

論文

원공이 존재하는 필라멘트 와인딩 압력용기의 응력해석

권진희* · 주상건* · 홍창선* · 윤성호** · 조원만**

Stress Analysis of Filament Wound Pressure Vessels
with HolesJ. H. Kweon*, S. G. Joo*, C. S. Hong*,
S. H. Yoon** and W. M. Cho**

ABSTRACT

A nonlinear finite element program was developed for the stress and failure analysis of composite laminated shell structures. By using the finite element program developed, the stress and failure analyses of graphite/epoxy filament wound pressure vessel with circular holes were conducted. In the nonlinear formulation, the updated Lagrangian scheme was adopted with the second Piola-Kirchhoff stress tensor and the Green strain tensor. For the finite element modeling of the vessel with holes, the eight node degenerated shell element was utilized. The variations of fiber direction and dome thickness along the meridian of vessel were considered by defining the fiber angle at the center of each element and the thickness at each nodal point. The behavior of pressure vessel with holes were compared with those without holes. The effects of the size and the cap of hole were investigated as well. In the vessel without holes, the maximum stress was occurred at the junction part, but in the vessel with holes it was found around the holes.

The behavior of pressure vessel was largely dependent on the hole size and the hole cap condition. Both the stress concentration and the failure propagation were severer in the inner layer than the outer layer.

초 록

복합적층 셸 구조물의 해석을 위한 비선형 유한요소 프로그램을 개발하여, 원공이 존재하는 그라파이트/에폭시 필라멘트 와인딩 압력용기에 대한 응력해석 및 파손 해석을 수행하였다. 비선형 수식화를 위하여 업데이트드 라그랑지안 기법을 사용하였고, 응력 및 변형률텐서는 강제운동의 영향을

* 정희원, 한국과학기술원 항공우주공학과
** 정희원, 국방과학연구소

받지않는 제 2피올라-키르호프 응력텐서와 그리인 변형률텐서를 채택하였다. 원공이 존재하는 비축대칭 압력용기의 유한요소 모델링을 위해서는 8절점 응축 쉘요소를 사용하였다. 각 요소마다 요소 중심에서의 섬유각도를 정의함으로써 돔부위에서의 섬유방향의 변화를 고려하였고, 각 절점단위로 두께를 정의하여 압력용기의 두께변화를 반영하였다. 압력용기의 해석으로서는 먼저 원공이 없는 축대칭 압력용기에 대한 해석을 수행하여 원공이 있는 경우와 비교함으로써, 원공이 압력용기의 거동에 미치는 영향을 살펴보았다. 또한 원공의 크기와 개폐여부에 따른 압력용기의 응력 및 파손상태를 연구하였다. 원공이 없는 압력용기에서는 접속부위에서, 원공이 있는 경우에는 원공주위에서 최대응력이 나타났다. 원공이 존재하는 압력용기의 거동은 원공의 크기와 원공의 개폐여부에 따라 매우 다르게 나타났고, 전체적으로 최외층에 비하여 최내층에서의 응력이 높고 초기파손 및 파손의 진전도 빠르게 나타났다.

기 호 설 명

[C], [D] : 국부좌표계 및 전체좌표에서의 재료강성 행렬	$\{U_n\}$: 절점자유도벡터
e_{ij}, η_{ij} : 그리인 변형률의 선형 및 비선형 성분	$V_{n\xi}, V_{n\eta}, V_{n\xi}$: n번째 절점에서의 국부좌표계 방향의 단위벡터
$\{F_n\}$: 외력벡터	X : 인장강도
$H_n(\xi, \eta)$: 유한요소의 형상함수	δ, Δ : 변분 및 증분
r_b, r_c, r_h : 보스, 원통 및 원공의 반경	ϵ_{ij} : 그리인 변형률
S_{ij}, σ_{ij} : 제 2피올라-키르호프 응력 및 코시 응력	ϕ : 자오선과 요소좌표계 중축이 이루는 각도
t_{hp}, t_{he} : 후프 와인딩 층 및 헬리컬 와인딩 층의 두께	θ : 요소좌표계에서의 섬유각도
	σ_1, σ_2 : 섬유방향 및 섬유수직방향 응력

1. 서 론

그라파이트/에폭시와 같은 고등복합재료는 높은 비강성과 비강도 및 낮은 열팽창률 등의 우수한 기계적 성질로 인하여 항공기나 로켓 등의 항공우주 구조물에의 사용이 날로 확대되고 있다. 이러한 복합재료 구조물의 제작방법에는 프리프레그(prepreg)를 원하는 크기와 방향으로 잘라, 원하는 두께만큼 적층(lamination)하는 프리프레그 적층 방법과 연속 섬유들을 맨드릴(mandrel) 위에 원하는 형태와 각도로 와인딩하여 제작하는 필라멘트 와인딩(filament winding)등이 있다. 본 연구에서 다루고자 하는 압

력용기와 같은 구조물의 경우 구조물의 기하학적인 특징으로 인하여 프리프레그 적층보다는 필라멘트 와인딩에 의해 제작하는 것이 일반적이다.

일반적으로 복합재 압력용기는 원통(cylinder), 돔(dome), 보스(boss) 및 접속부위(junction part)로 이루어 지는데 복합재 압력용기의 돔부분은 원통이나 구(sphere)와는 매우 다른 구조적 특성을 지닌다. 원통이나 구가 일정한 곡률을 지니는 반면, 압력용기 돔의 경우 곡률이 연속적으로 변하고 돔의 두께 및 자오선과 섬유가 이루는 각도도 변하게 된다. 또한 압력용기에 높은 내압이 가해지게 될 경우 대변형과 대회전이 발생하게 되므로 이러한 효과를

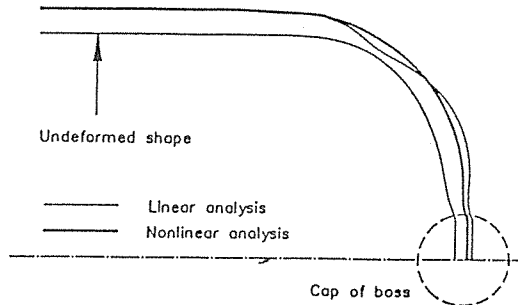


Fig. 1. Linear and Nonlinear Finite Element Results for the STEB (p=20MPa).

