

論文

Involute Construction 을 위한 복합재료 로켓 노즐의 Pattern 설계

이형식* · 예병환* · 정 발*

Pattern Design of Composite Rocket Nozzle for Involute Construction

Hyung Sik Lee*, Byung Hahn Yeh* and Bal Jung*

ABSTRACT

A study was performed on the involute construction method which has been known as the most advanced technology in manufacturing the ablative material using cloth prepreg. Although the manufacturing process had been successfully developed in the previous study[12], a new algorithm study was required to design the ply pattern of more complicated ablative material such as bell type rocket nozzle exit cones.

By investigating the involute construction geometry overall, a computer program code, Pade-II, was successfully developed, which can be used for the design of ply pattern employing a new method compared with the previous method. With the development of Pade-II, it has been possible to manufacture a complicated object. Also, by controlling the edge orientation on the angle of pattern lay-up according to the design value, it can be possible to control the characteristic properties of the thermal insulation, the erosion resistance, and the structural strength, which are regarded as the excellent advantages of involute construction technology.

The applicability and reliability of Pade-II code has been proved through the fabrication of the contoured adapter of the propulsion system without machining inner part with various edge orientations. Only the geometrical consideration and the algorithm to design ply pattern are represented in this article. The users manual of Pade-II and the results of the design will be represented later.

초 록

Cloth prepreg를 사용하여 내열재료를 제작하는 방법중 가장 진보된 제작방법인 involute const-

* 정회원, 국방과학연구소(4-4-5)

struction 방법에 대하여 연구하였다. 이미 수행된 연구[12]에서 성형공정에 대한 연구가 성공적으로 진행되어 실용화되어 있으나, bell type 내열재등 보다 형상이 복잡한 물체의 pattern 설계를 위해서는 새로운 algorithm의 개발이 필요하였다.

본 연구에서는 involute construction geometry를 전면 재검토하여, 전혀 새로운 방법으로 pattern을 설계할 수 있는 program인 Pade-II를 개발하는데 성공하였다. Pade-II를 개발함에 따라 종전에는 불가능 했던 복잡한 형상의 부품제작이 가능하게 되었을 뿐 아니라, edge orientation 또는 pattern lay-up 각도를 설계자가 임의로 조절할 수 있게 되어 involute construction 방법의 최대장점인 단열, 내삭마, 구조특성의 절충이 가능하게 되었다.

Pade-II의 적용가능성과 신뢰도는 이미 복잡한 내면형상을 가진 소형 추진기관의 adapter를 내면 가공없이 제작함은 물론이고, edge orientation을 다양하게 변화시킨 sample들을 제작함으로써 입증되었다. 본 연구에서는 geometry와 pattern 설계 algorithm 만을 설명하였으며, Pade-II의 사용 방법과 설계결과는 추후 발표할 예정이다.

1. 서 론

복합재료의 성형공법 중 cloth prepreg를 사용하여 내열재료를 제작하는 방법은 matched die molding, tape wrapping, lay up 등으로 나눌 수 있으며, 여기서 lay up 방법은 flat laminate, stacked cone, involute construction 등으로 나눌 수 있다. 그림 1에 이들 공법을 간단히 그림으로 나타내어 비교하였다.

Chop molding은 mached metal die molding의 전형적인 방법으로서 chopped cloth를 metal die에 넣고 열과 압력을 가하여 성형하는 방법으로 다른 방법에 비하여 금형비는 비싸지만 대량생산시 단가를 줄일수 있다는 장점이 있다. 이 방법은 내삭마성과 기계적 성질이 tape wrapping이나 lay-up 방법에 비하여 뒤떨어지고, 표면에서 swelling이 심하여 critical 한 부위에는 사용할 수 없다.

Flat laminate는 적용부위가 한정되어 있으며 stacked cone 공법은 제작과정이 까다롭고 성능도 좋지 않으므로 많이 쓰이지 않는 방법이다. Tape wrapping 방법은 최소의 노력과 가격으로 원하는 tape의 배향을 얻을 수 있으며 as-wrapped density (경화전 밀도)를 최대로 할 수 있다는 장점이 있으나, wrapping 공정중 작업자의 일습씨에 따라 최종 제품의 성능이 크게 달라질 수 있다는 단점을 가진다. 이 방법은 wrapping 각도에 변화를 줌으로써 단열효과와 내삭마효과를 절충 할 수 있으나, 구조적으로 radial 방향의 강도는

비교적 강하지만 axial 방향은 약하다는 단점이 있다. 또한 제품의 두께가 두꺼워질 경우 as-wrapped density가 크도록 wrapping 하더라도 성형중의 shrinkage 때문에 wrinkle 이 생기기 쉬우며 성형 공정중 발생하는 기체의 제거가 어려워져 void 생성 가능성이 높아진다.

Involute construction 방법은 tape wrapping 공법의 단점을 보완한 것으로 여러장의 pattern을 물체의 중심축을 중심으로 lay-up한 것이다. 부연하면, 여러장의 tape로 wrapping하되 tape에 tension을 가하지 않으므로 tape에 변형을 주지않고 감긴 상태라고 할 수 있다. 그러므로 두꺼운 제품을 제작 할 경우 tape wrapping의 tape길이에 비하여 involute construction의 pattern 길이가 훨씬 짧기 때문에 wrinkle과 void 형성 가능성이 현저하게 줄어든다는 장점이 있다. 이 방법은 그림 1의 e)와 같이 우산의 천을 접듯이 기하학적으로 만드는 방법으로서 Rosette, 또는 spiral wrapping 이라고 부르기도 한다.

이와 같이 involute construction molding 방법은, 설계된 칫수대로 재단된 pattern을 배열하기만 함으로써 성형준비가 끝나므로 일습씨에 의한 제품성능의 불균일성을 줄일 수 있다. 또한 fabric의 lay-up 방향을 자유자재로 조절 할 수 있으므로 단열, 내삭마, 구조 특성을 조합하여 최적의 제품을 만들 수 있다. 즉 filament winding이 fiber의 방향을 조절하여 최적의 구조재를 만드는 것처럼 2 차원인 fabric의 방향을 조절하여 최적의 내열, 내삭마 및 구조특성을

