

## 論文

## 전단응력하의 분산형 복합재료에 미시역학적인 특성평가

조영태\*, 임광희\*\*\*

## Analysis for Properties of Particle or Short Fiber Reinforced Composites based on Micromechanics under Pure Shear

Young-Tae Cho\*, Kwang-Hee Im\*\*\*

## ABSTRACT

Cracking of the reinforcements is a significant damage mode in particle or short-fiber reinforced composites because the broken reinforcements lose load carrying capacity. This paper deals with elastic stress distributions and load carrying capacity of intact and cracked ellipsoidal inhomogeneities. Three dimensional finite element analysis has been carried out on intact and broken ellipsoidal inhomogeneities in an infinite body under pure shear. For the intact inhomogeneity, the stress distribution is uniform in the inhomogeneity and non-uniform in the surrounding matrix. On the other hand, for the broken inhomogeneity, the stress in the region near crack surface is considerably released and the stress distribution becomes more complex. The average stress in the inhomogeneity represents its load carrying capacity, and the difference of average stresses between the intact and broken inhomogeneities indicates the loss of load carrying capacity due to cracking damage. The broken inhomogeneity with higher aspect ratio maintains higher load carrying capacity.

## 초 록

본 연구에서는 분산형 강화복합재료에 균열이 발생하면 하중부하능력이 감소와 더불어 재료의 손상을 초래할 수 있어 재료의 완전한 계재물과 균열이 존재한 계재물이 있는 경우를 상정하여 하중부하능력과 탄성 응력분포를 평가한다. 무한체가 전단응력을 받을 때 완전한 계재물과 균열이 내재한 경우에 대하여 3차원 유한요소해석이 수행되어 완전한 계재물의 경우는 계재물의 영역의 응력은 동일하고 계재물의 계면은 다소 불균일하게 나타났다. 그리고 균열이 내재한 경우에는 균열주변에는 응력이 집중되는 경우를 볼 수 있을 뿐만아니라 아주 복잡한 분포를 볼 수 있었다. 불균질물의 평균응력은 하중부하능력으로 표현이 가능하였고 완전한 계재물과 균열의 경우도 균열손상에 의해 하중부하능력의 차이를 볼 수 있었다. 특히, 균열이 내재한 경우에 에스펙터비(aspect ratio)가 증가할수록 하중부하능력이 증가함을 알 수 있었다.

## 1. 서 론

연성 매트릭스내에 입자 또는 단섬유를 분산시킨 분산형 복합재료는 기계적 성질을 향상시킴과 동시에 성형성, 가

공성이 뛰어나 이미 공업재료로 널리 사용되고 있다. 그러나, 이들 복합재료는 변형과정중에 강화재의 균열손상, 매트릭스와 강화재와의 계면박리 또는 매트릭스재료의 균열 진전 등에 의해 손상이 진전되고, 기계적 특성에 큰 영향

\* 전주대학교 공업기술연구소

\*\*\* 우석대학교 반도체전자자동차공학부, 교신저자(E-mail: khim@woosuk.ac.kr)

을 미친다[1~4]. 이는 분산형복합재료의 중요한 손상모드로 알려져 있다. 이들 손상모드는 소재의 기계적 성질의 조합이나 매트릭스와 강화재의 계면강도에 의존하고, 분산형복합재료에서는 강화재의 균열 및 박리손상이 주요 손상모드로 알려져 있다. 따라서, 복합재료의 응용분야를 넓히거나, 새로운 복합재료개발을 위해서는 복합재료의 손상과정의 마이크로메카니즘은 매우 중요하다.

