

## 論文

## 취성기지 복합재료의 물성치에 미치는 계면분리의 영향

염영진<sup>\*,</sup>, 진민철<sup>\*\*</sup>

## Effect of Interfacial Debonding on the Material Properties of Brittle Matrix Composites

Young-Jin Yum<sup>\*,</sup>, Min-Chul Jin<sup>\*\*</sup>

## ABSTRACT

Brittle matrix composites often have interfacial debonding between the fiber and matrix which may lead to strength and stiffness degradation. The effect of interfacial debonding and fiber volume fraction on the mechanical properties of composite material were studied by using finite element method. Firstly, the modelling of fiber and matrix constituting the composite material was simplified under some assumptions. Traction and displacement continuity conditions were imposed along the boundary of adjacent representative volume elements. In order to obtain the effective material properties of composite material, stiffness constants were inverted. Numerical values of longitudinal moduli in case of perfect bonding were compared with theoretical values obtained by rule of mixtures and yielded consistency. Material properties of composite with large debonding angle were found to decrease even though the fiber volume fraction increased.

## 초 록

취성기지 복합재료는 섬유와 기지 사이에 계면분리가 존재하는 경우가 있는데 이것은 복합재료의 강도와 강성저하의 원인이 된다. 계면분리와 섬유체적비가 복합재료의 기계적 물성치에 미치는 영향에 대한 유한요소해석을 수행하였다. 우선 몇 가지 가정하에 복합재료를 구성하는 섬유와 기지에 대하여 간단하게 모델링하고 이웃하는 대표체적요소의 경계를 따라 응력과 변위 연속조건을 부과하였다. 강성상수들을 역변환하여 복합재료의 유효물성치를 구하였다. 완전접착의 경우 수치해를 혼합물법칙에 의한 이론해와 비교한 결과 일치함을 알 수 있었고 계면분리가 큰 경우 섬유체적비가 증가하더라도 물성치가 감소함을 알 수 있었다.

## 1. 서 론

고분자 복합재료들에 있어서 그래파이트나 보론과 같은 취성 섬유들은 상대적으로 부드러운 에폭시와 같은 기지와 강력한 접착이 요구되어진다. 하지만 취성을 갖고 있는 기지를 사용하는 경우 섬유와 기지 사이에 완전한 접착이 이루어지지 않을 수 있다. 이때 둘 사이의 불완전한 접착은 복합재료의 압축이나 휨방향강도에 악영향을 미치는 인자이지만 한편으로는 취성기지 복합재료의 손상허용능력이나 파괴인성치를 증가시키는 중요한 요소로 간주되고 있다[1].

Grande[2] 등은 취성기지 복합재료 실험결과 섬유와 기지 사이의 접착강도가 복합재료의 기계적 성질과 파괴모드와 밀접한 관계가 있음을 밝혔다.

이러한 섬유강화 취성기지 복합재료의 유효물성치들을 평가하기 위하여 복합재료 표면에 스트레인 게이지를 부착하여 관찰하였으나, 복합재료 내부의 섬유와 기지 사이의 불완전한 접착을 고려할 수 없기에 실제 거동과 차이가 나게 된다. 이를 보완하기 위하여 섬유와 기지의 불완전한 접착을 고려한 수학적 모델링이 제안되고 이에 기초한 여러 가지 수치해석이 수행되어오고 있다.

\*+ 울산대학교 기계·자동차공학부, 교신저자(E-mail:yjyum@mail.ulsan.ac.kr)

\*\* 세종공업(주) 기술연구소

섬유와 기지가 완전히 접촉된 복합재료의 유효물성치에 대한 이론적, 수치적 연구는 1960년대 초부터 수행되어 왔다. 수학적 모델에서 섬유는 기지 내에서 동심배열, 사각형 배열 또는 육각형 배열 등 대칭성을 갖는 것으로 가정하였다. Hashin과 Rosen[3]은 변분원리에 의거한 탄성계수의 상한, 하한값을 제시하였고 Chen과 Cheng[4], Chen[5,6] 등은 Fourier 방법과 최소자승법을 적용하여 유효탄성계수들을 구하였다. 또한 Adams와 Doner[7,8] 등은 유한차분법을 이용하여 섬유체적비에 따른 유효탄성계수를 구하였다.