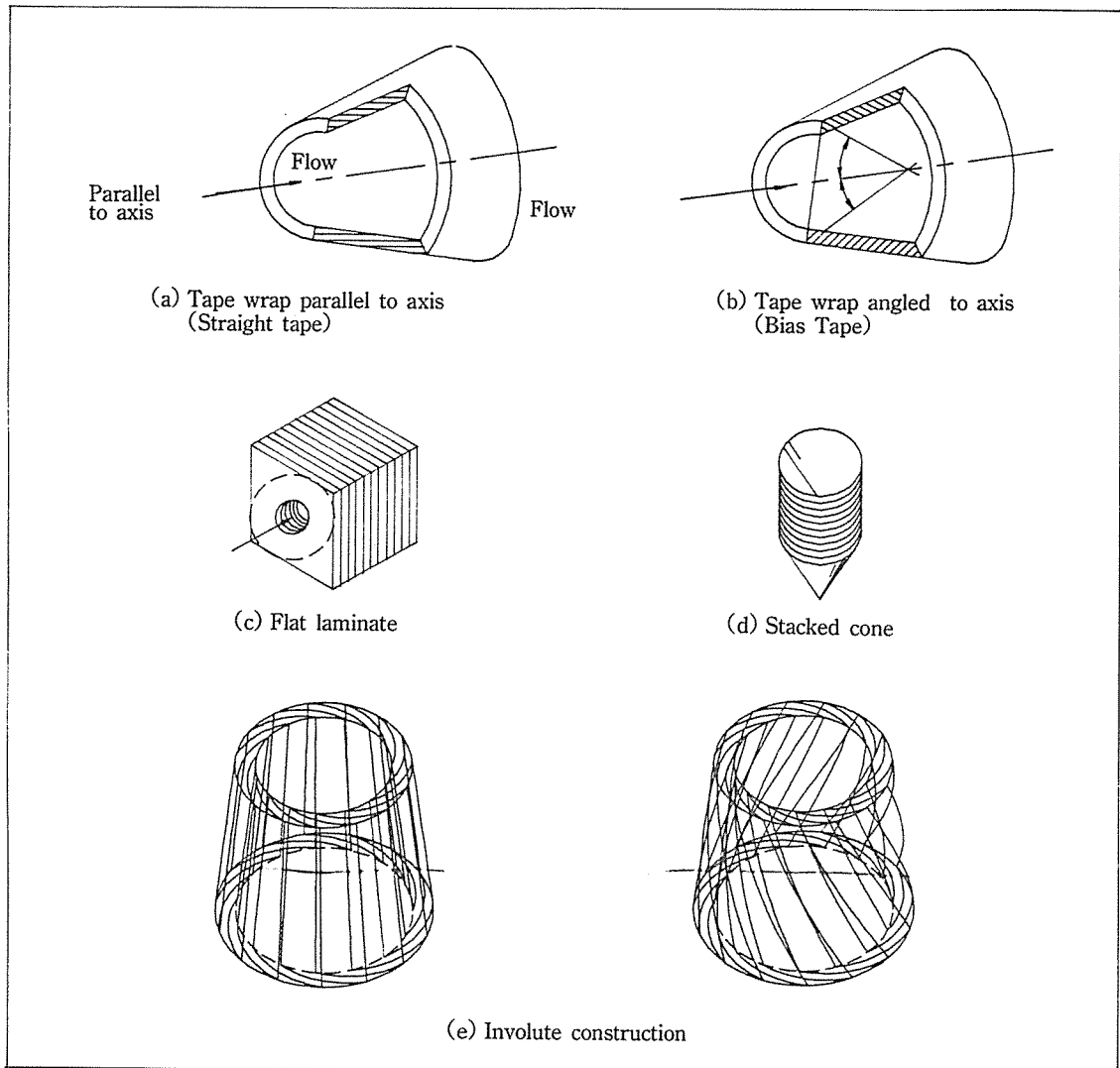


그림 1. Tape wrapping과 lay-up의 여러가지 방법

갖게 하는 것이다.

Rosette lay-up 또는 involute construction은 로켓노즐의 exit cone이나 유사한 회전체의 제작에 주로 사용되는 성형품 제작 방법으로서, 1960년대 중반에 Mamrol[1]에 의해서 최초로 involute body에 관한 해석이 시도되었다. 60년대 후반에는 미국의 HITCO사에서 노즐의 exit cone을 involute co-

nstruction으로 제작 하면서 “Rosette”란 상표를 사용하였으며 이후 Rosette란 이름이 일반화 되었다[2,3]. 세계적으로 involute body에 관한 연구를 많이 하고 있지는 않지만, 비교적 단순한 경우의 해석이 Pagano[4]에 의하여 시도되어 있다. 또한 involute body의 geometry가 보고된 바 있으며 [5,6], Stanton[7]은 involute body에 적합한 열

해석 및 역학적 해석을 하여 rocket nozzle에 사용한다. 그리고 내삭마 및 구조 성능을 최대로 하기 위해 2-D 탄소-탄소 복합재료의 모재를 Rosette lay-up으로 제작한 것을 사용하여 구조 및 열해석을 한 경우도 있었다[8,9]. 또한 구조해석으로서 involute body의 기하학적 특성을 연구한 것도 보고 되어 있다[10].

이미 수행된 연구[12]가 성공적으로 진행되어 성형기술에는 문제가 없으나, program의 구조상 pattern 설계에는 제한이 있었다. 따라서 본연구에서는 pattern 설계를 보다 완벽하게 할 수 있는 program을 개발하였으며, 구조해석의 근간이 되는 geometry 해석에 관하여 연구하였다.

Rosette lay-up으로 제품을 제작하기 위해서는 그림 1과 같이 prepreg 상태인 ply들을 일정 모양의 pattern으로 절단한후 서로 겹치게 배열하여 부품을 형성한다. 이렇게 prepreg로 형성된 component에 온도와 압력을 가하여 경화주기에 따라 성형시키면 원하는 부품이 되는데, 최종 부품의 외관이 동일하더라도 그림 1의 e)와 같이 ply의 적층 방법에 따라 성능은 각각 다르게 된다. 본 연구에서는 위의 적층방법 모두를 응용 할 수 있으며 어떤 복잡한 모양이라도 lay-up할 수 있는 pattern을 설계하는 기법을 연구 하였으며, 그 program의 이름을 Pade-II라고 명명하였다. 본 연구에서는 개략적 algorithm을 중심으로 설명하였으며 그 사용법은 Pade-II User's Guide[11]에 실례를 들면서 자세히 설명하였다.

이미 수행된 연구[12]와 금번연구의 Pade-II 개발로 인하여, FRP (fiber reinforced plastic) 내열재 제작방법중 가장 발전된 방법인 Rosette lay-up molding 제작에 관해서는 선진국의 기술수준에 이르게 되었다고 사료되며, 앞으로는 이를 근간으로 구조 해석에 관한 연구가 수행되어야 할 것이다.

2. 설계이론

2-1. Involute construction의 pattern 설계 개요

Lay-up된 후 한장의 pattern은 그림 2 a)의 빗금

부분과 같이 되며, 이 pattern 한장을 평면에 펼쳐 놓으면 그림 2 b)와 같이 된다. 그림 3 a)의 빗금 그은 부분을 어떤 회전체의 단면이라고 하면, 그 회전체는 A 혹은 A'를 내면 cone 또는 C 혹은 C'를 외면으로 하는 cone의 일부라고 할 수 있다. r-z 평면의 A, A', B, B', C, C'는 pattern의 전개 시작 line으로서 중심축과의 각도 β 에 따라서 pattern의 형태 및 최종부품의 성능이 결정된다. 전개 시작 line이 A'와 같이 제작하고자 하는 물체의 안쪽에 있을 경우에는, 전개 시작 line을 내면으로 하는 cone과 r-z 평면이 만나는 선이 ply의 한변과 일치하도록 하여 감아 나가되 그림 3 a)의 빗금 부분만을 형성할 수 있도록 하여 pattern을 설계한다. 전개 시작 line이 C 또는 C'와 같이 제작하고자 하는 물체의 바깥쪽에 있을 경우에는 전개 시작 line을 외면으로 하는 cone과 r-z 평면이 만나는 선이 ply의 한변과 일치하도록 하여 감아 들어가되 그림 3 a)의 빗금 부분만을 형성할 수 있도록 하여 pattern을 설계한다. 전개 시작 line이 물체 내부를 관통할 경우는 위의 두 경우를 조합하여 그림 3 a)의 빗금 부분만을 형성할 수 있도록 pattern을 설계한다. 즉 cone의 일부만을 전개 시킴으로써 다양한 형태의 물체를 설계할 수 있으며 중심축과의 각도 β 를 바꿈으로써 edge orientation 또는 pattern의 lay-up에 변화를 줄 수 있다.

그림 3 b), c), d)에서 물체 내부의 빗금은 pattern의 단면을 나타내며 이단면은 전개기준선과 평행이다. 그림 3 b)와 같이 β 가 0이라면 cylinder의 내면 혹은 외면과 r-z 평면이 만나는 선이 ply의 한변과 일치하는 경우로서, pattern의 설계에 있어서는 만들거나 하는 물체를 포함할 수 있는 원통을 형성하게 되도록 pattern을 설계한 후 필요한 부분만 목적하는 물체만 형성할 수 있도록 필요 없는 부분을 삭제하는 방법을 사용한다. 그림 3 c), d)와 같이 β 가 어떤 각도를 가지고 있다면 원뿔에서 꼭지점의 각도가 2β 인 원뿔을 ply 한변의 시작으로 하여 감아들어가거나 감아나오는 방법을 사용하여 필요한 부분만 형성할 수 있도록 한다. 결과적으로 β 는 tape wrapping 공법에서 wrapping angle에 해당하며 Rosette 공법에서는 edge orientation을 결정하는 변수가 된다.

제작후 성능 예측은 tape wrapping과 비슷하다. Tape wrapping에서는 arc angle α 를 0으로 하기 때문에 tape와 중심축의 각도는 tape의 어느 위치에서도 wrapping angle과 같으므로 이각을 고려하여 단열, 삭마, 구조등의 해석을 하게 되지만, involute construction에서는 α 값이 비교적 크므로 0으로 해석할 수 없다. 여기서 z 는 중심축, x 축은 r 축, y 축은 x - z 평면에 수직인 x - y - z 직교 좌표로 생각하면, lay-up된 후 pattern의 임의의 점에서 arc angle 을 α 라하고 cone angle을 β 라 할 때 그 점을 포함하는 무한소 평면은 x - y 의 무한소 평면을 z 축과 β 의 각을 이루게한 후 다시 z 축을 중심으로 α 만큼 기울어진 형태가 된다. 뒤에서 설명하지만, 이 평면의 surface vector와 r 축이 이루는 각은 $\cos^{-1}(\cos \alpha \cos \beta / (1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta)^{1/2})$ 가 되므로 이값을 이용하여 열해석 및 구조해석을 한다.