입자분산복합재료의 박리손상에 관해서 Tohgo 등[5,6]은 입자분산복합재료의 인장시험, 파괴인성시험을 실시하여 박리손상과정을 밝혔고, Eshelby의 등가개재물법[7]과 Mori-Tanaka의 평균응력이론[8]을 기초로 하여, 박리손상과 매트릭스의 소성변형을 고려한 입자분산 복합재료에 대한 증분형 손상이론을 제안하고, 복합재료의 응력-변형관계에 박리손상이 큰 영향을 미친다고 보고했다. 실제의 복합재료, 특히 입자·단섬유강화 복합재료에 있어서 강화재의 계면박리 외에 균열손상도 인정되어, 균열손상에 관한 복합재료이론의 구축이 요구되고 있다. 종래의 분산형복합재료에 대한 많은 이론들[5,6][9,10]은, 무한체내의 타원체 불균질물에 있어서 Eshelby의 해를 기초로 하여 구축되었다. 그렇지만, 균열손상이 있는 복합재료의 손상이론을 전개하려 할 때 균열된 타원체개재물에 대한 해가 구해져있지 않은 관계로 강화재의 균열손상을 고려한 이론전개가 불가능하다.

본 연구는, 강화재의 균열손상 과정을 고려한 분산형복합재료의 이론을 구축하기 위한 기초연구로서, 순수전단응력하의 완전 및 균열된 타원체불균질물을 포함한 무한체를 3차원유한요소법을 이용한 탄성해석을 실시하고, 불균질물과 불균질물 주위의 탄성응력분포와 불균질물의 하중부하능력의 변화를 밝힌다.

## 2. 하중부하능력

외력을 받는 무한체내의 타원체불균질물의 하중부하능력(load carrying capacity)은 불균질물의 평균응력으로 표현할 수 있다. 하중부하능력은 매트릭스와 불균질물의 재료계수에 의존하며, 작용응력에 비해 불균질물의 평균응력이 클 경우 불균질물의 하중부하능력이 크다고 말할 수 있다. 반면에, 불균질물의 균열 혹은 박리손상에 의한 응력완화로 평균응력이 저하할 경우 불균질물의 하중부하능력이 저하했음을 의미하고, 타원체공동(ellipsoidal void)과 같이 응력이 0일 경우 공동의 하중부하능력은 0이라 할 수 있다.

우선 Fig. 1의 Eshelby의 매개물의 전형적인 모델로부터 Fig. 2처럼 무한체내의 타원체불균질물이 무한거리에서 응

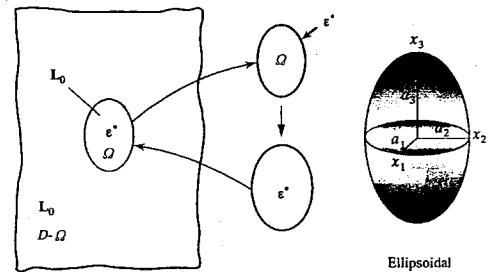


Fig. 1 Model of Eshelby's inhomogeneity in infinite body.

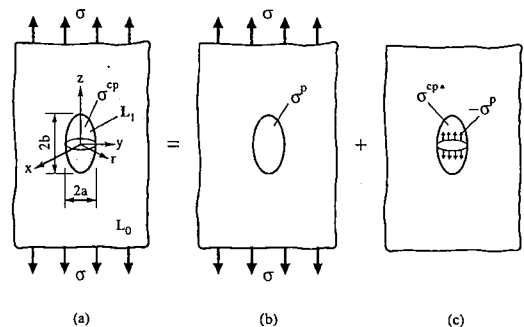


Fig. 2 Principle of superposition for a broken ellipsoidal inhomogeneity in infinite body.

력  $\sigma$ 가 작용할 경우를 생각하자.

무한체 및 불균질물의 탄성계수를  $L_0, L_1$  이라하면, Fig. 2(b)와 같은 완전한 타원체 불균질물내의 응력  $\sigma^p$ 는 Eshelby의 등가개재물법(Eshelby's equivalent inclusion method)에 의해 식(1)로 나타내지며, 타원체불균질물내의 응력은 일정한 분포를 보인다[7].

$$\sigma^p = L_0(S - I)[(L_1 - L_0)S + L_0]^{-1}L_1(S - I)L_0^{-1}\sigma \quad (1)$$

여기서,  $S$ 는 에셀비의 텐서(Eshelby's tensor)로서 타원체불균질물의 형상계수 및 매트릭스의 푸아송비를 함수로 하여 표현되고,  $I$ 는 단위텐서이다.

