

論文

섬유강화 복합적층 Box Tube의 좌굴해석

전완주* · 강수춘* · 구정서**

Buckling Analysis of the Laminated Composite Box Tubes

W.J. Jun*, S.C. Kang*, J.S. Koo**,

ABSTRACT

The buckling behavior of fiber reinforced composite box tubes is examined through the finite element analysis. This paper presents a variety of buckling characteristics of thin and thick box tubes according to geometric properties and fiber orientations. The results of the very thin composite square tubes are equivalent to those of simply supported plates as the metal tubes show. This vanishes for very thin tubes with shear coupling terms(A_{13}, A_{23}) and thick tubes.

초 록

섬유강화 복합재료로 된 Box Tube에 대하여 유한요소법을 사용하여 좌굴해석을 하였다. Box Tube의 기하학적 형상, 적층순서등에 따라 좌굴거동이 변화함을 조사하였다. 매우 얕은 박판으로 구성된 정방형 Box Tube의 좌굴특성은 등방성 Box Tube에서 이미 증명된 바와 같이 단순지지된 평판의 좌굴특성과 일치한다. 그러나 두꺼운 경우는 물론 전단 연계강성항 (A_{13}, A_{23})이 존재하는 매우 얕은 Box Tube의 경우 평판의 해석결과와 일치하지 않는다.

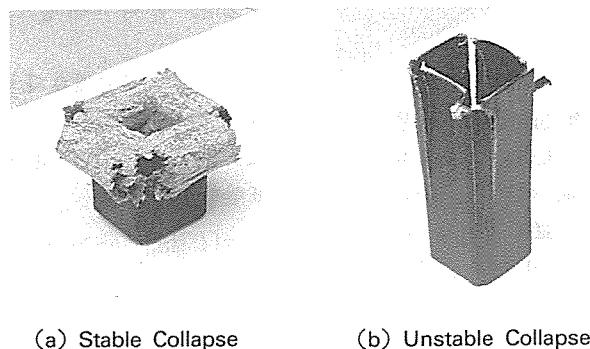
1. 서 론

구조물 설계에서 구조물의 안정성이 중요한 설계변수로 대두된 아래 구조물의 기본 구성요소인 평판, 쉘, 기둥등에 대한 안정성 및 좌굴해석은 비교적 꽤 넓게 수행되어 왔다. 그러나 자동차와 비행체등에서 충격흡수부재(energy absorber)로

사용되는 Box Tube의 좌굴해석에 관한 연구는 극히 드물다. 현재 사용자동차에 충격흡수부재로서 side rail에 활용되고 있는 금속의 Box Tube는 탄소성 좌굴붕괴를 거치면서 충돌에너지지를 흡수 분산시키는 과정거동을 보이고 있다[1,2]. 승객과 차체의 손상을 최소화 시키기 위해서는 충격완화 장치인 side rail이 안정적인 좌굴붕괴를 거치면서 최대의

* 정회원, KIST, 기전연구부

** 정회원, 기계연구소, 기계공학부



(a) Stable Collapse (b) Unstable Collapse

Fig. 1 Collapse Mode of Composite Box Tube

충돌에너지를 흡수하여야 한다. 섬유강화 복합재료를 사용한 Box Tube의 경우는 동일한 중량의 금속 튜브보다 3배 이상의 충돌에너지를 흡수한다고 알려져 있다[3]. 그러나 섬유강화 복합재료 Box Tube의 충돌에너지를 흡수메카니즘은 금속의 경우와 달리 좌굴붕괴와 파괴붕괴(facture collapse) 등 복잡한 붕괴거동을 한다[4,5]. 따라서 경량화가 가능하고 충돌에너지를 흡수능력이 월등한 복합재료 Box Tube의 좌굴해석은 금속재료 부재의 효율적인 대체 활용을 위해서 필요하다.