그림 3의 b)는 전개 기준선과 중심축이 이루는 각 β 가 만들고자 하는 물체의 내면과 중심축이 이루는 각도 보다 작은 경우로서, z - r 평면으로 절단한 면을 나타내며 물체내의 선은 절단 되었을 때의 pattern 단면을 표시한다. c)는 물체의 내면과 중심축이 이루는 각도와 β 가 같은 경우를 나타내며, d)는 β 가 물체의 내면과 중심축이 이루는 각도 보다 더 큰 경우를 나타낸다. 이 세가지 경우는 edge orientation이 크게 다르므로 열적으로 상이한 특성을 갖는다. 연소 gas의 흐름이 $+z$ 방향 이라면 pattern의 끝단이 flow에 거슬리지 않고 또한 z 축과 pattern이 이루는 각이 작은 b)가 단열성능이 제일 우수할 것으로 생각된다. 물론 b)에서 α 가 클수록 내삭마 성능이 우수할 것이다. 반대로 flow가 $-z$ 방향 이라면 단열성능은 c)가, 내삭마성능은 d)가 제일 우수 할 것으로 생각할 수 있다. d)에서 β 가 더 큰값을

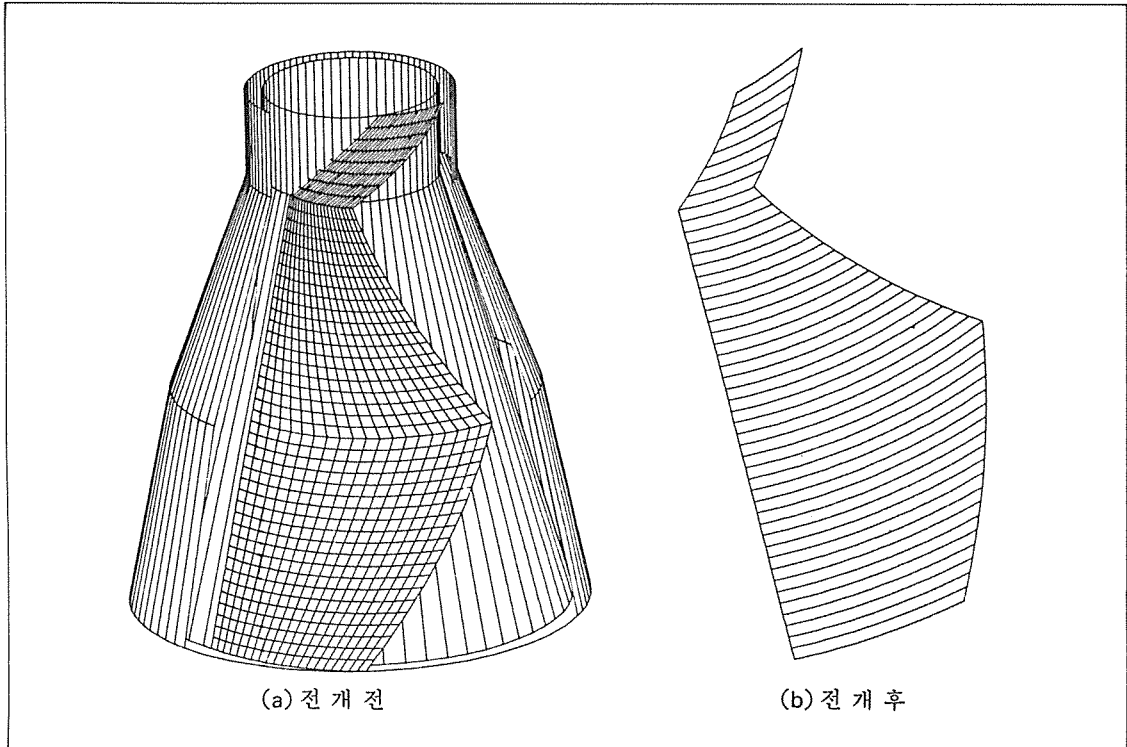


그림 2. 전개전과 전개후의 pattern 형상비교

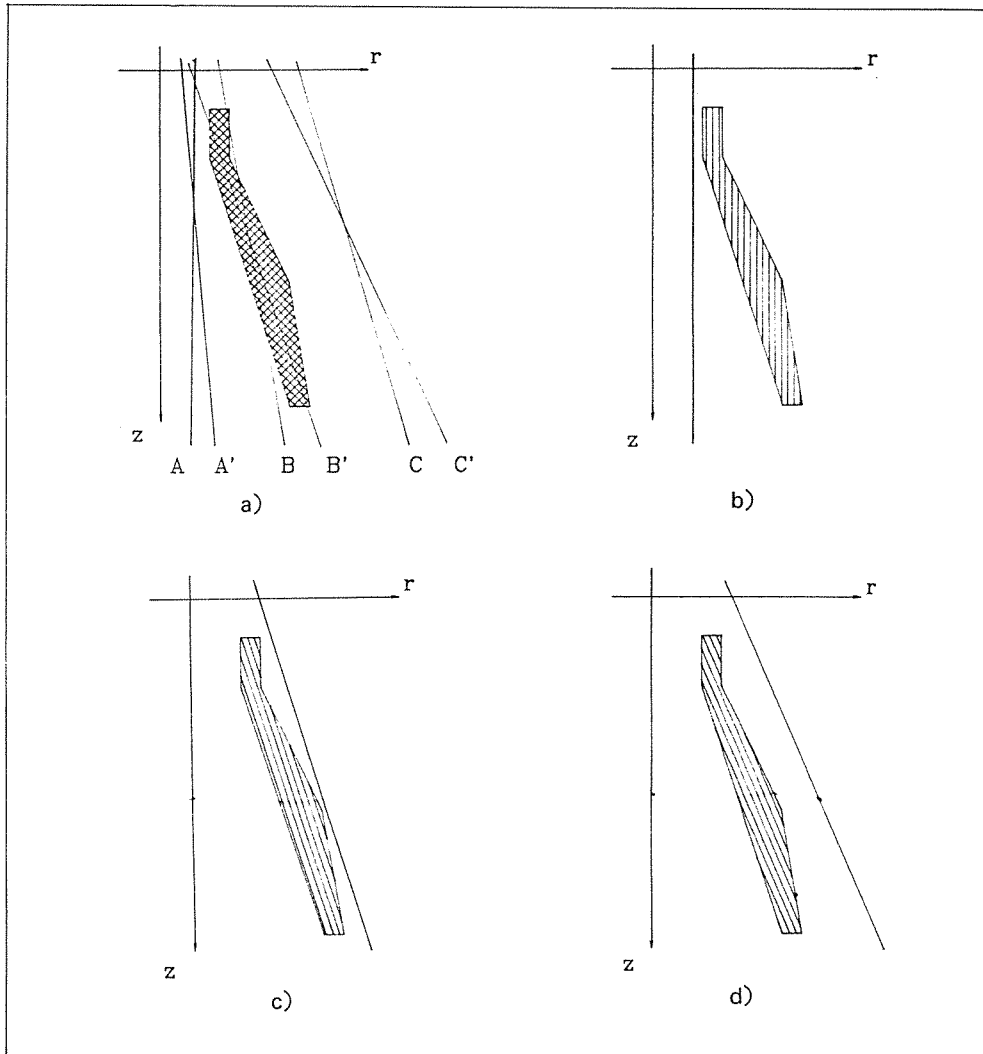


그림 3. 물체의 r-z 단면과 전개기준선의 위치에 따른 구별

가진다면 더 우수한 내삭마성능을 가질 것이다. c)의 경우는 flow와 pattern의 한 끝단이 일치하는 경우로서 pattern과 pattern 사이의 수지가 화염에 공격받기 쉬우므로 연소중 delamination이 일어나기 쉽다. 따라서 화염에 직접 노출되는 부품을 제작할 경우 가급적 c)와 같은 형태는 피하는 것이 좋다.

위와 같은 전개 과정을 거쳐 pattern을 설계한 후

AutoCad를 이용하여 출력할 수 있는 AutoCad의 명령어 file인 script file을 만들었다. 또한 AutoCad의 surface model 기능을 이용하여 실제 만들어 보기전에 감긴 형상을 볼 수 있도록 각 pattern 표면을 surface 처리하여 3차원으로 볼 수 있는 file도 작성하도록 하였다. Personal computer의 속도와 용량 제한 때문에 3 차원 표면 처리한 graphic이 매우 느리게 되

므로, 이를 보완하기 위해 각 pattern이 lay-up된 상태의 외곽선을 연결한 graphic을 사용할 수도 있게 하였다.