고려할 수 있는 적절한 응력 및 변형률텐서와 수식화기법의 선정이 요구된다. 그림 1은 20 MPa의 압력을 받는 STEB(Standard Test and Evaluation Bottle)[1] 압력용기의 전방뒎을 유한요소법을 이용하여 해석한 결과이다. 그림으로부터 선형해석과 비선형해석의 결과에는 큰 차이가 있으며, 따라서 높은 내압을 받는 압력용기의 경우 반드시 비선형 해석을 수행해야 함을 알 수 있다. 압력용기가 대변형 특히 대회전을 일으킬 경우, 돔부위에서의 섬유도 함께 변형하게 되고 이로 인해 고정된 전체좌표계에 대한 섬유의 상대적인 위치가 변하게 된다. 따라서 섬유의 방향은, 고정되어 있는 전체좌표계가 아닌 구조물에 부착되어 함께 변형하는 요소의 국부좌표계에 대해 정의되어야 한다. 원공이 존재하는 압력용기에서는 요소좌표계의 종축과 압력용기의 자오선이 일치하지 않기 때문에 각 요소마다 요소의 중심에서의 섬유각도를 따로 구해야 한다.

이와 같이 필라멘트 와인딩 압력용기의 구조해석을 위해서는 돔의 두께 및 곡률과 섬유방향의 변화 그리고 대변형으로 인한 섬유의 위치변화까지 모두 고려하여야 한다. 그러나 지금까지는 압력용기의 제작이나 설계기법에 관한 연구[1~7]나 등방성 구조물에 대한 해석[8~10] 또는 축대칭해석[11~14] 등은 비교적 많이 이루어져 왔으나 원공이 존재하는 비축대칭 필라멘트 와인딩 압력용기에 대한 해석은 매우 부족한 상황이다.

본 연구에서는 복합적층 셀 구조물의 해석을 위한 비선형 유한요소 프로그램을 개발하여, 원공이 존재하는 그라파이트/에폭시 필라멘트 와인딩 압력용

기에 대한 응력해석 및 파손해석을 수행하였다. 유한요소 모델링을 위한 요소로는 8절점 응축(degenerated) 쉘요소를 사용하였다. 구조물의 두께는 각 절점에서 절점단위로 정의하고 섬유의 방향은 요소 중심에서 요소의 국부좌표계에 대해 정의함으로써 돔부위에서의 두께 및 섬유방향의 변화를 고려하였다. 비선형 수식화기법은, 업데이트드 라그랑지안(updated Lagrangian)방법을 사용하였고, 응력 및 변형률텐서는 제 2피올라-키르호프(2nd Piola-Kirchhoff) 응력텐서 및 그린(Green) 변형률텐서를 채택하였다. 해석방법의 타당성 검증을 위해, 분포하중을 받는 원통 및 원통판넬을 해석하여 기존의 결과들과 비교하였다. 보스에서의 구속조건이 압력용기의 거동에 미치는 영향을 살펴보기 위해 보스가 열려있는 경우와 캡으로 막혀있는 경우에 대한 해석을 수행하였다. 돔부위의 원공이 압력용기의 거동에 미치는 영향을 살펴보기 위해 원공이 존재하지 않는 STEB를 해석하여 거동을 비교하였다. 또한 원공의 크기를 변화시키면서 응력분포 및 파손양상을 고찰하고, 원공이 열려 있는 경우와 닫혀 있는 경우에 대한 해석을 각각 수행하였다.

2. 비선형 유한요소해석

2-1. 수식화

체적력이 없는 경우, 임의의 N번째 상태에서의 형상을 기준으로 하고 N번째와 N+1번째 상태 사이의 증분량을 사용하여 가상일의 정리를 적어보면 다음과 같다.

$$\int_{V^N} (\sigma_{ij} + \Delta S_{ij}) \delta(\Delta \epsilon_{ij}) dV - \int_{S_T^N} (T_i + \Delta T_i) \delta(\Delta u_i) dS = 0 \quad \dots (1)$$

여기서 $\sigma_{ij}, S_{ij}, \epsilon_{ij}, T_i, u_i$ 는 각각 코시(Cauchy)응력, 제2피올라-키르호프 응력, 그린 변형률, 표면력 및 변위의 성분이고 Δ 는 증분량을 의미한다.

식 (1)에서 그린 변형률 $\Delta \epsilon_{ij}$ 는 식 (2)에서와 같이 선형성분과 비선형성분으로 나눌 수 있다.

$$\Delta \epsilon_{ij} = \Delta \epsilon_{ij} + \Delta \eta_{ij} \quad \dots \dots \dots (2)$$

여기서 Δe_{ij} 와 $\Delta \eta_{ij}$ 는 다음과 같다.

$$\Delta e_{ij} = \frac{1}{2} (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i}) \dots\dots\dots (3)$$

$$\Delta \eta_{ij} = \frac{1}{2} \Delta u_{k,i} \Delta u_{k,j} \dots\dots\dots (4)$$

식 (1)에 식 (2)를 대입하고 미소량의 2차항을 제거하여 정리하면 다음과 같다.

$$\int_{V^N} (\sigma_{ij} \delta(\Delta \eta_{ij}) + \Delta S_{ij} \delta(\Delta e_{ij})) dV = W - \int_{V^N} \sigma_{ij} \delta(\Delta e_{ij}) dV \dots\dots\dots (5)$$

$$W = \int_{S_T^N} (T_i + \Delta T_i) \delta(\Delta u_i) dS = 0 \dots\dots\dots (6)$$

식 (5)를 식 (7)의 응력-변형률 관계식을 이용하여 정리하면 식 (8)과 같다.

$$\Delta S_{ij} = D_{ijkl} \Delta e_{kl} \dots\dots\dots (7)$$

$$\int_{V^N} \delta(\Delta e_{ij}) D_{ijkl} \Delta e_{kl} dV + \int_{V^N} \sigma_{ij} \delta(\Delta u_{k,i}) \Delta u_{k,j} dV = W - \int_{V^N} \sigma_{ij} \delta(\Delta e_{ij}) dV \dots\dots\dots (8)$$

2-2. 8절점 응축 셸요소

본 연구에서 사용된 요소는 8절점 응축 셸요소이다. 이 요소는 요소당 8개의 절점을 가지며 절점당 자유도는 5개이고 전체 카티션 직교좌표계에서 x-, y-, z-축 방향의 변위 u, v, w와 요소의 국부좌표계에서 ξ -, η -축에 대한 두개의 회전자유도 β_ξ , β_η 로 구성된다. 변형전에 요소의 중립면에 대해 수직인 직선들은 변형후에도 직선을 유지하지만 반드시 수직일 필요는 없다는 1차전단변형이론을 사용한다.