복합재료의 섬유와 기지가 완전한 접촉이 이루어지지 않는 경우에 대한 연구는 크게 두 가지로 분류된다. 첫째, 비접촉부분을 균열로 간주하여 이의 발생, 진전 등을 다루는 파괴역학적인 연구와 둘째, 불완전한 접촉으로 인한 탄성계수의 저하를 다루는 미시역학적인 연구 두 가지이다. 물성치에 대한 비접촉의 영향을 분석하기 위한 유한요소해석을 이용한 연구는 Pagano와 Tandon[9]이 다양한 접촉면 경계를 가정하여 근사 모델을 제시하여 발전시켰으며, 유효강성상수들이 어떠한 접촉면 조건들 하에서 비대칭으로 나타나는 것을 연구하였다. 근사 모델의 종류로는 사각 배열(Square array), 6각형 배열(Hexagonal array), 동심 배열(Centrifugal array)등이 주로 이용된다. Takahashi와 Tsu-Wei Chou[10]는 일방향으로 된 섬유 복합재료에 있어서 섬유와 기지 사이의 비접촉에 의해 완전히 분리된 두 영역 사이에서는 하중의 전달이 없고 압축이 작용될 때는 접촉면을 통하여 하중의 전달과 분산이 이루어지는 것을 연구하여 두 접촉면 사이에서의 응력장과 탄성강도들을 구하는 연구를 하였다. 최근에는 Yuan[11] 등이 대표체적요소(Representative Volume Element)에 대한 유한요소해석을 수행하여 비접촉을 갖는 취성기지 복합재료의 유효물성치에 대한 결과를 발표하였다. 그러나 결과가 주로 전단탄성계수의 변화에 중점을 두어 섬유체적비에 따른 종탄성계수와 포와송비의 변화에 대한 부분이 부족하다. 또한 열팽창계수에 대한 해석은 수행하지 않았다.

본 논문에서는 유한요소법을 사용하여 섬유와 기지의 비접촉으로 인한 취성기지 복합재료의 물성치들이 섬유의 체적비가 변화함에 따라서 어떠한 변화양상을 나타내는 것인지를 알아보려고 한다. 또한 섬유와 기지가 완전접촉된 경우부터 완전분리된 경우까지 보다 넓은 범위의 비접촉각도에 따른 물성치의 변화도 구하고 이론적인 결과와 비교하려고 한다.

## 2. 수식화

일방향 섬유로 보강된 취성기지 복합재료의 섬유와 기지 사이의 비접촉이 복합재료의 탄성계수들에 어떤 영향을 미치는가를 알아보기 위하여 복합재료의 단면을 주기적인 사각 배열 모델(periodic square array model)로 적용하였고

[11] 다음과 같이 몇 가지 가정을 하였다.

- (1) 거시적으로 섬유와 기지로 이루어진 복합재료는 비균질이지만 미시적 관점에서 두 상은 균질이고 등방성이다.
- (2) 섬유의 횡단면은 완전한 원이다.
- (3) 섬유와 기지의 비접촉 면은 완전히 분리되어 있다.
- (4) 섬유는 사각형의 기지의 중앙에 위치한다.

사각형의 대표체적요소(Representative Volume Element)는 Fig. 1과 같이 크기가  $2a \times 2b$ 이다. 섬유와 기지는  $|\theta| \leq \alpha$ 와  $|\pi - \theta| \leq \alpha$ 를 제외한 부분은 완전히 접촉되어 있고 섬유의 길이방향은  $z$ 축과 일치한다.

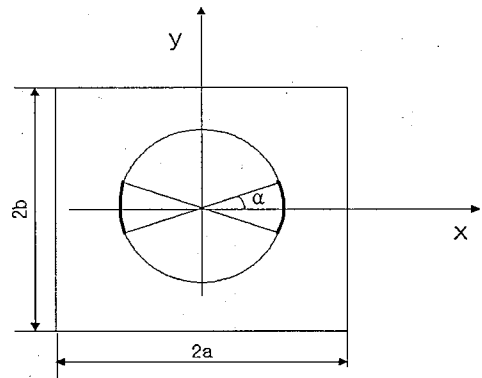


Fig. 1 Interfacial debonding of a representative volume element.

### 2.1 종탄성계수와 포와송비

종탄성계수와 포와송비를 구하기 위하여 주기적인 사각형 정열 대표체적요소에 각 좌표축 방향으로 균일 수직변형률을 가하면 대표체적 요소의 경계에서 변위들의 적합조건들은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} u(a, y) &= u(-a, y) + 2a \epsilon_x^0 \\ v(a, y) &= v(-a, y) \\ u(x, b) &= u(x, -b) \\ v(x, b) &= v(x, -b) + 2b \epsilon_y^0 \\ w(x, y, z) &= \epsilon_z^0 z \end{aligned} \quad (1)$$

그리고 부하 연속조건은 식 (2)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \sigma_x(a, y) &= \sigma_x(-a, y) \\ \tau_{xy}(a, y) &= \tau_{xy}(-a, y) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}\sigma_y(x, b) &= \sigma_y(x, -b) \\ \tau_{xy}(x, b) &= \tau_{xy}(x, -b)\end{aligned}$$

본 문제는  $x$ 축과  $y$ 축에 대하여 대칭적인 기하학적 형상과 하중상태를 가진다. 변형후 형상이  $x$ 축과  $y$ 축에 각각 대칭인 조건을 적용하면 식 (3)에서 (6)을 얻을 수 있다.

$$y=0 \left\{ \begin{array}{l} \tau_{xy}(x, 0)=0 \\ v(x, 0)=0 \end{array} \right. \quad (3)$$

$$y=b \left\{ \begin{array}{l} \tau_{xy}(x, b)=0 \\ v(x, b)=b\epsilon_y^0 \end{array} \right. \quad (4)$$

$$x=0 \left\{ \begin{array}{l} u(0, y)=0 \\ \tau_{xy}(0, y)=0 \end{array} \right. \quad (5)$$

$$x=a \left\{ \begin{array}{l} u(a, y)=a\epsilon_x^0 \\ \tau_{xy}(a, y)=0 \end{array} \right. \quad (6)$$

대표체적요소는 변형 후에도 변형전과 마찬가지로 여전히 사각형의 모양으로 남아 있어야 한다.