Li와 Reid[6]는 등방성 Box Tube의 경우 매우 얇은 박판으로 구성된 정방형 튜브의 좌굴특성은 단순지지된 평판의 좌굴하중과 동일하고 두꺼운 Box Tube의 경우는 모서리의 연계성(coupling)으로 인하여 일치하지 않음을 보였다. Farley[4,7] 등은 이방성 복합재료의 경우 Box Tube의 에너지 흡수 특성은 튜브의 기하학적 형상 즉 크기, 길이, 두께 그리고 섬유방향에 크게 좌우됨을 보이고 좌굴거동이 붕괴거동에 영향을 미침을 실험으로 관찰하였다.

본 논문에서는 충돌에너지를 흡수 메카니즘에 매우 중요한 영향을 미치는 Box Tube의 좌굴거동에 대해서 평판, 셀등을 모두 해석할 수 있는 일반화한 유한요소 프로그램을 개발하여 해석하였다. 특히 ANSYS나 ABAQUS등 많은 사용프로그램이 있으나 대형컴퓨터 사용에 따른 경제성 문제와 전·후처리 작업시 많은 관련장비가 요구됨으로 개인용 컴퓨터

터에서 사용할 수 있도록 프로그램하였다. 이방성 Box Tube의 좌굴특성과 단순지지된 평판의 좌굴특성의 일치여부를 조사하였으며 튜브의 두께, 적층각도의 변화에 따라 복합재료 Box Tube의 좌굴거동을 관찰하였다.

2. 유한요소 해석

본 연구에서 해석하고자 하는 Box Tube의 좌굴특성은 축방향 압축하중만을 받는 선형좌굴해석에 국한한다. 특히 선형 좌굴모드 및 하중이 금속의 경우보다 복잡하게 Box Tube의 파괴거동(그림 1)에 영향을 미치는 이방성 복합재료를 대상으로 수식화 하였다.

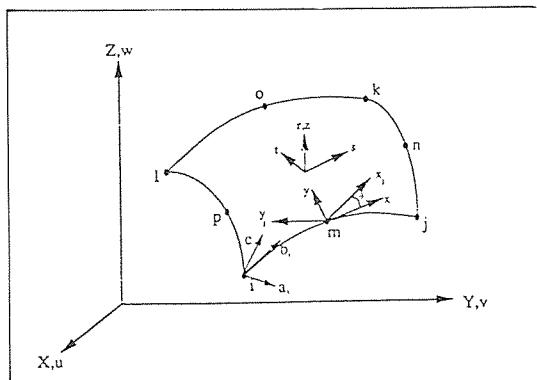


Fig. 2 Definition of Coordinate System

2-1. 유한요소

다양한 형상의 Tube의 좌굴거동을 해석할 수 있도록 수식화 하여 20절점 brick요소로 부터 수정된 8절점 등계수 굽은 셀 요소를 사용하여 유한요소 평형방정식을 분활한다. 이는 모서리에서 일차 미분의 연속성을 주므로 비교적 정확한 수렴성을 보장하고 평판문제 뿐만 아니라 원통문제도 모델링할 수 있다. 사용된 좌표계는 그림 2에 보인 바와 같다. 절점 i 에서 중립면(middle surface)에 수직벡터를 c_i 고유좌표계에서 s 방향의 단위벡터를 a_i 라고 하면 b_i 는 다음과 같이 정의된다.

$$b_i = c_i \times a_i \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

요소내의 임의의 점의 좌표는 형상함수를 사용하여 다음과 같이 표현된다[8].

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^8 N_i \frac{rt_i}{2} \begin{Bmatrix} C_{1,i} \\ C_{2,i} \\ C_{3,i} \end{Bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

여기서 N_i 는 8절점 셀 요소에 대한 형상함수이다.