8절점 응축 셸요소에서의 좌표와 증분변위벡터들은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^8 H_n(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^8 H_n(\xi, \eta) t_n \zeta V_{n\zeta} \dots\dots\dots (9)$$

여기서 $H_n(\xi, \eta)$ 는 요소의 형상함수이고 $V_{n\zeta}$ 는 두께방향의 단위벡터이다. n번째 절점에서의 셸의 두께

t_n 및 셸을 구성하는 i번째 단층의 두께 h_i 와 셸의 두께 t_n 는 다음과 같이 정의된다.

$$h_i = \sum_{n=1}^8 H_n(\xi, \eta) h_{in}, \quad t_n = \sum_{i=1}^N h_{in},$$

$$t = \sum_{n=1}^8 H_n(\xi, \eta) t_n \dots\dots\dots (10)$$

여기서 N은 요소를 구성하는 단층의 층수이고 h_{in} 은 n번째 절점에서 i번째 단층의 두께이다.

요소의 각 절점에서 국부좌표계의 좌표축방향의 단위벡터들은 다음과 같이 정의된다.

$$V_{n\zeta} = \frac{\frac{\partial x_n}{\partial \xi} e_x + \frac{\partial y_n}{\partial \xi} e_y + \frac{\partial z_n}{\partial \xi} e_z}{\left| \frac{\partial x_n}{\partial \xi} e_x + \frac{\partial y_n}{\partial \xi} e_y + \frac{\partial z_n}{\partial \xi} e_z \right|} \dots\dots\dots (11)$$

$$V_{n\zeta} = \frac{V_{n\zeta} \times \left(\frac{\partial x_n}{\partial \eta} e_x + \frac{\partial y_n}{\partial \eta} e_y + \frac{\partial z_n}{\partial \eta} e_z \right)}{\left| V_{n\zeta} \times \left(\frac{\partial x_n}{\partial \eta} e_x + \frac{\partial y_n}{\partial \eta} e_y + \frac{\partial z_n}{\partial \eta} e_z \right) \right|} \dots\dots\dots (12)$$

$$V_{n\eta} = V_{n\zeta} \times V_{n\zeta} \dots\dots\dots (13)$$

식 (9)로부터 요소내부 임의의 지점에서의 증분 변위들은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^8 H_n(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} \Delta u_n \\ \Delta v_n \\ \Delta w_n \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^8 H_n(\xi, \eta) t_n \zeta (V_{n\zeta} \Delta \beta_{n\eta} - V_{n\eta} \Delta \beta_{n\zeta}) \dots\dots\dots (14)$$

2-3. 유한요소 방정식

유한요소의 변위와 변형률 및 변위와 미분변위와의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\Delta e\} = [B_L] \{\Delta U_n\} \dots\dots\dots (15)$$

$$\{(\Delta u)_{,k}\} = [B_{NL}] \{\Delta U_n\}, \quad k=x, y, z \dots\dots\dots (16)$$

여기서 $\{\Delta e\}$ 와 $\{\Delta U_n\}$ 및 $\{(\Delta u)_{,k}\}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\{\Delta e\} = [\Delta e_x \Delta e_y \Delta e_z \Delta e_{xy} \Delta e_{yz} \Delta e_{xz}]^T \dots\dots\dots (17)$$

$$\{\Delta U_n\} = [\dots\dots \Delta u_n \Delta v_n \Delta w_n \Delta \beta_{n\xi} \Delta \beta_{n\eta} \dots\dots]^T \dots\dots\dots (18)$$

$$\{(\Delta u)_{,k}\} = [\Delta u_{,x} \Delta u_{,y} \Delta u_{,z} \Delta v_{,x} \Delta v_{,y} \Delta v_{,z} \Delta w_{,x} \Delta w_{,y} \Delta w_{,z}]^T \dots\dots\dots (19)$$

식 (15)와 (16)을 (8)식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 최종적인 유한요소 방정식에 도달하게 된다.

$$([K_L] + [K_{NL}])\{\Delta U_n\} = -\{\Delta P\} \dots\dots\dots (20)$$

강성행렬 $[K_L]$, $[K_{NL}]$ 과 불평형력 (unbalanced force) $\{\Delta P\}$ 는 다음과 같다.

$$[K_L] = \int_{V^N} [B_L]^T [D] [B_L] dV \dots\dots\dots (21)$$

$$[K_{NL}] = \int_{V^N} [B_{NL}]^T [\sigma^*] [B_{NL}] dV \dots\dots\dots (22)$$

$$\{\Delta P\} = \int_{V^N} [B_L]^T \{\sigma\} dV - \{F_n\} \dots\dots\dots (23)$$

여기서 $\{\sigma\}$ 와 $\{F_n\}$ 은 각각 응력벡터와 절점하중 벡터이고, $[\sigma^*]$ 및 $[B_L]$ 과 $[B_{NL}]$ 은 참고문헌 [16]에 주어진 것과 같다.

2-4. 복합재료의 구성방정식

복합적층 구조물을 구성하는 각각의 단층은 직교 이방성을 가진다. 따라서 한 단층에 대한 응력-변형률 관계식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\Delta S\} = [C]\{\Delta e\} \dots\dots\dots (24)$$

$$\{\Delta S\} = [\Delta S_1 \Delta S_2 \Delta S_3 \Delta S_{12} \Delta S_{23} \Delta S_{13}]^T \dots\dots\dots (25)$$

$$\{\Delta e\} = [\Delta e_1 \Delta e_2 \Delta e_3 2\Delta e_{12} 2\Delta e_{23} 2\Delta e_{13}]^T \dots\dots\dots (26)$$

여기서 재료강성행렬 $[C]$ 는 참고문헌[17]에 주어진 것과 같다.

식 (24)는 섬유 방향이 유한요소의 국부좌표계의 종축과 일치할 때의 응력-변형률 관계식이다. 따라서 요소의 종축에 대해 임의의 섬유방향을 갖는

단층에 대한 재료강성행렬 $[\bar{C}]$ 는 다음과 같이 수정된다.

$$[\bar{C}] = [T_1][C][T_1]^T \dots\dots\dots (27)$$

$$[T_1] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & -2mn & 0 & 0 \\ n^2 & m^2 & 0 & 2mn & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ mn & -mn & 0 & m^2-n^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -n & m \end{bmatrix} \dots\dots\dots (28)$$

$m = \cos\theta, \quad n = \sin\theta$

여기서 θ 는 요소의 국부좌표계의 종축과 섬유가 이루는 각도이다. 보통의 적층구조물의 경우에는 섬유각도 θ 가 모든 요소에서 일정하지만 필라멘트 와인딩 압력용기에서는 θ 가 요소마다 달라지게 되므로 모든 요소들에 대해 요소의 중심에서 섬유각도 θ 를 계산하여 사용하여야 한다.

