

## 論文

## 유한요소법에 의한 수정된 ENF 시험편의 에너지방출율 해석

심재열\* · 홍창선\*

Strain Energy Release Rate Analysis of Modified ENF Specimen  
Using the Finite Element Method

Jae-Yeul Shim\* and Chang-Sun Hong\*

## ABSTRACT

Finite element analysis of modified ENF specimen with various thickness ratios was performed using 8 - node isoparametric elements to evaluate mode I and mode II strain energy release rates. Virtual crack closure method and displacement extrapolation method were employed to calculate the strain energy release rates in the finite element analysis. Isotropic material and graphite/epoxy laminate for the modified ENF specimen were considered in this analysis. From the present results, it was found that mode decomposition based on beam theory was not valid.

## 초 록

균열의 위치가 두께방향으로 변하는 수정된 ENF 시험편에 대해 유한요소해석을 수행하여 모드 I 과 모드 II 에너지 방출율들을 계산하였다. 유한요소해석을 위해 8절점 등계수(isoparametric)요소를 사용하였다. 모드 I 과 모드 II 에너지방출율들을 계산하기 위해 가상균열단합법과 변위외삽법을 이용하였으며, 수치계산을 위해 등방성재료와 graphite/epoxy 복합재료가 고려되었다. 이들 결과로부터 선형보이론법을 근거한 모드분리는 타당하지 않음을 알 수 있었다.

## 1. 서 론

복합재료 단층(lamina)인 프리프레그(prepreg)들을 적층하여 제작하는 복합적층판(composite laminate)에서 가장 빈번하게 발생하는 결함들 중에서

대표적인 것이 층간 결함이다. 층간결함을 포함하고 있는 복합적층판의 하중지능력은 층간결함진전에 대한 복합재의 저항정도로 평가할 수 있다. 따라서 손상허용(damage tolerance) 설계 관점에서 층간 균열진전에 대한 정량적 저항치인 층간파괴인성치

\* 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

(interlaminar fracture toughness)는 매우 중요한 기계적 특성값이다. 복합재료의 층간파괴인성치는 임계에너지방출(critical strain energy release rate) 값으로 평가한다.

과괴역학적 모우드는 균열선단 주위에 위치한 양 균열면들의 상대적 변위에 의해 세가지 모우드 I, 모우드 II, 모우드 III로 분류된다. 복합재료의 순수 모우드 층간파괴인성을 측정하기 위해 DCB(double cantilever beam), ENF(end-notched flexure)등과 같은 보형태 시험편들이 많이 이용되고 있다[1~3]. 균열을 갖는 구조물은 대부분 혼합 모우드 균열선단변형을 유발시키는 하중상태에 노출이 되며, 복합적층판의 층간균열선단 변형특성에 따른 층간파괴인성치 변화양상은 매우 다양하다. 전체에너지방출율에 대한 모우드 I 에너지방출율의 기여도를 나타내는 혼합모우드비 변화에 따라 graphite/epoxy 복합재료의 층간파괴인성치는 다양하게 변한다[2, 4]. 따라서 복합적층판의 혼합모우드 층간파괴특성을 이해하기 위해 각 모우드의 에너지방출율들을 계산할 수 있는 모우드분리법과 다양한 범위의 혼합모우드비를 유발시키는 시험편이 요구된다.

혼합모우드 문제에서 각 모우드의 에너지방출율들을 계산하기 위한 모우드분리법으로 유한요소해석 결과를 이용한 가상균열닫힘법[5~7]과 변위외삽법[8,9]등이 있으며, 층간균열을 갖는 보형태 시험편에 적용시킬 수 있는 것으로 제시된 선형보이론법[10]등이 있다.

Williams는 선형보이론법으로 에너지방출율들을 계산하여 두께방향으로 균열의 위치변화를 주는 보형태 시험편이 다양한 혼합모우드비의 균열선단변형 특성을 제공함을 보였다[10].

복합재료의 혼합모우드 층간파괴인성 평가를 위해 하중조건이 매우 간단한 수정된 ENF(MENF)시험편이 소개되었으며, 이 시험편을 이용하여 graphite/epoxy 복합재료 혼합모우드 층간파괴인성 평가를 하였다. 시험편의 모우드분리는 선형보이론법을 이용하였다[11, 12].

Tada등은 단순보이론과 에너지평형(energy balance)을 이용하여, 균열면으로 구분되는 상단과 하단보 단면의 관성모우멘트(moment of inertia)가

다른 DCB시험편의 균열선단변형 특성은 순수모우드 I 으로 간주하여 모우드 I 응력강도계수를 유도하였다[13].

선형보이론법에서 시험편의 균열면으로 구분되는 상단과 하단보 두께비에 상관없이 방향이 반대이고 크기가 동일한 굽힘모우멘트가 균열선단면에 작용되면 항상 모우드 I 으로 가정하여 모우드분리를 하였다. 이 가정은 Tada등의 결과를 이용한 것으로 판단된다. 그러나 상단과 하단보 두께가 다른 DCB 시험편(이후 '비대칭 DCB시험편'으로 칭하겠음)은 균열면에 대한 기하학적 비대칭성이 유발되므로 혼합모우드 균열선단변형 특성을 나타낸다[14]. 따라서 선형보이론법의 타당성과 이 방법을 이용하여 모우드분리가 된 혼합모우드 시험편에 대한 각 모우드의 에너지방출율들의 평가는 검토가 필요하다.

본 연구에서는 복합적층판의 혼합모우드 층간파괴인성치 측정을 위해 제시된 수정된 ENF시험편에 대해 유한요소해석을 수행하고, 균열의 두께방향 위치변화에 따른 각 모우드의 에너지방출율들을 계산하여 선형보이론법에 의한 값들과 비교 검토한다. 각 모우드의 에너지방출율들을 계산하기 위해 가상균열닫힘(virtual crack closure)법과 변위외삽(extrapolation)법을 이용하였다.