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \\ N_8 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.25(1-s)(1-t)(-s-t-1) \\ 0.25(1+s)(1-t)(s-t-1) \\ 0.25(1+s)(1+t)(s+t-1) \\ 0.25(1-s)(1+t)(-s+t-1) \\ 0.5(1-s^2)(1-t) \\ 0.5(1+s)(1-t^2) \\ 0.5(1-s^2)(1+t) \\ 0.5(1-s)(1-t^2) \end{Bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

또한 전체 좌표계에 대한 절점 i 의 이동변위를 u_i, v_i, w_i 로, 국부좌표계에서 a_i, b_i 에 대한 회전변위를 $\theta_{x,i}, \theta_{y,i}$ 로 정의하면, 삽간(interpolation)된 요소의 변위는 다음식으로 정의된다[8].

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^8 N_i \frac{rt_i}{2} \begin{Bmatrix} -b_{1,i} & a_{1,i} \\ -b_{2,i} & a_{2,i} \\ -b_{3,i} & a_{3,i} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{x,i} \\ \theta_{y,i} \end{Bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

2-2. 응력-변형도 관계식

섬유강화 복합재료의 단층은 횡동방성을 갖는다고 고려될 수 있다[9]. 따라서 주축에 대한 변형도-응력 관계식은 단층 j 에 대하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\{\epsilon\}_j = [C]_j \{\sigma\}_j \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

또한 셀 두께 방향의 수직응력이 무시할 만큼 작다는 가정과 식 (5)로부터 응력-변형도 관계식은 다음과 같이 표현된다[10].

$$\{\sigma\}_j = [D]_j \{\epsilon\}_j \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

여기서 단층 j 의 강성행렬(Stiffness Matrix) $[D]_j$ 는

$$[D]_j = \begin{Bmatrix} AE_1 & Av_{21}E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Av_{21}E_1 & AE_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_3/10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23}/f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23}/f \end{Bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

여기서

$$A = \frac{E_2}{E_2 - v_{21}^2 E_1}$$

$$f = \max\{1.2, 1.0 + 0.2(\frac{\text{Area}}{25t^2})\}$$

f 는 전단구속(Shear Locking)을 방지하기 위한 전단 보정계수이다.

전체 좌표계에 대한 탄성계수는 두 좌표계 사이의 좌표변환 행렬을 사용하여 다음식으로 표시된다[11].

$$[D] = [T_m]^T [D]_j [T_m] \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

여기서 $[T_m]$ 는 다음과 같다.

여기서 a_{ij} 는 전체 좌표계의 i 축과 단층의 재료 주축 좌표계의 j 축사이의 방향여현을 의미한다.

$$[T_m]_j = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & a_{11}a_{12} & a_{12}a_{13} & a_{13}a_{11} \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & a_{21}a_{22} & a_{22}a_{23} & a_{23}a_{21} \\ a_{31}^2 & a_{23}^2 & a_{33}^2 & a_{31}a_{32} & a_{32}a_{33} & a_{33}a_{31} \\ 2a_{12}a_{21} & 2a_{12}a_{22} & 2a_{13}a_{23} & a_{11}a_{22} + 2a_{21}a_{12} & a_{12}a_{23} + a_{23}a_{13} & a_{13}a_{21} + a_{23}a_{11} \\ 2a_{21}a_{31} & 2a_{22}a_{32} & 2a_{23}a_{33} & a_{21}a_{32} + 2a_{31}a_{22} & a_{22}a_{33} + a_{32}a_{23} & a_{23}a_{31} + a_{33}a_{21} \\ 2a_{31}a_{11} & 2a_{32}a_{12} & 2a_{33}a_{13} & a_{31}a_{12} + 2a_{11}a_{32} & a_{32}a_{13} + a_{12}a_{33} & a_{33}a_{11} + a_{13}a_{31} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

2-3. 요소의 강성행렬

요소의 강성행렬은 고유좌표계에 대하여 변환한 후 적층 셀의 개념을 도입하고 두께 방향으로의 적분을 수행하면 다음과 같이 표현된다.

$$[K_e] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left(\sum_{j=1}^n \int_{r_j^{bt}}^{r_j^{tp}} [B]^T [T_m]_j^T [D]_j [T_m]_j [B] \det[J] dr \right) ds dt \dots\dots\dots (10)$$