Fig. 2(a)처럼, 타원체불균질물의  $z$ 축방향의 중앙단면부( $xy$ 면)에서 파단(균열)된 불균질물을 생각하자. 균열된 불균질물내에서의 응력은 매우 복잡한 응력분포를 보이며, 이에 관한 해는 저자가 알고 있는 한 보고된 바가 없다. Fig. 2는 본 해석에 이용한 무한체내의 균열된 타원체불균질물에 있어서 중첩원리를 나타낸다. 균열된 타원체불균질물의

응력상태  $\sigma^p$ 는 완전한 불균질물이 원거리에서 작용응력  $\sigma$ 를 받을 경우의  $\sigma^p$ 와 불균질물의 균열면에서 내력  $-\sigma^p$ 를 받을 경우의  $\sigma^{p*}$ 와의 합으로 표현된다. 따라서, 균열된 불균질물내의 평균응력은

$$\bar{\sigma}^{cp} = \sigma^p + \bar{\sigma}^{cp*} \quad (2)$$

로 표현할 수 있다. 또한  $\bar{\sigma}^{cp*}$ 는 완전한 불균질물내의 응력  $\sigma^p$ 의 함수로서 표현할 수 있으므로 위의 (2)식은

$$\bar{\sigma}^{cp} = k \sigma^p \quad (3)$$

로 쓸 수 있다. 여기서,  $k$ 는 균열손상이 일어나기 전의 불균질물의 평균응력에 대한 균열된 불균질물의 평균응력비를 나타내는 계수라 한다. 따라서 평균응력 성분을 다음과 같이 벡터로 표현하면

$$\sigma^p = [\sigma_x^p, \sigma_y^p, \sigma_z^p, \tau_{yz}^p, \tau_{zx}^p, \tau_{xy}^p] \quad (4)$$

$$\bar{\sigma}^{cp} = [\bar{\sigma}_x^{cp}, \bar{\sigma}_y^{cp}, \bar{\sigma}_z^{cp}, \bar{\tau}_{yz}^{cp}, \bar{\tau}_{zx}^{cp}, \bar{\tau}_{xy}^{cp}] \quad (5)$$

$$\bar{\sigma}^{cp*} = [\bar{\sigma}_x^{cp*}, \bar{\sigma}_y^{cp*}, \bar{\sigma}_z^{cp*}, \bar{\tau}_{yz}^{cp*}, \bar{\tau}_{zx}^{cp*}, \bar{\tau}_{xy}^{cp*}] \quad (6)$$

Fig. 2(c)의 불균질물의 평균응력 성분은, 균열면에 작용하는 내부응력  $-\sigma_z^p$ 에 의한  $\bar{\sigma}_z^{cp*}$ ,  $\bar{\sigma}_x^{cp*}$ ,  $\bar{\sigma}_y^{cp*}$ 와 전단응력  $-\tau_{yz}^p$ 에 의한  $\bar{\tau}_{zx}^{cp*}$  그리고  $-\tau_{zx}^p$ 에 의해  $\bar{\tau}_{yz}^{cp*}$ 가 발생하므로,  $k$ 는 아래 식(7)과 같이 행렬로 표현된다.

$$k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & h_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & h_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+h_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+h_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+h_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

따라서, 계수  $h_{33}$ ,  $h_{13}$ ,  $h_{44}$ 의 3성분 값이 결정되면, Eshelby의 등가개재물법에 의해 구할 수 있는 완전한 타원체불균질물의 평균응력과 계수 매트릭스  $k$ 에 의해 균열된 후의 타원체불균질물의 평균응력, 즉 하중부하능력을 구할 수 있다. 이들 3개의 미지의 성분 중에서  $h_{33}$ ,  $h_{13}$ 은 단축인장응력이 작용할 경우의 축대칭해석에 의해서 결정되었다 [11].

