

論文

복합적층판에 대한 저속충격해석과 접촉법칙

최익현**

Low-Velocity Impact Analysis and Contact Law on Composite Laminates

Ik-Hyeon Choi**

ABSTRACT

Usually many researchers have used the modified Hertzian contact law or experimental static indentation law to analyze impact response of composite laminates subjected to the low-velocity impact. In this study, physical meaning of the method using the laws was investigated and the difference between the analytical results obtained using the laws was also investigated. Furthermore parametric study on contact constant and exponent in the contact law was performed. Finally it was shown that a linearized contact law can be well applied to low-velocity impact response analysis of composite laminates. If this concept is used, commercial finite element software can be used to solve impact problem without making any auxiliary code.

초 록

저속충격을 받는 복합적층판의 충격거동을 해석하기 위하여 많은 연구자들이 수정된 Hertz의 접촉법칙이나 실험적으로 구한 정적압입법칙을 사용하여 왔다. 본 연구에서는 이들이 사용했던 충격해석방법에 대한 물리적 의미를 고찰하였으며, 두 법칙의 차이가 실제로 적층판의 충격거동해석에 미치는 영향을 고찰하였다. 나아가 접촉법칙에 사용되는 접촉상수 및 지수의 크기를 임의로 변경하여 해석함으로써 접촉법칙이 충격거동해석의 결과에 미치는 영향을 살펴보았다. 최종적으로 선형화된 접촉법칙을 적용하여도 충격거동해석을 정확히 수행할 수 있음을 보였다. 이 개념을 응용하면 충격문제해석을 위한 부가적인 프로그램 개발없이 범용 유한요소해석 프로그램으로도 복합적층판의 저속충격거동을 해석할 수 있음을 보였다.

1. 서 론

저속충격을 받는 복합적층판의 거동 또는 손상의 문제를 해석적인 방법으로 규명하고자 하는 연구는 1980년대 이후 많은 수의 연구자들에 의하여 시도되었으며, 이러한 연구결과들을 분석하고 연구방법들을 비교 검토한 논문도 상당수가 보고되고 있다[1-3].

복합적층판에 대한 저속충격해석은 1970대 후반 및 1980년대에 걸쳐 진행된 미국 Purdue 대학교의 C. T. Sun 교수에 의한 일련의 연구[4-8]가 후속 연구에 매우 큰 영향을 준 것으로 보인다. 1977년 C. T. Sun은 수정된 Hertz의

접촉법칙을 제안하였고, 이를 충격해석에 적용하였다[4]. 그 후 1981년 Yang과 Sun은 정적압입실험을 통하여 실험적 압입법칙을 발표하였으며[5], 1982년에는 Tan과 Sun이 이 법칙을 적용하여 충격문제를 해석할 수 있는 유한요소 해석 프로그램을 개발하였다[6]. 그들은 이 프로그램을 사용하여 시험결과와 잘 일치하는 해석결과를 얻을 수 있음을 보였다. 이후 Chen과 Sun 등은 이상의 방법으로 많은 충격문제를 해석하였다[7,8].

이상의 일련의 연구결과가 발표된 후 많은 수의 연구자들이 C. T. Sun의 이러한 접근방법을 사용하여 충격문제를 해석하여 왔다[9-11]. 그러나 이 방법을 사용하기 위해서는

** 한국항공우주연구원, 교신저자(E-mail: ihchoi@kari.re.kr)

각 연구자가 충격문제 해석을 위한 각자의 프로그램을 개발하여야 한다. 이 프로그램 코딩과정은 새로운 연구자들로 하여금 충격문제의 해석적 연구에 대한 접근을 쉽지 않게 하였다.

본 연구에서는 먼저 C. T. Sun의 접근방법에 대한 물리적 의미를 고찰하였으며, 이후 수정된 Hertz의 접촉법칙과 실험적 압입법칙과의 차이가 충격해석의 결과에 미치는 영향을 살펴보았다. 그리고 접촉법칙의 접촉상수와 지수 등을 변경하며 충격해석의 결과에 미치는 영향을 분석하였다. 최종적으로 선형화된 접촉법칙을 사용하여 충격문제를 정확히 해석할 수 있음을 보였다. 또한 선형화된 접촉법칙을 사용하는 경우에 각 연구자들이 각자의 프로그램 코딩과정없이 상용 유한요소해석 소프트웨어를 사용하여 용이하게 충격문제를 해석할 수 있음을 보였다.

