

論文

복합재료의 피로손상 모형 및 다응력 수위 피로수명 예측 연구(I)

— 참고계수를 이용한 피로수명 예측 —

이창수* · 황운봉* · 한경섭*

Study on Fatigue Damage Model and Multi-Stress Level Fatigue Life Prediction of Composite Materials(I)

— Fatigue Life Prediction using Reference Modulus —

Changsoo Lee*, Woonbong Hwang*, and Kyung Seop Han*,

ABSTRACT

Fatigue behavior of glass reinforced plastics was studied analytically and experimentally. New modified fatigue life prediction equation(MFLPES) were suggested by fatigue modulus degradation models and reference modulus concept. Proposed equations were compared with S-N curve and Basquin's relation. The comparison results showed that proposed equations have generality and wide applicability. It is proved that proposed equations predict the fatigue life of a glass fiber epoxy composite materials better than S-N curve, Basquin's relation and previously proposed equations(FLPES). The physical variables such as cycle displacements and hysteresis loop energy were also observed during fatigue test to characterize fatigue behavior of composite materials.

초 록

유리섬유강화 복합재료의 피로특성을 이론 및 실험적으로 연구하였다. 피로계수저하 모델과 새롭게 도입한 참고계수 계념을 이용하여 기존의 피로수명 예측식을 수정한 새로운 수명예측식들(MFLPES)을 제안하였다. 제안한 식들을 기존의 S-N curve와 Basquin's relation과 비교하였다. 비교 결과는 제안한 식들이 일반성과 광범위한 적용 가능성을 보여준다. 제안한 식들은 유리섬유 복합재료의 피로수명을 S-N curve나 Basquin's relation와 선행 연구에서 제안되었던 식들(FLPES) 보다 더 잘 예측하였다. 또한, 섬유강화 복합재료의 일반적인 피로특성을 고찰하기 위하여 하중주기에 따른 변위와 자기 이력 에너지 등의 물리적 변수들을 피로실험 도중 관찰하였다.

* 정회원, 포항공과대학 기계공학과

1. 서 론

섬유강화 복합재료는 첨단 신소재의 하나로서 그 응용이 날로 확대되고 있지만 아직도 많은 분야에 있어서 이론적 연구 및 실험자료가 부족하여 구조용의 주재료로써 사용하기에는 신빙성이 낮은 형편이다. 특히, 피로현상은 구조물의 주된 파괴 원인이 되고 있으나, 이론적 규명이 미비한 실정이다.

복합재료의 피로파괴거동은 일반적인 등방성재료와는 달리 피로하중의 초기에 발생한 미세균열이 파괴에 큰 영향을 미치지 못하고, 보강재의 파단과 함께 구조물이 파괴에 이를 때까지 견디는 특성을 가지고 있으며, 손상모드도 다양하다. 또한, 섬유와 기지의 종류 및 섬유의 배열 방향에 따라 그 물리적, 기계적 성질이 크게 바뀌게 된다. 이러한 복합재료의 고유한 특성으로 인하여 복합재료의 피로파괴 현상을 일반재료 이론만으로는 해결할 수 없으며, 이의 이론적 규명에는 많은 어려움이 있다.

지금까지 실험 및 이론적인 복합재료의 피로수명예측에 관한 연구가 수행되었다[1~18]. 대부분의 연구에서는 웨이블분포(Weibull distribution) 또는 무차원 대수분포를 이용하여 복합재료의 산포된 피로수명을 가한응력수위에 따라 나타내었으며, 현재까지 알려진 피로수명예측식으로는 Basquin's Power Law, S-N곡선, 그리고 Coffin과 Manson의 실험식 등이 있다. 복합재료의 피로수명도 이와같은 Basquin's Power Law 또는 S-N곡선으로 나타낼 수 있지만, 복합재료의 피로거동을 더 정확히 이해하고 예측하기 위해서는 기준의 실험식의 성격을 탈피한, 이론적인 연구가 반드시 필요하다.

Hahn과 Kim[4]은 잔류 강도의 변화에 대한 변화율 형태의 식을 소개하였다. 이들은 잔류강도 저하식과 정적분포 그리고 잔류강도가 가한 응력 값에 도달하였을 때 파괴가 일어난다는 가정을 이용하여 피로수명 분포를 유도하였다. Yang 등[5]과 Chou 등[6]은 각각 잔류 응력 저하 모델과 sudden-death 모델을 제안하였는데, 이 두 모델의 중요한 차이는, 잔류 응력 저하모델에서는 잔류응력이 피

