

論文

기공을 갖는 형상기억합금의 응력 및 변형을 관계에 대한 이론적 고찰

이재곤*, 엄영진***, 최성배*

Theoretical Investigation on the Stress-Strain Relationship for the Porous Shape Memory Alloy

Jae-Kon Lee*, Young-Jin Yum*** and Sung-Bae Choi*

ABSTRACT

A new three-dimensional model for stress-strain relation of a porous shape memory alloy has been proposed, where Eshelby's equivalent inclusion method with Mori-Tanaka's mean field theory is used. The predicted stress-strain relations by the present model are compared and show good agreements with the experimental results for the Ni-Ti shape memory alloy with porosity of 12%. Unlike linear stress-strain relations during phase transformations by other models from the literature, the present model shows nonlinear stress-strain relation in the vicinity of martensite finish region.

초 록

Eshelby의 등가개재물법과 Mori-Tanaka의 평균장 이론을 이용하여 다공성 형상기억합금에 대한 새로운 3차원 응력-변형률 모델을 제안하였다. 12%의 기공도를 갖는 Ni-Ti 형상기억합금에 대한 압축실험으로부터 구한 응력-변형률 선도 와 본 연구에서 제안한 모델링에 의한 응력-변형률 관계를 비교한 결과 잘 일치함을 알 수 있었다. 기존의 다른 연구에서는 대부분 상변태 구간이 선형적으로 예측되었지만 본 연구에서는 비선형으로 예측되어 실험결과를 보다 잘 묘사 할 수 있었다.

Key Words: 다공성 형상기억합금(porous shape memory alloy), Eshelby의 등가개재물법(Eshelby's equivalent inclusion method), Mori-Tanaka의 평균장 이론(Mori-Tanaka's mean field theory), 상변태(phase transformation)

1. 서 론

형상기억합금은 1950년대 Au-Cd 합금의 형상기억효과가 최초로 발견된 이래 실용적인 Ni-Ti가 1960년대 발견되고 이후 많은 연구를 통하여 형상기억효과와 초탄성효과를 이용한 센서, 액츄에이터, 생체재료, 의공학재료로 널리 쓰이고 있다.

고기능성을 갖는 다공성 소재는 최근 합유 저널, 필터, 충전재, 방진재 등 기존에 사용되던 부품 이외에 인공골,

연료전지 고정구 등 여러 산업분야에서 활발히 활용되고 있으며 그 영역이 빠른 속도로 확산되고 있다. 특히 다공성 형상기억합금은 조직배양 등 다양한 용도의 의용 생체 재료 또는 에너지 흡수재료로서 큰 주목을 받고 있다. 그러나 다공체의 형상기억효과, 초탄성 성질에 대한 자료 부족과 성능 예측의 어려움 때문에 다공체 부품에 대한 신뢰도가 높지 않은 실정이다.

기공이 없는 형상기억합금을 이용한 복합재에 대해서는 실험과 모델링을 이용하여 많은 연구가 진행되어왔다

* 대구가톨릭대학교 기계자동차공학부

*** 울산대학교 기계자동차공학부, 교신저자(E-mail:yjyum@ulsan.ac.kr)

[1-15]. 형상기억합금의 형상기억효과를 이용하여 사용온도에서 모재에 압축응력을 발생시켜 파괴인성치나 항복 응력의 증가를 꾀하였다. 이러한 복합재의 기계적 거동을 해석하기 위해 1차원[9,10,12,13] 및 3차원[4,14,15] 모델링이 제시되었다. 반면, 일반 복합재와는 달리 기공을 갖는 복합재에 대해서는 압전 소재에 포함된 기공의 영향을 평가하기 위한 모델링이 수행되었다[16,17].

기공을 갖는 형상 기억합금의 기계적 거동에 관한 실험과 모델링은 최근에 들어서야 관심을 받고 있어, 현존하는 모델링과 실험 데이터는 제한적이다.