복합재료의 구성방정식  $\overline{\sigma}_i = C_{ij} \overline{\epsilon}_j$  ( $i, j=1, 2, 3$  또는  $x, y, z$ )를 통하여 복합재료의 종탄성계수와 포와송비를 구하기 위해서는 3개의 다른 변형상태들( $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \epsilon_z^0$ )이 분리적으로 고려되어야 한다. 첫 번째 변형은 평면 변형률( $\epsilon_z^0 = 0$ ) 상태에서 균일변위  $\epsilon_x^0 = 1, \epsilon_y^0 = 0$ 으로 각각 주어진다. 평균응력들은 가우스 정리와 부하 연속성에 의하여 식 (7)과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned}\overline{\sigma}_x &= \frac{1}{4ab} \int_S \sigma_x dS = \frac{1}{4ab} \oint_x T_x ds \\ &= \frac{1}{b} \int_0^b \sigma_x(a, y) dy\end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $S$ 는 단위 셀의 넓이이다.

복합재료의 강성상수들은 변형상태에 따라서 식 (8)과 같이 정의되어진다.

$$\begin{aligned}\overline{\sigma}_x &= C_{11}\epsilon_x^0, \quad \overline{\sigma}_y = C_{21}\epsilon_x^0 \\ \overline{\sigma}_z &= C_{31}\epsilon_x^0\end{aligned} \quad (8)$$

다른 변형상태에 대하여도 같은 방법을 적용하면 해당하는 강성상수들을 정의할 수 있다.

## 2.2 면내 전단탄성계수

전단하중하에서 복합재료 대표체적요소의 경계들은 변형 후 직선적으로 남아있지 않는다. 대표체적요소에 대한

면내 전단탄성계수를 구하기 위해서 다음과 같은 변위 구속 경계조건들이 주어진다.

$$\begin{aligned}u(a, y) &= u(-a, y) \\ v(a, y) &= v(-a, y) + a\gamma_{xy}^0 \\ u(x, b) &= u(x, -b) + b\gamma_{xy}^0 \\ v(x, b) &= v(x, -b)\end{aligned} \quad (9)$$

$x$ 축과  $y$ 축에 대한 대칭성을 적용하여 종합하면 식 (10)과 (11)과 같은 경계조건들이 얻어진다.

$$\begin{aligned}y=0 & \left\{ \begin{array}{l} u(x, 0)=0 \\ \sigma_y(x, 0)=0 \end{array} \right. \\ y=b & \left\{ \begin{array}{l} u(x, b)=\frac{1}{2}b\gamma_{xy}^0 \\ \sigma_y(x, b)=0 \end{array} \right.\end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}x=0 & \left\{ \begin{array}{l} v(0, y)=0 \\ \sigma_x(0, y)=0 \end{array} \right. \\ x=a & \left\{ \begin{array}{l} v(a, y)=\frac{1}{2}a\gamma_{xy}^0 \\ \sigma_x(a, y)=0 \end{array} \right.\end{aligned} \quad (11)$$

면내 전단응력에 관한 가우스정리에 따르면 대표체적요소의 전단응력은 식 (12)와 같이 나타나며 식 (13)은 면내 전단탄성계수에 관한 식이다.

$$\begin{aligned}\overline{\tau}_{xy} &= \frac{1}{4ab} \int_S \tau_{xy} dS = \frac{1}{4ab} \oint_x T_y ds \\ &= \frac{1}{b} \int_0^b \tau_{xy}(a, y) dy\end{aligned} \quad (12)$$

$$\overline{\tau}_{xy} = G_{12} \gamma_{xy}^0 = G_{66} \gamma_{xy}^0 \quad (13)$$

## 2.3 면외 전단탄성계수

### 2.3.1 $G_{13}$

세로방향의 전단탄성계수  $G_{13}$ 를 구하기 위해서 식 (14)와 같이 대표체적요소에 대한 구속 경계조건이 부여되어진다.

$$\begin{aligned}w(a, y) &= w(-a, y) + 2a\gamma_{xz}^0 \\ w(x, b) &= w(x, -b)\end{aligned} \quad (14)$$

$x$ 축과  $y$ 축에 대하여 대칭인 문제이므로 식 (15)에서 (17)이 성립하게 된다.

$$\begin{aligned}\gamma_{xz}(x, y) &= \gamma_{xz}(x, -y) \\ \gamma_{yz}(x, y) &= -\gamma_{yz}(x, -y)\end{aligned}\quad (15)$$

$$\tau_{yz}(x, y) = -\tau_{yz}(x, -y) \quad (16)$$

$$\begin{aligned}\gamma_{xz}(x, y) &= \gamma_{xz}(-x, y) \\ \gamma_{yz}(x, y) &= -\gamma_{yz}(-x, y)\end{aligned}\quad (17)$$