## 2. 에너지방출을 해석

층간에 과도한 모재층(resin rich region)이 없는 일방향 복합적층판은 거시적으로 균질성(homogeneous), 횡등방성(transversely isotropic)재료로 가정할 수 있으며, 층간균열을 갖는 복합적층판의 균열해석은 일반적으로 선형탄성 파괴역학을 도입하여 해석한다.

균열을 갖는 2차원 균질성, 직교이방성 재료에 대한 균열선단에서 나타내는 응력특이성은 등방성 재료와 동일한  $r^{-0.5}$ 이며[15], FEM등을 통하여 응력강도계수를 계산하면 균열선단 주위의 특성을 파악할 수 있다. 직교이방성재료에 대한 응력강도계수는 균열선단의 장(field)을 지배하는 인자이며, 기하학적 형상과 하중조건에만 의존되는 등방성 재료와는 달리 재료상수에도 의존한다. 등방성재료는

재료에 관계없이 기하학적 형상과 하중조건이 동일하면 응력강도계수는 항상 동일하므로 재료상수가 개입되는 에너지방출율보다 유익한 인자이므로 파괴인성치는 임계 응력강도계수 값으로 평가한다. 그러나 복합적층판과 같은 직교이방성재료에 대한 파괴인성치는 응력강도계수와 에너지방출율 모두 재료상수에 의존되므로 에너지개념을 이용하고 시험을 통하여 비교적 안정적으로 구할 수 있는 임계 에너지방출율 값으로 평가한다.

탄성재료에 대한 시험편의 전체에너지방출율  $G_T$ 는 미소균열면적증가  $\Delta S$ 에 따른 전포텐셜에너지 변화량  $\Delta U$ 으로 표현되며, 전포텐셜에너지는 변형률에너지(strain energy)  $U$ 와 외부하중에 의한 일  $W$ 로 정의된다. 따라서 전체에너지방출율은 변형률에너지와 외부하중에 의한 일로 나타낼 수 있다.

$$G_T = G_I + G_{II} = -\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta S} = -\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta(U-W)}{\Delta S} \quad (1)$$

모우드 I 과 모우드 II가 동시에 나타나는 혼합모우드에서 균열선단 지배인자인 응력강도계수와 에너지방출율관계는 Irwin의 가상균열단합적분(virtual crack closure integral)으로 유도된다. Irwin은 그림 1과 같이 길이가  $a$ 인 임의의 균열이 미소량  $\delta$ 만큼

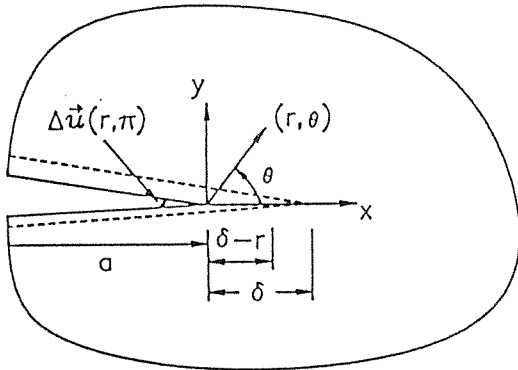


Fig. 1. Virtual Crack Closure Integration

균열면을 따라 진전할 때 방출되는 에너지는  $\delta$ 만큼 진전된 균열길이를 원래의 균열길이로 단는데 요구되는 일과 같다고 하였고[15], 이 개념을 혼합모우드에 적용하면 전체에너지방출율은 식(2)로 표현된다[5].

$$G_T = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta} \int_0^\delta \sigma_y(\delta-r, 0) \Delta v(r, \pi) dr + \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta} \int_0^\delta \tau_{xy}(\delta-r, 0) \Delta u(r, \pi) dr \quad (2)$$

여기서  $\sigma_y, \tau_{xy}$ 는 균열선단 주위의 응력성분들이고,  $\Delta u, \Delta v$ 는 각각 균열선단 주위의 상하균열면에서 x, y방향의 상대변위들이다. 층간균열을 갖는 일방향 복합적층판은 거시적으로 재료의 한 대칭면에 균열을 갖는 균질성, 횡등방성 재료이고, 층간균열 진전방향은 섬유축의 구속을 받아 균열면을 따라 진행하게(self similar)되므로 각 모우드의 에너지방출율과 응력강도계수의 관계는 y-z평면이 등방성임을 고려하면 식(3)으로 전개된다[15].

$$G_I = K_I^2 \left( \frac{b_{11} b_{22}}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{b_{22}}{b_{11}} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{2b_{12} + b_{66}}{2b_{11}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ G_{II} = K_{II}^2 \left( \frac{b_{11}^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{b_{22}}{b_{11}} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{2b_{12} + b_{66}}{2b_{11}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

여기서  $b_{ij}$ 는 평면변형률(plane strain) 조건의 응력-변형률 관계식에서 컴플라이언스 행렬요소로서 평면응력(plane stress) 상태에서의 컴플라이언스 행렬요소  $a_{ij}$ 로 식(4)와 같이 표현되며, 재료의 강성과 포와송비에 의해 결정되는 상수이다.

$$b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3} a_{j3}}{a_{33}} \quad (i, j=1, 2, 6) \quad (4)$$

$$a_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad a_{22} = a_{33} = \frac{1}{E_2}, \quad a_{66} = \frac{1}{G_{12}},$$

$$a_{12} = a_{13} = -\frac{\nu_{12}}{E_1}, \quad a_{23} = -\frac{\nu_{23}}{E_2}, \quad a_{63} = 0$$

## 2-1. 선형보이론법

균열길이  $a$ , 전체두께  $2h$ , 균열면으로 구분되는 상단보의 두께는  $h_1$ 이며, 전체두께에 대한 상단보의 두께비를 시험편의 두께비  $\xi$ 로 정의하는 일반적인 보형태 시험편의 개략도는 그림 2와 같다. 균열선단 주위에 사선을 친 미소요소  $da$ 에 대한 자유물체도(free body diagram)는 그림 2와 같이 양(positive)