Qidwai 등[18]은 유한요소법과 미시역학적 평균방법(micromechanics averaging method)을 이용하여 다공성 형상 기억합금의 열탄성거동(thermomechanical behavior)을 모델링 하였으나 모델링 결과와 실험 데이터가 비교되지 않아 모델의 타당성 검증은 이루어지지 않았다. Entchev 등[19]은 미시역학적 평균방법(micromechanical averaging techniques)을 이용하여 다공성 형상기억합금의 응력-변형률 관계를 모델링 하였으며, 42%의 기공률을 갖는 복합재료의 실험결과와 비교하였다. 이 때 형상기억합금의 상변화중 응력과 변형률 사이의 관계를 접선 강성(tangent stiffness)을 사용하였다. 실제 형상기억합금의 상변화중 응력과 변형률의 관계는 비선형적으로 거동하나 모델링 결과는 선형성을 보여 실험결과와 차이를 보였다.

본 연구에서는 Eshelby[20]의 등가계재물법(equivalent inclusion method)과 Mori-Tanaka[21]의 평균장이론(mean field theory)을 결합하여 기공을 갖는 형상기억합금의 응력 및 변형률 관계를 3차원 해석을 통해 구하였다. 기공은 구모양을 갖고며 불규칙적으로 분포하는 것으로 간주하였으며, 마르텐사이트 성분의 체적비는 온도와 응력을 변수로 갖는 지수함수의 형태를 사용하였다. 최종적으로 기공률 12%인 형상기억합금의 실험결과와 모델 결과를 비교하여 모델의 타당성을 검증하였다.

2. 이론 모델

본 연구에서 다루는 다공성 형상기억합금은 일종의 복합재로 간주될 수 있으며, 복합재의 모재는 형상기억합금이고, 강화재는 일반 복합재와는 달리 기공이다. 통상의 복합재 해석에 많이 사용되어 온 Eshelby 이론과 Mori-Tanaka의 평균장이론을 기공을 포함하는 복합재에 적용하여, 응력과 변형률의 관계를 3차원 모델링으로 해석한다. 모재는 등방성 재료로 가정하고, 기공은 탄성계수가 0인 구형상으로 가정한다. Entchev 등[19]은 다공성 형상기억합금에 관한 연구를 통해 기공을 구형상으로 나타내는 것이 기공의 불규칙적 배열을 가장 잘 표현하는 것으로 결론을 내렸다.

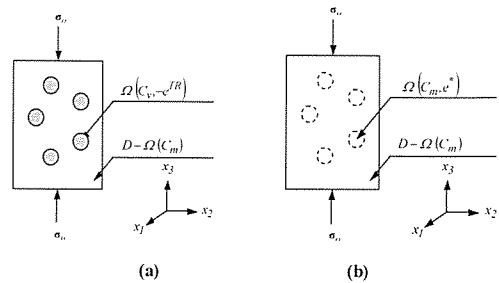


Fig. 1 Analytical model for calculation of stress and strain in the matrix and void : (a) superposition of phase transformation strain to the entire composite domain, (b) transformation into Eshelby's equivalent inclusion problem.

복합재에 Fig. 1과 같이 x_3 방향으로 하중이 작용하고, 이를 $\sigma^o = \sigma^o [0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0] = B\sigma^o$ 로 나타낸다. 복합재에 인가되는 응력이 점진적으로 증가하여 모재의 응력이 마르텐사이트 변태 시작 응력에 도달한 이후부터 모재에는 상변태 변형률이 발생한다. 이 변형률은 다음 식으로 표현되고, 역변태가 발생할 때는 $\Delta\zeta$ 의 부호가 반대가 된다.

$$\epsilon^{TR} = \epsilon^{TR} \begin{bmatrix} -v_m & -v_m & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Delta\zeta = V_T \epsilon^{TR} \Delta\zeta \quad (1)$$

여기서 ϵ^{TR} , v_m 및 $\Delta\zeta$ 는 각각 오스테나이트상에서 마르텐사이트상으로 상변화가 발생할 때 x_3 방향으로의 상변태 변형률, 모재의 프와송비 그리고 마르텐사이트의 체적비의 증가량을 나타낸다. ζ 는 상변태중 마르텐사이트의 체적비를 나타내며, 온도와 응력의 함수이다. ζ 는 상변태 방향에 따라 각각 다음의 함수로 정의된다[22].

$$\zeta(T, \sigma_m)_{A \rightarrow M} = 1 - \exp[a^M \times (M_s - T) + b^M \times \sigma_m] \quad (2)$$

$$\zeta(T, \sigma_m)_{M \rightarrow A} = \exp[a^A \times (A_s - T) + b^A \times \sigma_m] \quad (3)$$