대표체적요소에 대한 평균전단응력은 가우스 정리에 의해 식 (18)로 나타나며 전단탄성계수  $G_{13}$ 는 식 (19)와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}\overline{\tau_{xz}} &= \frac{1}{4ab} \int_s \tau_{xz} dS = \frac{1}{4ab} \oint_x T_z ds \\ &= \frac{1}{2b} \int_{-b}^b \tau_{xz}(a, y) dy \\ &= \frac{1}{b} \int_0^b \tau_{xz}(a, y) dy\end{aligned}\quad (18)$$

$$\overline{\tau_{xz}} = G_{13} \overline{\gamma_{xz}} = G_{13} \gamma_{xz}^0 = C_{55} \gamma_{xz}^0 \quad (19)$$

### 2.3.2 $G_{23}$

$G_{23}$ 를 구하는 방법은  $G_{13}$ 를 구하는 것과 유사하며 x축과 y축에 관한 대칭성을 이용하면 (식) 20과 같은 변위 구속조건을 얻을 수 있으며 식 (21)과 (22)의 경계조건을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}w(x, b) &= w(x, -b) + 2b \gamma_{yz}^0 \\ w(a, y) &= w(-a, y)\end{aligned}\quad (20)$$

$$\gamma_{xz}(x, 0) = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned}y = 0 \quad w(x, 0) &= 0 \\ y = b \quad w(x, b) &= b \gamma_{yz}^0\end{aligned}\quad (22)$$

복합재료의 전단탄성계수는 식 (23)으로 표현할 수 있으며 평균응력  $\overline{\tau_{yz}}$ 는 식 (24)로 표현된다.

$$\overline{\tau_{yz}} = G_{23} \gamma_{yz}^0 = C_{44} \gamma_{yz}^0 \quad (23)$$

$$\overline{\tau_{yz}} = \frac{1}{4ab} \int_s \tau_{yz} dS = \frac{1}{4ab} \oint_y T_z ds$$

$$= \frac{1}{a} \int_0^a \tau_{yz}(x, b) dx \quad (24)$$

지금까지 식 (1)에서 (24)까지는 복합재료의 구성방정식의 계수인 강성상수들을 구하는 식이었으며, 이렇게 구한 강성상수 값들을 다음에 보이는 식들을 이용하여 역변환시켜 탄성계수들과 포와송비를 구하였다.

$$\begin{aligned}E_{11} &= C_{11} + \frac{\{C_{31} C_{13} (-C_{11} + C_{12}) + C_{12} (-C_{33} C_{12} + C_{31} C_{13})\}}{C_{33} C_{11} - C_{31} C_{13}} \\ E_{22} &= C_{22} + \frac{\{C_{32} C_{23} (-C_{22} + C_{21}) + C_{21} (-C_{33} C_{21} + C_{32} C_{23})\}}{C_{33} C_{22} - C_{32} C_{23}} \\ E_{33} &= C_{33} - \frac{2 C_{31} C_{13}}{C_{11} + C_{12}}\end{aligned}\quad (25)$$

$$\begin{aligned}\nu_{31} &= \frac{C_{13}}{C_{11} + C_{12}} \\ \nu_{32} &= \frac{C_{23}}{C_{22} + C_{21}} \\ \nu_{21} &= \frac{C_{21}}{C_{11} + C_{13}}\end{aligned}\quad (26)$$

$$\begin{aligned}G_{12} &= C_{66} \\ G_{13} &= C_{55} \\ G_{23} &= C_{44}\end{aligned}\quad (27)$$

### 3. 유한요소 해석 결과 및 고찰

일방향으로 이루어진 취성기지 복합재료 중 섬유와 기지사이가 일부 분리된 복합재료의 탄성계수들을 알아보기 위하여 유한요소해석을 수행하였다. 복합재료의 섬유는 규칙적으로 배열되어 있는 것으로 가정하고 정사각형의 표본이 주기적으로 연결되어 있으므로 하나의 대표체적요소에 대하여 해석을 시도하였다. 본 연구의 비접촉 문제는 x축과 y축에 대한 대칭성을 갖기 때문에 전체 대표체적의 1/4만을 모델링하였다. 상용 유한요소해석 프로그램인 MARC를 사용하였으며 4절점의 평면변형률요소와 8절점의 3차원 요소를 필요에 따라 사용하였다. 전체 대표체적요소의 크기는 가로, 세로의 한 변의 길이를 1로 하였으며 1/4모델링에서는 0.5로 하였다. 섬유와 기지에 대한 물성치는 Table 1과 같다.

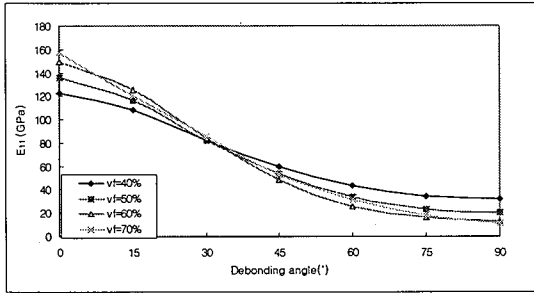


Fig. 2 The effect of fiber volume fraction ( $V_f$ ) on the composite Young's modulus  $E_{11}$ .