또한 두께방향의 수직응력 ΔS_ζ 는 매우 작다고 가정하고 구성방정식에서 두께방향의 수직변형률 Δe_ζ 를 소거하면 재료강성행렬 \bar{Q}_{ij} 는 식(29)과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{Q}_{ij} = \bar{C}_{ij} - \bar{C}_{i3}\bar{C}_{j3}/\bar{C}_{33} \quad i, j=1, 2 \dots\dots\dots (29)$$

$$= \bar{C}_{ij} \quad i, j=4, 5, 6$$

식 (29)는 요소의 국부좌표계에서의 재료강성행렬이므로 식 (20)의 유한요소 방정식에 대입하기 위해서는 변환행렬을 사용하여 전체 좌표계로 변환하여야 한다.

$$[D] = [T_2][\bar{Q}][T_2]^T \dots\dots\dots (30)$$

여기서 변환행렬 $[T_2]$ 는 참고문헌[16]에 주어진 것과 같다.

2-5. 기존 결과와의 비교

해석방법의 정확성과 안정성을 검증하기 위하여 먼저 네 변이 고정지지된 원통판넬에 외압이 작용하는 문제를 해석하였다. 대칭경계조건을 이용하여 판넬의 1/4을 4×4로 요소분할하였고 제원 및 재료상수는 다음과 같다.

$R/t=800$, $d/L=1$, $t=3.175$ mm, $L=504$ mm,
 $E=3.105$ GPa, $\nu=0.3$

그림 2에 제시된 바와 같이 본 해석의 결과는 참고문헌[18]의 결과와 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

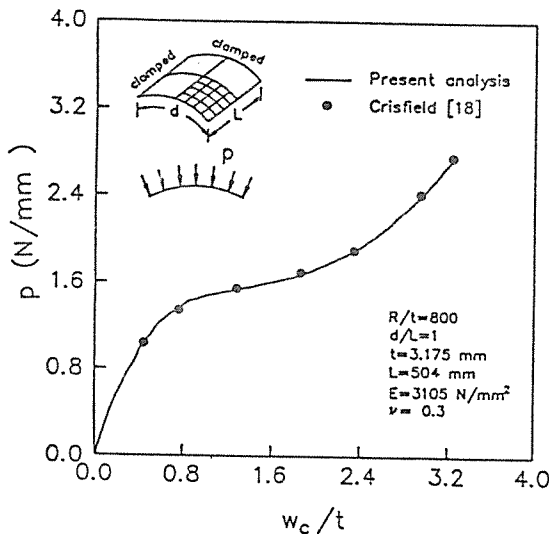


Fig. 2. Load-deflection Curve of a Panel Under External Uniform Pressure.

두번째 예제는 내압을 받는 직교이방성 원통으로서, 양 경계는 모두 고정지지되어 있다. 대칭경계조건을 이용하여 원통의 1/8을 5×5로 요소분할하였다. 원통의 제원 및 재료상수는 다음과 같다.

$R=20$ inch, $t=1$ inch, $L=20$ inch,
 $E_{11}=7.5 \times 10^3$ ksi, $E_{22}=2 \times 10^3$ ksi, $\nu_{12}=0.25$
 $G_{12}=G_{23}=0.625 \times 10^3$ ksi, $G_{13}=1.25 \times 10^3$ ksi

그림 3에 제시된 결과에서 알 수 있듯이 개발된

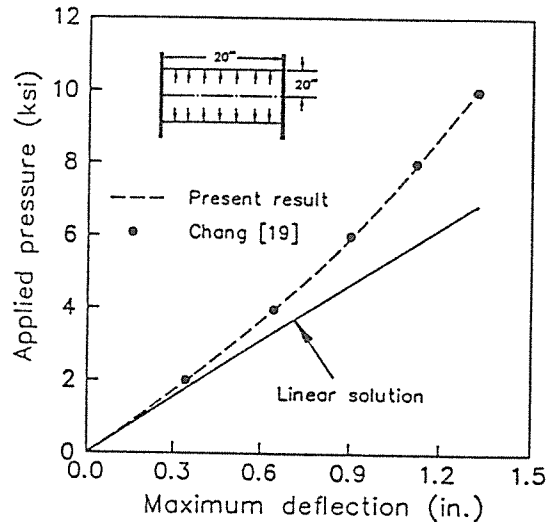


Fig. 3. Load-deflection Curve of a Cylinder Under Internal Uniform Pressure.

프로그램을 이용한 해석 결과는 참고문헌[19]의 결과와 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한 높은 내압이 가해질수록 구조물의 강성이 커지게 되어 선형 결과와 비선형 결과는 점점 큰 차이를 보이고 있다.

3. 필라멘트 와인딩 압력용기의 해석

3-1. 문제 설명

본 연구에서 해석한 압력용기들은 세층의 균형단층 즉 여섯층의 각도층으로 구성된다고 가정하였다. 원통에서의 헬리컬 와인딩 각도는 10.4도이고 보스로서 갈수록 증가하여 보스에서 90도가 된다.

또한 보스 이외에 세개의 원공이 존재하는 압력용기를 해석하고자 하므로, 원주방향의 대칭성을 이용하여 그림 4에 보인 바와 같이 압력용기의 1/6만을 대칭경계조건을 이용하여 모델링하였다. 필라멘트 와인딩에 의해 제작되는 압력용기는(±θ)의 균형단층을 하나의 층으로 하여 제작되므로 굽힘-비틀림 연계강성(bending-twisting coupling stiffness)이나 수직-전단 연계강성(shear-normal coupling stiffness)의 효과는 나타나지 않으며, 또한

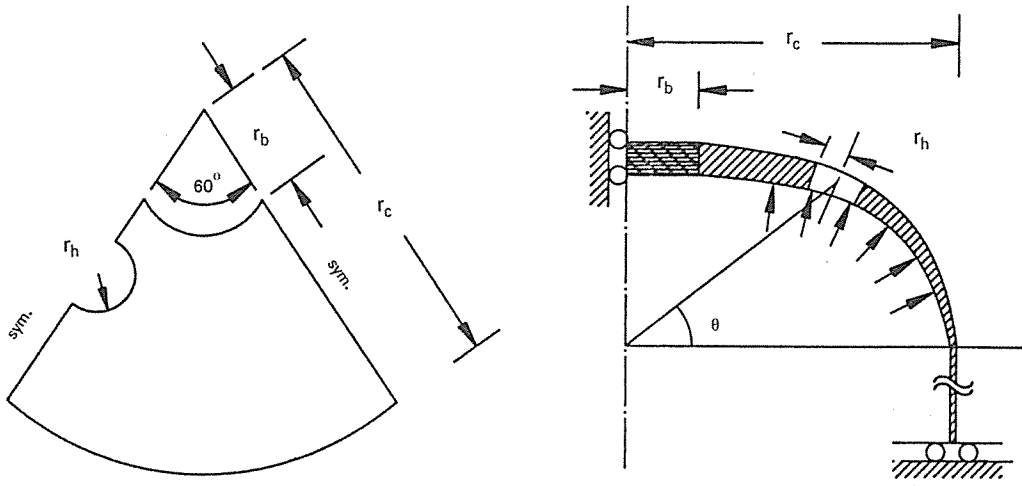


Fig. 4. Boundary Conditions for the Finite Element Analysis of Filament Wound Pressure Vessel.