로수명의 함수가 되어 일정하게 저하한다는 가정을 사용한 반면, sudden-death 모델에서는 강도가 현저하게 저하하는 마지막 몇 주기까지는 반복하중에 의한 강도의 변화가 없다는 가정을 사용한 점이다. Wang과 Chim[12]은 탄성계수 저하에 관한 연구를 하였으며, 피로 손상을 탄성계수의 함수로 정의하였다. 그리고 피로 손상의 변화율은 피로주기 n 의 지수 함수와 손상 함수인 매개변수에 비례한다는 가정으로부터 이론적인 피로수명식을 유도하였다. 그러나 손상 함수로 가정된 매개변수를 결정하기가 어렵기 때문에 피로수명을 계산하는 목적으로 이식을 사용하기는 곤란하다. O'Brien 등[18]은 최근의 연구에서 강성저하로 인한 재료 전체의 변위 증가 정도와 충간분리(delamination)로 인한 적층판의 파단변위 감소량을 비교함으로써 피로수명을 예측하였다.

본 연구에서는 Hwang과 Han[14, 17]이 피로계수(fatigue modulus)와 합변형률(resultant strain)파단 조건을 이용하여 제안한 수명예측식을 새로이 참고계수(reference modulus)의 개념을 도입하여 보다 정확한 피로수명 예측식을 제안하였다. 즉, 임의의 피로주기에서 피로계수의 저하율이 피로율과 피로주기의 함수를 따른다는 가정을 세우고, 이에 참고계수를 적용하여 적분함으로써 피로계수의 함수로 표현되는 최종적인 피로수명 예측식을 얻었다. 이렇게 유도된 식은 재료상수가 결정되었을 때 임의의 단일응력상태하에서의 피로수명을 예측할 수 있게 된다. 제안된 식을 유리섬유 복합적층판에 적용하여 피로수명을 예측한 결과, 본 연구에서 제안한 피로수명 예측식(MFLPE; Modified Fatigue Life Prediction Equation)이 기존의 식(FLPE; Fatigue Life Prediction Equation) 보다 실험치와 더 잘 일치함을 알 수 있었다.

2. 이론해석

2-1. 피로 계수

반복하중을 받는 동안 복합재료의 강성저하로 인하여, 응력-변형률 곡선은 일반적으로 Fig. 1과

같이 주기에 따라 계속적으로 변한다. 이때, 임의의 주기 n 에서의 탄성계수는 직선 $n-m$ 으로부터 얻어지고, 씨컨트 모듈러스는 직선 $n-n'$ 로부터 얻어지는데, 본 연구에서는 특정한 하중 주기 n 에서 가한 응력과 그에 대한 변형률 사이의 직선 $0-n'$ 의 기울기를 피로계수(fatigue modulus)로 정의하였다.

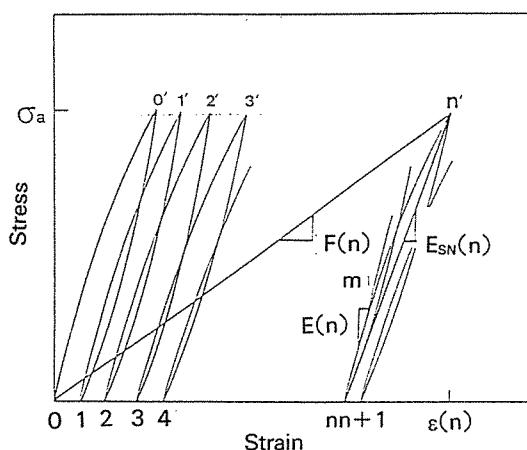


Fig. 1 Fatigue modulus concept

정의에 따른 Fig. 1로부터 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$F(n, q) = \frac{\sigma_a}{\epsilon(n)} = \sigma_a \frac{q}{\epsilon(n)} \quad (1)$$

여기서,

$F(n, q)$; n 번째 하중 주기에서 피로계수
 $\epsilon(n)$; n 번째 하중 주기에서의 합변형률
 σ_a ; 가한 응력
 q ; 인장강도에 대한 가한 응력의 비

이다.

식 (1)로부터 재료의 피로계수 F 는 하중 주기 n 과 가한 응력 q 의 함수임을 알 수 있다. 초기 및 최종 경계조건은 다음과 같다.

$$F(n, q) = F_0 = E_0 \quad (2.a)$$

$$F(N, q) = F_f \quad (2.b)$$

첫번째 주기에서 피로계수 F_0 는 탄성계수 E_0 와

같고, 파괴시 피로계수를 F_f 로 가정하면, F_f 는 가한 응력에 상관없이 일정한 반면, F_n 는 가한 응력에 따라 결정된다.

식의 유도를 좀 더 간단하게 하기 위하여 시편이 일정하게 최대 하중을 받고 있다면, 피로 계수는 가한 응력의 함수가 아니라 하중주기 만의 함수가 된다. 즉,

$$F = F(n) \quad (3)$$

이다.