여기서 N 은 단층의 수를, r_j^{bt} , r_j^{tp} 는 각각 단층 j 의 아래면과 윗면의 r 값을 나타낸다. 윗식을 수치적분으로 계산하려면 $8N$ 의 적분점이 필요하게 되어 단층의 수가 많아지면 계산량이 급격히 증가하게 된다. 이를 해결하기 위해서 행렬 $[B]$ 와 $\det[J]$ 을 r 에 관하여 변수분리를 하면 단지 4개의 적분점에서 강성행렬을 계산하게 되어 계산량이 상당히 줄어든다.

2-4. 좌굴 방정식

선형좌굴 해석을 하려면 막응력에 의한 강성효과를 나타내는 초기응력 강성행렬을 구해야 하는데 이것은 초기응력 $[\sigma_0]$ 과 Green Strain의 비선형 변형도에 의한 포텐셜 에너지의 개념으로부터 구해진다[12]. 초기응력 강성행렬 $[S]$ 는 다음과 같다.

$$[S] = \int_{vol} [S_g]^T [S_m] [S_g] dvol \dots\dots\dots (11)$$

여기서 $[S_m]$ 은 초기응력 행렬이고 $[S_g]$ 는 변위 미분벡터와 관계식사이의 계수 행렬이다.

식(11)과 요소에 관한 강성행렬을 사용하여 국부좌표계에 대한 요소의 좌굴방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$([K] + \lambda [S]) \{U\} = \{0\} \dots\dots\dots (12)$$

여기서 λ 는 고유값이고 $\{U\}$ 는 고유벡터로서 좌굴모드를 나타낸다.

임계하중값은 초기응력 $[\sigma_0]$ 이 발행하도록 가해준 외력에 λ 를 곱하여 얻을 수 있다.

2-5. 좌굴해석

식(12)는 고유치 문제 (Eigen Value Problem)인데 구조의 유한요소 좌굴해석의 경우는 전체자유도가 대단히 많기 때문에 고유치, 고유벡터 모두를 구하는 것은 과도한 시간과 노력을 요구할 뿐만 아니라 설계의 관점에서 볼 때 최하위 몇개의 고유치와 좌굴모드만이 중요하다. 이를 구하기 위

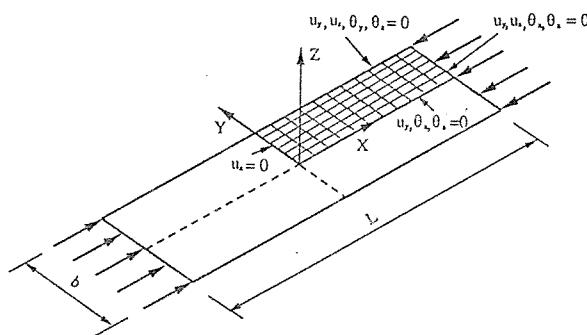


Fig. 3 Finite Element Model of the Simply Supported Plate

한 방법으로서 회전자유도를 축약 시켜서 이동변 위에 관한 좌굴방정식을 재구성하는 방법[11]과 Inverse Iteration Method, Ritz Method, Jacobi Method 등을 조합하여 축차적으로 최하위 몇개의 고유치, 고유벡터를 구할 수 있는 Subspace Iteration Method[13]를 사용하였다. 구조의 강성행렬 및 초기응력 강성행렬에서 회전자유도를 축약하기 위해서는 먼저 구조의 강성행렬에서 회전변위로만 된 강성행렬[K_{AA}], 이동변위로만 된 강성행렬[K_{BB}], 회전 및 이동변위가 연계된 강성행렬[K_{AB}]을 구성하고 구조의 초기응력 강성행렬에 대해서는 회전변위 만으로 된 초기응력 강성행렬[S_{AA}], 회전 및 이동변위가 연계된 초기응력 강성행렬[S_{AB}]을 구성한다. 그후 이동변위만으로 구성된 구조의 초기응력 강성행렬[S_{BB}]은 다음과 같이 얻는다.