균형단층이 여러번 반복되면 연계효과는 더욱 더 작아지기 때문에 그림에 제시된 경계조건과 모델링 방법은 타당한 것으로 볼 수 있다. 보스에서는 금속보강재의 프렌지의 반경인 $\sqrt{1.5} r_b$ (r_b : 보스의 반경) 내에 존재하는 모든 절점들에 대해 회전은 구속하고 축방향의 강제변형만 가능하게 하였다.

사용된 그래파이트/에폭시 복합재료의 재료상수들은 다음과 같다.

$E_1=135.4 \text{ GPa}$	$E_2=E_3=9.6 \text{ GPa}$
$G_{12}=G_{13}=4.8 \text{ GPa}$	$G_{23}=3.2 \text{ GPa}$
$\nu_{12}=\nu_{13}=0.31$	$\nu_{23}=0.52$
$X=1933 \text{ MPa}$	

압력용기를 해석할 때 논란이 많은 문제의 하나가 보스에서의 모델링 방법이다. 본 연구에서는 보스에서의 구속조건이 압력용기의 거동에 미치는 영향을 살펴보기 위하여, 보스의 원공을 캡으로 모델링하였을 때와 원공을 열어두었을 때 그리고 캡에 작용하는 압력의 효과를 보스경계에서 절점하중으로 작용시켰을 때의 세가지 모델링 방법에 의한 해석을 수행하여 결과를 비교하였다. 그림 5에서, 보스캡의 효과를 전혀 고려하지 않았을 경우에는 압력용기 원통부분의 변형으로 인한 강제운동으로, 보스의

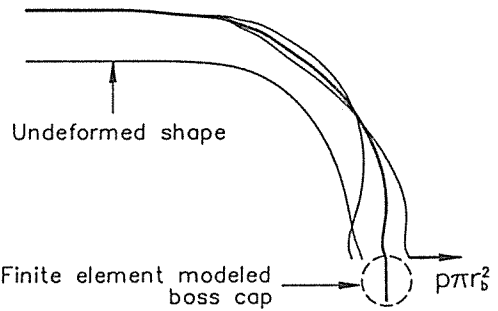


Fig. 5. Effect of Finite Element Modeling for the Boss Cap on the Behavior of the STEB ($p=20 \text{ MPa}$).

축방향 변위가 음(negative)이 됨을 알 수 있다. 이것은 캡에 사용하는 압력으로 인한 축방향 변형이 고려되지 않았기 때문에 나타나는 현상이다. 두번째로 캡에 작용하는 압력에 해당하는 힘, $p\pi r_b^2$ 을 보스의 경계에 위치한 절점들에 절점하중으로 작용시켰을 때는 첫번째와는 반대로 보스의 축방향 변위를 다소 과대평가하는 것으로 나타나고 있다. 세번째로 보스의 반경과 같은 크기를 가지는 캡을 직접 유한요소로 모델링하였을 때는 보스의 축방향 변위가 첫번째와 두번째 결과의 사이에 위치함을 알 수 있다. 이때 보스캡은 무한강체로서 강제운동만 가능하다고

보고 축방향 강체변형을 제외한 모든 변형을 구속하였다. 캡에서의 요소 크기가 미치는 영향을 알아보기 위해, 캡에서의 요소의 크기를 몇 가지로 변화시키면서 해석을 수행해 보았으나 동일한 결과를 얻을 수 있었다.

압력용기가 실제로 압력을 지탱하기 위해서는 보스의 원공은 캡으로 막혀 있어야만 하기 때문에 본 연구에서 해석대상으로 하는 모든 압력용기는 무한 강체인 보스캡이 보스의 원공을 막고 있다고 가정하였다.

3-2. 원공이 없는 압력용기의 해석

원공이 있는 압력용기의 해석에 앞서 원공이 존재하지 않는 압력용기인 STEB[1]에 대한 해석을 수행하였다. STEB의 제원은 다음과 같다.

$$r_b = 22.85 \text{ mm}, \quad r_c = 127 \text{ mm}, \\ t_{hl} = 1.4 \text{ mm}, \quad t_{hp} = 1.6 \text{ mm}$$

여기서 r_b, r_c, t_{hl}, t_{hp} 는 각각 보스반경, 원통반경, 헬리컬 와인딩(helical winding)층의 두께, 후프 와인딩(hoop winding)층의 두께이다.

그림 6은 40 MPa의 내압이 작용할 때의 최외층과 최내층에서의 섬유방향 및 섬유수직방향 응력의 분포를 보여주고 있다. 여기서 최외층이란 후프 와인딩

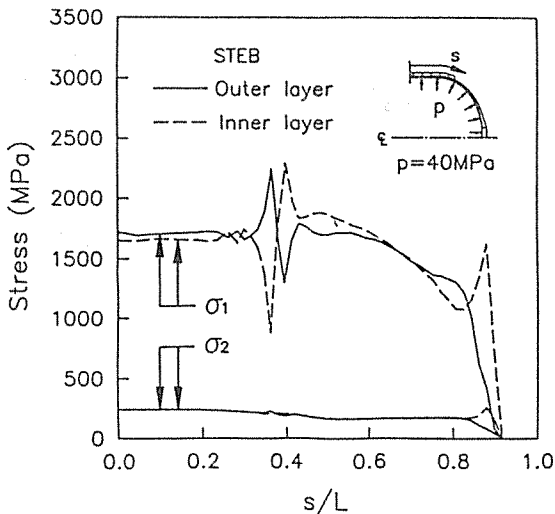


Fig. 6. Stresses in Principal Material Direction of the STEB ($p=20 \text{ MPa}$).