임의의 하중주기에서 가한 응력과 변형률 사이의 관계는 선형이라 가정해도 무방하며 이러한 가정은 다음 식으로 표현된다.

$$\sigma_a = F(n_i) \epsilon(n_i) \quad (4)$$

여기서, $F(n_i)$ 은 n_i 번째 주기에서의 피로계수이고, 한 주기내에서 일정한 값이라고 가정하였다.

그런데, 기존의 씨컨트계수와 본 연구에서 제안한 피로계수는 단섬유 복합재료에서는 다른 값을 가지게 될 것으로 판단되며, 일방향 장섬유 복합재료에서는 그 차이가 매우 작을 것으로 판단된다. 피로계수개념과 몇가지 가정(임의의 하중 주기에서 가한 응력과 변형률관계는 선형)은 실험에 의해서 검증되어야 한다.

2-2. 피로계수 저하 모델

피로 계수 저하율 dF/dn 은 피로 주기 n 의 지수 함수로 나타낼 수 있다고 가정하면 식 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dF}{dn} = -A \frac{Cn^{C-1}}{BF^{B-1}} \quad (5)$$

여기서, A , B 그리고 C 는 재료상수이다.

이 모델은 참고문헌 [13, 14]에서 제시한 것보다 일반적인 형태이며, 모든 경우에서의 일반적인 모델은 Table 1에 피로수명 예측식(FLPE; Fatigue Life Prediction Equation, MFLPE; Modified Fatigue Life Prediction Equation)과 함께 요약되어 있다.

2-3. 참고계수를 이용한 단일 응력 수위의 피로수명 예측

식 (5)를 n_1 에서 n_2 주기까지 적분하면 다음과 같아 된다.

$$F^B(n_2) - F^B(n_1) = -A(n_2^C - n_1^C) \quad (6)$$

식 (6)에 $n_2 = n$, $n_1 = 0$ 을 대입하면,

$$F^B(n) - F^B(0) = -An^C \quad (7)$$

이고, 파괴시에는 $n = N^\circ$ 으로 식(7)은 다음 식과 같아 된다.

$$F_F^B - F_0^B = -AN^C \quad (8)$$

여기서, N 은 파괴까지의 하중반복횟수, F_0 는 초기피로율, F_F 는 파괴시의 피로율을 나타낸다.

기준피로율인 참고계수(reference modulus) F_g 있다고 가정하고,

$$F_0/F_R = p \quad (9.a)$$

$$F_0/F_R = f(q) = q \quad (9.b)$$

라고 두면, p 와 q 는 각각 물질상수와 적용된 응력 수위가 된다.

식 (9)의 관계를 식 (8)에 대입하면

$$p^B - q^B = (A/F_R^B)N^C \quad (10)$$

이 되고, 파괴까지의 반복횟수는 다음과 같은 식으로 표시된다.

$$N = [M(p^B - q^B)]^{1/C} \quad (11)$$

여기서, $M = F_R^B/A$ 이다. 따라서, 가한 응력수위 q 와 재료상수인 M , p , B , C 를 알고 있을 때, 위 식 (11)를 이용하여 단일응력하중하의 피로수명을 예측할 수 있다.

이상과 같은 방법으로 여러가지 피로계수 저하 모델(fatigue modulus degradation model)로부터

Table 1 Degradation models and fatigue life prediction equations(FLPE & MFLPE)

	Dgradation models	FLPE*	MFLPE**
1	$\frac{dF}{dn} = -A \frac{Cn^{C-1}}{BF^{B-1}}$ ($B, C \neq 0, 1$)	$N = [M(1-q^B)]^{1/C}$ ($M = F_0^B/A$)	$N = [M(p^B - q^B)]^{1/C}$ ($M = F_R^B/A$)
2	$\frac{dF}{dn} = -ACn^{C-1}$ ($B=1, C \neq 0, 1$)	$N = [M(1-q)]^{1/C}$ ($M = F_0/A$)	$N = [M(p-q)]^{1/C}$ ($M = F_R/A$)
3	$\frac{dF}{dn} = -\frac{A}{BF^{B-1}}$ ($B \neq 0, 1, C=1$)	$N = M(1-q^B)$ ($M = F_0^B/A$)	$N = M(p^B - q^B)$ ($M = F_R^B/A$)
4	$\frac{dF}{dn} = -ACn^{C-1}F$ ($C \neq 0, 1$)	$N = [-\ln(q)/A]^{1/C}$	$N = [-\ln(q/p)/A]^{1/C}$
5	$\frac{dF}{dn} = -\frac{A}{nBF^{B-1}}$ ($B \neq 0, 1$)	$N = \exp[M(1-q^B)]$ ($M = F_1^B/A$)	$N = \exp[M(p^B - q^B)]$ ($M = F_R^B/A$) (S-N curve, when $B=1$)
6	$\frac{dF}{dn} = -A \frac{F}{n}$	$N = q^{-1/A}$	$N = (q/p)^{-1/A}$ (Basquin's relation)
7	$\frac{dF}{dn} = F_0^B \frac{Cn^{C-1}}{BF^{B-1}}$	$N = [q^B - 1]^{1/C}$	$N = [(q/p)^B - 1]^{1/C}$