2. C. T. Sun의 충격문제 해석방법

2.1 물리적 의미

C. T. Sun의 충격문제 해석방법[6-8]을 살펴보면 다음과 같다. 먼저 Fig. 1에서와 같이 충격체의 변위와 적층판의 변위 사이의 차이가 압입량이 된다. 그리고 압입량은 접촉법칙이나 실험적 압입법칙을 사용하여 접촉하중으로 치환될 수 있다. 즉, C. T. Sun의 방법에서는 충격체 및 적층판의 변위와 하중과의 관계를 결정하는 운동방정식이 식 (1) 및 (2)와 같이 각각 존재하며, 이들 사이의 관계를 연계하여 주는 접촉법칙이나 실험적 압입법칙이 식 (3)과 같이 존재한다.

$$[M]_r \{\ddot{x}\}_r + [K]_r \{x\}_r = \{F\}_r \quad (1)$$

$$[M]_p \{\ddot{x}\}_p + [K]_p \{x\}_p = \{F\}_p \quad (2)$$

$$F = f(\alpha) \quad (3)$$

위의 식 (1)과 (2)에서 아래첨자 r 과 p 는 각각 impactor (충격체) 및 plate(판)를 의미한다. Fig. 1에서 w_r 과 w_p 는 각각 앞의 식 (1)과 (2)의 $\{x\}_r$ 과 $\{x\}_p$ 의 여러 변위값 중에서 충격받은 지점에서의 충격체와 적층판의 변위를 의미한다. 또한 Fig. 1에서의 하중 F 는 식(1)과 (2)에서의 $\{F\}_r$ 과 $\{F\}_p$ 중에서 충격지점에서의 접촉하중을 의미한다. 또한 식 (3)에서 α 는 Fig. 1에서와 같이 결정되는 압입량으로서 w_r 과 w_p 사이의 차이이다.

즉, C. T. Sun의 방법에서는 2개의 미분방정식을 별도로 해석하고 이 두 결과 사이의 관계를 접촉법칙으로 연결하

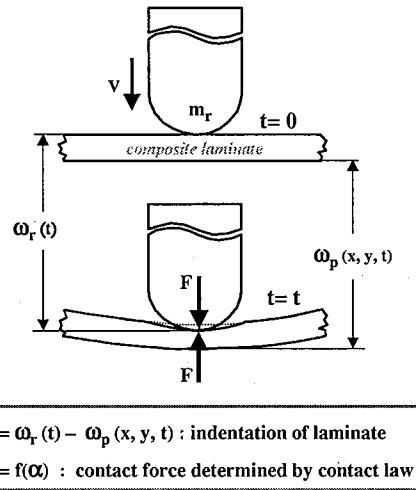


Fig. 1 Contact force and indentation determined from difference between displacement of impactor and laminate.

여주어야 하기 때문에, 각 연구자들은 기존의 범용 유한요소해석 소프트웨어를 사용해서는 문제를 해석할 수 없고, 자신들의 해석 프로그램을 직접 코딩하여 개발하여야 하는 것이다.

Tan과 Sun은 프로그램 개발을 위하여 적층판은 2-D 판 요소로, 충격체는 1-D Bar 요소로 모델링하였다[6]. 그런데 이 모델링에 대한 물리적 의미를 살펴보면, 적층판이 2-D 판 요소로 모델링되었기 때문에, 충격과정에서 충격체의 운동에너지가 적층판의 변형에너지 및 운동에너지로 변환되고 있음은 잘 고려되고 있으나, 비록 그 크기가 매우 작을 것으로 추정되기는 하지만 압입으로 인한 에너지의 흡수는 고려되지 못하고 있음을 파악할 수 있다.

2.2 수정된 Hertz의 접촉법칙과 실험적 압입법칙

C. T. Sun은 1977년 수정된 Hertz의 접촉법칙을 제안하였으며[4], 1981년 Yang과 Sun은 복합적충판에 대한 정적 압입실험을 통하여 실험적으로 압입현상을 고찰하였다[5].

C. T. Sun이 제안한 수정된 Hertz의 접촉법칙은 다음의 식 (4), (5)와 같이 표현된다. Willis는 식 (4)에서 지수 n 의 값으로 1.5가 충격문제의 해석에 유용하게 적용될 수 있음을 밝혔으며[12], Sun은 식 (4)에서의 k 의 값은 식 (5)와 같이 결정할 수 있음을 제안하였다. 식 (5)에서 R 은 충격체 접촉부위의 반경, ν_r 은 충격체의 Poisson's ratio, E_r 과 E_p 는 각각 충격체와 적층판의 두께방향 Young's modulus이다.

$$F = k \alpha^n \quad (4)$$

Table 1 Contact coefficient k of loading law $F = k \alpha^{3/2}$

Size of indenter (mm)	12.7		19.1	
Specimen group	1 ^a	2 ^b	1 ^a	2 ^b
k ($10^4 \text{N/mm}^{1.5}$)	4.461	4.780	6.368	6.914
Average k	4.621		6.641	
the modified Hertzian contact law	2.569		3.146	