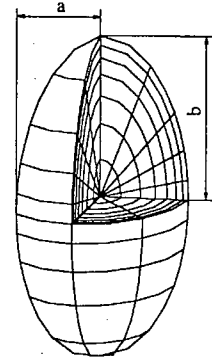
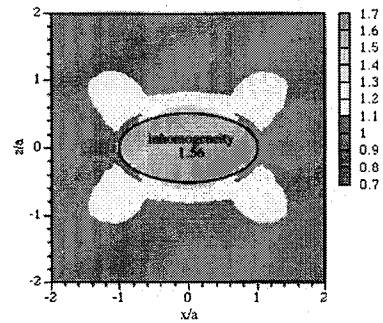
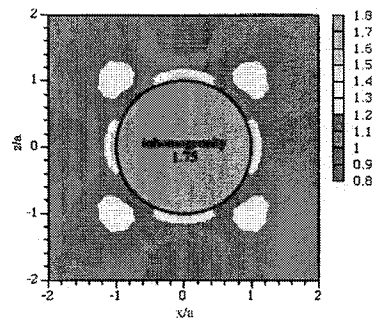


Fig. 3 Three-dimensional finite element mesh used in the analysis under pure shear.



(a) b/a = 0.5



(b) b/a = 1.0

Fig. 4 Stress distribution ( $\tau_{yx}/\tau$ ) in and around an intact inhomogeneity under pure shear. Aspect ratio ( $b/a$ ) of the inhomogeneity is 0.5, and 1.0.

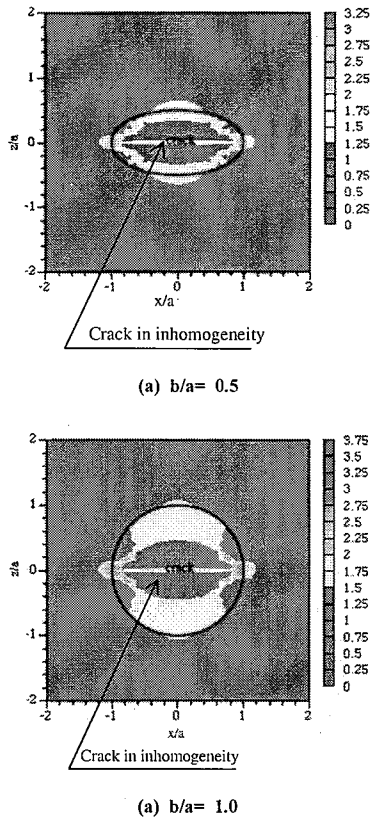


Fig. 5 Stress distribution ( $\tau_{xy}/\tau$ ) in and around a broken inhomogeneity under pure shear. Aspect ratio ( $b/a$ ) of the inhomogeneity is 0.5 and 1.0.

### 3. 수치해석

단순전단응력하의 타원체불균질물의 해석방법은, 2차원, 20절점의 아이소파라메트릭(isoparametric) 입방체요소를 이용한 3차원유한요소법을 이용하였다. 중앙에 타원체불균질물을 포함하고 있는 광범위한 타원체영역의 요소분할 예를 Fig. 3에 나타냈다. 이들 영역의 경계표면에  $yz$ 방향의 단순전단응력 $\tau$ 를 작용시키고, 유한요소분할을 구체적으로 나타내기 위해 1/8부분을 잘라 보았다. 단, 균열된 타원체불균질물에 있어서 균열은,  $xy$ 면상의 균열면에 대하여 이중절점을 설정하여 도입하였다. 타원체불균질물의 수치는  $r$ 축( $x$ ,  $y$ 축)과  $z$ 축방향이 각각  $2a$ ,  $2b$ 이다. 탄성해석은 타원체불균질물의 에스펙터비( $b/a$ )와 매트릭스 및 불균질물의 탄성계수의 조합을 다양하게 설정하여 실시하였다. 그리고, 완전 및 균열된 불균질물의 평균응력을 계산하여 하중부하