$$[S_{BB}] = [T_B]^T [S] [T_B] \dots \quad (13)$$

여기서 $[T_B]$ 는 초기응력 강성행렬을 축약하기 위한 변환행렬이며 다음식으로 표현된다.

$$[T_B] = \begin{bmatrix} -[S_{AB}]^{-1} [S_{AB}] \\ [I_B] \end{bmatrix} \dots \quad (14)$$

여기서 $[I_B]$ 는 이동변위와 같은 갯수를 가진 Identity Matrix이다.

이로부터 전체구조에 대한 좌굴방정식은 다음과 같이 축약된 형태로 표현될 수 있다.

$$([K_{BB}] + \lambda [S_{BB}])\{U\} = \{0\} \dots \quad (15)$$

구하고자 하는 고유치 수를 입력하고 윗식을 Subs-

pace Iteration Method로 풀면 고유치와 고유벡터가 구해지고 좌굴하중과 좌굴모드를 얻을 수 있다.

3. 수치해석 결과

3-1. 단순지지된 사각평판 구조의 좌굴 해석

본 연구의 수치해의 타당성을 검증하기 위하여 그림 3과 같이 L/b 가 3인 단순지지된 등방성 사각평판이 축방향 압축하중을 받을 때 발생한 좌굴 모드와 좌굴하중을 이론해[14] 또는 상용프로그램인 ABAQUS의 결과와 비교하였고, 복합재료 평판에 대해서는 두꺼운 경우와 얇은 경우 그리고 전단연계항(A_{13}, A_{23})이 존재하는 경우와 없는 경우에 대해서 각각 ABAQUS의 결과와 비교하였다. 표 1에 사용한 재료상수를 보이고 해석결과는 표 2에서 나타낸 바와 같이 일치된 결과를 보여준다.

Table 1 Material Properties

	Isotropic	T300/5208
Thickness	1mm	0.125mm/plly
E_1	68.9GPa	181.0GPa
E_2	〃	10.3GPa
G_{12}, G_{23}, G_{13}	26.5GPa	7.17GPa
v_{12}	0.3	0.28

Table 2 Buckling Load P_c (MPa) for Simply Supported Plate

	Present	ABAQUS	Analytic
Isotropic	24.7	24.9	24.9
[0/45/-45/90] _s	23.1	23.4	x
[0/15/-15/45] _s	13.9	13.8	x
[0 ₃₀ /90 ₁₀] _s	1323.4	1342.6	x
[0 ₁₀ /15 ₁₀ /-15 ₁₀ /45 ₁₀] _s	1277.2	1292.5	x

3-2. Box Tube의 좌굴해석

그림 4는 $a \times b \times L$ 의 크기를 갖는 Box Tube의 좌굴해석을 위한 유한요소 모델을 보여준다. 기하학적 형상, 적층각 등에 따른 좌굴특성을 조사하기 위하여 [90/0]_s에 대하여 같은 단면적을 갖도록 종횡비 a/b 를 변화시켜 그에 따른 좌굴하중의 변화를 그림 5에 나타내었다. 그림 5, 6에서 보인 바와 같이 a/b 의 값이 증가함에 따라 좌굴하중은 감소