^a[0/45/0/-45/0]_{2s}, ^b[90/45/90/-45/90]_{2s}

Table 2 Material properties and experimental contact constants

Material properties of lamina	$E_1 = 120 \text{ GPa}$, $E_2 = 7.9 \text{ GPa}$ $G_{12} = 5.5 \text{ GPa} = G_{13} = G_{23}$ $\nu_{12} = 0.30$ $\rho = 1582 \text{ kg/m}^3$ thickness = 0.135 mm
Material properties of steel impactor	$E = 207 \text{ GPa}$ $\nu = 0.30$ $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$
Experimental indentation constants	$s_p = 0.094$ $\alpha_p = 0.0167 \text{ mm}$

$$k = \frac{4}{3} \frac{R^{1/2}}{\frac{1 - \nu_r^2}{E_r} + \frac{1}{E_p}} \quad (5)$$

한편, Yang과 Sun은 정적압입실험을 통하여, 하중을 부가할 때와 제거할 때에 각각 다른 접촉하중-압입 경로를 갖는다는 것을 발견하였다[5]. 그들이 실험을 통하여 구한 관계식은 다음의 식 (6), (7)과 같이 표현된다.

$$F = k \alpha^{1.5} \quad : \text{loading시} \quad (6)$$

$$F = F_m \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0} \right)^q \quad : \text{unloading시} \quad (7)$$

여기서 F_m , α_m 등은 각각 unloading이 시작되는 순간의 최대접촉하중과 최대압입량을 의미한다. 또한 식 (7)에서의 지수값 q 는 대체로 1.5~2.5의 값을 가지며, α_0 는 영구압입량을 의미하는 것으로 다음의 식 (9)와 같이 결정된다고 하였다.

$$\alpha_0 = s_p (\alpha_m - \alpha_p) \quad (9)$$

여기서 s_p 와 α_p 는 실험적으로 구해지는 상수이다.

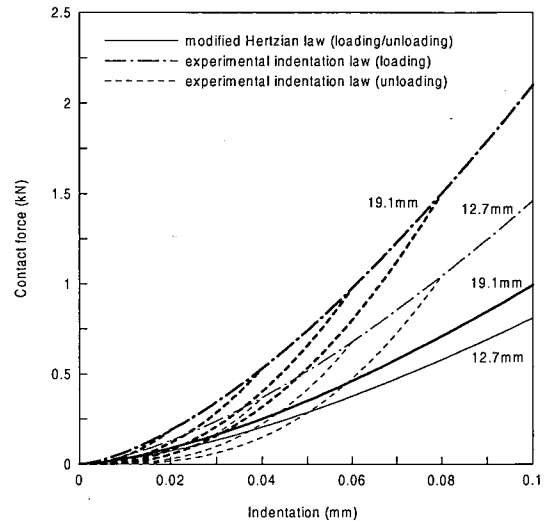


Fig. 2 Typical contact force-indentation curves by modified Hertzian contact law and experimental indentation law.

앞의 Table 1은 Tan과 Sun에 의하여 수행된 시험결과 [13]와 수정된 Hertz의 접촉법칙과의 차이를 보여주고 있다. 수정된 Hertz의 접촉법칙에서 접촉상수의 계산시 사용된 충격체의 물성치는 Table 2에서 보여주고 있다.

Fig. 2에서는 Table 1에 나와있는, 충격체의 직경이 12.7mm인 경우와 직경이 19.1mm인 경우에 대하여 두 법칙에 따른 곡선을 보여주고 있다. 이 그림에서 실험적 압입법칙은 여러 개의 unloading 곡선을 보여주고 있는데, 그것은 unloading이 시작하는 하중값에 따라 경도가 달라지는 사실을 보여주기 위한 것이다. 그들은 unloading시 식 (7)에서의 지수, q 값으로 직경이 12.7mm인 경우에는 2.5가, 그리고 직경이 19.1mm인 경우에는 2.0을 사용하는 것이 적절하다고 하였다.

결과적으로 Fig. 2로부터 실험적 압입법칙과 수정된 Hertz의 접촉법칙과의 사이에는 작지 않은 차이가 존재하고 있음을 알 수 있다.

이상의 두 법칙 중에서 수정된 Hertz의 접촉법칙이 많은 후속 연구자들에 의하여 사용되어 왔는데, 이는 압입실험을 수행하지 않고 이론적으로 용이하게 충격 접촉상수를 계산할 수 있기 때문이다.

본 연구에서는 실험적 정적압입법칙을 사용하는 경우와 수정된 Hertz의 접촉법칙을 사용하는 경우에 대하여 실제의 충격문제 해석결과에서 발생하는 차이를 비교 분석하기로 하였다. 해석에 사용된 적층판의 물성치와 영구압입과 관련된 실험적 접촉특성계수는 Table 2에서 보여주고 있다.