능력으로 표현하였다

### 3.1 불균질물과 불균질물의 응력분포

완전 및 균열된 타원체불균질물의 응력분포를 불균질물과 매트릭스의 영율비  $E_p/E_m=5.0$ , 푸아송비가 각각  $\nu_p=0.17$ ,  $\nu_m=0.3$ 일 경우의 응력분포를 나타냈다. 단순전단응력 하의 타원체불균질물에 대하여 3차원유한요소해석을 실시한 결과, 불균질물의 에스펙터비가 0.5~2.0에서는 아주 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 그러나, 높은 에스펙터비 또는 매우 낮은 에스펙터비에서는 요소분할수가 적은 관계로 정확한 해석결과를 얻을 수 없었다. 따라서, 응력분포의 결과는 에스펙터비가 0.5, 1.0에 대하여 완전한 불균질물 및 균열된 불균질물의  $yz$ 면의 전단응력 분포를 각각 Fig. 4와 Fig. 5에 나타낸다. Fig. 4를 보면 완전한 불균질물내의 전단응력은 일정한 분포를 보이고, 매트릭스에서는 불균질물의 주위에 응력이 집중하고 있음을 알 수 있다. Fig. 5의 균열된 불균질물의 경우, 균열면을 따른 좁은 영역에서 응력완화가 일어나고, 균열선단 근방과 불균질물의 정상부근에서 응력집중을 볼 수 있다. Fig. 6은 완전한 게재물 내의 일정한 응력은 에스펙터비의 증가와 함께 높아진다. 이는 에스펙터비가 큰 게재물, 즉 긴 게재물일수록 높은 하중부하능력을 갖음을 의미한다. Fig. 7은 균열된 게재물의  $x$ 축상의 전단 응력분포를 보면 응력은 균열면에서 영에 가깝고 균열면으로부터 멀어짐과 동시에 급격히 증가하고 게재물의 정상에서 최대응력을 나타낸다. 여기에서 균열선단에서 다소 응력이 영이 되지 않는 것처럼 보이나 이는 가우스 포인트에서의 응력값을 데이터로 이용했기 때문이고 해석에 이용한 요소분할이 부족하였기 때문이라 생각되며 Fig. 8~9은 완전한 게재물과 균열된 게재물의  $z$ 축상의 응력분포를 나타냈다.

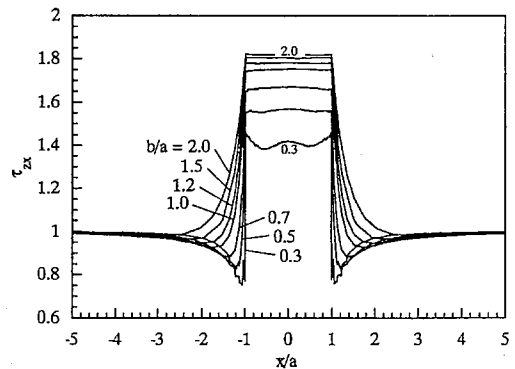


Fig. 6 Stress distribution along  $x$ -axis for an intact inhomogeneity.

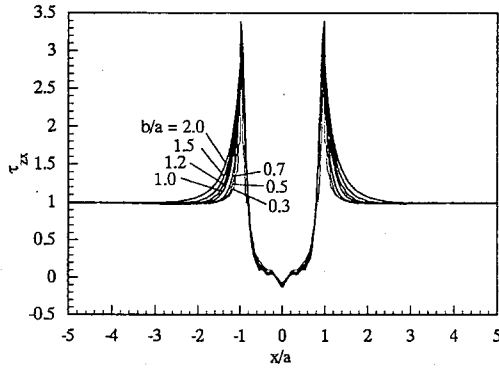


Fig. 7 Stress distribution along x-axis for a cracked inhomogeneity.