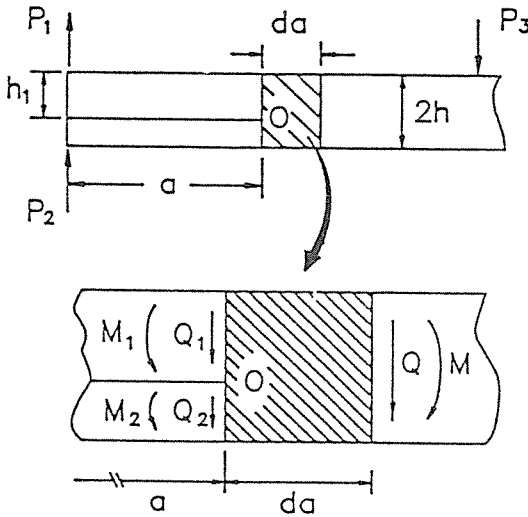


Fig. 2. Free Body Diagram Near Crack Tip

방향을 정의한 굽힘모멘트  $M$ 과 전단력  $Q$ 로 나타낼 수 있다. 균열선단 미소요소에 가해지는 굽힘모멘트와 전단력에 의한 전포텐셜에너지는 단순보이론으로 계산하고, 균열면적 증가 전과 후의 값을 식(1)에 대입하여 전개한 전체에너지방출율은 식(5)와 같다[10].

$$G_T = \frac{1}{16bE_1 I} \left[ \frac{M_1^2}{\xi^3} + \frac{M_2^2}{(1-\xi)^3} - (M_1 + M_2)^2 \right] + \frac{3}{10bG_{13}A} \left[ \frac{Q_1^2}{\xi} + \frac{Q_2^2}{(1-\xi)} - (Q_1 + Q_2)^2 \right] \quad (5)$$

$$I = \frac{bh^3}{12}, \quad A = bh, \quad \xi = \frac{h_1}{2h}$$

그림 2와 같이 균열면으로 구분되는 상단과 하단보의 균열선단면에 작용하여 혼합모우드 균열선단 변형을 유발시키는 굽힘모멘트  $M_1, M_2$ 와 전단력  $Q_1, Q_2$ 들은 모우드 I과 모우드 II 변형을 유발시키는 값들로 구분하여 식(6)과 식(7)로 표현하였다.

$$M_1 = -M_I + M_{II}, \quad M_2 = M_I + \psi M_{II} \quad (6)$$

$$\psi = \left( \frac{1-\xi}{\xi} \right)^3$$

$$Q_1 = -Q_I + Q_{II}, \quad Q_2 = Q_I + \left( \frac{1-\xi}{\xi} \right) Q_{II} \quad (7)$$

식(6)은 균열선단면에 가해지는 굽힘모멘트에 관한 수식이며, 의미는 다음과 같다. 상단과 하단보의 두께비에 상관없이 크기가 같고 방향이 반대인 굽힘모멘트  $-M_I$ 와  $M_I$ 이 각각 상단과 하단보에 그림 3-a와 같이 작용되면 균열선단에 모우드 I 변형상태가 유발되고, 상단과 하단보의 곡률(curvature)이 같게 굽힘모멘트  $M_{II}$ 와  $\psi M_{II}$ 가 상단과 하단보에 각각 그림 3-b와 같이 작용되면 모우드 II 변형상태가 유발된다고 가정하였다. 식(7)은 균열선단면에 가해지는 전단력에 관한 수식이며 의미는 다음과 같다. 상단과 하단보의 두께에 상관없이 크기가 같고 방향이 반대인 전단력  $-Q_I$ 과  $Q_I$ 이 각각 상단과 하단보에 그림 3-c와 같이 작용되면 균열선단에 모우드 I 변형상태가 유발되고, 상단과 하단보의 전단변형율이 동일하게 그림 3-d와 같이 전단력  $Q_{II}$ 와  $Q_{II}(1-\xi)/\xi$ 가 작용되면 모우드 II 변형상태가 유발된다고 가정하였다. 이렇게 가정한 식(6)과 식(7)을 식(5)에 대입하여 전개하면 전체에너지방출율은 모우드 I과 모우드 II 성분의 연계(coupling)향이 없는 식(8)로 간단히 분리가 된다[10].

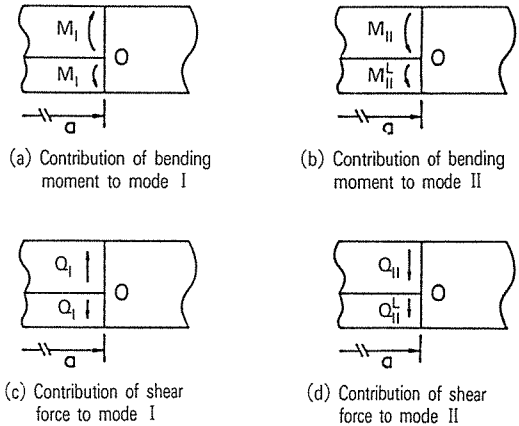


Fig. 3. Partitioning Loads at Crack Tip into Mode I and Mode II Components

$$G_I = \frac{1}{16} \frac{M_I^2}{bE_1 I} \frac{1+\psi}{(1-\xi)^3} + \frac{3}{10} \frac{Q_I^2}{bG_{13}A} \left[ \frac{1}{\xi} + \frac{1}{1-\xi} \right] \quad (8)$$

$$G_{II} = \frac{3}{16} \frac{M_{II}^2}{bE_1 I} \frac{(1-\xi)}{\xi^2} (1+\psi)$$

따라서 선형보이론법에 의하면 시험편 두께비가 변하는 보형태 시험편의 균열선단면에 작용되는 굽힘모멘트  $M_1, M_2$ 와 전단력  $Q_1, Q_2$ 로부터 각 모우드의 에너지방출율을 계산할 수 있다. 수정된 ENF시험편의 균열선단면에 작용되는 굽힘모멘트와 전단력들은 식(9)와 같다.

$$M_1 = -\frac{Pa}{2}, \quad Q_1 = -\frac{P}{2}, \quad M_2 = Q_2 = 0 \quad (9)$$

## 2-2. 유한요소해석법

복합적층판의 혼합모우드 층간파괴인성 평가를 위한 모우드 분리는 필수적이며, 본 연구에서는 유한요소해석을 통하여 계산된 균열선단 주위 변위를 이용하는 변위외삽법과 균열선단요소들의 절점힘(nodal force)과 절점변위를 이용하는 가상균열단 힘법을 이용하여 각 모우드의 에너지방출율을 계산하였고, 이 두가지 방법들에 대해 살펴보면 다음과 같다.