층을 제외한 헬리컬 와인딩 층들 중의 가장 바깥층을 의미한다. 압력용기의 접속부위에서는 돔과 원통의 응력불연속 현상으로 인하여 굽힘모멘트가 유기되고, 이로 인하여 큰 응력집중이 발생하는 것을 볼 수 있다. 접속부위를 제외한 영역에서는 대체로 고른 응력분포를 보이고 있는데 이것은 “섬유에 작용하는 인장응력은 일정”하도록 등장력(isotensoid)개념[1, 3, 4]을 사용하였기 때문이다.

3-3. 원공이 열려있는 압력용기의 해석

본 연구에서 해석대상으로 하는 구조물은 그림 7(a)에 보인 것과 같이 제원과 돔형상은 STEB와 동일하면서 돔에 반경 20 mm인 세개의 원공이 뚫려 있는 압력용기이다. 그림에서 점들로 표시된 영역은 보스캡을 의미한다. 경계조건 및 모델링 방법은 원공이 없는 압력용기의 경우와 동일하다. 원공은 캡이 없는 상태로 열려 있고 원공의 경계에서는 아무런 구속이 가해지지 않는 자유조건이다.

그림 7(b)는 내압이 20 MPa일 때의 압력용기의 변형된 형상을 10배로 확대하여 그린 것이다. 전체적으로 볼록하게 팽창하는 형태의 변형을 보이지만, 원공주위에서의 변형은 전혀 다른 양상을 보인다. 원공이 열려 있는 상황에서 원공경계에 아무런 보강이나 구속이 가하여지지 않고 있기 때문에 원공의 상하로 작용하는 자오선방향의 인장응력에 의해 심한 변형을 일으키면서 원공의 모양이 일그러지고 있다.

그림 8은 최외층과 최내층에서의 섬유방향 응력의 분포를 가해진 내압의 크기에 따라 그린 것이다. 그림에서 점들로 표시된 부분은 섬유의 인장강도 이상의 응력이 작용하는 영역 즉 섬유파단이 발생한 영역을 나타낸다. 원공이 없는 경우에는 접속부위에서 최대응력이 발생하였지만 원공이 존재하는 경우에는 원공주위에서 최대응력이 작용하고 있음을 알 수 있다. 또한 동일한 내압에 대한 최대응력의 크기는 최내층의 경우가 최외층에 비해 80~90% 가량 더 크게 나타나고 있다. 응력이 집중되는 위치도 최내층의 경우 주로 원공의 오른쪽 자유경계단이지만 최외층의 경우 원공에서 약간 떨어진 지점에서도 큰 응력이 걸리고 있다. 파손은 최외층의 경우 내압이

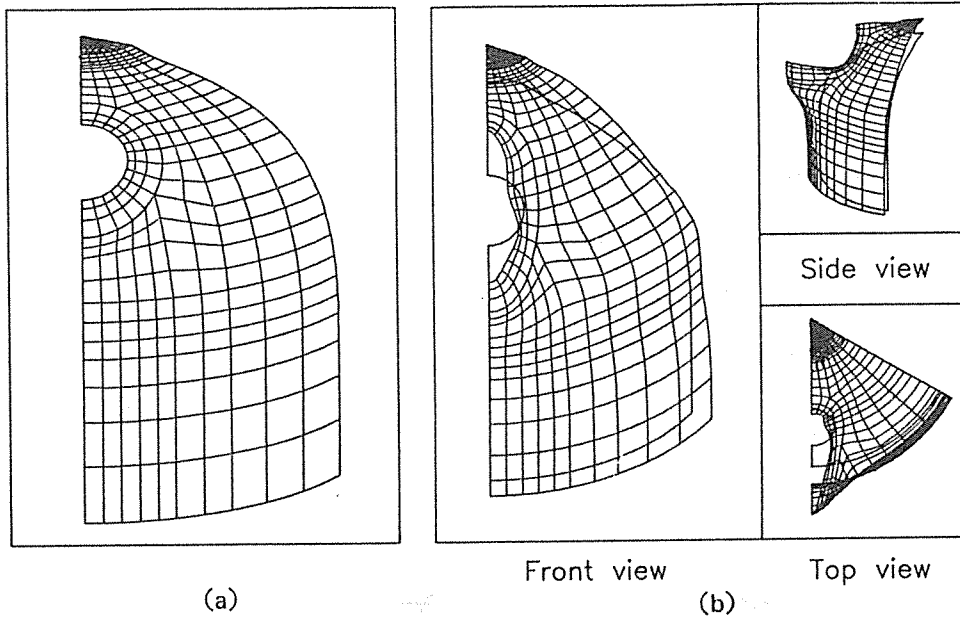


Fig. 7. Finite Element Model and Deformed Shape of the Pressure Vessel with Three Opened Holes($r_h=20$ mm).

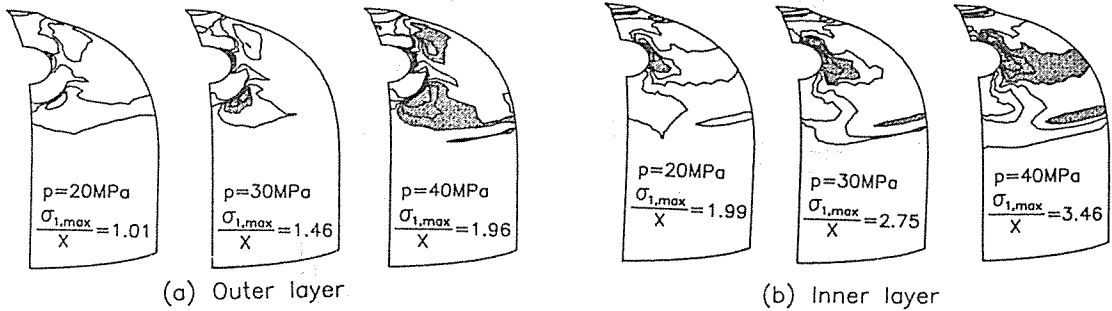


Fig. 8. Contours of the Fiber Directional Stress for the Pressure Vessel with Three Opened Holes($r_h=20$ mm).

20 MPa일 때까지는 발생하지 않다가 30 MPa일 때 원공의 오른쪽 자유경계단과 오른쪽 아래에서 발생하기 시작한다. 압력이 증가함에 따라 자유경계단에서 발생한 파손은 오른쪽-위의 대각선 방향으로 확장되고, 오른쪽-아래에서 발생한 파손은 원주방향으로 전파된다. 압력이 40 MPa일 때는 접속부위의 접속선 아래에서도 부분적인 파손이 발생하는 것을 볼 수 있는데 이것은 원공이 없는 경우에 대한 응력분포에서도 보았듯이, 최외층의 경우 접속선 바로 아래에서 응력집중이 발생하고 최내층의 경우에는 접속선 위에서 최대응력이 발생하기 때문에 나타나는

현상이다. 최내층의 경우에는 파손발생의 시기가 빠르고 발생영역도 훨씬 넓다. 10 MPa의 내압에서 이미 파손이 발생하기 시작하였으며 파손영역은 원공주위에서 원주방향으로 확장된다. 또한 최외층에서와 달리 40 MPa의 내압에서 접속선 바로 위에서 접속선을 따라가며 파손이 발생하고 있다.