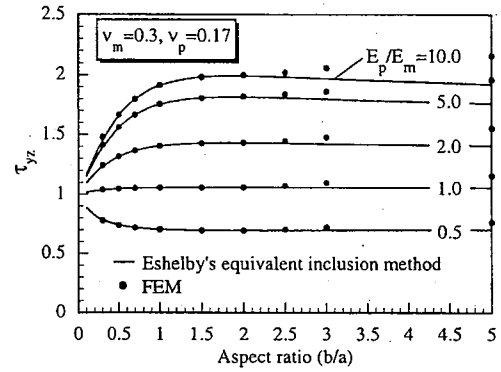


Fig. 10 Shear stress of an intact inhomogeneity in infinite body under pure shear as a function of an aspect ratio.

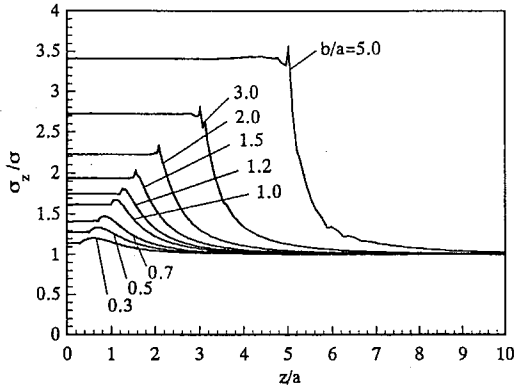


Fig. 8 Stress distribution along z-axis for an intact inhomogeneity.

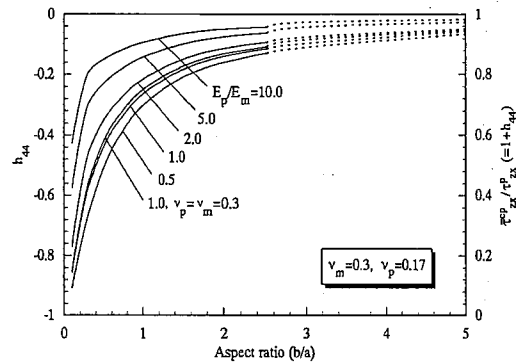


Fig. 11 Coefficient \$(h\_{44})\$ and load carrying capacity ratio on shear stress as a function of an aspect ratio.

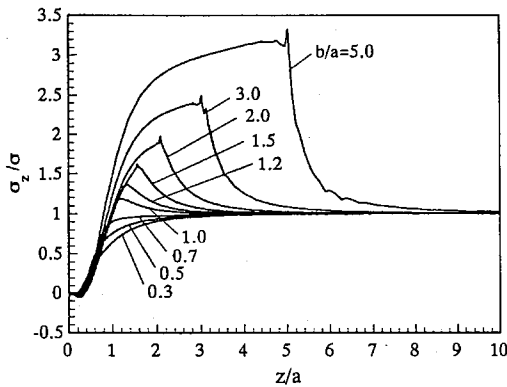


Fig. 9 Stress distribution along z-axis for a cracked inhomogeneity.

### 3.2 하중부하능력

3.1절의 결과로부터 전단응력을 받는 무한체내의 타원체 불균질물은 균열손상이 일어남으로서 불균질물 내와 불균질물 주위의 응력분포가 매우 복잡하게 되며, 불균질물은 균열손상을 받은 후에도 여전히 높은 하중부하능력을 유지하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 10은 단순전단응력을 받는 무한체내의 완전한 불균질물 내의 일정한 평균응력과 불균질물의 에스펙터비와의 관계를 매트릭스와 불균질물의 다양한 탄성계수의 조합에 따라서 나타냈다. 실선은 Eshelby의 등가개재물법에 의해 계산한 결과이고, 점은 3차원유한요소해석에 의해 얻어진 결과이다. 에스펙터비가 0.5~2.0의 범위에서는 Eshelby의 해와 해석결과가 잘 일치하지만, 이외의 범위에서는 두 결