본 연구에서 해석에 사용된 프로그램은 필자에 의하여 코딩된 것으로 자세한 사항은 참고문헌[14]에 설명되어 있

다. 이 프로그램에서 적층판은 9절점 판요소를 사용하였고, 충격체는 0-D 요소를 사용하였다. 적층판의 적층순서는 $[90/45/90/-45/90]_{2s}$ 이며, 크기는 $10 \times 10 \text{ cm}$ 이다. 적층판의 1/4만 해석하였고, 균등한 크기로 $8 \times 8 \text{ mesh}$ 를 생성하였다. 앞의 적층순서를 갖는 적층판의 경우에 45° 층으로 인하여 적층판의 1/4만 모델링하는 경우, 굽힘 강성에서 아주 작은 오차가 발생할 수 있으나 본 연구에서는 이를 무시하였다.

Table 3에 본 연구에서 수행된 여러 경계조건 및 충격조건에 대하여 정리하였다.

Table 3 Various boundary conditions and impact conditions

Case i.d.	boundary condition	impact condition	
		M/m ^a	velocity (cm/sec)
A	4 edges fixed	8.75	500
B	4 edges fixed	80	175
C	4 edges simply supported	35	250
D	2 edges simply supported (0° side) and 2 edges free	6	400

^aM/m is ratio between mass of impactor and laminate.

Fig. 3의 해석결과를 살펴보면, 두 법칙에 따른 해석결과와의 차이가 거의 없음을 알 수 있다. 특히 충격체의 형상에 따른 차이는 아주 미소하며, Fig. 2에서 보는 바와 같이 접촉법칙의 차이로 인하여 발생하는 차이가 상대적으로 더 크다는 것을 알 수 있다. 즉, 실험적 압입법칙을 사용하는 경우가 수정된 Hertz의 접촉법칙을 사용하는 경우에 비하여 약 2% 정도 충격주기가 짧아짐을 알 수 있었다.

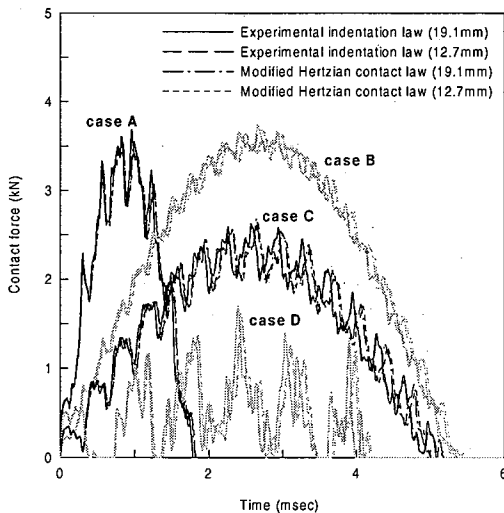


Fig. 3 Impact force histories analyzed using experimental indentation law and modified Hertzian contact law.

2.3 접촉법칙에 대한 Parametric Study

앞 절에서 살펴본 바와 같이 C. T. Sun의 수정된 Hertz의 접촉법칙을 사용하는 경우와 실험을 통하여 구한 실험적 정적압입법칙을 사용하는 경우에 있어서 실제로는 두 해석결과 사이에 큰 차이가 없음을 볼 수 있는데, 이러한 이유로 인하여 C. T. Sun 이후의 후속 연구자들이 충격해석문제를 해결하기 위하여 정적압입실험이 요구되지 않는 수정된 Hertz의 접촉법칙을 많이 사용하였던 것이다.

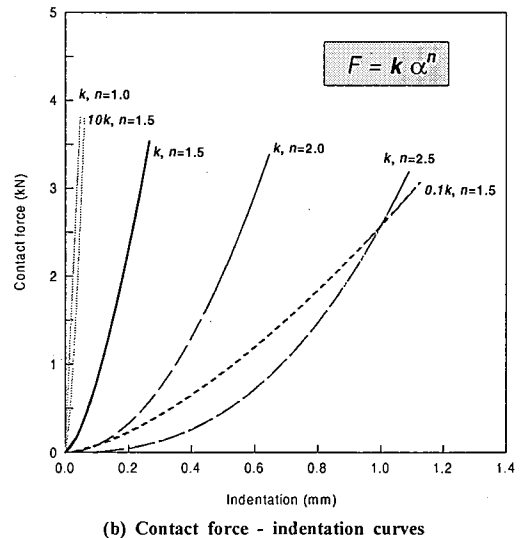
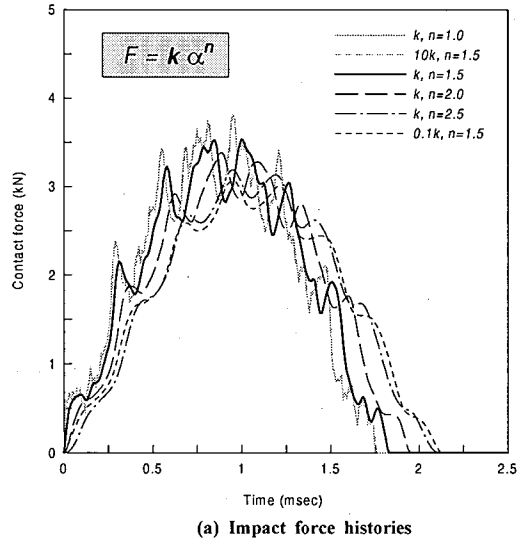