2-2. Geometry 해석

일정한 두께와 모양의 ply n장으로 lay-up하는 과정을 simulation하여 물체의 모양을 만들 수 없으므로, 그 형상이 lay-up 되었다고 가정하고 그 상태를 기하학적으로 분석하여 전개하여 나가는 방법을 사

용하기 때문에 기하학적 고찰은 매우 중요하며 pattern 설계의 기본이 된다. 설계된 pattern으로 감겨진 물체를 z 축과 수직인 평면으로 절단하면 단면에서 ply의 모양은 그림 4와 같게 된다. Pattern의 두께와 lay-up 하는 매수가 일정할 때, 이 단면에서 동일 pattern의 lay-up이 시작되는 점으로부터 임의의 위치의 중심각을 θ 라고 하면 θ 가 증가함에 따라 r 이 증가하므로 이모양은 spiral 이어야한다.

그림 5에서 인접 spiral의 geometry로부터 spiral이 만족해야할 조건인 $\theta=f(r)$ 의 방정식을 구하게 되는데, 실제로는 $\theta=f(\alpha)$ 와 $\alpha=g(r)$ 을 구하여 사용한다. 그림 5에서 α 는 arc angle을 나타내는 변수로서 중심에서 거리 r 인 원과 spiral의 접선이 이루는 각을 의미하며, r' 및 α' 도 위치만 다를 뿐 같은 의미를 갖는다. Pattern이 lay-up 되었을 때 z 축에 수직인 평면에서는 pattern의 한쪽면과 이 평면이 만나는 선을 의미하는 spiral은 인접한 spiral과 일정한 거리를 이루고 있어야 하며 이 거리를 t' 라고 한다. 점 A에서 arc angle α 인 spiral의 접선에 수직이 되게 선 AB를 그으면 점 B에서 인접한 spiral의 접선과 수직으로 만나야 하며 그 길이는 t' 이다. 마찬가지로 점 B에서의 arc angle을 α' , 중심에서의 거리를 r' 라고 하여, α, r, α', r' 의 관계를 구하면 그것이 pattern과 pattern이 국소적으로 평행하게 즉 느슨함 없이 lay-up 될 조건이 된다.

그림 5에서 $\angle ABO$ 는 α' 이며 $\angle BAO$ 는 $\pi - \alpha$ 이므로 $\angle AOB$ 는 $\alpha - \alpha'$ 이다. 점 O에서 직선 AB에 수직선을 내려 만나는 점을 D라고 하여 $\triangle AOD$ 와 $\triangle BOD$ 에 sine법칙을 적용하면

$$r \sin \alpha = r' \sin \alpha' = \text{const} \quad (1)$$

이 된다. 인접 spiral의 위치가 변해도 AB의 길이만 변화할 뿐 OD는 일정하므로 식(1)은 일정한 값을 가진다. 즉 식(1)은 각각의 spiral상의 임의의 점에서 거리 t' 에 다음 spiral이 평행하게 존재할, 즉 lay-up될 수 있는 필요조건이다.

그림 6에서 r 은 중심에서 spiral상의 임의의 위치까지의 거리, α 는 그 점에서의 arc angle, θ 는 그

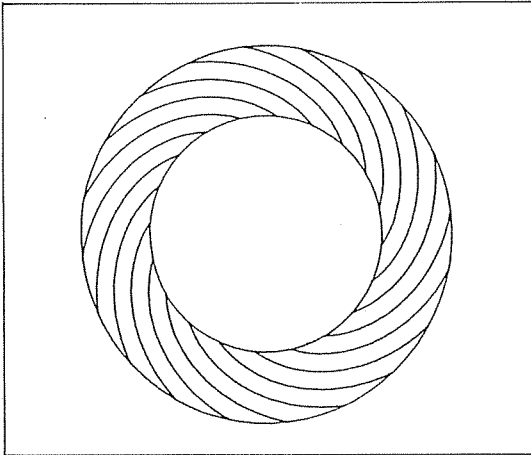


그림 4. $r-\theta$ 단면의 pattern 형상

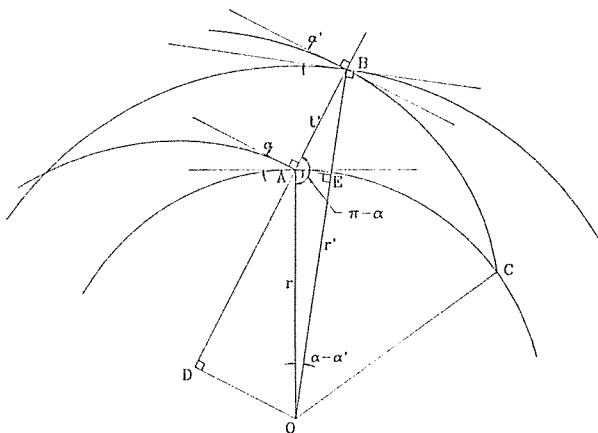


그림 5. 인접한 두 spiral의 기하학적관계

점의 r - θ 좌표의 θ 값, dr 과 $d\theta$ 는 r 과 θ 의 증분이다. r 에 비하여 $d\theta$ 가 무한히 작다고 하여 spiral형상에 관한 기하학적 미분관련식을 구하면

$$dr = r \tan \alpha \, d\theta \quad (2)$$

를 얻을 수 있다. 식(1)과 (2)로부터 필요한 spiral형상의 지배방정식을 구한다. 식(1)을 미분하여

$$\sin \alpha \, dr + r \cos \alpha \, d\alpha = 0 \quad (3)$$

을 얻은 후, 식(3)과 (4)로부터

$$-r \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \, d\alpha = r \tan \alpha \, d\theta \quad (4)$$

을 얻으며, 다시 정리하여

$$d\theta = -\cot^2 \alpha \, d\alpha \quad (5)$$

를 구한다. Spiral이 시작되는 점에서의 arc angle을 α_0 라 하고, r - θ 좌표의 θ 값을 θ_0 라고 하여 식(5)를 경계조건 $\theta_0, \alpha_0 \rightarrow \theta, \alpha$ 로 적분하여 정리하면

$$\theta - \theta_0 = \alpha + \cot \alpha - \alpha_0 - \cot \alpha_0 \quad (6)$$

을 구할 수 있다. α_0 와 θ_0 가 결정되면 θ 는 α 만의 함수이며 식(1)에서 α 와 r 의 함수이므로 θ 는 r 의 함수이기도 하다. 물론 $\theta = f(r)$ 의 형태로도 표현가능하지만, 식이 복잡해지며 실제로 두번 계산하여 θ 값을 구할 수 있으므로 식(6)을 그대로 사용하기도 한다.

또한 그림 6에서 L 은 spiral의 시작점에서 spiral상의 임의의 점까지의 길이이며, dL 은 이것의 증분이다. $d\theta, dr$ 이 r 에 비하여 무한히 작다고 하여 spiral 길이에 대한 미분방정식

$$dL = \frac{dr}{\sin \alpha} \quad (7)$$

을 얻을 수 있다. 식(3)을 (7)에 대입하여 dr 을 소거하면

$$dL = -r \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \, d\alpha \quad (8)$$

식(1)에 spiral의 시작점에서의 arc angle과 중심에서의 거리인 α_0, r_0 및 spiral 상의 임의의 점에서의 arc angle과 반경인 α, r 을 적용하면

$$r = r_0 \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha} \quad (9)$$

이된다. 식(8)과 (9)에서 변수를 줄이기 위하여 r 을 소거한 후 정리하면 다음과 같다.

$$dL = -r_0 \sin \alpha_0 \left(\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^4 \alpha} \right) d\alpha \quad (10)$$

Spiral 시작점에서의 spiral길이 L 은 0이며 arc angle은 α_0 이라는 초기조건을 사용하여 식(10)을 spiral 시작점에서 spiral상 임의의 점까지 적분하여 정리하면

$$L = \frac{r_0 \sin^2 \alpha_0}{2} \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha_0} \right) \quad (11)$$

식(9)을 이용하여 식(10)을 응용에 편리한 형태인 식(12) 또는 (13)으로 만들어 사용한다.

$$L = \frac{r_0}{2 \sin \alpha_0} \left(\frac{\sin^2 \alpha_0}{\sin^2 \alpha} - 1 \right) \quad (12)$$