* : Fatigue Life Prediction Equation[17]

** : Modified Fatigue Life Prediction Equation[present]

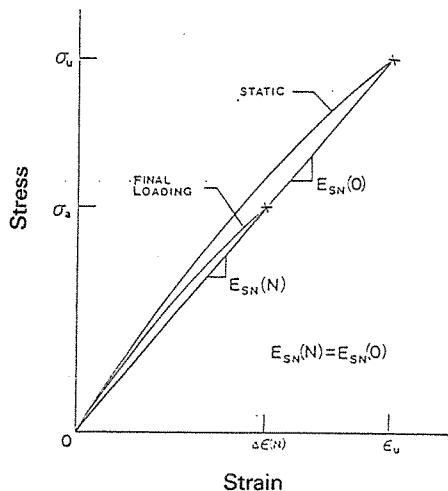


Fig. 2 Secant modulus failure criterion[4].
(The lower tip of the stress-strain loops of final loading is translated to the origin).

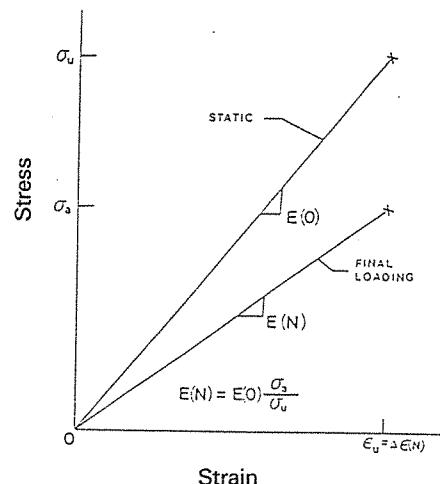


Fig. 3 Elastic modulus failure criterion[15, 16].
(The lower tip of the stress-strain loops of final loading is translated to the origin).

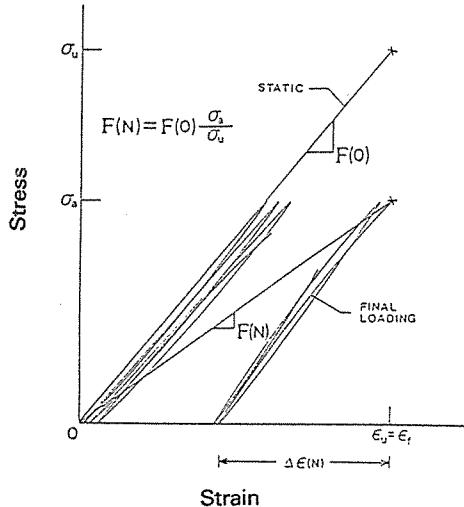
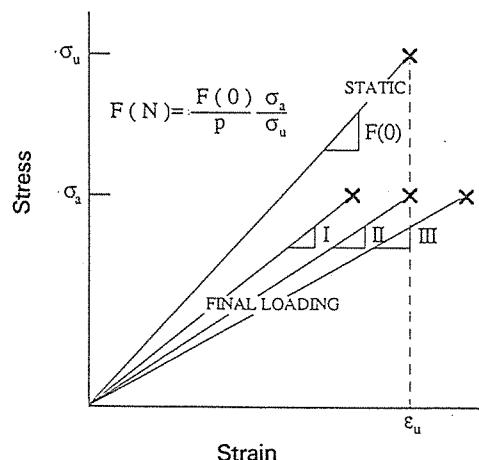


Fig. 4 Resultant strain failure criterion[13, 14].



CASE I : $p < 1 \rightarrow F_1(N)$
CASE II : $p = 1 \rightarrow F_{II}(N)$ (=resultant strain failure criterion)
CASE III : $p > 1 \rightarrow F_{III}(N)$

Fig. 5 Relation of static ultimate strain and fatigue resultant strain.

일어난다는 조건을 의미한다. 여기서, p 는 물질상 수로서 재료의 종류에 따라 그 값이 일의적으로 결정되며, p 의 크기에 따라 3가지의 파단점을 생각할 수 있는데, p 의 값이 1인 경우는 Hwang 등에 의해 제안된 합변형률 파단식(resultant strain failure criterian)과 일치하게 된다.