Fig. 4 Impact force histories and contact force - indentation curves according to various contact constants and exponents.

본 절에서는 나아가 식 (4)의 접촉법칙에 사용되는 접촉상수 k 및 지수 n 의 값을 임의로 변경하며 충격문제의 해석결과를 살펴보았다. 접촉상수 k 는 10배, 0.1배로 변경하였고, 지수 n 은 1.0, 1.5, 2.0, 2.5의 경우에 대하여 해석을 수행하였다. Fig. 4(a)는 Table 3의 case A에 대한 충격하중이력에 대한 해석결과이고, Fig. 4(b)는 이 때의 접촉하중-압입량에 대한 해석결과이다.

Fig. 4의 결과를 살펴보면, 지수가 1.0으로 되거나 접촉상수가 10배로 커져서 접촉하중-압입량의 관계가 급격해지면 충격하중이력도 좀 더 급격해지며 접촉주기도 짧아지게 됨을 알 수 있다. 또한 이와 반대로 지수가 2.0이나 2.5로 커지거나 접촉상수가 0.1배로 작아져서 접촉하중-압입량의 관계가 완만해지면 충격하중이력도 완만해지며 접촉주기도 길어짐을 알 수 있다. 즉, 접촉법칙의 접촉상수나 지수의 변화에 따라 충격하중이력이 달라짐을 알 수 있다.

그러나 위 결과를 살펴보면 접촉법칙의 접촉상수나 지수의 변화에 대하여 충격하중이력의 변화는 상대적으로 그리 크지 않은 것 같다. 이러한 결과에 대하여 물리적인 의미를 생각해보면, 충격시 충격체의 충격에너지는 충격하중의 형태로 전환되어 적층판에 부가되는데, 충격하중의 크기는 적층판과의 접촉발생 이후 충격체가 움직이는 변위의 크기에 의해 결정된다. 그런데 충격체의 변위는 Fig. 1에서와 같이 적층판의 변위와 압입량과의 합으로 구성되며, 판 형태의 대부분의 구조물의 경우에는 압입량에 비하여 판의 변위가 상대적으로 크기 때문에 결과적으로 압입량의 크기를 결정하는 접촉법칙이 충격거동에 미치는 영향은 크지 않게 되는 것이다. 물론 접촉법칙이 지나치게 완만해지는 경우에는 Fig. 4에서 보는 바와 같이 충격하중이력도 완만해지며, 접촉주기도 상대적으로 길어지게 된다.

이상의 현상에 대하여 다시 한 번 그 의미를 다른 각도에서 생각해보면 다음과 같다. 본래 식 (4)는 반무한체(half space)와 강구(rigid sphere)와의 충격문제에 적용하기 위하여 도출된 수식이다. 물론 이 수식은 적층판의 충격현상에도 적용될 수 있는 것으로 밝혀졌지만 그 의미는 다르게 해석되어야 할 것으로 보인다. 즉, 반무한체와 같이 충격을 받는 구조물이 충격으로 인하여 발생하는 구조적 변위가 전혀 없는 경우에는 충격문제를 해석하기 위해서 정확한 접촉법칙의 사용이 매우 중요하게 된다. 왜냐하면 충격지점에서의 압입의 발생이 충격에너지를 흡수하는 유일한 현상이기 때문이다. 따라서 이 경우에는 접촉법칙에 사용되는 접촉상수나 지수의 정확한 결정이 매우 중요한 의미를 갖게 된다. 그러나 앞 문단에서 언급한 바와 같이 판 구조물처럼 압입의 크기보다는 구조물 자체의 굽힘 및 전단 등으로 인한 구조적 변위가 더욱 큰 경우에는 접촉법칙의 선택의 중요성은 상대적으로 작아지게 된다.

3. 선형화된 접촉법칙을 사용한 충격문제 해석방법

3.1 선형화된 접촉법칙

앞 절에서 살펴본 바와 같이 접촉법칙의 접촉상수와 지수값의 차이가 적층판의 충격거동 해석결과에 미치는 영향은 크지 않지만 본 절에서는 그 중에서도 수정된 Hertz의 접촉법칙에 가장 근접하도록 선형화된 접촉법칙을 사용하여 충격문제를 해석하는 방법에 대하여 살펴보았다.