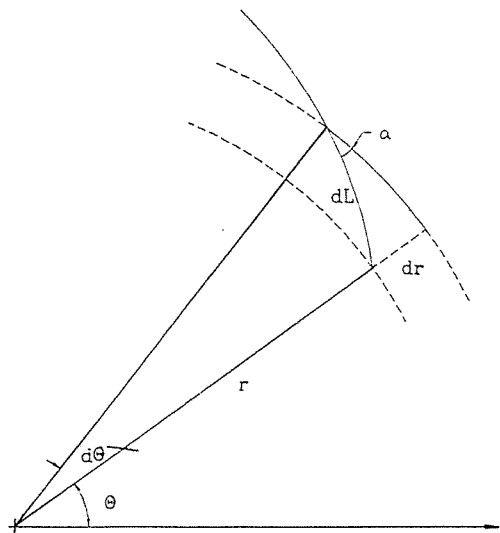


그림 6. Spiral에서의 Differential Geometry

$$L = \frac{r_0}{2 \sin \alpha_0} \left(\frac{r^2}{r_0^2} - 1 \right) \quad (13)$$

즉 r_0 , α_0 인 spiral 시작점에서 r , α 인 점까지의 spiral 길이가 식(12) 및 (13)과 같이 r 또는 α 의 함수로 표현된다.

다시 그림 5에서 식(1)의 constant를 구한다. z 축과 수직인 r - θ 평면에서 하나의 spiral과 인접한 spiral 사이의 거리가 t' 라고 하면 AB의 거리는 t' 가 된다. 점 A에서 직선 OB에 수직선을 내려 만나는 점을 E라고 하여 $\triangle ABE$ 와 $\triangle AOE$ 에서 직선 AE의 길이를 계산하면 식(14), (15)와 같이 된다.

$$t' \sin \alpha' = r \sin (\alpha - \alpha') \quad (14)$$

$$\frac{t'}{r \sin \alpha} = \cot \alpha' - \cot \alpha \quad (15)$$

$\angle AOB$ 는 $\alpha - \alpha'$ 이고 $\angle BOC$ 는 식(6)으로부터 $\alpha' + \cot \alpha' - \alpha - \cot \alpha$ 이며 $\angle AOC$ 는 n 장의 ply로 감았기 때문에 $2\pi/n$ 이다. $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$ 이므로

$$\frac{2\pi}{n} = \alpha - \alpha' + \alpha' + \cot \alpha' - \alpha - \cot \alpha \quad (16)$$

이 성립한다. (16)식을 정리하여 (15)에 대입하여

$$\frac{2\pi}{n} = \frac{t'}{r \sin \alpha} \quad (17)$$

을 구한다. 즉 spiral과 spiral 사이의 거리가 결정되고 lay-up할 ply의 장수가 결정되면, 식(1)은 (17)과 같이 표현된다. β 가 0이라면 즉 cylinder 형태의 물체를 lay-up한다고 하면 t' 는 pattern 1장의 두께인 t 값을 그대로 사용할 수 있으나, β 가 0이 아니라면 t 값을 그대로 사용할 수 없다. r - θ 평면에서 ply와 ply사이의 거리인 t' 는 엄격히 α, β 의 함수로 표현되어야 하지만, 여기서는 Pagano[6]가 first good approximation이라고 한

$$t' \approx \frac{t}{\cos \beta} \quad (18)$$

을 적용하기도 한다. 즉, r - θ 평면 위에서 spiral과

spiral 사이 거리는 일정하며 그 거리는 식(18)과 같이 β 만의 함수로 표현된다. 이와 같은 기하학적 해석을 근거로 하여 pattern 설계를 해나간다.

3. Pattern 설계 프로그램

3-1. Pattern의 전개

그림 7은 공간에서 r - θ 단면의 spiral 1개의 모양을 그린 것인데, spiral이 시작하는 점을 원점 0라고 하여 축방향을 z 축으로 하고 r 방향을 y 축, 최초 spiral이 시작하는 내경의 접선 방향을 x 축으로 하는 직교 좌표형태로 나타내었다. Spiral은 $0, 0', 0'', \dots$ 으로 진행해 나아가며, 최초로 확대해나가는 spiral과 전개기준선 OB의 각도 γ 는 OB와 z 축 사이의 각이 β 이며 OO' 와 x 축의 각이 α 이므로 α 와 β 로 표현이 가능하다. $\triangle OBO'$ 의 3변 길이 비를 cosine법칙에 적용하여 γ 를 구한다. OO' 를 1이라 하면 OA가 $\sin \alpha$ 이므로 OB는 $\sin \alpha / \sin \beta$ 가 된다. $O'A$ 는 $\cos \alpha$ 이며 AB는 $\sin \alpha \cos \beta / \sin \beta$ 이므로 $\triangle ABO'$ 에 피타고라스 정리를 적용하여 $O'B$ 를 구하면 $(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta / \sin^2 \beta)^{1/2}$ 이 된다. $\triangle OBO'$ 세변의 길이 비를 cosine법칙에 적용하면

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta / \sin^2 \beta \\ = \sin^2 \alpha / \sin^2 \beta + 1 - 2 \sin \alpha \cos \gamma / \sin \beta \end{aligned} \quad (19)$$

이 되며 식(19)를 정리하여 γ 를 구한다.

$$\gamma = \cos^{-1}(\sin \alpha \sin \beta) \quad (20)$$

어떤 r - θ 단면의 spiral을 등길이로 잘게 쪼갠 후, 그림 7과 같이 x - y - z 의 원점 0를 z 축을 중심으로 spiral이 감긴 각도 θ 만큼 회전시켜 각각의 spiral이 시작하는 점 $0', 0'', \dots$ 에 옮겨 놓으면 전개기준선과 spiral이 이루는 각이 γ 이므로, z 축을 중심으로 전개기준선을 회전시켰을 때 그 r - z 평면을 지나는 모든 spiral에 식(20)이 적용된다. 즉 식(20)을 사용하면 임의의 위치에 있는 spiral의 어떤 점에서도 그 점을 포함하는 r - z 평면의 전개기준선을 r - z - θ

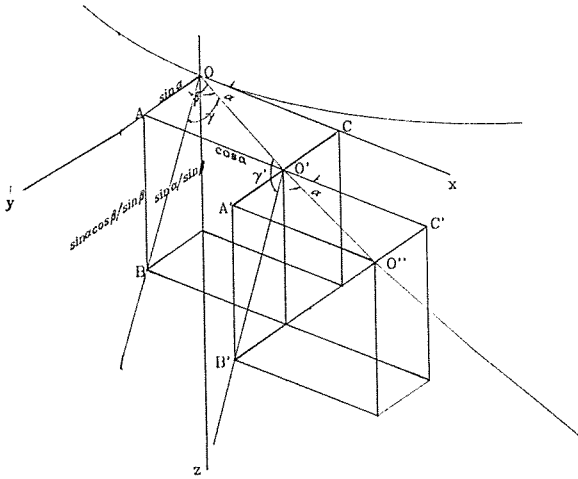


그림 7. 공간에서 spiral과 전개기준선의 geometry

의 θ 로 이동시킨 새로운 전개기준선과 spiral 사이의 각 γ 를 알 수 있다.

전개에는 직접 관계가 없지만 그림 7의 $\triangle OBO'$ 평면이 y축과 이루는 작은 열전달, 삭마, 구조특성을 해석하는데 중요한 값이다. 따라서 $\triangle OBO'$ 평면의 표면벡터와 y축이 이루는 각을 구해야 한다. 정확히 표현하면, pattern상의 임의의 점을 포함하는 표면벡터와, 그 점과 중심축이 수직으로 만나는 선이 이루는 각 ξ 를 구한다. 그림 7에서 $\triangle OBO'$ 의 표면벡터를 방향만 고려하여 구하면 x 방향이 $-1/\cos\alpha$, y 방향이 $1/\sin\alpha$, z 방향이 $-\sin\beta/\sin\alpha/\cos\beta$ 이라고 할 수 있으므로 그 표면의 surface vector s 는 x, y, z 방향의 단위 vector를 각각 i, j, k 라고 하여

$$s = -\frac{1}{\cos\alpha}i + \frac{1}{\sin\alpha}j - \frac{\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta}k \quad (21)$$

로 쓸 수 있다. 이것을 y방향의 단위 벡터 j 와 내적(inner product)하여 ξ 를 구한다.

$$\xi = \cos^{-1} \left(\frac{\cos\alpha \cos\beta}{(1 - \sin^2\alpha \sin^2\beta)^{1/2}} \right) \quad (22)$$

식(22)는 pattern의 임의의 위치에서 그 점을 포함하는 표면 벡터가 열흐름방향과 이루는 각이며, 이 값을 이용하여 구조 및 열설계 해석을 하게 된다.