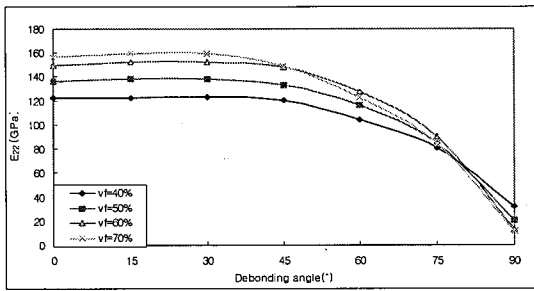


Fig. 3 The effect of fiber volume fraction ( $V_f$ ) on the composite Young's modulus  $E_{22}$ .

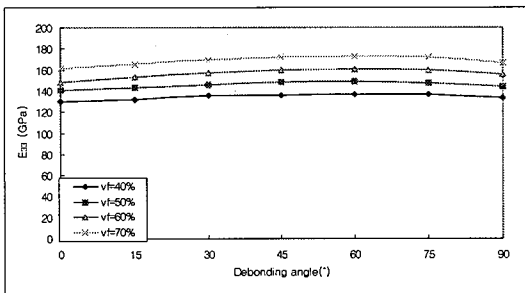


Fig. 4 The effect of fiber volume fraction ( $V_f$ ) on the composite Young's modulus  $E_{33}$ .

종탄성계수, 포와송비, 열팽창계수를 구하기 위하여 각 좌표축 방향으로 균일변위를 가하였다.  $x$ 방향 균일변형을  $\epsilon_x^0$ 를 부과하기 위하여 대표체적요소의 윗면과 아랫면에 있는 절점들에 대하여  $y$ 방향 변위를 고정하였고 왼쪽 면에 있는 절점들에 대하여서는  $x$ 방향 변위를 고정하였다. 오른쪽 면의 절점들에 대해서는 균일변형을  $\epsilon_x^0$ 를 부과하였다. 같은 방법으로  $y$ 방향 균일변형을  $\epsilon_y^0$ 를 부과하였고 마지막으로  $z$ 방향 균일변형을  $\epsilon_z^0$ 를 부과할 때는 8절점의 3차원 요소를 사용하였다.

Table 1 Properties of fiber and matrix

Material	E(GPa)	G(GPa)	$\nu$	$\alpha$ ( $10^{-6}/^\circ\text{C}$ )
Nicalon Fiber	200	77	0.3	3.2
1723 Glass Matrix	88	36	0.222	5.2

Table 2 Longitudinal modulus by ROM(Rule Of Mixture) and FEM for perfectly bonded composite

Fiber volume fraction	$E_{33}$ by ROM(GPa)	$E_{33}$ by FEM(GPa)
40%	132.8	130.0
50%	144.0	140.5
60%	155.2	147.9
70%	166.4	161.5

섬유와 기지가 완전히 접촉하였을 때는  $E_1 = E_2$ ,  $G_{13} = G_{23}$ ,  $\nu_{13} = \nu_{23}$  이므로 6개의 독립적인 공학상수를 가지게 된다. Fig. 2에서 살펴보면 탄성계수  $E_{11}$ 은 섬유와 기지가 완전히 접촉할 때는 섬유체적비가 증가함에 따라 더욱 큰 값을 가지나 비접착이 커짐에 따라 급격하게 작아지는 것을 알 수 있다.

그러나 섬유체적비의 변화에는 상관없이 비접착각이 30° 부근에서는 거의 같은 크기의 값을 가짐을 보여 주고 있다. Fig. 3에서는 탄성계수  $E_{22}$ 가 섬유와 기지가 완전히 접촉되어 있을 때는 역시 체적비가 증가함에 따라 큰 값을 나타낸다. 그러나 완전히 분리된 90° 부근에서는 체적비가 70%일 때가 가장 작은 값을 나타낸다. 비접착각이 80° 부근에서 체적비에 영향을 받지 않는 균일한 분포영역이 발생하였다. 비접착각도가 작을 때는 섬유체적비가 클수록  $E_{11}$ ,  $E_{22}$ 값이 크지만 비접착각도가 커지면 오히려 섬유체적비가 작을수록 탄성계수가 커지는 반대현상이 생기게 된다. Fig. 4는 섬유의 체적비 증가에 따른 섬유방향 탄성계수  $E_{33}$ 를 비접착각과 비교하여 나타내고 있다.

이론적인 혼합물 법칙에 따르면 섬유길이 방향의 탄성계수  $E_{33}$ 는 비접착의 증가와는 상관없이 Table 2와 같이 섬유체적비에 따라 일정한 값을 가질 것으로 예상되었고 해석결과  $E_{33}$ 의 값은 섬유와 기지의 비접착의 증가에 따라 5~6GPa 정도의 작은 오차가 발생하였지만 완전히 분리되어진 90°에서는 일치함을 보였다.

이러한 오차의 원인은 강성행렬을 역변환시켜 공학상수를 구하는 (식) 25에서 (27)과 같은 본 논문의 방법에서 강성상수  $C$ 의 값에서 다소 오차가 발생하였을 것으로 생각한다.  $C_{31}$ ,  $C_{32}$ ,  $C_{33}$ 의 강성상수값들은 대표체적요소 전체 절점들에 대하여  $\sigma_{33}$ 의 응력을 면적분해서 얻어야 하고 정확한 평균 응력을 얻기 위해서는 요소의 면적이 모두 같아야 한다. 그러나 본 논문에서는 이러한 요소 나누기가 실제적으로 불가능하기 때문에 이를 해결하기 위해서는 요소의 수를 늘린다면 보다 정확한 해에 도달할 것으로 본다.