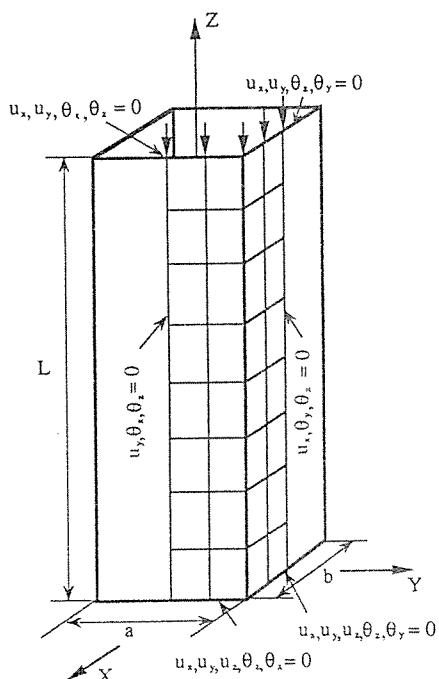
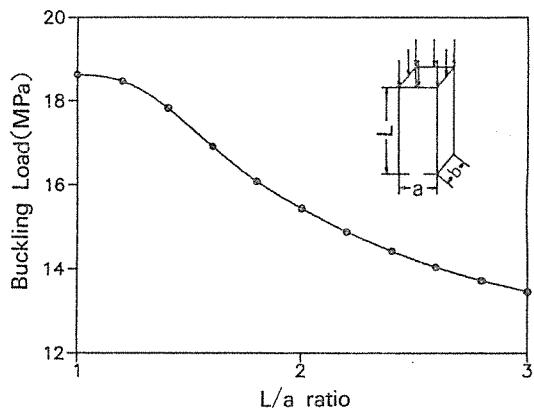
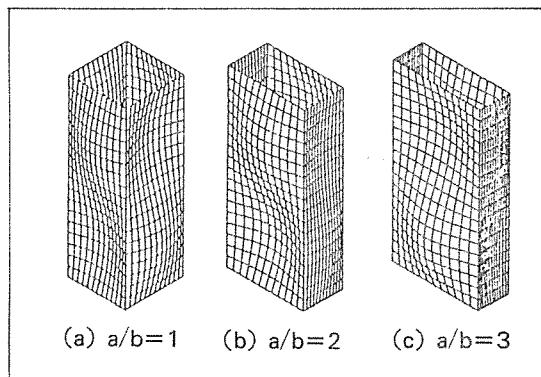


Fig. 4 Finite Element Model of Box Tube

Fig. 5 Buckling Load vs. a/b ratioFig. 6 Buckling Mode vs. a/b ratio

하나 좌굴모드이 변화는 나타나지 않는다. 따라서 비록 단면의 형상이 정방형일 경우에 훨씬 높은 하중을 견딜 수 있으나 구조물의 기하학적 제약에 의하여 장방형을 사용하더라도 단면의 형상이 좌굴에 미치는 영향은 다른 변수에 비하여 미미하다.