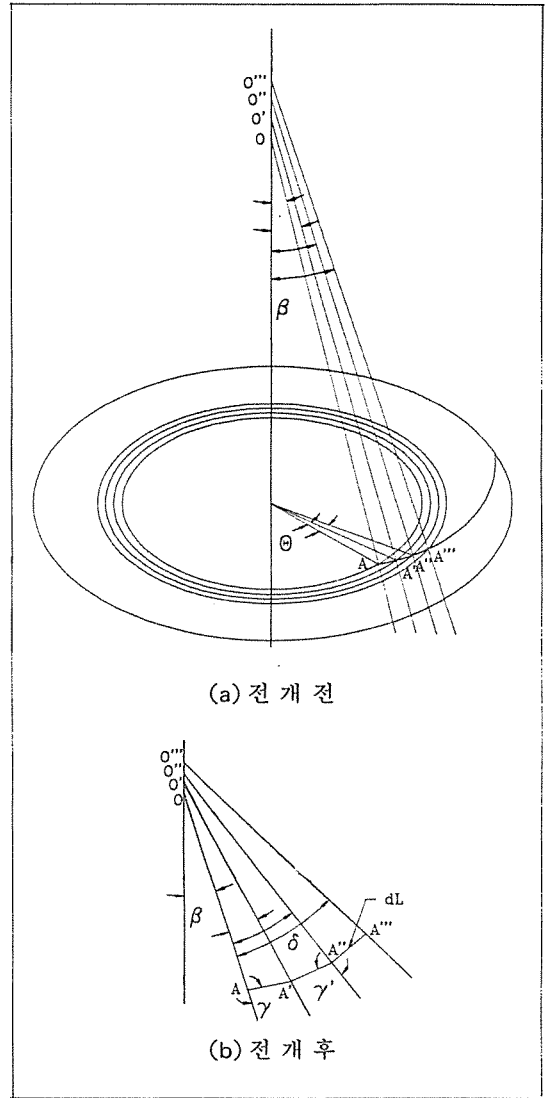


그림 8. 전개기준선의 전개

그림 7에 표시한 바와 같이 pattern의 임의의 점에서 전개기준선과 $r-\theta$ 평면상의 spiral이 이루는 각인 γ 를 식(20)에서 α, β 로 표현하였으므로 pattern의 두께 t 와 장수 n , 그리고 전개기준선의 위치가 결정되면 γ 를 구할 수 있다. 그림 8에서 그림 7의 OBO' 평면과 $O'B'O''$ 평면이 전개되었을 때 최초 전개기준선과 임의 위치의 전개기준선이 이루는

각 δ 를 구한다. 그림 8 a)는 전개되기전 물체를 r - z 평면으로 절단하였을 때 1개의 spiral과 spiral의 각 점을 지나는 전개기준선을 나타낸 것으로, 최초의 전개기준선은 ply의 내면 끝단과 일치하므로, 즉 ply가 시작되는 점이므로 그 위치의 θ 를 0으로 하였다. 그림 8 b)는 그림 8 a)를 전개한 것으로서 최초 전개기준선을 OA' , 그 다음을 $O'A'\dots$ 로 나타내었다. 각각의 전개기준선이 있는 cone을 시작점에서 θ 만큼 전개시키면 그 값은 δ 가 된다.

$$\delta = \theta \sin \beta \quad (23)$$

지금까지는 cone의 안쪽에서 바깥으로 전개하는 것을 기준으로 설명하였으나 그림 3에서와 같이 최초 전개기준선의 위치에 따라서 반대로 전개해야 할 경우도 생긴다. 이런 경우는 전개할 때 점 O' 에서 γ 값에 $\angle B'O'O$ 를 써야 하므로 이 값을 γ' 라 하여 사용한다. 같은 평면상의 $\angle BOO'$ 가 $\cos^{-1}(\sin \alpha \sin \beta)$ 이므로

$$\gamma' = \pi - \cos^{-1}(\sin \alpha \sin \beta) \quad (24)$$

가 성립된다.

물체를 z 축으로 scanning하고 각각의 r - z 평면

위의 spiral을 scanning한 후 각각의 point를 전개한다. 최초전개기준선은 그림 3 a)와 같이 z - r - θ 원통좌표의 $\theta = 0$ 인 면에서 시작하며, z 축을 y 축, r 축을 x 축으로 하는 평면에 1장의 pattern을 전개한다. 그림 9 a), b), c)에서와 같이 전개과정은 다음 세가지 경우로 나누어 설명할 수 있다.

- 최초전개기준선이 물체의 단면 안쪽에 있을 경우
- 최초전개기준선이 물체의 단면 바깥쪽에 있을 경우
- 최초전개기준선이 물체의 단면을 관통할 경우

그림 9에서 최초전개기준선이 있는 r - z 평면에 scanning된 z 값을 가지는 r - θ 평면의 spiral을 전개한 후 다음 z 값을 가지는 r - z 평면상의 spiral을 전개한다. 이 과정을 물체의 전 z 구간에 대하여 반복수행한다. 최초전개기준선의 r - z 좌표상의 위치를 그대로 x - y 좌표상의 위치라고 하여 그 좌표에 z 의 전구간에 걸쳐 spiral을 전개한다. 전개하고자 하는 spiral이 있는 r - θ 평면의 z 값이 같은 전개기준선상 점의 좌표를 (x_0, y_0) 로 한다. 즉 전개기준선에서 시작하는 spiral을 전개하므로, 각 단면의 spiral을 전개할 때마다 시작되는 좌표를 최초전개기준선상의 좌표로 하여 (x_0, y_0) 라고 한다. 첫번째 z 위치의 spiral을 전개하고 두번째, 세번째, ...를 반복하여 z 의

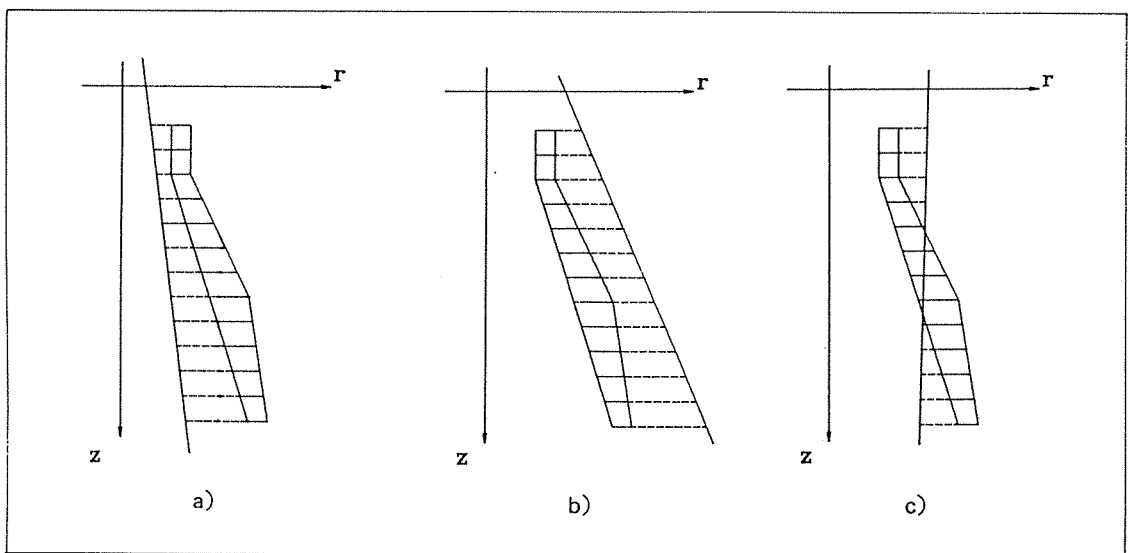


그림 9. 최초전개기준선에 따른 전개방법

전구간에 걸쳐 전개한다. a)의 경우는 scanning된 dL의 첫번째 위치는 최초전개기준선에 대하여 γ 만큼 기울어지며 두번째 dL의 위치는 두번째 전개기준선에 대하여 γ 만큼 기울어진다. 즉 n번째 전개기준선과 n번째 dL사이의 각은 항상 식(20)의 γ 로 표현된다. 그림 8 b)에서 최초전개기준선과 기준선들이 전개되었을 때 이루는 각은 δ 이므로 (x_0, y_0) 에 식(25), (26)의 dx, dy를 더해 나간다.