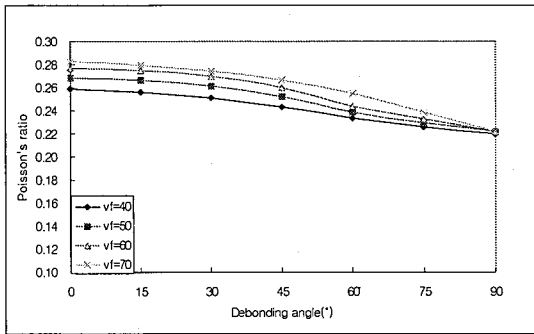


Fig. 5 The effect of fiber volume fraction( $V_f$ ) on the composite Poisson's ratio  $\nu_{31}$ .

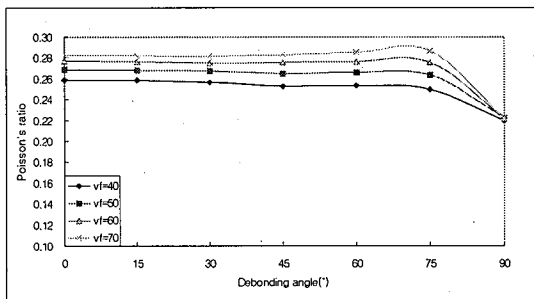


Fig. 6 The effect of fiber volume fraction( $V_f$ ) on the composite Poisson's ratio  $\nu_{32}$ .

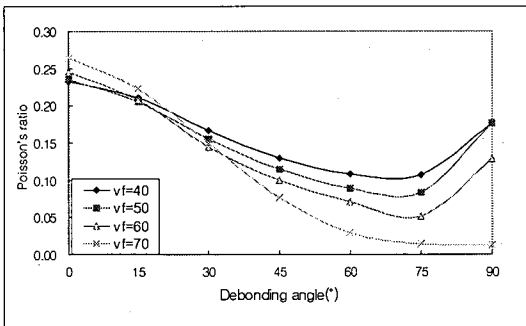


Fig. 7 The effect of fiber volume fraction( $V_f$ ) on the composite Poisson's ratio  $\nu_{12}$ .

Fig. 5에서 7까지는 포와송비를 섬유의 체적비 증가에 따라 비접착각에 대하여 나타낸 것이다. 섬유와 기지가 완전히 접착되어져 있을 때와, 완전히 분리되어져 있을 때는 이론적으로 포와송비  $\nu_{31}$ 과  $\nu_{32}$ 는 같은 값을 가져야한다. 유효요소 해석을 통하여 구해진 결과 Fig. 5와 6에서 보여 주듯이 포와송비  $\nu_{31}$ ,  $\nu_{32}$ 의 시작점과 끝점이 일치하는 것을 잘 보여준다. 체적비에 따른 포와송비를 살펴보면  $\nu_{31}$ 과

Table 3 CTE(Coefficient of thermal expansion) by ROM and FEM for perfectly bonded composite

$V_f$ (%)	$\alpha_{33}(\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C})$		$\alpha_{11}, \alpha_{22}(\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C})$	
	ROM	FEM	ROM	FEM
40	3.955	4.07	4.464	4.27
50	3.811	3.76	4.261	4.06
60	3.654	3.71	4.054	3.85
70	3.517	3.59	3.844	3.66

$\nu_{32}$ 는 비접착의 영향을 많이 받지 않고 섬유체적비가 작아짐에 따라 또한 비접착각도가 커짐에 따라 약간 감소함을 알 수 있다. 그러나  $\nu_{12}$ 는 비접착각도의 크기에 따라 변화가 다소 많이 일어나는 것을 보여준다. 특이한 점은 Fig. 7에서 포와송비  $\nu_{12}$ 가 감소 하다가 다시 증가하는 양상을 보여주고 있다는 것이다.

열팽창계수는 단위 온도변화에 대한 각 좌표축 방향 변형률의 평균값으로 정의하였다. 열팽창계수의 변화가 Fig. 8에 나와 있다.

각 방향 열팽창계수 모두 섬유체적비가 증가함에 따라 감소하는 경향을 보인다.  $\alpha_{11}$ 은 75° 비접착일 때 가장 큰 값을 갖는 것을 알 수 있었고  $\alpha_{22}$ 는 비접착각도의 증가와 무관하게 변화를 보이지 않다가 완전분리되는 90° 근방에서 급격히 증가하여  $\alpha_{11}$ 과 일치함을 알 수 있다. 섬유방향 열팽창계수인  $\alpha_{33}$ 는 섬유체적비가 증가함에 따라 감소하지만 비접착각도와 무관하게 일정한 값을 보여주고 있다. Table 3에 혼합법칙을 적용할 수 있는 섬유와 기지가 완전 접착인 경우 수치해석 결과와의 비교가 나와 있는데 잘 일치함을 알 수 있다.