### 2-2-1. 변위외삽법

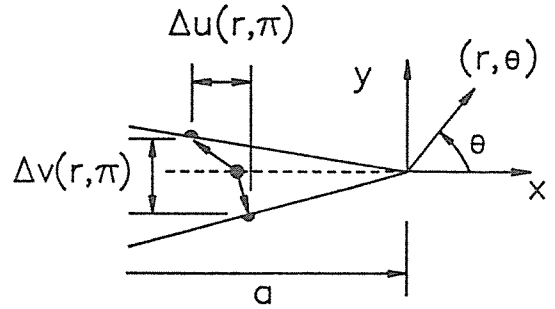
균열선단 점근해인 변위식을 이용하여 각 모우드의 응력강도계수  $K$ 를 계산하는 방법이다. 균열선단 주위를 나타내는 그림 4-a에서 임의의 균열면( $\theta = \pm \pi$ )의 상대변위  $\Delta u, \Delta v$ 와 결보기 응력강도계수  $\bar{K}$ 의 관계인 식(10)으로 균열선단부터의 거리  $r$ 에 대한

$$\bar{K}_I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2r}} \frac{\Delta v(r, \pi)}{\operatorname{Re} \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} (s_1 q_2 - s_2 q_1) i \right]} \quad (10)$$

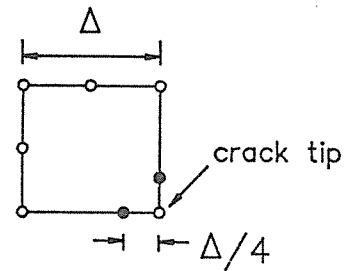
$$\bar{K}_{II} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2r}} \frac{\Delta u(r, \pi)}{\operatorname{Re} \left[ \frac{1}{s_1 - s_2} (p_2 - p_1) i \right]}$$

결보기 응력강도계수를 구한다. 식(10)에서  $s_j$ 는 특성방정식(11)의 근이며,  $p_i$ 와  $q_i$ 는 재료상수들로부터 식(12)와 같이 표현된다.

$$b_{11}s_j^4 + (2b_{12} + b_{66})s_j^2 + b_{22} = 0 \quad (j=1, 2) \quad (11)$$



(a) Displacement near crack tip



(b) QP singular element

Fig. 4. Extrapolation Method Based on Displacement Near Crack Tip

$$p_i = b_{11}s_i^2 + b_{12}, \quad q_i = b_{12}s_i + b_{22}s_i^{-1} \quad (12)$$

균열선단부터의 거리  $r$ 에 대해 계산된 결보기 응력강도계수 값들로부터 식(13)같이 외삽시켜 균열선단 ( $r=0$ )에 해당하는 값이 시험편의 응력강도계수가 되며, 응력강도계수와 에너지방출율의 관계식인 식(3)으로 에너지방출율을 계산한다.

$$K_{I, II} = \lim_{r \rightarrow 0} \bar{K}_{I, II} \quad (13)$$

이와 같은 변위외삽법을 이용하여 응력강도계수를 계산할 경우 일반적으로 균열선단요소는  $r^{-0.5}$ 의 응력특이성을 나타낼 수 있는 특이요소(singular element)를 배치시켜 해석하면 효과적인 값을 얻을 수 있다[9]. 본 연구에서는 그림 4-b와 같이 1/4만큼 절점을 이동한 QP(quarter point) 특이요소를 사용하였다.

## 2-2-2. 가상균열닫힘법

Irwin의 가상균열닫힘법 개념을 유한요소해석에 적용하여 각 모드에 에너지방출을 계산하는 방법으로 Rybicki[5]등은 4절점 정규(regular)요소를 이용하여 일회(single) 유한요소해석을 통하여 얻어진 균열선단 절점힘과 균열면에 위치한 상대절점변위를 이용하여 에너지방출을 계산할 수 있는 수정된 가상균열닫힘법을 제안하였다. Raju[7]는 Rybicki의 개념을 8절점 등 고차 정규요소 등에도 적용하여 각 모드 에너지방출을 계산할 수 있는 식들을 제시하였으며 균열선단요소 크기는 충분히 작아야함을 지적하였다. 따라서 이 방법으로 이용하여 에너지방출을 계산하려면 균열선단요소 크기  $\Delta$ 에 대한 수렴성을 검토해야 한다. 8절점 정규요소에 대한 모드 I, 모드 II 에너지방출들은 그림 5의 균열선단요소의 절점힘과 균열면 상

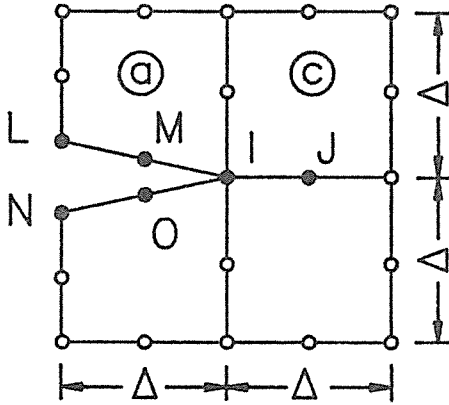


Fig. 5. Virtual Crack Closure Method

대변위들과 시험편의 폭  $b$ 를 이용하여 식(14)로 계산된다[7].

$$G_I = \frac{1}{2b\Delta} [(F_I^u)_y + (F_I^c)_y] (v_L - v_N) + (F_J^c)_y (v_M - v_O) \quad (14)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2b\Delta} [(F_I^u)_x + (F_I^c)_x] (u_L - u_N) + (F_J^c)_x (u_M - u_O)$$

여기서  $(F_J^u)_y$ 는 요소 @의 절점 I에서 y방향 절점힘을 나타낸다.