여기서 T 와 σ_m 은 형상기억합금이 사용되는 온도와 유효 응력을 나타낸다. 복합재의 사용 온도가 결정되면, 식 (2)와 (3)은 단지 응력만의 함수로 단순화되어 다음 식으로 표시된다.

$$\zeta(\sigma_m)_{A \rightarrow M} = 1 - \exp[a_{AM} + b_{AM} \times \sigma_m] \quad (4)$$

$$\zeta(\sigma_m)_{M \rightarrow A} = \exp[a_{MA} + b_{MA} \times \sigma_m] \quad (5)$$

여기서,

$$a_{AM} = -\sigma_{ms} \ln(0.01) / (\sigma_{mf} - \sigma_{ms}), \quad b_{AM} = -a_{AM} / \sigma_{ms},$$

$$a_{MA} = -\sigma_{as} \ln(0.01) / (\sigma_{af} - \sigma_{as}), \quad b_{MA} = -a_{MA} / \sigma_{as} \text{이며, } \sigma_{ms},$$

σ_{mf} , σ_{as} 및 σ_{af} 는 각각 형상기억합금의 마르텐사이트 변태 시작, 종료 응력 그리고 오스테나이트 변태 시작 및 종료 응력을 나타낸다. 식(4) 및 (5)에 있는 지수함수의 특성상 마르텐사이트 변태 종료 및 역변태 종료를 각각 $\xi=0.99$ 와 0.01의 값을 사용한다.

식 (1)로 표현되는 상변태 변형률은 모재 영역($D-\Omega$)에 정의되는 eigenstrain이므로 복합재의 전 영역에 $-e^{TR}$ 을 중첩하면, Eshelby의 탄성문제가 된다. Fig. 1(a)는 기공 영역(Ω)에 표시되어 있는 eigenstrain을 나타낸다. Eshelby의 등가개재물법에 의해 Fig. 1(a)는 Fig. 1(b)와 같이 기공이 모재와 같은 재료로 치환되었을 때 기공에 존재하는 변형률을 표시하며, 이로써 Eshelby의 등가개재물문제로 전환된다.

Fig. 1(b)로부터 기공내의 응력(σ_v)과 모재내의 응력(σ_m)은 각각 다음 식으로 표시된다.

$$\sigma_v = C_v \cdot (e_o + \bar{e} + e + e^{TR}) = C_m \cdot (e_o + \bar{e} + e - e^*) \quad (6)$$

$$\sigma_m = C_m \cdot (e_o + \bar{e}) \quad (7)$$

여기서 C 는 강성텐서, e_o 는 비균질체 (inhomogeneity)가 없을 경우 인가 하중 σ^o 에 의해 발생하는 모재의 균일변형률장(uniform strain field), \bar{e} 는 모재 영역의 비균질체에 의한 평균교란변형률(average of disturbance strain), e 는 기공내의 교란변형률(disturbance strain in the void), e^* 는 Eshelby의 등가개재물법에 의해 발생하는 등가 eigenstrain으로 계산될 값이다. 그리고 아래첨자 m 및 v 는 모재와 기공을 나타낸다. 모재의 탄성계수는 마르텐사이트상의 체적비에 따라 달라지며, ξ 의 선형적인 함수로 가정하였다.

외부 하중의 경계조건은 σ^o 이므로, 교란응력(disturbed stress)을 복합재 전 영역에 걸쳐 체적 적분을 하면 0이 되어야한다. 식(6)과 (7)로부터

$$\bar{e} + f(e - e^*) = 0 \quad (8)$$

여기서 f 는 복합재중 기공이 차지하는 체적비이다.