3-4. 원공이 달려있는 압력용기의 해석(I)

앞절에서와 동일한 형상을 가지면서 원공에 강성이

매우 큰 원공캡이 닫혀 있는 압력용기에 대한 유한 요소 모델은 그림 9(a)에 주어진 것과 같다. 그림에서 점들로 표시된 부분이 원공캡과 보스캡이다.

그림 9(b)는 앞에서와 마찬가지로 20 MPa의 내압하에서의 변형을 10배로 확대하여 그린 것이다. 원공이 아무런 구속이 가해지지 않은 상태로 완전히 열려 있는 경우에는 원공주위에서 국부적으로 심한 변형이 발생하였지만 원공캡을 강성이 큰 물질로 모델링하였을 때는 압력용기의 자유경계단이 사라지게 되어서 큰 변형이 발생할 수가 없다. 전체적인 변형에 비해 원공캡이 상대적으로 오목하게 들어간 것은 원공캡의 강성이 다른 부분에 비해 월등하게 크기 때문이다. 내압을 받는 압력용기의 변형은 주로 내압으로 인한 면내인장응력에 의해 발생하게 되는데 동일한 인장응력이 걸린다 할지라도 원공캡은 다른

부분에 비해 강성이 크기 때문에 변형이 그만큼 작은 것이다.

그림 10은 최외층과 최내층에서의 섬유방향 응력 분포를 나타낸다. 원공이 열려있을 때에는 주로 원공의 오른쪽 자유경계단에서 큰 응력과 파손이 발생하였지만 원공캡이 막혀있는 상태에서는 주로 원공의 아래와 위쪽에 큰 응력이 작용하고 있다. 전체적으로 최외층보다 최내층에서 큰 응력이 나타나는 현상은 원공이 열려 있을 때와 동일하지만 두 층에서의 최고응력의 차이는 훨씬 작다. 최내층의 경우에는 원공주위뿐만 아니라 접속부위에서도 큰 응력이 나타나고 있다.

파손은 최외층에 비해 최내층에서 빠르고 발생영역도 넓다. 주로 원공근처에서 발생하여 전파되지만 원공에서 멀리 떨어진 영역이라도 변형의 구배가

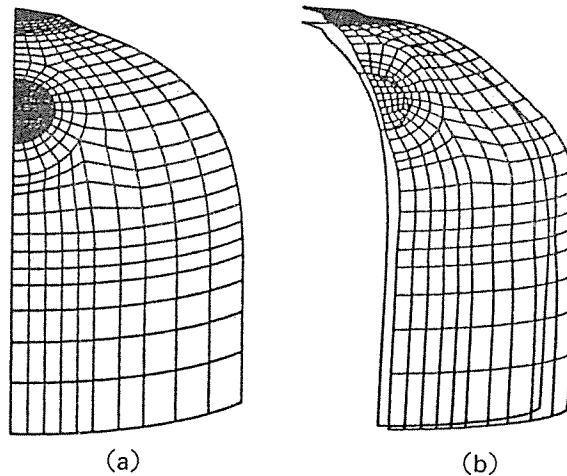


Fig. 9. Finite Element Model and Deformed Shape of the Pressure Vessel with Rigid Hole Caps ($r_h=20$ mm).

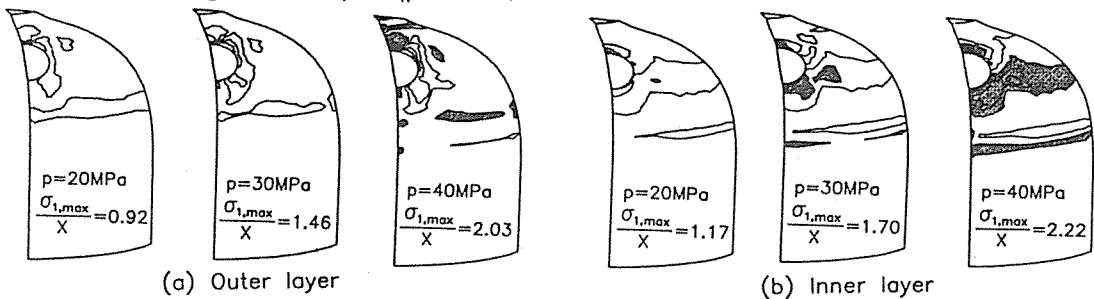


Fig. 10. Contours of the Fiber Directional Stress for the Pressure Vessel with Rigid Hole Caps($r_h=20$ mm).

심한 영역에서는 국부적으로 파손이 발생하고 있음을 알 수 있다. 원공이 열려 있는 경우와 마찬가지로 원공 주위에서 발생한 파손은 원공에서 멀어지면서 원주방향으로 진행된다. 이것은 원공에서 충분히 떨어진 영역에서는 원공의 효과가 사라지고 압력용기가 축대칭 거동을 보이게 됨을 의미한다. 또한 최외층의 경우 원공의 위쪽과 접촉선 바로 아래에서 많은 파손이 발생한 반면 최내층의 경우 원공의 아래쪽과 접촉선의 바로 위에서 심한 파손이 발생한다.

3-5. 원공이 닫혀있는 압력용기의 해석(II)

여기서는 원공의 크기를 50%크게 하여 반경이 30 mm인 압력용기의 거동을 살펴보았다. 유한요소 모델링 방법은 반경이 20 mm인 경우와 동일하다.

변형은 원공의 반경이 20 mm인 경우와 비슷한 경향을 보이면서 전체적으로 볼록하게 팽창하는 형태로 발생하였다.

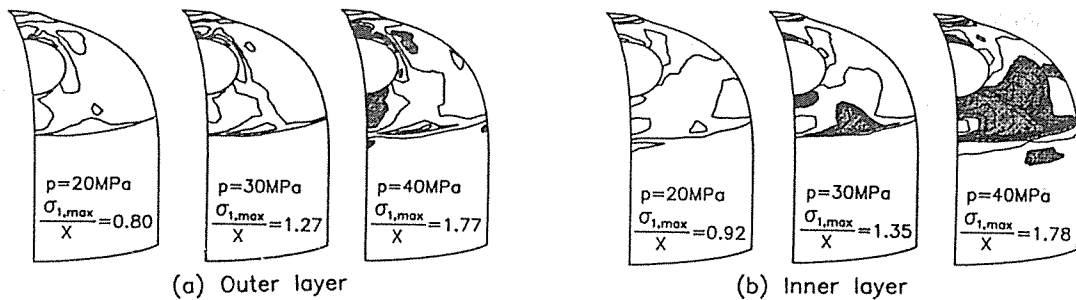


Fig. 11. Contours of the Fiber Directional Stress for the Pressure Vessel with Rigid Hole Caps($r_h=30$ mm).