이상에서 설명한 방법들을 이용하여 그림 6의 수정된 ENF시험편의 두께비 변화에 따른 에너지방출을 계산하기 위해 유한요소해석을 수행한다. 고려된 재료는 등방성재료인 Al-alloy 2024와 횡등방성재료로 가정된 graphite/epoxy이며, 이들의 재료상수는 표 1과 같다. 선형보이론법에 의한 해석 결과 두께비  $\xi=0.3\sim0.7$  구간에서 혼합모우드비  $G_I/G_{II}$ 의 변화는 약 95~10%로 충분한 값의 변화를 나타내므로 본 연구에서 유한요소해석하는 시험편의 두께비  $\xi$ 는 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7이다.

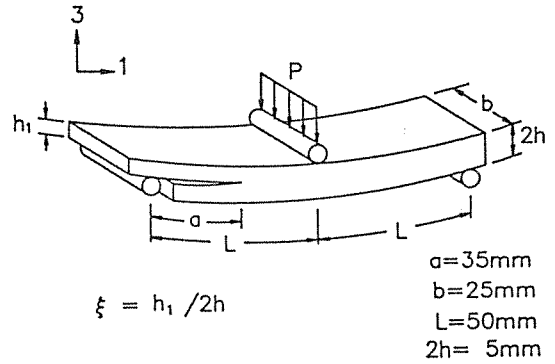


Fig. 6. Configuration of Modified ENF Specimen

Table 1. Material Properties Used in the Present Analysis

Isotropic (Al-alloy 2024)		Transversely isotropic (Graphite/epoxy)	
E	73(GPa)	$E_1$	135(GPa)
$\nu$	0.3	$E_2, E_3$	11.0(GPa)
		$G_{12}, G_{13}$	4.82(GPa)
		$\nu_{12}, \nu_{13}$	0.31
		$\nu_{23}$	0.52

## 2-3. 유한요소 모델

시험편의 두께비  $\xi=0.5, 0.7$ 에 대한 모델은 그림 7과 같으며, 균열선단에서 나타나는 심한 응력변화를 잘 묘사하기 위해 균열선단에 미세한 요소들을 배치시켰다. 경계조건은 밑면의 두 하중지지점에 해

당하는 절점의 수직방향변위를 구속하고 강체운동을 막기 위해 오른쪽 하중지지점에 해당하는 한 절점의 수평방향변위를 구속하였고, 하중은 상단 중앙절점에 집중하중  $P$ 를 작용시켰다.

유한요소해석은 범용코드인 ANSYS을 이용하였

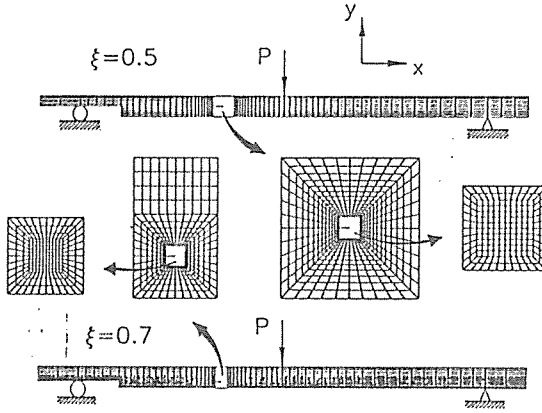


Fig. 7. Finite Element Models

으며, 고려하는 시험편의 폭이 두께보다 매우 크기 때문에 2차원 평면변형률(plane strain)조건의 선형 해석을 하였다. 사용한 요소는 8절점 등계수(iso-parametric)요소이고, 외삽법을 위해서는 그림 4-b와 같이 중앙절점을 1/4만큼 균열선단으로 이동시킨 QP특이요소를 사용하였다. 유한요소해석시 응력강도계수가 지배하는 영역인 균열선단 주위에서 사용된 요소크기는 에너지방출율의 수렴성을 고려하여 결정하였다.

### 3. 결과 및 고찰

#### 3-1. 수렴성 조사

두께비  $\xi=0.3, 0.5, 0.7$ 에 대한 수렴성을 조사하기 위해 각 두께비에 대해 요소수가 다른 두가지 모델들을 해석하여 얻은 에너지방출율들의 결과는 표 2와

Table 2-a. Convergence with Mesh Refinement of MENF Specimen(Isotropic)

$\xi$	No. of Elem./Nod.	$\Delta/h_s$	$G_T^{f.e.}/G_T^{b.t.}$		$G_T^{b.t.}/P^2(\times 10^4)$ [Nm] <sup>-1</sup>	$(G_I/G_T)^{f.e.}(\%)$		
			EP	VCC		EP	VCC	b.t.
0.3	720/2345	0.09	0.91	0.95	116	59.5	62.0	95.3
	1303/4142	0.02	0.95	0.96		61.9	62.1	
0.5	780/2537	0.08	0.94	0.97	22.6	56.8	58.7	57.2
	1325/4228	0.02	0.97	0.97		58.5	58.7	
0.7	810/2635	0.08	0.96	0.97	6.18	51.8	52.7	11.2
	1331/4226	0.02	0.97	0.97		52.4	52.6	

Table 2-b. Convergence with Mesh Refinement of MENF Specimen(Graphite/epoxy)