기공의 교란변형률(disturbance strain) e , e^* 그리고 Eshelby 텐서 S 사이에는 다음 관계가 존재한다.

$$e = S e^* \quad (9)$$

식 (1), (6)~(9)를 이용하여 모재 영역의 평균 응력은 다음 식으로 표현된다.

$$\sigma_m = SSM\sigma^o + SSMTR\Delta\xi \quad (10)$$

여기서,

$$SSM = [I - fC_m(S - I)A(C_m - C_v)C_m^{-1}]B \quad (11)$$

$$SSMTR = -fC_m(S - I)AC_vV_T^T \quad (12)$$

$$A = \{(C_v - C_m)[(1 - f)S + fI] + C_m\}^{-1} \quad (13)$$

SSM , $SSMTR$, A 는 6×6 행렬을 나타내고 I 는 6×6 단위 행렬을 나타낸다. 모재와 기공내의 변형률을 각각 e_m 및 e_v 라 하면, 복합재 전 영역에 중첩된 $-e^{TR}$ 을 더하여 다음 식으로 표시된다.

$$e_m = e^o + \bar{e} + e^{TR} \quad (14)$$

$$e_v = e^o + \bar{e} + e + e^{TR} \quad (15)$$

따라서 복합재의 전체 변형률은 복합재의 체적적분에 의해 다음 식으로 표시된다.

$$e_c = (1 - f)e_m + fe_v = e^o + fe^* + e^{TR} \quad (16)$$

여기서, e^* 는 식 (6), (8), (9)로부터 구해진다.

$$e^* = A[(C_m - C_v)C_m^{-1}\sigma^o - C_v e^{TR}] \quad (17)$$

복합재에 인가되는 응력을 정적압축시험과 같이 점진적으로 인가한 후 제거함으로써 식(10)과 식(16)으로부터 유효응력(effective stress)과 유효변형률(effective strain)을 계산하여 복합재의 응력과 변형률의 관계를 구한다. 다음은 하중인가에서부터 하중제거까지를 5단계로 나눠 해석을 위한 상세 과정을 기술한다.

단계1. 오스테나이트

외부 인가 하중이 0인 지점에서부터 복합재에 인가되는 압축하중이 점차 증가하여 마르텐사이트 변태가 막 시작하는 점까지는 모재는 오스테나이트상이다. 따라서 상변태가 없는 상황에서, 즉 $e^{TR}=0$ 에서 모재의 유효응력이 마르텐사이트 변태 시작응력(σ_{ms})이 될 때까지 응력을 증가시키면서, 응력과 e_c 의 관계를 구한다.

단계2. 마르텐사이트 변태

인가 응력이 더욱 증가함에 따라서 오스테나이트상에서

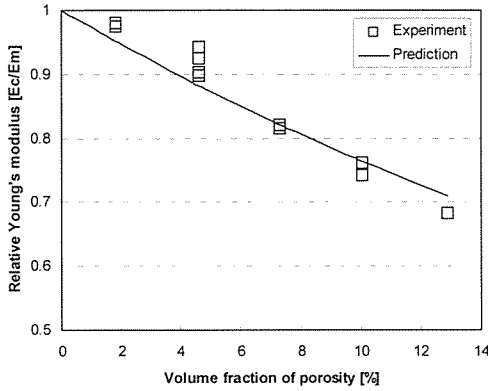


Fig. 2 Comparison of Young's moduli of aluminum plate with holes measured by experiment[23] and predicted by the current model.

마르텐사이트상으로의 상변태가 발생하여 마르텐사이트 체적비가 증가한다. 응력을 점진적으로 증가시키면서 마르텐사이트 변태가 종료되는 시점(σ_{mf})까지 응력을 증가시킨다. 이 단계에서 $\Delta\epsilon$ 는 양의 값을 갖는다. 식(4)와 (10)을 이용하여 $\Delta\epsilon$ 를 계산한 후, 응력과 e_c 의 관계를 구한다.

단계3. 마르텐사이트

응력을 더욱 증가시키면서 마르텐사이트상에서의 응력과 변형을 사이의 관계를 구한다. 목표하는 응력에 도달한 후 응력을 감소시키면서 모재의 응력상태가 오스테나이트 변태 시작응력(σ_{as})에 도달할 때까지 $e^{TR}=0$ 인 상태로 응력과 변형을 관계를 구한다. 이 때 모재는 완전 마르텐사이트상이다.

단계4. 오스테나이트 변태

오스테나이트로 변태가 시작되면서 e^{TR} 는 영이 아닌 값을 갖는다. 인가 응력을 더욱 감소시키면서 마르텐사이트 체적비가 0이 될 때까지, 즉 오스테나이트 변태가 완료되는 시점(σ_{af})까지 하중을 감소시킨다. 이 단계에서 $\Delta\epsilon$ 는 음의 값을 갖는다.