앞에서 살펴본 바와 같이 수정된 Hertz의 접촉법칙은 지수가 1.5인 지수함수의 형태를 갖고 있기 때문에 접촉하중과 압입량과의 관계가 비선형이며, 따라서 충격문제의 해석과정에서 비선형적 해석기법이 요구된다. 본 절에서는 이에 대하여 접촉하중과 압입량과의 관계를 선형화한 접촉법칙을 사용하여 충격문제를 좀 더 용이하게 해석하고자 한다.

먼저 충격시 발생하는 최대충격하중을 예측하고 (예측 방법은 다음 절에서 설명), 그 때의 압입량을 계산하여 이 점과 원점을 연결하는 직선으로 선형화된 접촉법칙을 구성하였으며, 이 결과는 다음의 식 (9) 및 (10)과 같다.

$$F = k_1 \alpha \quad (9)$$

$$k_1 = F_m^{1/3} k^{2/3} \quad (10)$$

여기서 F_m 은 최대 충격하중에 대한 예측값이고, k 는 앞의 식 (5)와 같다.

Fig. 5는 앞의 Table 3의 여러 조건에 대하여 선형화된 접촉법칙을 사용한 결과와 수정된 Hertz의 접촉법칙을 사용한 결과를 비교한 그림이다. 이 그림에서 두 해석결과가 서로 거의 일치하고 있음을 볼 수 있다.

Fig. 6은 선형화된 접촉법칙에 대한 개념을 설명하기 위한 것으로 case A에 대하여 대표적으로 두 접촉법칙에 따른 접촉하중-압입량 관계를 그림으로 보여주고 있다.

3.2 최대충격하중의 예측방법

앞 절의 선형화된 접촉법칙을 사용하고자 하는 경우에는 최대충격하중의 크기가 필요하다. 충격문제에 대한 동적 해석을 수행하지 않고 최대충격하중을 예측하는 방법으로는 크게 두 가지가 있다. 첫째는 에너지 보존의 법칙을 사용하는 것이고, 둘째는 운동량-충격량 보존의 법칙을 사용하는 것이다. 두 경우 모두 손상으로 인한 에너지 손실이 없다는 가정하에 적용이 가능한 방법이며, 또한 충격체의 질량이 적층판의 질량보다 상대적으로 커서 충격하중이력의 형상이 전체적으로 sine파의 형상을 갖는 경우에 더욱 정확히 예측된다.

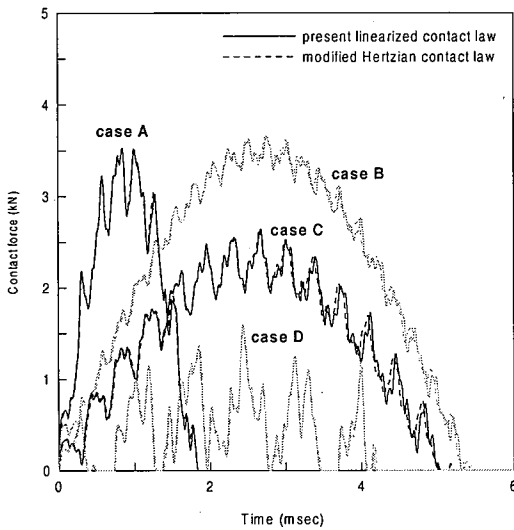


Fig. 5 Impact force histories analyzed using present linearized contact law and the modified Hertzian contact law.

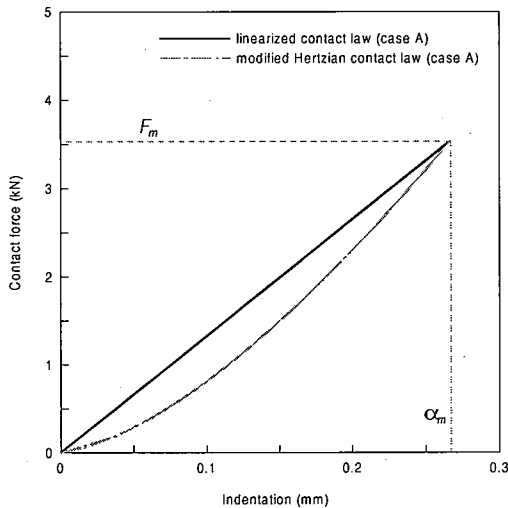


Fig. 6 Contact force - indentation curve using present linearized contact law and the modified Hertzian contact law.