파에 차이가 있었다. 이것은 불균질물을 중심에 포함한 타원체 유한영역에 있어서 본 해석에 이용한 3차원 유한요소 해석법은 에스펙터비가 0.5~2.0의 범위에서 무한체내의 불균질물을 잘 묘사하고 있다고 할 수 있다. 따라서, 아주 낮은 에스펙터비와 높은 에스펙터비에서 정확한 해석결과를 얻기 위해서는 더욱 세밀한 요소분할이 필요하다. Fig. 10에서 불균질물내의 전단응력은 에스펙터비의 증가와 함께  $b/a=2.0$ 까지는, 영률의비  $E_p/E_m > 1$ 에서 증가하고,  $E_p/E_m < 1$ 에서 저하한 후 일정한 값을 유지한다. 식(3)에 의해 단순전단응력하의 완전한 타원체불균질물 및 균열된 타원체불균질물 내부의 평균응력의 관계는 식(8)로 표현된다.

$$\bar{\tau}_{yz}^{cp} = (1 + h_{44}) \tau_{yz}^p \quad (8)$$

계수  $h_{44}$ 는 3차원해석결과의 평균전단응력으로부터 식(8)을 이용하여 결정하였다. 계수  $h_{44}$ 와 불균질물의 에스펙터비의 관계를 다양한 탄성계수의 조합에 대하여 Fig. 11에 나타냈다.

#### 4. 결과 및 고찰

단순전단응력하의 완전 및 균열된 타원체불균질물에 대한 3차원유한요소해석에 의해 계수  $h_{44}$ 를 불균질물의 에스펙터비와 탄성계수를 함수로 하여 얻었다. 2절의 식(3)에 의해 3개의 계수가 결정되면 완전한 불균질물의 평균응력으로부터 균열된 불균질물의 평균응력을 간단히 결정할 수 있다. 그러므로, 이들 3개의 계수는 매우 중요하다.

균열손상에 의한 타원체불균질물의 하중부하능력에 대해 더욱 상세히 기술하면, Fig. 11의 오른쪽  $y$ 축은 완전한 타원체불균질물의 전단응력( $\tau_{yz}$ )에 대하여 균열된 타원체불균질물의 평균전단응력비 ( $\bar{\tau}_{yz}^{cp} / \tau_{yz}^p$ ) 즉, 전단응력하의 하중부하능력비를 나타낸다. Fig. 11을 보면, 인장응력의 하중부하능력은 항상 1보다 작고, 불균질물의 균열손상에 의해 하중부하능력을 손실한다. 하중부하능력은 불균질물의 에스펙터비의 증가와 함께 높아지고, 매트릭스와 불균질물의 탄성계수에 의존한다. 코인(coin)형상의 불균질물( $b/a=0$ )에서는 하중부하능력이 0이 되고, 연속장섬유( $b/a=\infty$ )에서는 1에 접근한다. 코인형상의 불균질물은 균열손상에 의해 하중부하능력을 완전히 상실하지만, 장섬유일수록 하중부하능력을 유지하고, 무한체내의 무한장섬유에서는 전혀 손실하지 않는다고 할 수 있다. 또한 영률비  $E_p/E_m$ 의 증가와 함께 낮은 에스펙터비에서는 하중부하능력이 증가하지만,

높은 에스펙터비에서는 저하한다. 그러나 Fig. 11에서는 점점 증가하는 것처럼 보이지만 이는 요소분할의 부족에 따른 계산오차에 의한 것이다. 하중부하능력비에 미치는  $E_p/E_m$ 의 영향은 낮은 에스펙터비의 불균질물에서는 현저하다. 이는 작은 에스펙터비의 강화재를 이용한 재료를 강화할 경우, 강성이 높은 강화재를 이용하는 것이 균열손상이 일어난 후에도 큰 하중부하능력을 유지함을 의미한다.