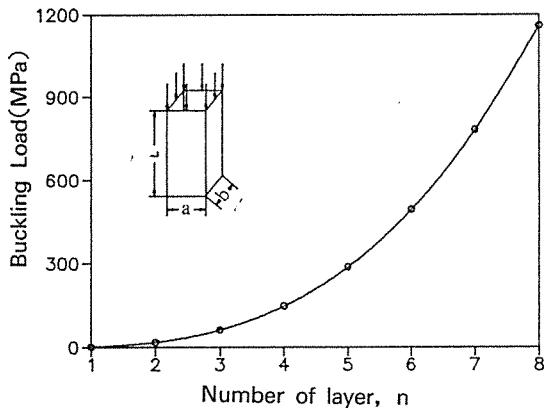


Fig. 7 Buckling Load vs. Number of Layer for $[90/0]_{ns}$

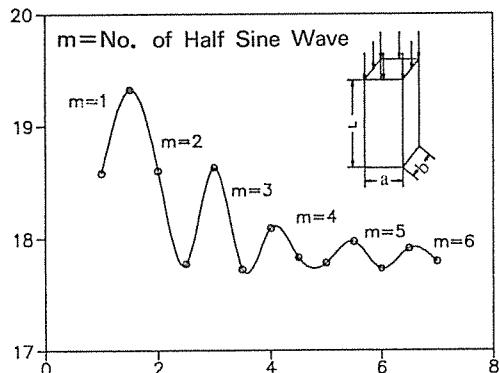


Fig. 8 Buckling Load vs. L/a Ratio

그림 7에서는 $a/b=1$ 인 정방형 튜브에서 두께 즉 $[90/0]$ 의 적층수의 변화가 좌굴에 미치는 영향을 보임은 굽힘강성은 두께에 선형적으로 변하나 좌굴하중은 비선형적으로 급격히 증가하는 현상을 보임을 알 수 있다. 그림 8에서는 정방형 Box Tube의 길이 L 이 좌굴에 미치는 영향을 검토하였다. L/a 값이 증가함에 따라 좌굴하중은 좌굴모드가 변화하는 경계 즉 정현반파의 수 m 이 변하는 사 이에서 포물선을 형성하나 전체적으로 단순지지보의 좌굴하중식으로 부터 길이의 제곱에 반비례하여

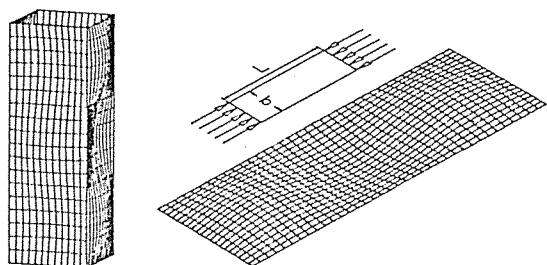


Fig. 9 Comparison of Buckling Mode for Box Tube and Plate in $[0/45/-45/90]_s$

Table 3 Buckling Load P_{cr} (MPa) for Composite Box Tube and Plate

	Box Tube	Plate
Isotropic	24.5	24.7
$[0/45/-45/90]_s$	19.8	23.1
$[0/15/-15/45]_s$	12.4	13.9
$[0_{30}/90_{10}]_s$	867.6	1323.4
$[0_{10}/15_{10}/-15_{10}/45_{10}]_s$	889.2	1277.2

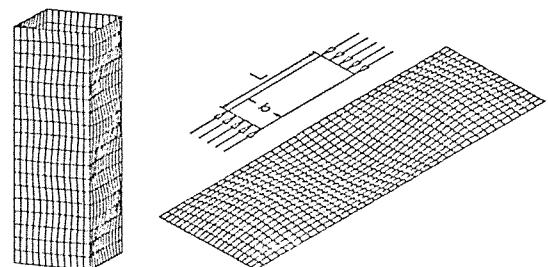


Fig. 10 Comparison of Buckling Mode for Box Tube and Plate in $[0/15/-15/45]_s$

감소한다.

단순지지된 평판과 같은 기하학적 상사성을 갖는 Box Tube의 좌굴거동을 비교하기 위하여 $L/b=3$ 인

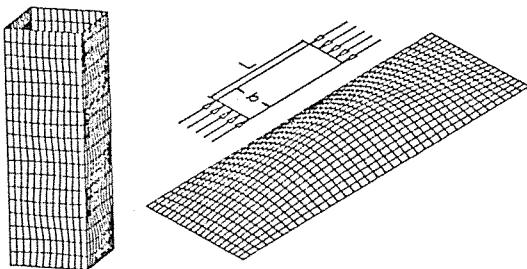


Fig. 11 Comparison of Buckling Mode for Box Tube and Plate in $[0_{30}/90_{10}]_s$

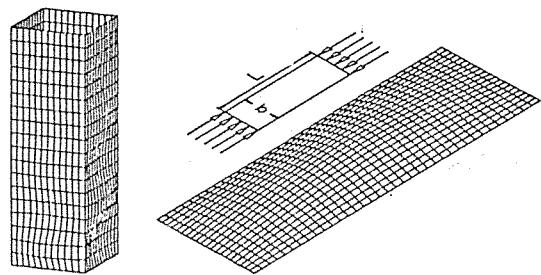


Fig. 12 Comparison of Buckling Mode for Box Tube and Plate in $[0_{10}/15_{10}/-15_{10}/45_{10}]_s$