3. 실험방법

본 연구에 사용한 재료는 3M사가 제작한 일방향 배열의 유리섬유강화 에폭시(E-glass fiber-reinforced epoxy resin material)이다. 정하중실험 및 피로실험은 MTS(유압식 재료시험기)를 사용하였다. 인장강도는 일정변위율(2.13 mm/min)을 주어 측정하였으며, 피로실험은 하중제어모드(load control mode)에서 사인파(sinusoidal wave) 형태의 하중을 가하여 실시했다. 이때, 진동수(frequence)는 실험도중 시편의 온도상승을 거의 무시할 수 있는 1~3 Hz를 사용하였다. 최대 하중은 파괴하중의 0.9, 0.85, 0.8, 0.75, 0.7로 하고, 시편에 압축응력이 가해지지 않도록 전 실험을 통하여 최소하중을 파괴하중의 0.05로 유지하였다.

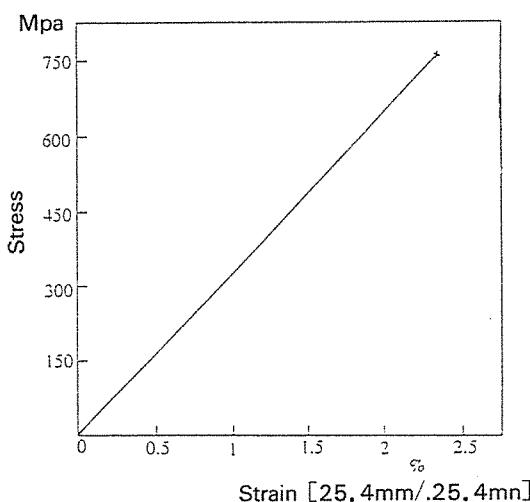


Fig. 6 Static stress strain behavior

4. 결과 및 고찰

정하중하에서의 응력과 변형을 관계는 Fig. 6과 같이 파괴가 일어날 때까지 거의 선형적인 관계를 유지하였다. 복합재료의 피로시험에서는 반복하중에 따라 생기는 시편표면의 손상으로 인하여 신장계(extensometer)에 불필요한 움직임이 발생하기 때문에 직접적인 변형률의 연속적인 측정은 어렵다. 이러한 이유로 본 연구에서는 전체 시편의 변위를 측정하였다. 피로실험 중 자기이력에너지의 하중반복수에 따른 고찰을 하였다. q (적용응력/강도)가 0.75일 때의 결과를 Fig. 7에 나타내었는데, 첫번째 주기(cycle) 이후 자기이력에너지(hysteresis loop energy)가 증가하여, 반복 하중수가 증가함에 따라 에너지가 점점 증가함을 알 수 있다. 합변위와 반복하중수의 관계를 Fig. 8~10에 도시하였다. 그림들로부터 합변위는 반복하중수에 따라 연속적으로 증가하다가 파단 직전에 대폭 증가함을 알 수 있다. 또한, 본 실험에 사용한 재료의 파단변위는 전 응력 수위에 있어서 약 4.5mm정도로 거의 일정하게 측정되었으므로 합변형률 파단 조건의 타당성을 입증할 수 있다. 따라서 본 연구에서 정의한 재료상수 p 의 값은 1에 가깝게 될 것으로 사료된다. 모든 실험 결과를 Table 2에 나타내었다. 인장강