$\xi$	No. of Elem./Nod.	$\Delta/h_s$	$G_T^{f.e.}/G_T^{b.t.}$		$G_T^{b.t.}/P^2(\times 10^4)$ [Nm] <sup>-1</sup>	$(G_I/G_T)^{f.e.}(\%)$		
			EP	VCC		EP	VCC	b.t.
0.3	720/2345	0.09	1.10	1.12	62.8	64.0	64.2	95.3
	1303/4142	0.02	1.12	1.13		64.5	64.4	
0.5	780/2537	0.08	1.16	1.19	12.3	61.0	60.9	57.5
	1325/4228	0.02	1.18	1.19		61.0	60.8	
0.7	810/2635	0.08	1.16	1.19	3.37	54.5	54.0	12.2
	1331/4226	0.02	1.19	1.19		54.1	53.8	

b.t. : beam theory

EP : extrapolation

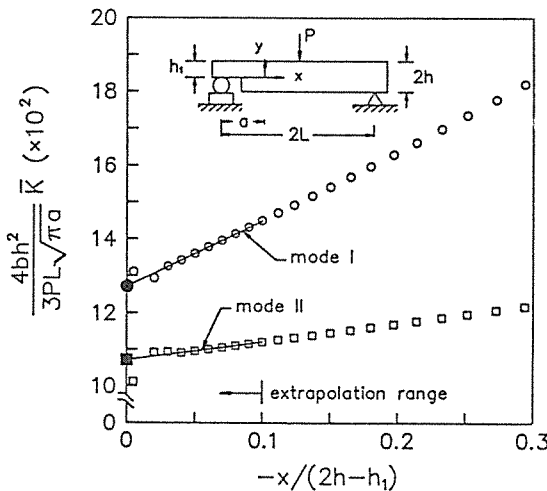
f.e. : FEM

VCC : virtual crack closure

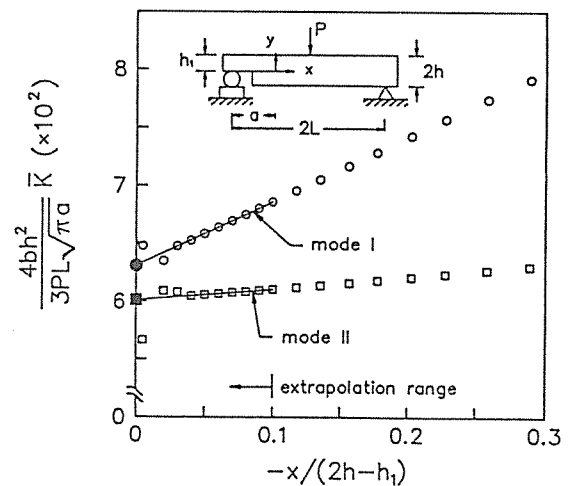
같다. 표 2에서  $h_s$ 는 상단과 하단보의 두께 중 작은 값으로  $\xi=0.3$ 에서는  $h_s=h_1$ 이고  $\xi=0.5, 0.7$ 에서는  $h_s=h_2$ 이다.  $\Delta$ 는 균열선단요소의 크기를 나타낸다. 균열의 두께방향위치가 중심으로부터 외곽으로 이동함에 따라 균열선단요소의 절대적인 크기가 감소하도록 하고 각 두께비에서  $h_s$ 에 대한 균열선단요소의 크기인  $\Delta/h_s$ 값을 다르게 하는 모델들을 해석하여 수렴성을 조사하였다. 표 2에서 VCC와 EP는 각각 가상균열단합법과 변위외삽법을 나타내며, 상첨자 *b.t.*와 *f.e.*는 각각 선형보이론법과 유한요소 해석 결과를 나타낸다.

가상균열단합법에 의해 계산된 결과를 살펴보면, 각 두께비에 대하여 균열선단요소 크기변화에 따른 전체에너지방출율의 변화와 혼합모우드비의 변화는 1% 이내로 매우 작다. 그리고 균열선단요소 크기가  $\Delta/h_s = 0.02$ 인 모델에 대해 가상균열단합법과 외삽법에 의해 계산된 에너지방출율 값들은 잘 일치하였다. 따라서 본 연구에서 균열선단요소 크기  $\Delta/h_s = 0.02$ 인 모델에서 계산된 값들을 수렴된 해로 택하였으며,  $\xi=0.4, 0.6$ 인 시험편의 에너지방출율을 계산하기 위해 위의 수렴성결과를 참고로 하여 균열선단요소 크기를  $\Delta/h_s = 0.02$ 로 하는 모델을 해석하였다.

응력강도계수의 결정과정을 보이기 위해 대표적으로 두께비  $\xi=0.5, 0.7$ 인 시험편에서 균열선단요소 크기  $\Delta/h_s = 0.02$ 인 모델들의 등방성재료에 대한 결보기 응력강도계수들을 그림 8에 보였다. 그림 8에서 결보기 응력강도계수들로부터 적절한 직선을 결정하여 균열선단에 해당하는 값을 외삽시켜 응력강도계수를 구하게 된다. 그림 8에서 응력강도계수는  $\sigma\sqrt{\pi a}$ 로 무차원화 시켰고,  $\sigma$ 는 편의상 시험편의 두께, 폭, 스패를 각각  $2h$ ,  $b$ ,  $2L$ 로 하는 3점굽힘 시험편의 최대 x-방향 수직응력으로 하였다. 그림 8-a와 그림 8-b는 각각  $\xi=0.5$ 와  $\xi=0.7$ 에 대한 것이다. 응력강도계수는 균열선단 주위의 매우 적은 범위에서만 정의되는 인자이므로 가급적 균열선단에서 멀지않은 곳에 위치한 절점들로 계산된 결보기 응력강도계수들을 이용하여 직선을 결정한다. 그리고 균열선단에 QP 특이요소를 사용한 경우 특이요소의 절점에 해당하는 결보기 응력강도계수 값들은 일반적으로 직선상에 놓여있지 않게 되어 이 값들을 배제시킨 나머지 결보기 응력강도계수 값들로 직선을 결정한다[9]. 이렇게 하여 결정된 응력강도계수와 에너지방출율 관계식인 식(3)을 이용하여 에너지방출율을 계산한다.