단계5. 오스테나이트

오스테나이트로 변태가 완료된 시점에서 남은 하중을 완전히 제거한다.

3. 결과 및 검토

본 이론의 검증을 위해 먼저 문헌에 있는 탄성계수에

Table 1 Transformation temperatures of SMA[24]

	$M_s(^{\circ}\text{C})$	$M_f(^{\circ}\text{C})$	$A_s(^{\circ}\text{C})$	$A_f(^{\circ}\text{C})$
solid Ni-Ti	6.784	30.19	18.89	37.18
12% porous Ni-Ti	-10.14	15.61	1.288	23.82

Table 2 Material properties[24]

	Austenite	Martensite
Young's Modulus [GPa]	70	30
Poisson's ratio	0.33	
Transformation strain	2.8%	
Stresses for transformation at 55 $^{\circ}\text{C}$ [MPa]	$\sigma_{as} = 300$ $\sigma_{af} = 100$	$\sigma_{mf} = 1000$ $\sigma_{ms} = 400$

대한 실험데이터와 본 이론으로 예측되는 탄성계수를 비교하였다. Carvalho 등[23]은 구멍을 갖는 알루미늄 평판의 탄성계수를 실험적으로 구하였다. 사용된 알루미늄 평판의 탄성계수는 72GPa이며, 본 논문에서도 동일한 탄성계수를 사용하였다. 상변태변형률(e^{TR})이 0인 상태에서 식(16)과 인가하중의 관계로부터 탄성계수를 구하였다. 본 이론으로 예측되는 탄성계수와 실험 데이터를 비교한 것이 Fig. 2이다. 가로축은 기공률을 나타내고, 세로축은 기공을 포함한 복합체의 탄성계수(E_c)를 기공이 없는 재료의 탄성계수(E_m)로 무차원화한 것이다. 제한적인 실험 데이터로 인해 기공률 약 13%까지 탄성계수를 비교하였으며, 이는 본 연구에서 사용하는 기공률 12%를 포함하는 범위이다. 탄성계수를 예측한 결과는 실험결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

기공을 갖는 형상기억합금의 응력-변형률 선도를 예측하기 위해 스파크 플라즈마 소결(SPS) 방법에 의해 제조된 Ni-Ti 형상기억합금의 압축시험 결과[24]를 이용하였다. Differential Scanning Calorimeter(DSC)로 변태온도를 측정된 결과 기공이 없는 재료와 12% 기공도를 갖는 시편의 변태온도가 Table 1과 같다. 사용된 기공이 없는 형상기억합금의 재료상수와 상변태 시작 및 종료 응력은 Table 2에 보이며, 이는 모델 입력 데이터로 사용된다.

오스테나이트 종료온도보다 15-20 $^{\circ}\text{C}$ 높은 온도에서 10^{-4}sec^{-1} 의 변형률 속도를 갖는 정적 압축시험을 수행한 결과 초탄성 거동이 뚜렷함을 알 수 있었다. 기공의 체적비가 12%인 복합재를 압축 시험을 통해 구한 응력-변형률 관계와 본 이론으로 예측한 응력-변형률 관계를 비교한 결과가 Fig. 3에 보인다. 기공의 체적비가 12%인 복합재를 압축 시험을 통해 구한 응력-변형률 관계와 본 이론으로 예측한 응력-변형률 관계를 비교한 결과를 Fig. 3에 보인다. 예측

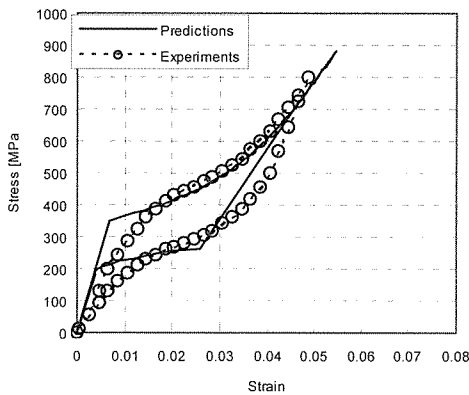


Fig. 3 Comparison of experimental[24] and predicted results for 12% porous Ni-Ti SMA.