4. 결 론

본 연구에서는 비선형 유한요소법에 의해 원공이 존재하는 필라멘트 와인딩 압력용기에 대한 응력해석 및 파손해석을 수행하였다. 유한요소 해석에서는 돔에서의 섬유방향과 두께의 변화 및 대회전과 대변형의 효과를 모두 고려하였다. 해석에서 얻어진 결과들을 정리하면 다음과 같다.

1. 원공이 없는 압력용기의 경우, 접촉부위에서 매우 큰 응력집중 현상이 발생하며, 최외층의 경우

그림11은 최외층과 최내층에서의 섬유방향의 응력분포를 보여주고 있다. 최내층과 최외층에서의 최고 응력의 값은 큰 차이가 없지만, 전체적으로 최내층에서의 응력이 최외층에 비해 월등히 높게 나타난다. 응력의 집중은 원공의 아래와 위쪽에서 나타나기 시작하지만 특히 최내층의 경우는 원공의 아래에서 큰 응력이 나타나고 접촉부위에서도 매우 큰 응력이 작용하고 있음을 알 수 있다.

압력이 20 MPa일 때까지 파손의 발생은 없다가 30 MPa를 넘어가면 파손이 급격하게 진행됨을 알 수 있다. 최외층의 경우 원공의 반경이 20 mm인 압력용기와 대체로 비슷한 파손양상을 보이지만, 최내층의 경우는 파손영역이 매우 넓고 원통부분에서도 파손이 발생하고 있다. 또한 초기파손후에는 원공반경이 작은 경우보다 높지만 일단 파손이 발생하면 급격히 진전을 보인다. 이것은 원공반경이 클수록 파손양상이 불안정해짐을 의미하고 따라서 매우 보수적인 압력용기 설계가 요구됨을 알 수 있다.

접촉선 바로 아래에서, 최내층의 경우 접촉선 바로 위에서 최대응력이 발생하였다.

2. 압력용기 돔에 원공이 존재하게 될 경우 응력집중은 원공경계와 접촉부위에서 발생하지만 원공 경계에서 더 큰 응력이 발생한다.
3. 원공이 열려 있는 경우에는 원공의 오른쪽 자유 경계단에서 파손이 발생하고 닫혀 있을 경우에는 원공의 아래와 위에서 발생한다.
4. 원공의 크기가 커지면 초기파손후에는 원공이 작은 경우보

다 더 급격한 파손진행양상을 보인다.

5. 최외층에 비해 최내층에서 파손영역이 훨씬 넓고 초기파손 및 파손진전도 빠르다.

참 고 문 헌

1. N.L. Newhouse and W.D. Humphrey, "Development of the Standard Test and Evaluation Bottle(STEB)," *SAMPE Journal*, March/April, 1986, pp.12-15.
2. 홍창선 외, "섬유강화 복합재료의 개발과 응용 (FRP 압력용기의 개발)," 과학기술처 연구보고서, 1984.
3. J.P. Denost, "New Design Concepts for Filament-Wound Pressure Vessel with Unequal Polar Openings," *Proceedings of the AIAA/SAE/ASME 18th Joint Propulsion Conference*, 1982.
4. J.P. Denost, "Design of Filament-Wound Rocket Cases," *Design Methods in Solid Rocket Motors, Lecture Series*, No.150, 1988.
5. Evans, "Composite Motor Case Design," *Design Methods in Solid Rocket Motors, Lecture Series*, No.150, 1988.
6. J.R. Hinchman and W.D. Humphrey, "Design of a Filament Wound Segmented Motor Case," *Proceedings of the AIAA Launch and Space Vehicle Shell Structures Conference*, 1963.
7. N. Christensen and E. Wolcott, "Development and Fabrication of a Graphite/Epoxy Motor Case for Air launch Missile Applications," *Design Methods in Solid Rocket Motors, Lecture Series*, No.150, 1988.
8. K.S. Surana, "Transition Finite Elements for Axisymmetric Stress Analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.15, 1980, pp.809-832.
9. K.S. Surana, "Geometrically Nonlinear Formulation for the Axisymmetric Shell Elements," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.18, 1982, pp.477-502.
10. K.Y. Yuan and C.C. Liang, "Nonlinear Analysis of an Axisymmetric Shell Using Three Noded Degenerated Isoparametric Shell Element," *Computers and Structures*, Vol.32, 1989, pp.1225-1239.
11. S.C. Panda and R. Natarajan, "Finite Element Analysis of Laminated Shells of Revolution," *Computers and Structures*, Vol.6, 1976, pp.56-64.
12. L. Lemoine, "Effects of Geometrical and Material Nonlinearities on Deflections of Filament-Wound Motor Chambers," AIAA Paper 78-1565, *Proceedings of the AIAA/SAE 14th Joint Propulsion Conference*, 1978, pp.1-9.
13. J.P. Jeusette, G. Laschet, P. Charpentier and Ph. Deloo, "Finite Element Analysis of Composite Revolution Structures Wound by Wide Plies," *Composites Structures*, Vol.8, 1987, pp.221-237.
14. J. Dabinett, "The Design and Analysis of Filament Wound Axisymmetric Structures," AIAA Paper 91-2417, *Proceedings of the AIAA/SAE/ASME/ASEE 27th Joint Propulsion Conference*, 1991.
15. R.W. Gast and J. Minjarez, "Structural Analysis and Pressure Testing Investigation of Cracks in Kevlar/Epoxy Composite," AIAA Paper 87-0799, *Proceedings of the AIAA/SAE 23th Joint Propulsion Conference*, 1987, pp.420-427.
16. K.J. Bathe, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice Hall, New Jersey, 1982.
17. R.M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill, New-York, 1975.
18. M.A. Crisfield, "A Fast Incremental/Inter-

ctive Solution Procedure That Handles Snap-Through," *Computers and Structures*, Vol.13, 1981, pp. 55-62.

19. T.Y. Chang and K. Sawamiphakdi, "Large

Deflection Analysis of Laminated Shell by Finite Element Method," *Computers and Structures*, Vol.13, 1981, pp.331-340.