에너지 보존의 법칙을 사용하는 경우에는 먼저 충격하중이 부가되는 형태와 똑 같은 형태로 정적하중을 부가하여 정적해석을 수행하고 하중-변위 곡선을 구한다. 그리고 충격체의 충격에너지와 동일한 크기를 갖도록 하중곡선 아래 부분의 면적을 적분하여 최대충격하중의 크기를 예측한다.

운동량-충격량 보존의 법칙을 사용하는 경우에는 먼저 충격체의 질량이 적충판에 합쳐진 모델에 대한 일차 고유진동 주파수를 해석적으로 구한다. 이 값으로부터 첫 번째

고유진동모드의 주기를 계산하고 이 값의 절반을 충격시 발생하는 접촉주기로 가정한다. 그리고 충격하중이력의 형상은 sine파로 가정하며, 최종적으로 운동량-충격량 보존의 법칙을 적용하면 최대충격하중의 크기를 대략적으로 계산할 수 있다[14].

운동량-충격량 보존의 법칙을 사용하는 경우에 적충판의 처짐이 판의 두께에 비하여 작지 않은 경우에는 기하학적 비선형 해석을 수행하여야 하며, 이런 경우에 있어서 최대충격하중의 크기를 예측하는 방법에 대해서는 참고문헌 [14]에 자세히 기술되어 있다. 또한 첫 번째 방법을 사용하여 기하학적 비선형 효과를 고려하고자 하는 경우에는 정적해석을 수행할 때부터 이를 고려하여 기하학적 비선형 해석을 수행하면 된다.

이상과 같은 방법으로 최대충격하중을 예측하여 선형화된 접촉법칙을 적용함으로써 처음부터 정확한 충격해석을 시도할 수 있으나, 만일 이러한 방법의 적용이 곤란한 경우에는 처음에는 대략적인 값을 가정하여 일단 해석을 수행하고, 이 결과로부터 좀 더 정확한 최대충격하중값을 예측하여 점차 정확한 결과를 추구하는 것도 효율적인 접근 방법일 것으로 생각된다. 이러한 접근 방법이 가능한 것은 앞의 제 2장에서 살펴본 바와 같이 충격문제의 해석결과가 접촉법칙의 접촉상수에 크게 민감하지 않기 때문이다.

3.3 범용 유한요소해석 코드를 이용한 충격해석

앞 3.1 절에서 선형화된 접촉법칙을 사용하여도 수정된 Hertz의 접촉법칙을 사용하는 것과 크게 다르지 않은 정확한 해석결과를 얻을 수 있는 것을 알 수 있었다. 본 절에서는 선형화된 접촉법칙을 사용하는 경우에 C. T. Sun의 방법이 아닌 새로운 방법으로 충격문제를 해석할 수 있음을 살펴본다.

다음의 그림 Fig. 7은 통상의 상용 소프트웨어에서 제공하는 1-D 스프링 요소로 충격문제를 모델링한 것이다. 여기서 스프링 상수는 식 (10)의 선형화된 접촉법칙의 k_1 값이 된다.

이 모델의 물리적 의미를 살펴보면 다음과 같다. C. T. Sun의 해석방법이 충격체와 적충판의 운동방정식을 각각 별도로 고려하여 해석을 수행하는데 비하여, 스프링요소 방법은 압입현상을 가상의 스프링요소로 대체함으로써 적충판과 충격체의 거동 및 압입현상을 하나의 문제로 통합하여 해석을 수행하는 것이다. 또한 C. T. Sun의 해석방법은 앞의 2.1절에서도 언급한 바와 같이 충격시 압입의 발생으로 흡수되는 압입에너지는 고려하지 못하고 있으나, 스프링 요소 모델링 방법은 압입으로 인한 충격에너지 흡수의 효과도 고려하고 있다.

본 연구에서는 MSC NASTRAN을 사용하여 해석을 수행하였으며, 8절점 판 요소를 사용하였고, lumped mass에 초

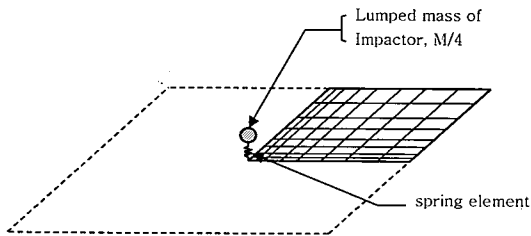


Fig. 7 Spring element model using commercial finite element software.