평판과 $a=b=L/3$ 인 Box Tube를 대상으로 좌굴해석을 하였다. 전단연계항이 없는 박판인 $[0/45/-45/90]_s$ 으로 적층된 경우 그림 9와 같이 등방성재료의 좌굴거동에서 이미 증명된 바와 동일하게 단수지지된 같은 크기의 평판의 좌굴모드와 동일하나 표 3에서 보는 바와 같이 좌굴하중에서는 약간의 감소를 보인다. 그러나 전단연계항 A_{13}, A_{23} 이 존재하는 $[0/15/-15/45]_s$ 의 경우는 표 3과 그림 10에서 보는 바와 같이 비록 좌굴하중의 차이는 작지만 평판의 좌굴모드와 매우 다른 모드를 보인다. 두께가 두꺼운 Box Tube의 경우는 표 3과 그림 11, 12에 나타낸 바와 같이 전단연계항의 존재에 관계없이 평판의 경우와 상이한 좌굴특성을 나타낸다.

4. 결 론

이방성인 섬유강화 복합재료를 사용한 Box Tube가 축방향 압축하중만을 받을 때 선형좌굴하중과 모드를 해석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 에너지 흡수특성에 영향을 미치는 Box Tube의 좌굴특성은 단면의 기하학적 크기 및 적층간에 따라 크게 변화함을 보여준다.
2. 매우 얇은 박판으로 구성된 Box Tube는 전단연계성이 없는 경우 등방성 재료와 같이 단순지지된 평판의 좌굴특성 결과와 같은 좌굴모드를 나타낸다.

3. 두께가 두꺼운 경우와 전단연계성이 존재하는 경우는 Box Tube의 좌굴거동이 평판의 좌굴해석 결과와 다르고 이는 모서리에서의 연계강성의 영향으로 예측된다.

후 기

본 연구는 과학기술처에서 수행한 출연연구사업의 일부로 수행되었음을 밝히며 이에 감사를 드립니다.

참고문헌

1. C.L. Magee and P.H. Thornton, "Design Consideration in Energy Absorption by Structural Collapse," SAE Paper 780434, 1979.
2. P.H. Thornton and R.A. Jeryan, "Crash Energy Management in Composite Automotive Structures," Int. J. Impact Engng, Vol. 7, No. 2, 1988, pp. 167-180.
3. James M. Margolis, Advanced Thermoset Composites, Van Nostrand Reinhold Co., 1986.
4. P.H. Thornton and P.J. Edwards, "Energy Absorption in Composite Tubes," J. Composite Materials, Vol. 16, Nov. 1982, pp. 521-545.

5. D.W. Schmuser and L.E. Wickliffe, "Impact Energy Absorption of Continuous Fiber Composite Tubes," *J. Engineering Materials and Technology, Trans. of ASME*, Vol. 109, Jan. 1987. pp. 72-77.
6. S. Li and S.R. Reid, "Relationship between the Elastic Buckling of Square Tubes and Rectangular Plates," *J. of Applied Mechanics*, Vol. 57, Dec. 1990. pp. 969-973.
7. G.L. Farley, "Effect of Specimen Geometry on the Energy Absorption Capability of Composite Materials," *J. Composite Materials*, Vol. 20, July 1986, pp. 390-400.
8. Zienkiewicz, *The Finite Element Method*, McGraw-Hill, 3rd Ed., 1977.
9. R.M. Jones, *Mechanics of Composite materials*, McGraw-Hill, 1975.
10. Theoretical Manual of ANSYS, Swanson Analysis Systems Inc., 1987.
11. J.W. Weaver and P.R. Johnston, *Finite Elements for Structural Analysis*, Prentice-Hall, 1984.
12. R.D. Cook, D.S. Malkus and M.E. Plesha, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, 1989.
13. K.J. Bathe, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, 1982.
14. 김항숙, 항공기체구조론, 한국항공대학교 출판부, 1980.