$$dx = dL \cos(\beta + \gamma + \delta) \quad (25)$$

$$dy = dL \sin(\beta + \gamma + \delta) \quad (26)$$

각 spiral point에서 r이 그림 9 a)의 내면과 일치하는 경우에 이를 저장하고 다시 r이 외면과 일치할 때까지 dx, dy를 더해 나가 그때의 (x, y) 를 저장한다. 이렇게 하면 한 단면의 pattern중 한개 spiral을 전개한 것이다. 이 과정을 z의 전구간에 대하여 반복 적용한다. 물체의 제일 윗면과 밑면은 dx, dy를 더해 나갈때 r값이 물체의 내면과 일치할 때부터 외면에 일치할 때까지 (x, y) 를 저장한다. 이렇게 계산하여 저장된 값들을 연결하여 pattern 한장을 만들게 된다.

b)의 경우는 그림 9 b)에 해당하는 것으로서 scanning된 첫번째 dL의 위치는 최초전개기준선에 대하여 γ' 만큼 기울어지며 두번째 dL의 위치는 두번째 전개기준선에 γ' 만큼 기울어진다. n번째 기준선과 n번째 dL 사이의 각은 식(24)의 γ' 로 표현된다. 따라서 (x_0, y_0) 에 식(25), (26) 대신 식(27), (28)의 dx, dy를 더해나간다.

$$dx = dL \cos(\beta + \gamma + \delta) \quad (27)$$

$$dy = dL \sin(\beta + \gamma + \delta) \quad (28)$$

각 spiral point에서 r이 그림 9 b)의 외면과 일치하는 경우 이 값을 저장하고 다시 r이 내면과 일치할 때까지 dx, dy를 더해나간후 그때의 (x, y) 를 저장한다. 이과정을 z를 scan한 것에 대하여 반복 적용한다. 물체의 제일 윗면과 밑면의 spiral을 전개할 때는 r값이 물체의 외면과 일치할 때부터 내면에 일치할 때까지 (x, y) 를 저장한다. 이렇게 계산하여

얻은 (x, y) 값들을 연결하여 한장의 pattern을 얻는다.

c)의 경우는 그림 9 c)에 해당하는 경우로서 a), b)의 방법 모두를 이용한다. z값에 따라서 각 spiral을 전개하는데 spiral의 시작점이 물체 내면보다 안쪽에 있을 경우는 a)의 방법을 사용하여, 물체의외면보다 바깥쪽에 있을 경우는 b)의 방법을 사용한다. 물체의 바깥면과 내면사이에 있을 경우에는 r이 물체의 바깥면과 일치할 때까지 (x_0, y_0) 에 식(25), (26)의 dx, dy를 더해나가 그 값을 저장한다. 다시 (x_0, y_0) 에 식(27), (28)의 dx, dy를 더해나가 r값이 물체의 내면과 일치하면 그때의 (x, y) 값을 저장한다. 앞에서와 마찬가지로 저장된 (x, y) 를 연결하면 한장의 pattern이 된다. c)는 a), b)의 경우를 모두 포함하므로 c)의 경우만 program하면 모든 경우의 pattern을 얻을 수 있다.

3-2. Lay-up 후의 외형 예측

제작에 앞서 제작된 형태를 미리 확인하기 위해서는 pattern이 lay-up된 형상을 graphic 처리하여야 한다. 이것은 작업자의 편의를 돕기 위해서도 꼭 필요한 것이다. Pattern이 lay-up되었을 때의 형상을 AutoCad를 이용하여 볼 수 있도록 AutoCad의 명령어 file인 script file을 작성하도록 해두면, program을 수행하여 얻은 script file을 AutoCad에서 3차원 형상으로 출력할 수 있으므로 AutoCad의 surface model 기능을 이용하여 3차원 graphic처리하였다. 이것을 처리하는 것이 매우 느리므로 단지 pattern이 lay-up되었을 때 외곽선만을 연결한 graphic을 작성할 수 있게 하였다.

Surface model 기능을 이용하기 위해서 lay-up되었을 때 pattern을 mesh로 잘라서 각 mesh point의 좌표를 알아야 한다. 좌표는 그림 3에서 최초전개기준선이 있는 r-z 평면의 θ 를 0으로 한 (x, y, z) 좌표를 이용한다. Lay-up할 pattern의 두께 t와 장수 n이 결정되면 식(17), (18)로부터 각 r- θ 평면상의 spiral의 r- α 관계식을 알 수 있다.

z축으로 scanning하여 각 r- θ 평면의 spiral이 시작하는 위치인 최초전개기준선상 점의 r, α , θ 는

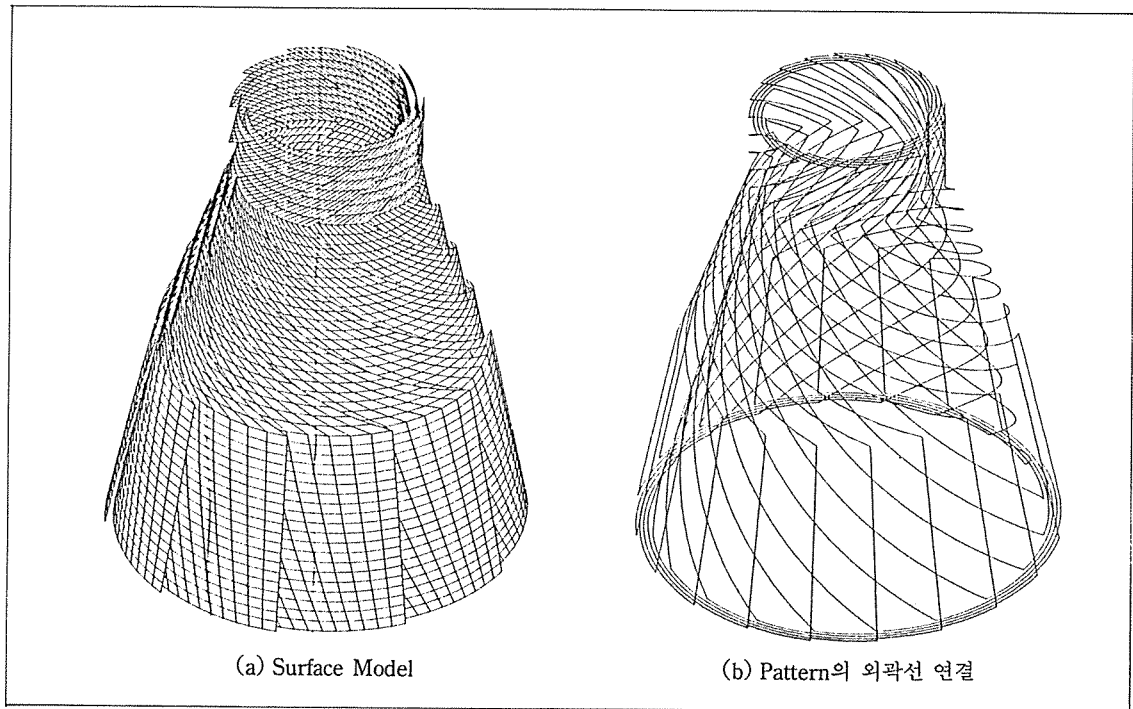


그림 10. Lay-up후의 형상

r_0 , α_0 , θ_0 이며 θ_0 는 0이다. 각 r - θ 평면의 spiral을 같은 갯수로 scanning하여 각 scanning point의 L 을 식(13)에 대입하여 r 을 구한후 식(17)과 (6)을 이용하여 θ 를 구하여 각 scanning point의 (r, θ, z) 좌표를 구한다. 이 과정을 전 z 구간에 반복시행하여 pattern 한장의 모든 mesh point 좌표를 구한다. 이 값들을 z 축을 중심으로 lay-up된 pattern의 매수 n 만큼 배열함으로써 그림 10 a)의 surface model graphic을 얻을 수 있다. 그러나 각 mesh point의 수가 많아지면 AutoCad에서 작업시간이 길어지므로, 이러한 단점을 해소하기 위해 pattern의 외곽선만을 연결하여 display한 것이 그림 10 b)이다. 작업자는 그림 10 a) 또는 b)를 보고 지정된 모양의 prepreg pattern을 지정된 매수만큼 lay-up하여 부품의 형태를 완성한다. 이것을 bagging, vacuum test를 거친후 hydroclave에 넣어 curing함으로써 부품이 성형된다.