#### 5. 결 론

전단응력하의 분산형복합재료에 대하여 완전 및 균열된 타원체불균질물의 탄성해석을 3차원유한요소해석법에 의해 실시하여, 탄성응력분포 및 하중부하능력에 대하여 검토한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 완전한 불균질물의 경우 재재물내의 응력분포가 일정하고, 불균질물주위의 매트릭스에서는 복잡한 응력분포가 나타났다. 또한 균열된 불균질물내에서는 균열면 근방의 응력완화에 의해 복잡한 응력분포가 나타났다.
- (2) 불균질물내에 균열이 존재하는 경우에 평균응력은 균열전의 완전한 불균질물의 평균응력에 의해 표현할 수 있으며, 평균응력 관계의 서술에 필요한 계수를 불균질물의 에스펙터비를 함수로 표현이 가능하였다.
- (3) 무한체내의 타원체불균질물은 균열손상에 의해 하중부하능력을 손실하지만, 균열된 후에도 여전히 하중부하능력을 유지하고 하중부하능력비는 에스펙터비의 증가와 함께 증가하였다.

#### 후 기

이 논문은 우석대학교 학술연구비에 의해 지원되었음.

#### 참고문헌

- 1) Loretto, M. H. and Konitzer, D.G., "The Effect of Matrix Reinforcement Reaction on Fracture in Ti-6Al-4V-Base Composites," *Metall. Trans. A*, Vol. 21 A, 1990, pp. 1579-1587.
- 2) Llorca, J., Martin, A., Ruiz, J. and Elices, M., "Particulate Fracture during Deformation of a SprayFormed Metal-Matrix Composite," *Metall. Trans. A*, Vol. 24A, 1993, pp. 1575-1588.

- 3) Whitehouse, A. F. and Clyne, T. W., "Cavity Formation during Tensile Straining of Particulate and Short Fiber Metal Matrix Composite," *Acta Metall. Mater.*, Vol. 41, No. 6, 1993, pp. 1701-1711.
- 4) Tohgo, K., Mochizuki, K., Takahashi, H. and Ishii, H., "Application of Incremental Damage Theory to Glass Particle Reinforced Nylon 66 Composites, Localized Damage IV," *Computer-Aided Assessment and Control, Computational Mechanics Publications*, 1996, pp. 351-358
- 5) Tohgo, K. and Chou, T. W., "Incremental Theory of Particulate-Reinforced Composites Including Debonding Damage," *JSME Int. J., Ser. A*, Vol. 39, No. 3, 1996, pp. 389-397.
- 6) Tohgo, K. and Weng, G. J., "Progressive Damage Mechanics in Particle-Reinforced Metal-Matrix Composites under High Triaxial Tension," *ASME J. Eng. Mat. Tech.*, Vol. 116, 1994, pp. 414-420.
- 7) Eshelby, J. D., "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems," *Proceedings of the Royal Society, London*, Vol. A241, 1957, pp. 376-396.
- 8) Mori, T. and Tanaka, K., "Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions," *Acta Metall.*, Vol. 21, 1973, pp. 571-574
- 9) Mura, T., "Micromechanics of Defects in Solids," *Martinus Nijhoff*, The Hague, 1982.
- 10) Arsenault, R. J. and Taya, M., "Thermal Residual Stress in Metal Matrix Composite," *Acta Metall.*, Vol. 35, 1987, pp. 651-659.
- 11) Cho, Y.-T., Tohgo, K. and Ishii, H., "Load Carrying Capacity of a Broken Ellipsoidal Inhomogeneity," *Acta Mater.*, Vol. 45, No. 11, 1997, pp. 4787-4795.