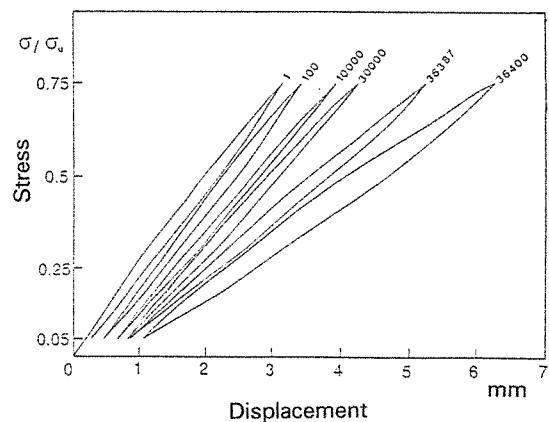


Fig. 7 Cyclic stress-displacement behavior

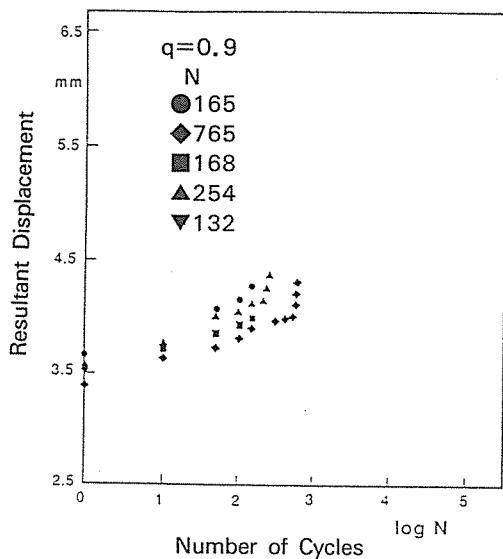


Fig. 8 Resultant displacement versus number of cycles, $q=0.9$

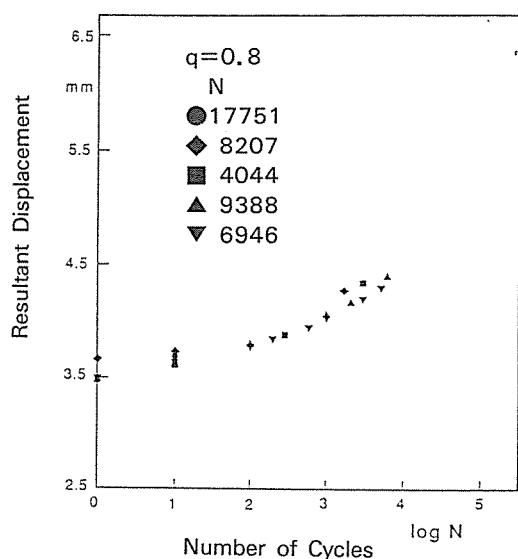


Fig. 9 Resultant displacement versus number of cycles, $q=0.8$.

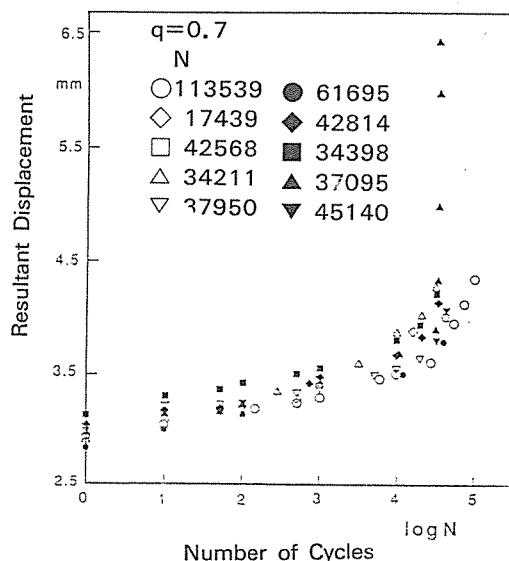


Fig. 10 Resultant displacement versus number of cycles, $q=0.7$.

도와 탄성계수는 각각 770MPa과 33.1 GPa이었다. 인장강도의 최소값은 평균 인장강도의 90%를 조금 넘는 값이었고, 응력수위가 0.9인 하중조건시 첫

주기에서 파괴되는 시편은 없었다. 그리고 피로실험을 통하여 복합재료의 피로수명 특성이 산포되어 있음을 알았다. 즉, 응력수위가 0.85일 때의 표준

Table 2. Test summary.

Applied Stress	Arithmetic Mean	Minimum	Maximum	Standard Deviation	Number of Specimens
Static test(MPa)	770	695	860	48.9	21
One-stress level fatigue test					
0.9	513	47	1,243	346	10
0.85	3,694	359	15,276	4,322	12
0.8	10,922	4,044	17,751	4,194	10
0.75	27,577	3,324	70,584	21,382	10
0.7	47,739	17,439	113,539	24,642	10

편차가 피로수명의 평균값보다도 크며, 응력수위 0.8과 0.75에서의 피로수명의 최소값을 비교해 볼 때, 응력수위가 0.8일 때의 피로수명이 0.75일 때보다 오히려 크게 나타나는 실험결과를 얻었다. 그러나 이러한 결과는 복합재료의 피로실험에 있어서 흔히 발생하는 일이다.

참고계수를 이용한 단일응력하에서의 피로수명 예측치와 실험결과를 Fig. 11과 Table 3에서 비교하였다. 각 식의 예측 능력 비교는 식 (21)과 같이 표현되는 잔차제곱합(residual sum of square ; SSR)을 이용한 오차분석을 통하여 검증하였다.

$$SSR = \sum_{i=1}^n w_i (N_{exp} - N_{cal})^2 = \sum_{i=1}^n w_i (N_{err})^2 \quad \dots \dots (21)$$

여기서,

N_{exp} ; 실험에 의한 피로수명

N_{cal} ; 예측된 피로수명

w_i ; 가중치($=1/N_{exp}^2$)