(a) Thickness ratio  $\xi=0.5$



(b) Thickness ratio  $\xi=0.7$

Fig. 8. Stress Intensity Factor Extrapolation to Crack Tip(Isotropic)



### 3-2. 두께비 변화에 따른 에너지방출율

두께비  $\xi$ 가 0.3에서 0.7로 변하는 수정된 ENF시험편에 대한 전체에너지방출율  $G_T$ 값은 그림 9와 같으며, 전 두께비에 대해 graphite/epoxy 복합재

료인 경우 선형보이론법에 의한 값보다 13~20% 크게 평가되었으며, 등방성재료에 대해서는 2~4% 작게 평가되었다. 그러나 두께비변화에 따른  $G_T$ 값의 변화양상은 선형보이론법에 의한 값의 변화양상과 잘 일치하였다.

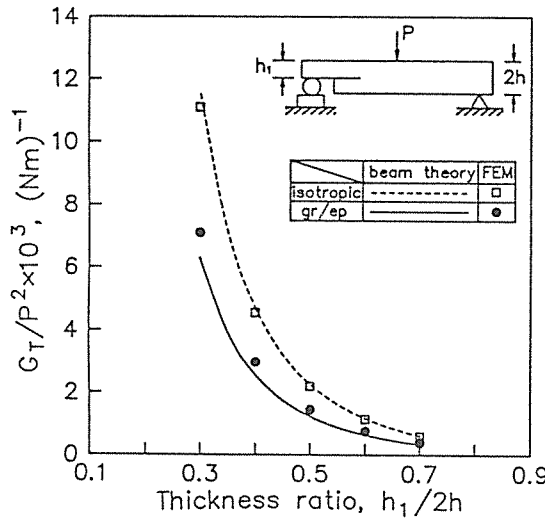


Fig. 9. Change of Total Strain Energy Release Rate with Thickness Ratio

두께비 변화에 따른 혼합모우드  $G_I/G_T$ 의 변화는 그림 10에 나타냈으며, 고려한 재료의 종류에 관계없이 유한요소를 통하여 계산된 혼합모우드는 선형보이론법의 결과와 비교하여 두께비  $\xi=0.5$ 를 제외한 영역에서 많은 차이를 보여준다. 두께비  $\xi=0.3$ 에서  $\xi=0.7$ 로 변함에 따라 다양하게 넓은 84%의 혼합모우드비  $G_I/G_T$ 값의 변화를 제공할 수 있다는 선형보이론법 결과와는 다르게 유한요소해석 결과 혼합모우드비  $G_I/G_T$  값은 11% 이내의 변화만을 준다.

선형보이론법과 유한요소해석을 통해 계산된 혼합모우드비 값이 두께비  $\xi=0.5$ 를 제외한 구간에서 다른 값을 보이는 것은 선형보이론법에서 사용한 분리방법에 문제가 있는 것으로 판단되며, 이를 자세히 설명하면 다음과 같다.

논리의 일반성을 유지하며 수식전개의 간단함을 위해 굽힘모우멘트만 고려해 보자. 상단보와 하단

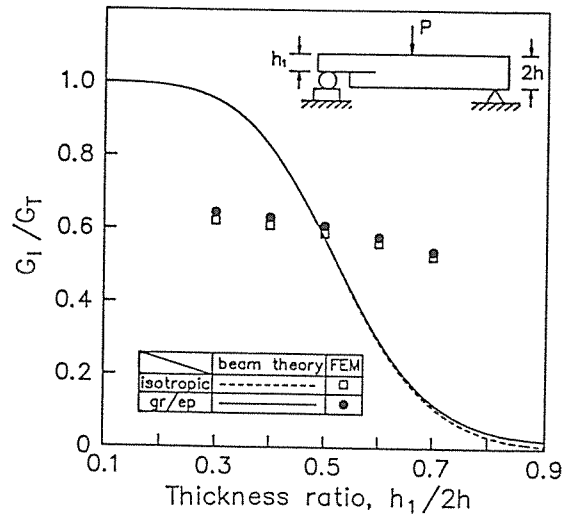


Fig. 10. Change of Mixed Mode Ratio with Thickness Ratio

보의 두께가 다른 비대칭 DCB시험편에 크기가 같고 방향이 반대인 굽힘모우멘트가 작용되면 균열선단 변형 특성은 순수모우드 I 이 유발되지 못한다. 이것은 균열면에 대한 기하학적 비대칭성으로 인한 결과이며, 상단과 하단보의 두께차이가 클수록 모우드 II의 기여도가 증가하는 혼합모우드 균열선단 변형 특성을 보인다[13]. 이와 같은 결과로부터 상단보와 하단보의 두께비에 관계없이 모우드 I 이 되기 위한 조건인 식(6)의 첫째항은 식(15)의 첫째항으로 수정이 되어야 한다. 식(15)의 첫째항들은 두께비가 변하는 DCB 시험편의 상단과 하단보에 동일한 크기의 모우멘트가 작용했을 때 일반적으로 순수모우드 I 이 유발되지 못함을 나타낸다. 식(15)에서  $\alpha$  값은 상단과 하단보의 두께가 다른 경우 양의 미지 값이며, 상단과 하단보의 두께가 같은 경우  $\alpha=1$ 이다.

$$\begin{aligned} M_1 &= -M_I + M_{II} \\ M_2 &= \alpha M_I + \psi M_{II} \end{aligned} \quad (15)$$

식(15)를 전체에너지방출율의 식(5)에 대입하여 전개하면 식(16)과 같이  $M_I$ ,  $M_{II}$ 가 연계(coupling)된 셋째항이 나타난다. 따라서 상단과 하단보의 두께가 다른 시험편에 대해서는 전체에너지방출율이 식(8)과 같이 모우드 I 과 모우드 II 의 에너지방출율로 분리되지 않는다. 그러나 상단과 하단보의 두께가 같은 시험편 경우  $\alpha=1$ 이므로 식(16)의 셋째항이 없어지므로 모우드분리가 가능하고, 이 경우 식(16)은 식(8)과 동일하다.

