7.253 \times 10^{-10}$ | $5.459 \times 10^{-10}$  | $-5.150 \times 10^{-18}$ |
| Fss     | $1.929 \times 10^{-16}$  | $1.929 \times 10^{-16}$  | $1.929 \times 10^{-18}$  |
| Fs      | 0                        | 0                        | 0                        |

여기서 h : 폼코어 높이 (m), A type - 인장, 압축 모두 감소  
B type - 인장만 감소, C type - 인장, 압축 모두 감소 안함.

작용응력은 응력해석에서 얻은 값을 사용하였고, 최대응력을 선택하여 사용하였다. 폼코아 높이에 따른 응력변화 결과는 Fig. 9와 같다.

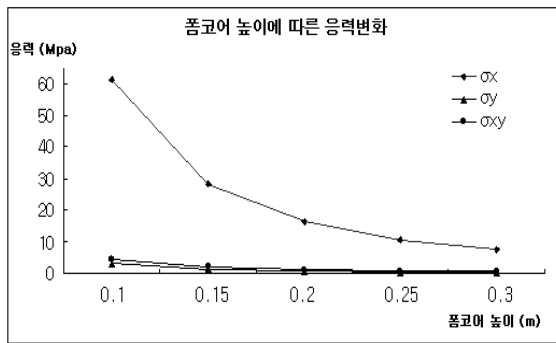


Fig. 9 폼코아 높이에 따른 응력변화.

Fig. 9에서 보면 폼코아 높이가 증가될 때 응력은 상대적으로 현저히 줄어들고 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 샌드위치 슬래브 교량의 처짐, 응력, 부재의 크기에 따른 치수효과를 고려하였다. 경계조건은 양단 단순 지지 교량의 형태를 모델링하였고 하중은 정적 차량하중을 고려하였다. 본 논문에서는 Tsai- Wu의 파괴영역을 고려하여 복합재료 교량의 강도에 대한 치수효과를 고려하여 해석하였다. 이러한 일련의 해석과 검증을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 치수효과를 고려한 복합재료 샌드위치 슬래브 교량에 대한 응력을 해석하였고 F.D.M. 프로그램을 완성하였다.
- (2) 유한차분법에 의해 계산된 양단단순 타단자유인 특별 직교이방성 슬래브교량의 처짐을 Navier해의 결과와 비교해본 결과 거의 일치함을 보여주고 있어 본 논문에서 사용한 F.D.M 프로그램이 정확함을 입증할 수 있었다.
- (3) 샌드위치 폼코아의 높이를 증가시켜 가면서 응력을 고찰해본 결과 교량이기 때문에  $\sigma_x$ 의 응력이 제일 크게 나타났으며 다음으로는 비틀림 응력인  $\sigma_{xy}$ 가 크게 나타났는데 이는 등분포하중 재하시는  $\sigma_y$ 가  $\sigma_{xy}$ 보다 크나 차량하중이 편심을 주기 때문임을 알 수 있으며 강성이 증가함에 따라 응력이 현저히 줄어드는 것을 알 수 있었다.

- (4) 교량의 경간을 늘리거나 작용하중을 높이기 위해 강성을 증가시켰을 때 질량이 늘어나면 강도가 떨어지는 치수효과를 고려하여 해석하였으며, 구조물 유지 보수, 보강 실무 설계시 적용할 수 있는 자료를 제공하였다.

## 참고문헌

- 1) Kim, D. H., "Composite Structures for Civil and Architectural Engineering," *E&FN SPON, Chapman & Hall*, London, 1995.
- 2) Kim, D. H., Han, B. K., "Simple Method of Vibration Analysis of Three Span Continuous Reinforced Concrete Bridge with Elastic Intermediate Supportm," *Journal of Korean Society for Composite Materials*, Vol. 17, No. 3, 2004, pp. 23-28.
- 3) Han, B. K, Kim, D. H., "Analysis of Steel Bridges by Means of Specially Orthotropic Plate Theory," *Journal of Korean Society of Steel Construction*, Vol. 13, No. 1, 2001, pp. 61-69.
- 4) Kim, D. H., "A Simple Method of 'Exact' Analysis of some Composite Laminated Structures for Civil Construction," *Seminar, University of Illinois at Urbana - Champaign*, 1992.
- 5) Kim, D. H., "Simple Method of Analysis for Preliminary Design of Certain Composite Laminated Primary for Civil Construction II," *Journal of Material Technology*, Elsevier, London, 1993.
- 6) Tsai, S. S. W., "Composite Design," *Think Composite*, Dayton, OH, 1988.
- 7) Kim, D. H., "Size/Scale Effects in the Failure of Brittle Materials and Composite Structures," *Invited Lecture, International Union of Theoretical and Applied Mechanics Symposium*, Torino, Italy, 1994.
- 8) Kim, D. H., "The Importance of Size/Scale Effects in the Failure of Composite Structures," *4th Japan International SAMPE Symposium and Exhibition*, Tokyo, 1995, pp. 25-28.
- 9) Han, B. K, Kim, D. H, Lee Y. H., "Size/Scale Effects in the Failure of Simply Supported Sandwich Bridge," *Proc. of Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 1, 2003, pp. 333-338.