N_{err} ; 실험치와 예측치의 오차

이다. 이 SSR값 하나만으로 절대적인 평가를 내릴 수는 없지만, 일반적으로 SSR의 값이 작을수록 좋은 예측을 한다고 말할 수 있다. 예상했던 바와 같이 제안한 식들 중 MFLPE 1이 피로수명을 가장 잘 예측하는데, 이는 기존의 수명식보다 좋은 예측 결과를 보이며, 모든 응력수위에서 실험 결과와 잘 일치하고 있다. 그리고 본 재료에 대하여 MFLPE2, 3, 4, 5도 비교적 피로수명을 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 각 피로수명에 측식에 포함되어 있는

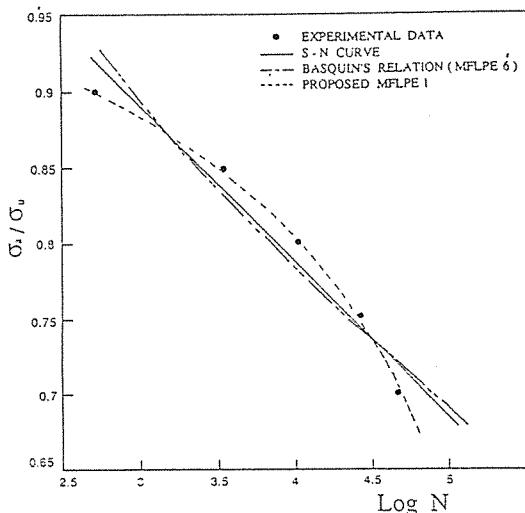


Fig. 11 One-stress level fatigue test data and predictions.

상수들은 최소자승법(least squares method)을 이용한 다음과 같은 BMDP전산프로그램(Bio-Medical Computer Program)을 사용하여 별 어려움없이 구하였다.

선형최소자승법 ; S-N curve, Basquin's relation, MFLPE 6.

비선형최소자승법 ; MFLPE 2, MFLPE 4.

비선형가중최소자승법 ; MFLPE 1, MFLPE 3, MFLPE 5, MFLPE 7.
(weight = $1/N^2$)

Table 3 One-stress level fatigue life comparison with experimental data.

Applied stress	0.9	0.85	0.8	0.75	0.7	SSR
Experimental data	513	3,694	10,922	27,577	47,739	0.0
Conventional S-N curve	745	2,401	7,736	24,926	80,311	0.8869
MFLPE1	514	3,616	11,482	25,979	48,633	0.0068
MFLPE2	513	3,640	11,482	25,968	48,925	0.0069
MFLPE3	509	3,961	10,570	23,750	51,285	0.0311
MFLPE4	513	3,671	11,393	25,754	49,277	0.0073
MFLPE5	525	3,348	11,812	27,294	46,908	0.0164
MFLPE6(Basquin's relation)	919	2,496	7,197	22,225	74,184	1.1924
MFLPE7	657	1,957	5,955	18,665	60,876	0.6869

Table 4. Estimation of constants.

	P	M	A	B	C
MFLPE1	0.9541	103.4851	.	1.4244	0.3283
MFLPE2	0.9505	177.6490	.	.	0.3515
MFLPE3	0.9109	-1561.3941	.	-9.9988	.
MFLPE4	0.9431	.	0.0037	.	0.4057
MFLPE5	0.9981	11.7104	.	7.5524	.
MFLPE6	1.3301	.	0.0572	.	.
MFLPE7	1.6659	.	.	-2.0833	0.1477
Conventional S-N curve	$k : -0.0984$		$d : 1.1826$		
Basquin's relation	$\sigma_f : 1,065.7$		$b : -0.0514$		

각 재료상수들은 Table 4에 나타내었다. 물리적 의미가 밝혀진 p의 값이 수명 예측 능력이 좋은 MFLPE 1, 2, 3, 4, 5의 경우에 모두 1에 가까운 값을 가짐을 확인 할 수 있다. 이는 앞에서 언급한 바와 같이 본 연구의 실험에 사용된 재료가 합변형률과 파단 조건을 따르고 있기 때문이다.

5. 결 론

피로계수 개념과 참고계수를 도입하여 피로수명 예측식을 유도하고, 유리섬유강화에폭시의 실험치와 비교한 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 7개의 피로계수 저하모델로부터 각각 다른 피로수명예측식을 유도할 수 있었다.
2. MFLPE 5와 MFLPE 6은 각각 S-N 곡선 및 Basquin의 관계식과 일치하고 있으므로 제안된 식들의 일반성을 입증할 수 있다.
3. 식의 수정 결과로 생긴 새로운 물질상수 p는 물리적으로 재료의 파단식과 관계가 있음을 알았다.
4. 피로실험 결과, 자기이력 에너지와 합변형률이 반복하중수에 따라 연속적으로 증가하였다. 특히, 합변형률은 파단직전에 급격히 증가하였으며, 작용응력수위에 관계없이 거의 일정한 파단변위를 가졌으므로 본 재료의 경우에 있어서 합변형률 파단

조전의 사용에 타당성이 있다.