면내 균일 전단변형률  $\gamma_{xy}^0$ 를 부과하기 위한 모델링으로 4절점의 평면요소를 사용하였으며 평면변형률 해석을 수행하였다. 전단변형률  $\gamma_{xy}^0$ 의 변형을 발생시키기 위하여 1/4 대표체적요소에 적용된 경계조건을 살펴보면 아래와 같다. 먼저 섬유의 단면인 x-y 평면상에서 아랫면에 위치한 절점들에 대하여 x방향 변위를 고정하였고, 왼쪽 면에 위치한 절점들에 대해서는 y방향 변위를 고정하였다. 윗면과 오른쪽 면에 위치한 절점들에 대해서 각각 x방향 균일변위와 y방향 균일변위를 부여하였다. 이는 전단 변형률 ( $\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$ ) 정의에 의하여 적용되어졌다.

섬유길이 방향의 면의 전단변형률  $\gamma_{xz}^0$ 와  $\gamma_{yz}^0$ 를 부과하기 위한 모델링으로 8절점의 3차원 요소를 사용하였다.

Fig. 9에서 11까지는 섬유체적비 증가에 따른 전단탄성 계수  $G_{ij}$  들을 비접착각도의 크기에 따라서 나타내었다.

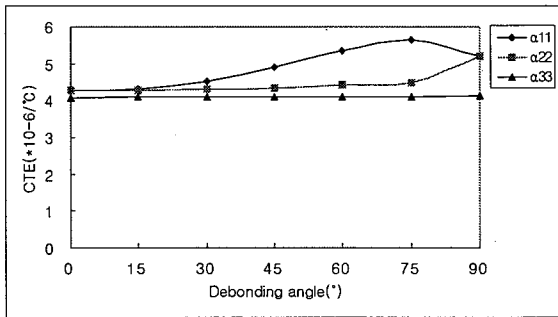
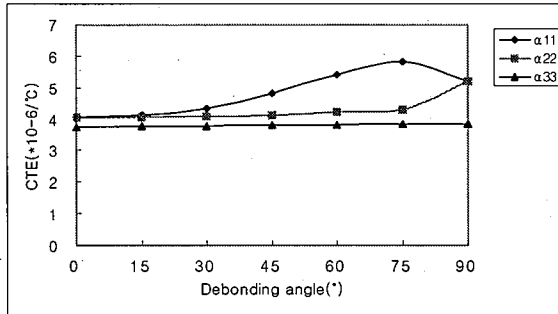
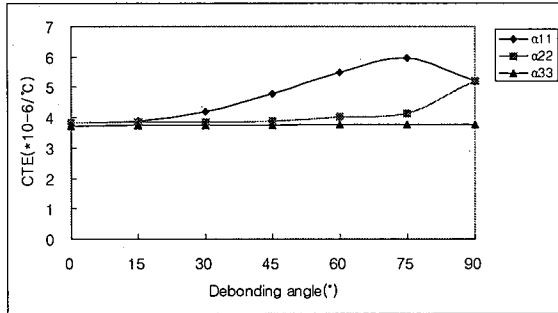
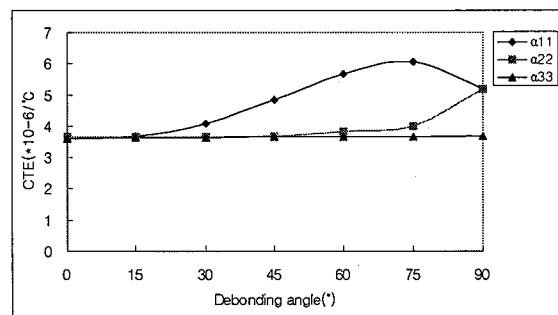
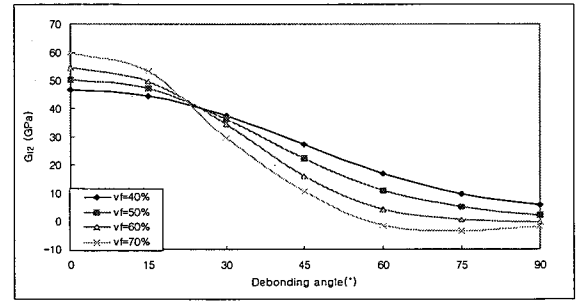
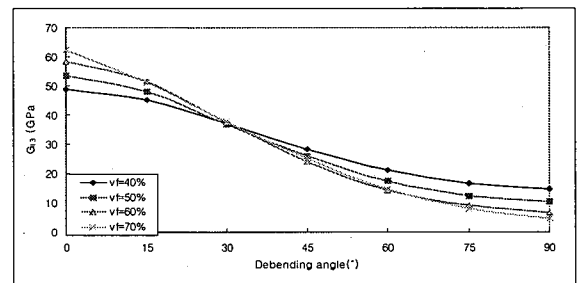
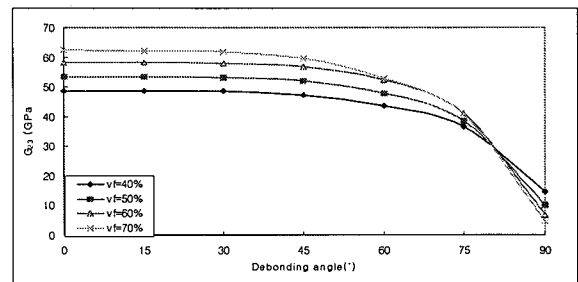
(a)  $V_f=40\%$ (b)  $V_f=50\%$ (c)  $V_f=60\%$ (d)  $V_f=70\%$ 

Fig. 8 The effect of debonding angle on the composite coefficient of thermal expansion.