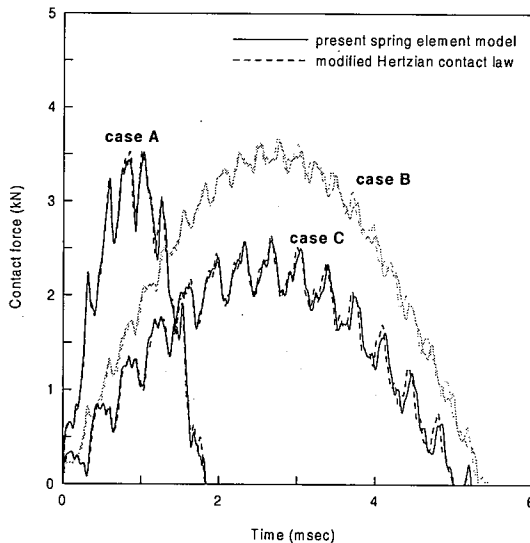


Fig. 8 Impact force histories analyzed using present spring element model and the modified Hertzian contact law.

기속도(충격속도)를 부여하는 조건으로 동적해석을 수행하였다. Fig. 8은 스프링요소를 사용하여 해석한 결과와 수정된 Hertz의 접촉법칙을 사용하여 해석한 결과를 보여주고 있다. 두 결과 사이에 거의 차이가 없이 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Table 3의 여러 충격조건중에서 case D는 스프링요소 모델링방법으로 해석이 곤란한데, 이는 충격접촉 주기 동안에 접촉하중이 0인 구간이 있어서 통상적인 스프링요소로는 이를 모델링할 수 없기 때문이다. 즉, 압축하중을 받는 동안에는 k_1 에 해당하는 스프링 상수를 가지며, 인장하중을 받는 동안에는 0값의 스프링 상수를 갖는 특성이 있는 1-D 요소를 사용하여야 한다. 이에 대해서는 향후에 연구 결과를 제시하고자 한다.

4. 결 론

본 연구에서는 복합적층판의 저속충격문제를 해석하기 위하여 수정된 Hertz의 접촉법칙이나 실험적 정적압입법칙을 사용하는데 있어서 두 법칙의 차이가 해석결과에 미치는 영향을 고찰하였다. 또한 접촉법칙의 접촉상수나 지수를 변경하여 해석을 수행함으로써 접촉법칙이 해석결과에 미치는 영향에 대하여 살펴보았다. 최종적으로 선형화된 접촉법칙을 사용하여 정확한 충격해석을 수행 할 수 있음을 보였고, 이를 응용하면 범용 유한요소해석 코드를 활용해서 충격문제를 해석할 수 있음을 보였다.

참고문헌

- 1) S. Abrate, "Modeling of Impacts on Composite Structures," *Composite Structures*, Vol. 51, 2001, pp. 129-138.
- 2) S. Abrate, "Impact on Laminated Composite : Recent Advances," *Applied Mechanics Review*, ASME, Vol. 47, No. 11, 1994, pp. 517-544.
- 3) W. J. Cantwell and J. Morton, "The Impact Resistance of Composite Materials - A Review," *Composites*, Vol. 22, No. 5, 1991, pp. 347-362.
- 4) C. T. Sun, "An Analytical Method for Evaluation of Impact Damage Energy of Laminated Composites," *ASTM STP 617*, American Society for Testing and Materials, 1977, pp. 427-440.
- 5) S. H. Yang and C. T. Sun, "Indentation Law for Composite Laminates," *ASTM STP 787*, American Society for Testing and Materials, 1981, pp. 425-449.
- 6) T. M. Tan and C. T. Sun, "Wave Propagation in Graphite/Epoxy Laminates Due to Impact," *NASA CR 168057*, 1982.
- 7) C. T. Sun and J. K. Chen, "On the Impact of Initially Stressed Composite Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 19, 1985, pp. 490-504.
- 8) J. K. Chen and C. T. Sun, "Dynamic Large Deflection Response of Composite Laminates Subjected to Impact," *Composite Structures*, No. 4, 1985, pp. 59-73.
- 9) H. T. Wu and F. K. Chang, "Transient Dynamic Analysis of Laminated Composite Plates Subjected to Transverse Impact," *Computers & Structures*, Vol. 31, No. 3, 1989, pp. 453-466.
- 10) S. R. Finn and G. S. Springer, "Delaminations in Composite Plates Under Transverse Static or Impact Loads - A Model," *Composite Structures*, Vol. 23, 1993, pp. 177-190.

- 11) I. H. Choi and C. S. Hong, "Low-Velocity Impact Response of Composite Laminates Considering Higher-Order Shear Deformation and Large Deflection," *Mechanics of Composite Materials and Structures*, Vol. 1, 1994, pp. 157-170.
- 12) J. R. Willis, "Hertzian Contact of Anisotropic Bodies," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 14, 1966, pp. 163-176.
- 13) T. M. Tan and C. T. Sun, "Use of Statical Indentation Laws in the Impact Analysis of Laminated Composite Plates," *Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME*, Vol. 52, 1985, pp. 6-12.
- 14) I. H. Choi and C. S. Hong, "New Approach for Simple Prediction of Impact Force History on Composite Laminates," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 10, 1994, pp. 2067-2072.