$$\begin{aligned} G_T &= \frac{1}{16bE_1I} \left[ M_I^2 \left\{ \frac{1}{\xi^3} + \frac{\alpha^2}{(1-\xi)^3} - (\alpha-1)^2 \right\} \right. \\ &\quad + M_{II}^2 \left\{ \frac{1}{\xi^3} + \frac{\psi^2}{(1-\xi)^3} - (1+\psi)^2 \right\} \\ &\quad \left. + M_I M_{II} \left\{ -\frac{2}{\xi^3} + \frac{2\alpha\psi}{(1-\xi)^3} - 2(\alpha-1)(\psi+1) \right\} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

따라서 두께비  $\xi=0.5$ 를 제외한 범위에서 선형보이론법으로 계산된 혼합모우드비  $G_I/G_T$ 는 잘못된 값을 주며, 이와 같은 이유로 두께비  $\xi$  변화에 따른 혼합모우드비를 나타내는 그림 10에서 두께비  $\xi=0.5$ 를 제외한 영역에서 선형보이론법으로 계산된 혼합모우드비 값은 유한요소해석 결과와 비교하여 다른 값을 보이는 것으로 판단된다.

#### 4. 결 론

균열의 두께방향 위치변화( $\xi=0.3 \sim 0.7$ )에 따른 수정된 ENF 시험편을 유한요소해석하여 에너지방출율을 계산하였다. 에너지방출율 계산은 변위외삽법과 가상균열단합법을 이용하였으며, 고려된 재료는 등방성재료인 Al-alloy와 횡등방성재료로 가정한 graphite/epoxy 복합재료이다.

변위외삽법과 가상균열단합법에 의해 계산된 에너지방출율 값들은 잘 일치하였으며, 유한요소해석으로 계산된  $G_I, G_{II}$ 는 선형보이론법에 의한 결과와 비교하여 두께비  $\xi=0.5$ 에서만 잘 일치한다. 이 결

과로 선형보이론법에 의한 모우드분리 방법으로 타당한  $G_I, G_{II}$ 값을 계산할 수 있는 범위는 단지 두께비  $\xi=0.5$ 인 경우로 제한적이다. 복합재료에 대한 유한요소해석 결과 고려한 두께비 변화에 대해 혼합모우드비  $G_I/G_T$ 값의 변화는 64%~54%로 선형보이론법에 의한 결과에 비해 매우 제한적 값의 변화를 보인다.

선형보이론법에 의한 전체에너지방출율  $G_T$ 값과 비교했을 때, 재료에 따라 다소 값의 차이를 보이지만 두께비 변화에 대한  $G_T$ 값의 변화경향은 잘 일치하고 있다.

#### 후 기

본 연구는 1991년도 한국과학재단 지원 연구과제인 “고인성 열가소성 복합재료의 제작 및 기계적 거동”(과제번호 89-04-02)의 일환으로 수행되었으며 연구비를 지원해 준 한국과학재단 관계자 제위에게 감사를 드립니다.

#### 참 고 문 헌

1. D.J. Wilkins, J.R. Eisenmann, R.A. Camin, W.S. Margolis, and R.A. Benson, "Characterizing Delamination Growth in Graphite-Epoxy," *Damage in Composite Materials, ASTM STP 775*, 1982, pp.168-183.
2. A.J. Russell and K.N. Street, "Moisture and Temperature Effects on the Mixed-Mode Delamination Fracture of Unidirectional Graphite/Epoxy," *Delamination and Debonding of Materials, ASTM STP 876*, 1985, pp.349-370.
3. S.L. Donaldson, "Mode III Interlaminar Fracture Characterization of Composite Materials," *Composite Science and Technology*, Vol.32, 1988, pp.225-249.
4. S.H. Yoon and C.S. Hong, "Interlaminar Fracture Toughness of Graphite/Epoxy Composite under Mixed-Mode Deformations," *Experimental Mechanics*, Vol.30, 1990, pp.234-239.

5. E. F. Rybicki and M. F. Kanninen, "A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 9, 1977, pp. 931-938.
  6. I. S. Raju, "Calculation on Strain-Energy Release Rates with Higher Order and Singular Finite Elements," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 28, 1987, pp. 251-274.
  7. J. D. Whitcomb and I. S. Raju, "Analysis of Interlaminar Stresses in Thick Composite Laminates with and Without Edge Delamination," *Delamination and Debonding of Materials, ASTM STP 876*, 1985, pp. 69-94.
  8. S. K. Chan, I. S. Tuba, and W. K. Wilson, "On the Finite Element Method in Linear Fracture Mechanics," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 2, 1970, pp. 1-17.
  9. L. Banks-Sills and D. Sherman, "Comparison of Methods for Calculating Stress Intensity Factors with Quarter-Point Elements," *International Journal of Fracture*, Vol. 32, 1986, pp. 127-140.
  10. J. G. Williams, "On the Calculation of Energy Release Rates for Cracked Laminate," *International Journal of Fracture*, Vol. 36, 1988, pp. 101-119.
  11. H. J. Kim, "Evaluation of Mixed Mode Interlaminar Fracture Toughness of Graphite/Epoxy Composite Material," *M.S. Thesis*, KAIST, 1989.
  12. S. H. Yoon and C. S. Hong, "Modified End Notched Flexure Specimen for Mixed Mode Interlaminar Fracture in Laminated Composites," *International Journal of Fracture*, Vol. 43, No. 1, 1990, pp. R3-R9.
  13. H. Tada, P. C. Paris, and G. R. Irwin, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, Del Research Corporation, 1973.
  14. 심재열, 홍창선, "상하보의 두께가 다른 DCB 시험편의 에너지방출을 해석," 한국복합재료학회 추계 학술발표회 논문초록집, 1991, pp. 75-80.
  15. G. C. Sih, P. C. Paris, and G. R. Irwin, "On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies," *International Journal of Fracture*, Vol. 1, 1965, pp. 189-203.
-