Fig. 9 The effect of fiber volume fraction ( $V_f$ ) on the composite shear modulus  $G_{12}$ .Fig. 10 The effect of fiber volume fraction ( $V_f$ ) on the composite shear modulus  $G_{13}$ .Fig. 11 The effect of fiber volume fraction ( $V_f$ ) on the composite shear modulus  $G_{23}$ .

비접착의 영향을 가장 많이 받는 전단탄성계수 값은  $G_{12}$ 이며,  $G_{13}$ 도 비접착의 영향을 작은 각에서부터 크게 받으나,  $G_{23}$ 는  $45^\circ$  부근까지는 별 영향을 받지 않다가 그 이후에는 급격하게 영향을 받는 것을 보여주고 있다. 이론적으로 섬유와 기지가 완전히 접촉되어져 있거나, 완전히 분리되어진 경우는 대칭성으로 인하여  $G_{13}$ 과  $G_{23}$ 가 같아야 한다. 유한요소해석을 통해 구한 면의 전단탄성계수  $G_{13}$ ,  $G_{23}$ 는 완전접착인  $0^\circ$ 와 완전분리인  $90^\circ$ 에서 일치함을 잘 보여주고 있다. 비접착각도가 작을 때는 섬유체적비가 클수록 전단탄성계수값이 크지만 비접착각도가 커지면 오히려

려 섬유체적비가 작을수록 전단탄성계수가 커지는 반대현상이 생기게 된다.

종합적으로 검토하면 섬유방향 종탄성계수인  $E_{33}$ 를 제외한 탄성계수  $E$ ,  $G$  값들이 비접착각이 클 경우 섬유체적비가 증가함에도 불구하고 감소하는 것은 기지의 물성치에 의하여 영향을 받기 때문으로 결론 내릴 수 있다.

## 결론

취성기지 복합재료의 섬유와 기지사이에 완전한 접착이 안 되어 있는 경우 복합재료의 유효물성치 변화에 대한 유한요소 해석을 수행하였다. 비접착각도와 섬유체적비에 따른 해석 결과 물성치의 변화가 심함을 알 수 있었다. 또한 섬유체적비가 증가하면 무조건적인 물성치 증가가 있는 것이 아니라 비접착각이 어느 정도 증가하면 오히려 감소하는 현상이 발생하였다.

## 후기

이 논문은 2002년 울산대학교의 연구비에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌

- 1) Pagano, N.J. and Tandon, G.P., "Modeling of Imperfect Bonding in Fiber Reinforced Brittle Matrix Composites," *Mechanics of Materials*, Vol. 9, 1990, pp. 49-64.
- 2) Grande, D.H., Mandell, J.F. and Hong, K.C.C., "Fiber-Matrix Bond Strength Studies of Glass, Ceramic and Metal Matrix Composites," *J. Materials Science*, Vol. 23, 1988, pp. 311-328.
- 3) Hashin, Z. and Rose, B.W., "The Elastic Moduli of Fiber-Reinforced Materials," *J. Applied Mechanics*, Vol. 31, 1964, pp. 223-232.
- 4) Chen, C.H., "Fiber-Reinforced Composites under Longitudinal Shear Loading," *J. Applied Mechanics*, Vol. 37, 1970, pp. 198-201.
- 5) Chen, C.H., "Rectangular or Square Array Fibrous Composite with Anisotropic or Isotropic Filament," *J. Applied Mechanics*, Vol. 38, 1971, pp. 710-712.
- 6) Chen, C.H. and Cheng, S., "Mechanical Properties of Fiber Reinforced Composite," *Journal of Composite Materials*, Vol. 1, 1967, pp. 152-164.
- 7) Adams, D. F. and Doner, D. R., "Longitudinal Shear

Loading of a Unidirectional Composite," *Journal of Composite Materials*, Vol. 1, 1967, pp. 30-40.

- 8) Adams, D. F. and Doner, D. R., "Transverse Normal Loading of a Unidirectional Composite," *Journal of Composite Materials*, Vol. 1, 1967, pp. 152-164.
- 9) Pagano, N.J. and Tandon, G.P., "Thermo-elastic Model for Multidirectional Coated-Fiber Composites: Traction Formulation," *Composites Science and Technology*, Vol. 38, 1990, pp. 247-269.
- 10) Takahashi, K. and Chou, T.W., "Transverse Elastic Moduli of Unidirectional Fiber Composites with Interfacial Debonding," *Metallurgical Transaction A*, Vol. 19A, 1988, pp. 129-135.
- 11) Yuan, F.G., Pagano, N. J. and Cai, X., "Elastic Moduli of Brittle Matrix Composite with Interfacial Debonding," *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 34, No. 2, 1997, pp. 177-201.