결과는 전체적으로 실험결과와 잘 일치함을 보이고 있다. 그러나 마르텐사이트 변태 시작과 역변태 시작 및 종료 부근에서 실험결과와 예측결과 사이에는 차이가 발생함을 알 수 있다. 마르텐사이트 변태 시작 구간에서는 동일한 응력에서 실험에서 구한 변형률이 모델로 구한 변형률 보다 큰 값을 보인다. 이는 응력이 인가될 때 모재의 평균 응력이 마르텐사이트 변태 시작 응력에 도달하지 않더라도 기공주위에서 발생하는 응력집중에 의해 부분적인 변태가 발생하는 것으로 예상된다. 형상기억합금의 상변태 시작 및 종료 응력을 인장시험으로부터 구한 값을 사용하였으므로, 역변태 시작 및 종료 부근에서 실험 결과와 예측결과 사이에 차이가 발생하는 것으로 판단된다. 그러나, 형상기억합금의 인장 및 압축시의 상변태에 특성에 대해 명백히 밝혀지지 않아[25] 향후 추가적인 규명이 필요한 것으로 생각된다.

Qidwai[18] 등과 Entchev[19] 등이 기공을 갖는 형상기억합금의 응력-변형률 관계를 예측한 결과에 의하면 상변태 구간의 응력-변형률 관계가 선형으로 예측되었으며, 이는 실험결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다. 그들은 상변화중 응력-변형률 관계가 선형적인 특성을 보인 이유로 두 상의 탄성상수에 큰 차이가 없어 선형 접선강성(tangent stiffness)이 계산된 것으로 설명하였다. 하지만, 그들이 사용한 영계수는 오스테나이트와 마르텐사이트의 경우 각각 70GPa와 30GPa로서 약 2.3배의 차이가 난다. 본 이론으로 예측한 결과는 마르텐사이트 변태 종료 부근에서 비선형 결과가 잘 예측되고, 또한 실험결과와도 잘 일치함을 보인다.

4. 결 론

체적비 12%의 기공을 갖는 형상기억합금의 응력-변형률 관계를 예측하는 3차원 모델이 제시되었다. 본 모델은

Eshelby의 등가개재물법과 Mori-Tanaka의 평균장이론을 사용하였으며, 기공은 구 형태로 탄성계수가 0인 것으로 간주되었다. 모델로 예측한 응력-변형률 관계와 실험을 통해 구한 결과와는 잘 일치하는 경향을 보였다. 지금까지 발표된 문헌에서 상변화중 응력과 변형률 관계는 선형적인 것으로 예측되어 실험결과와 일치하지 않는 경향을 보였지만, 본 모델로는 비선형적인 결과가 예측되어 실험결과와 잘 일치함을 보였다.

후 기

실험결과를 제공해주고 모델링에 대한 조언을 해주신 University of Washington 기계공학과 Minoru Taya 교수님께 감사드립니다.

참고문헌

- 1) 안득만, 김영구, 김부섭, 박익민, 조정목, 최일동, “단섬유 형상기억합금에 의한 복합재료의 강화기구 해석,” 한국복합재료학회지, 10권 3호, 1997, pp.1-15.
- 2) 김홍진, “형상기억입자 강화 복합체의 탄성계수 평가,” 대한기계학회논문집 A권, 제25권 제1호, 2001, pp. 25-31.
- 3) Furuya Y, Sasaki A, and Taya M, “On Enhanced Mechanical Properties of TiNi Shape Memory Fiber/Al Matrix Composite,” *Mater Trans JIM*, Vol. 34, 1993, pp. 224-227.
- 4) Taya M, Shimamoto A, and Furuya Y, “Design of Smart Composites Based on Shape Memory Effect,” *Proc. of ICCM-10*, Vol. 5, 1995, pp. 275-282.
- 5) Shimamoto A and Taya M, “Reduction KI by Shape Memory Fiber-Reinforced Epoxy Matrix Composite,” *Trans. JSME*, Vol. 63, No. 605, 1997, pp. 26-31.
- 6) Furuya Y and Taya M, “Enhancement of High Temperature Mechanical Strength of Ti-Ni Fiber/Al Composite Induced by Shape Memory Effect,” *Trans. Japan Inst. Metals*, Vol. 60, No. 12, 1996, pp. 1163-1172.
- 7) Porter GA, Liaw PK, Tiegs TN, and Wu KH, “Fatigue and fracture behavior of nickel-titanium shape-memory alloy reinforced aluminum composites,” *Materials Science and Engineering*, Vol. A314, 2001, pp. 186-193.
- 8) Armstrong WD and Lorentzen T, “Fiber phase transformation and matrix plastic flow in a room temperature tensile strained NiTi shape memory alloy fiber reinforced 6082 aluminum matrix composite,” *Scripta Materialia*, Vol. 36, No. 9, 1997, pp. 1037-1043.
- 9) Hamada K, Lee JH, Mizuuchi K, Taya M, and Inoue K,