3-3. Pattern 설계 예

어떤 물체를 involute construction으로 제작하기 위해서는 pattern 설계 program인 Pade-II를 수행하여 pattern을 설계하게 되는데 이에 필요한 변수는 program 시행중 작업성과 성능을 고려하여 입력한다.

여기에서는 소형추진기관 내열재 adapter의 pattern을 예로들어 설명한다. 그림 11은 adapter의 첫수이며, 그림 12 a)는 $\beta = 45.8^\circ$, ply 수 = 100장, pattern 두께 1 mm로 설계한 pattern이다. 그림 13 a)는 위의 pattern으로 lay-up한후의 외형을 나타낸 것이다. 그림 12에서 A, B, C는 최초전개기준선의 방정식을 $r = A * (z - B) + C$ 로 했을 때의 A, B, C 값이며, zscan과 lscan은 각각 z 축을 scan 한 값과 spiral의 길이를 scan한 값이다. 그림 13 a)에서 30/100은 총 100장중 30장만을 display한 것을 의미한다.

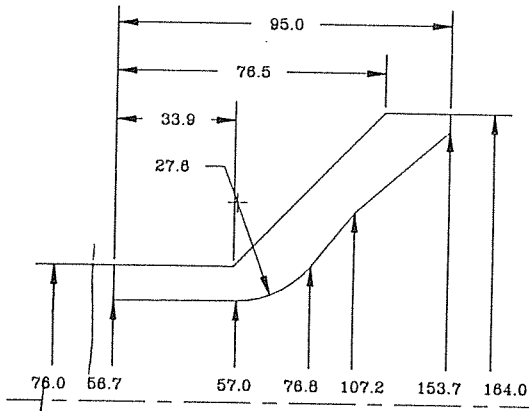


그림 11. 소형추진기관의 Adapter 형상

그림 12 b)는 $\beta = 0^\circ$ 로 설계한 pattern이며 그림 13 b)는 이 pattern으로 lay-up한 후의 외형이다.

이와 같이 pattern의 설계는 설계자의 의도에 따라 β 와 ply수를 조절함으로써 다양한 형태의 pattern 설계가 가능하다. 입력변수의 변화에 따른 성능의 차이점 및 자세한 program 운용방법은 User's Guide [11]에서 설명할 예정이다.

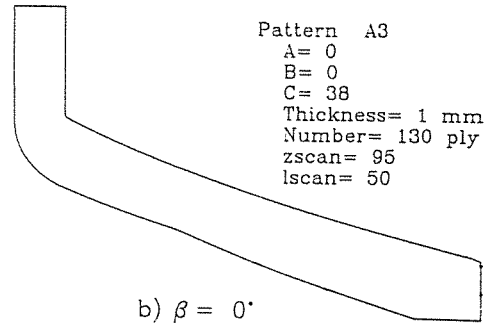
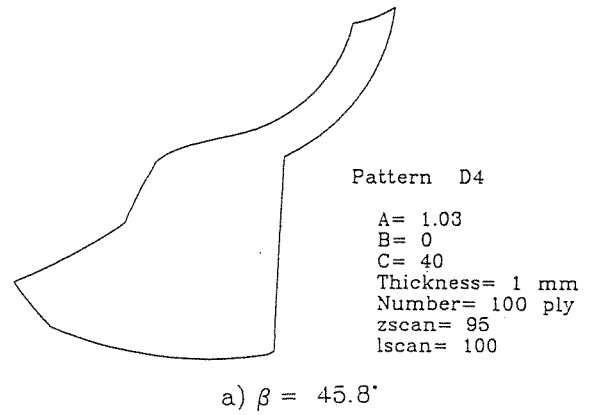


그림 12. 소형추진기관의 Adapter Pattern

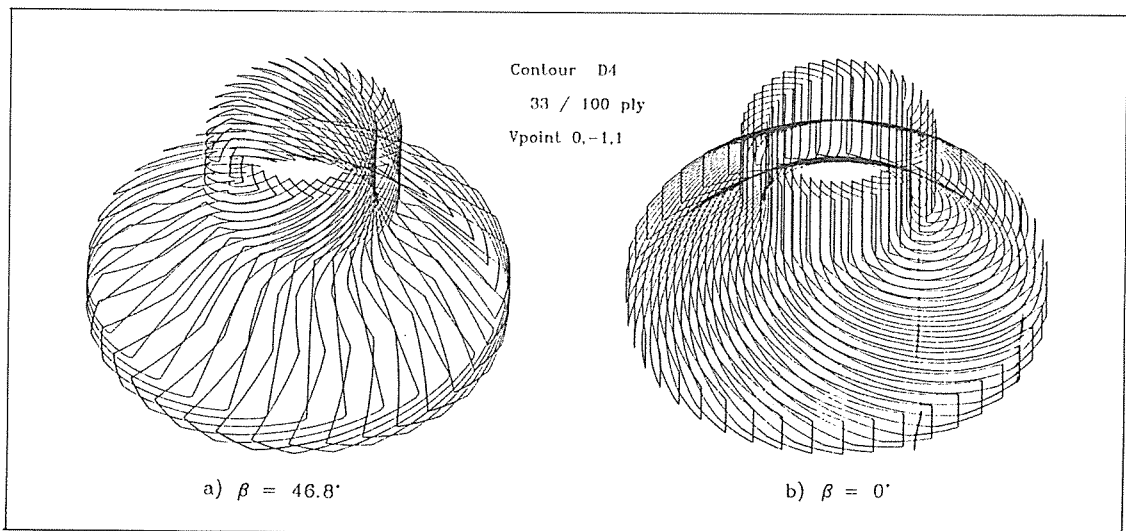


그림 13. Lay-up후의 외형 Display

4. 결 론

새로운 algorithm에 의한 Rosette pattern 설계 program인 Pade-II를 개발하였다. 이 program의 개발로 종전의 algorithm으로는 불가능하던 복잡한 형상의 물체에 관한 involute construction의 설계 및 제작기술을 보유하게 되었다. 특히 중심축과의 각도 β 를 변화시킴으로써 edge orientation을 제어할 수 있으므로 같은 모양의 제품이라 할지라도 성능이 다른 제품으로의 제작이 가능하게 되었다.

실질적인 성과로서 복잡한 형상을 가진 소형추진 기관의 adapter를 내면가공없이 일체형으로 제작하였으며, 특히 bell type nozzle exit cone을 내면가공없이 제작할 수 있게 되었다.

이미 수행된 연구[12]와 본연구의 결과로서 Rosette lay-up molding의 pattern설계 및 제작에 관해서는 독자적인 기술을 확보하게 되었으며, geometry에 관한 연구를 수행함으로써 involute construction 제품에 관한 열해석 및 구조해석의 근간을 제시하였다.

참 고 문 헌

1. E. F. Mamrol, "Goemetric Design Data-Rosette Lay-Up", Rpt, 64SD262, General Electric, King of Prussia, PA, 1964.
2. Abildskou, D. P. A., "Rosette Analysis", Rpt. AD-66-1, HITCO Corp.
3. Zak, A., "Rosette Flat Pattern Analysis", Hitco Stress Rpt. AD-66-4, 1966.
4. Pagano, N. J., "Elastic Response of Rosette Cylinders under Axisymmetric Loadings," AIAA Journal, Vol.15, 1977, pp.159~166.
5. Pagano, N. J., "Exact Involute Bodies of Revolution", Rpt, AFWAL-TR80-4152, May 1981.
6. Pagano, N. J. and P. W. Hsu, "Geometric Analysis of Rosette Exit Cones", J. Spacecraft, Vol. 16, 311, 1979.
7. Staton, E. L. and L. M. Crain, "Patches-III User's Manual", PDA Engineering, AFRPL-TR-81-42, April 1981.
8. Pagano, N. J., "Curing Stress Fields in Involute Exit Cones", Rpt., AFML-TR-79-4191, February 1980.
9. Davis, H. O. and Vronay, D. F., "Structural Assesment of Involute", Rpt., AFML-TR-79-4068, June 1979.
10. Pagano, N. J., "General Relations for Exact and Inexact Involute Bodies of Revolution", Rpt., AFWAL-TR-82-4053, April 1982.
11. 이형식, 정 발, "Pade-II User's Guide", 발간예정.
12. 예병한, 원용구, 정 발, "Design of Rosette Pattern and Involute Construction", Rpt., PROD-511-85219, March 1985.