5. 제안된 식들은 모두 복합재료의 피로수명예측에 이용될 수 있다. 특히, MFLPE 1은 기준의 피로수명예측식보다 월등히 나은 예측결과를 보여준다.

후기

이 논문은 1989년도 문교부지원 학술진흥재단의 신진교수 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. Broutman, L.J. and Sahu, S., "Progressive Damage of a Glass Reinforced Plastic During Fatigue," *Presented at the 24th Annual Reinforce Plastics/Composite Industry Conference*, Society of Plastics Industry, Sec. 11-D, 1969.
2. Broutman, L.J. and Sahu, S., "A New Theory to Predict Cumulative Fatigue Damage in Fiberglass Reinforced Plastics," in *Composite Materials : Testing and Design (Second Conference)*, ASTM STP 497, 1972, pp. 170-188.
3. Tanimoto, T. and Amijima, S., "Fatigue Properties of Laminated Glass Fiber Composite Materials," *29th Annual RP/CI Conference*, SPI, 1974.
4. Hahn, H.T. and Kim, R.Y., "Fatigue Behavior of Composite Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 10, 1976, pp. 156-180.
5. Yang, J.N. and Liu, M.D., "Residual Strength Degradation Model and Theory of Periodic Proof Tests for Graphite/Epoxy Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 11, 1977, pp. 176-203.
6. Chou, P.C. and Croman, R., "Degradation and Sudden-Death Models of Fatigue of Graphite/Epoxy Composites," *Composite Materials : Testing and Design (Fifth Conference)*, ASTM STP 674, S.W. Tsai, 1979, pp. 431-454.
7. Hahn, H.T., "Fatigue Behavior and Life

Prediction of Composite Laminates," *Composite Materials : Testing and Design (Fifth Conference)*, ASTM STP 674, Ed., S.W. Tsai, 1979, pp. 383-417.

8. Parfeyev, V.M., Oldirv, P.P. and Tamuze, V.P., "Prdiction of Fatigue Lifetime of Fiberglass Plastics Based on Cumulative Damage," in *Fracture of Composite Materials*, 1979, pp. 311-318.

9. Kim, R.Y. and Park, W.J., "Proof Testing Under Cyclic Tension-Tension Fatigue," *Journal of Composite Materials*, Vol. 14, 1980, pp. 69-79.

10. Yang, J.N. and Jones, D.L., "Load of Sequence Effects on the Fatigue Unnotched Composite Materials," *Fatigue of Fibrous Composite Materials*, ASTM STP 723, 1981, pp. 213-232.

11. Hahn, H.T. and Hwang, D.G., "Fatigue Characterization of a Graphite/Epoxy Laminated Through Proof Testing," *Composite Materials : Testing and Design (Sixth Conference)*, ASTM STP 787, I.M. Daniel, ed., 1982, pp. 277-273.

12. Wang, S.S. and Chim, E.S.M., "Fatigue Damage and Degradation in Random Short-Fiber SMC Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 17, 1983, pp. 114-134.

13. Hwang, W., *Analysis of Fatigue of Composite Materials*, M.S. thesis, State University of New York at Buffalo, 1984.

14. Hwang, W. and Han, K.S., "Fatigue of Composites-Fatigue Modulus Concept and Life Prediction," *Journal of Composite Materials*, Vol. 20, 1984, pp. 154-165.

15. Poursatip, A., Ashby, M.F. A., and Beaumont, P.W.R., "The Fatigue Danmge Mechanics of a Carbon Fiber Composite Laminate : I-Development of the Model," *Composite Science and Technology*, Vol. 25, 1986, pp. 192-218.

16. Poursatip, A. and Beaumont, P.W.R., "The Fatigue Damage Mechanics of a Carbon Fiber Composite Laminate : II-Life Prediction," *Composite Science and Technology*, Vol. 25, 1986, pp. 283-299.

-
17. Hwang, W. and Han, K.S., "Fatigue of Composite Materials-Damage Model and Life Prediction," *Composite Materials : Fatigue and Fracture(2nd Volume)*, ASTM STP 1012, Paul A. Lague, Ed., 1989, pp.87-102.
18. O'Brien, T.K., Rigamondti, M., and Zanotti, C., "Tension Fatigue Analysis and Life Prediction for Composite Laminates," *Int J Fatigue*, No 6, Nov., 1989, pp.379-393.