- “Thermomechanical Behavior of TiNi Shape Memory Alloy Fiber Reinforced 6061 Aluminum Matrix Composite,” *Metallurgical and Materials Transactions*, Vol. 29A, 1998, pp. 1127-1135.
- 10) Armstrong WD, Lorentzen T, Brondsted P and Larsen PH, “An experimental and modeling investigation of the external strain, internal stress and fiber phase transformation behavior of a TiNi actuated aluminum metal matrix composite,” *Acta mater.*, Vol. 46, No. 10, 1998, pp. 3455-3466.
- 11) Lee JK, “AE characteristic of the damage behavior of TiNi/Al6061 SMA composite,” *Composite Structures*, Vol. 60, 2003, pp. 255-263.
- 12) Yamada Y, Taya M, and Watanabe R, “Strengthening of Metal Matrix Composite by Shape Memory Effect,” *Materials Transactions JIM*, Vol. 34, No. 3, 1993, pp. 254-260.
- 13) Cherkaoui M, Sun QP, and Song GQ, “Micromechanics modeling of composite with ductile matrix and shape memory alloy reinforcement,” *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 37, 2000, pp. 1577-1594.
- 14) Auricchio A, Marfia S, and Sacco E, “Modeling of SMA materials: Training and two way memory effects,” *Computers and Structures*, Vol. 81, 2003, pp. 2301-2317.
- 15) Lee WB, Jie M, and Tang CY, “Constitutive modeling of aluminum matrix NiTi fiber-reinforced smart composite,” *J. Materials Processing Technology*, Vol. 116, 2001, pp. 219-223.
- 16) Dunn ML and Taya M., “Micromechanics predictions of the effective electroelastic moduli of piezoelectric composites,” *Int. J. Solids Structures*, Vol. 30, No. 2, 1993, pp. 161-175.
- 17) Wu TL, “Micromechanics determination of electroelastic properties of piezoelectric materials containing voids,” *Materials Science and Engineering*, Vol. A280, 2000, pp. 320-327.
- 18) Qidwai MA, Entchev PB, Lagoudas DC, and DeGiorgi VG, “Modeling of the thermomechanical behavior of porous shape memory alloys,” *Int. Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, 2001, pp. 8653-8671.
- 19) Entchev PB and Lagoudas DC, “Modeling porous shape memory alloys using micromechanical averaging techniques,” *Mechanics of Materials*, Vol. 34, 2002, pp. 1-24.
- 20) Eshelby JD, “The determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems,” *Proc. of the Royal Society of London*, Vol. A241, 1957, pp. 376-396.
- 21) Mori T and Tanaka K, “Average Stress in the Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions,” *Acta Metallurgica*, Vol. 21, 1973, pp.571-574.
- 22) Tanaka K, “A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior,” *Res Mechanica*, Vol. 18, 1986, pp. 251-263.
- 23) Carvalho FCS and Labuz JF, “Experiments on Effective Elastic Modulus of Two-Dimensional Solids with Cracks and Holes,” *Int. J. Solids Structures*, Vol. 33, No. 28, 1996, pp. 4119-4130.
- 24) Taya M and Zhao Y, “Design of High Energy Absorbing Materials via Porous Materials,” *Report to UCSD*, 2003.
- 25) Tanaka K, Ohnami D, Watanabe T, and Kosegawa J, “Micromechanical simulations of thermomechanical behavior in shape memory alloys: transformation conditions and thermomechanical hystereses,” *Mechanics of Materials*, Vol. 34, 2002, pp. 279-298.