

論文

고분자 기지 복합재료 적층판의 전자파 흡수 최적화

김진봉*, 김태욱**

Optimization of Microwave Absorbing Performance in Polymer Matrix Composite Laminate

J. B. Kim*, T. W. Kim**

ABSTRACT

In this study, An optimization code that can design microwave absorbing composite laminates is developed, and 3-layered microwave absorbing composite laminates are developed by optimizing the thickness of each layer. The layers are 3 different composite laminates. Many variables including lay-up angles of electromagnetically orthotropic composite layer can be considered in this code. The developed laminate is composed of an impedance matching layer of glass/epoxy fabric laminate, a glass/epoxy fabric laminate layer containing aluminum filler and carbon/epoxy fabric laminate layer. Permittivities of the materials are obtained using a network analyzer and a coaxial air line.

초 록

본 연구에서는, 전자파 흡수능을 가진 경사 복합재료 적층판을 설계할 수 있는 최적화 코드를 개발하였다. 또한, 유리섬유/에폭시 직조 적층판, 알루미늄 첨가물을 함유한 유리섬유/에폭시 직조 적층판과 카본/에폭시 직조 적층판의 유전율을 구하고, 최적화 코드를 이용하여 3층형 전자파 흡수 복합재료 적층판을 개발하였다. 실험에 사용된 복합재료 적층판은 모두 전자기적으로 면내등방성을 가지며 따라서, 동축선과 망분석기를 이용하여 유전율을 측정하였다. 이 코드는 전자기적으로 직교이방성을 가지는 고분자기지 복합재료의 적층각을 포함한 다양한 변수를 고려할 수 있다.

1. 서 론

현대전에서 상대방의 레이더에 감지되지 않는 스텔스 기능은 전쟁의 승패를 좌우할 수 있는 중요한 전략적 요소이다.

섬유강화 고분자기지 복합재료는 비강도 및 비강성이 크고 피로특성이 우수하며 열변형이 적어 최근에 들어 항공기용 구조재료로서 사용량이 증가하고 있다. 복합재료 구조물은 기존의 항공기 기체의 주재료인 알루미늄 합금과는 달리 그 자체로서 전자파를 흡수 및 차폐할 수 있는 기능을 가질 수 있기 때문에 복합재료를 이용한 전자파 흡수구

조 개발에 대한 연구가 활발하다.

일반적으로 사용되는 복합재료의 기지재료의 경우 비자성체($\mu_r=1$)로서 유전상수값이 2~4정도이며 손실탄젠트도 매우 적으며, 강화섬유로 사용되는 섬유는 탄소섬유를 제외하고 유리섬유, 케블라 등도 그리 크지 않은 유전상수값을 가진다. 따라서, 전자파 흡수 복합재료는 탄소섬유강화 복합재료를 배면에 배치하고 다른 강화섬유로 이루어진 적층판에 적절한 첨가물이 들어간 유전복합재료 또는 자성복합재료 등으로 구성된 경사기능성 복합재료로 구성할 수 있다. 본 연구에서는 비중이 작으면서도 도전율이 큰 알루미늄 분말이 함유된 유리섬유/에폭시 직조적층판인 유전복

* 한국기계연구원 재료공정연구부, 교신저자(E-mail:kjb1697@kmail.kimm.re.kr)

** 한국기계연구원 재료공정연구부

합재료를 제작하였으며, 유리섬유/에폭시 직조적층판, 및 탄소섬유/에폭시 직조적층판과 함께 그 유전율을 실험적으로 구하고, 최적설계기법을 도입하여 각 층의 두께를 변화시키며 전자파 흡수능을 최대화시킬 수 있는 전자파 흡수 복합재료 적층판을 설계하였다.

2. 이론적 배경

2.1 복합재료 적층판의 전자파 흡수율

매질을 통과하는 전자파의 특성을 결정하는 지배방정식은 맥스웰 방정식과 구성방정식으로부터 얻어지는 파동방정식이다

[맥스웰 방정식]

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2.2)$$

[구성방정식]

$$\mathbf{D} = [\epsilon] \mathbf{E} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{J} = [\sigma] \mathbf{E} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{B} = [\mu] \mathbf{H} \quad (2.5)$$

\mathbf{E} : 전계강도벡터 $[\epsilon]$: 유전율

\mathbf{D} : 변위전류밀도벡터 $[\sigma]$: 도전율

\mathbf{J} : 전류밀도 $[\mu]$: 투자율

\mathbf{H} : 자계강도벡터

\mathbf{B} : 자속밀도

식(2.1)에 식(2.2)부터 식(2.5)까지 대입하면 파동방정식을 얻는다.

$$\nabla^2 \mathbf{E} = [\mu][\epsilon] \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + [\mu][\sigma] \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.6)$$

이때, $\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_0(x, y, z)e^{j\omega t}$ 이면, 파동방정식은 식(2.7)이 된다.

$$\nabla^2 \mathbf{E}_0 = \omega^2 [\mu][\epsilon] \mathbf{E}_0 + j\omega [\mu][\sigma] \mathbf{E}_0 \quad (2.7)$$

이때에 전계강도벡터, \mathbf{E} 의 전자파 평면상의 좌표 x, y 에 대한 각각의 도함수가 $\frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial x} = \frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial y} = 0$ 이고(즉,

\mathbf{E}_0 은 오직 z 의 함수이다) 전자파가 진행하는 z -방향으로의 전계성분(E_{0z})이 없는 선형편광 평면회파(linearly polarized transverse electromagnetic wave)의 경우는 다음 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\left[\frac{\partial^2 E_{0x}}{\partial z^2} \right] + \omega^2 \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{cex} & \epsilon_{cxy} \\ \epsilon_{cye} & \epsilon_{cye} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E}_0 + (\omega^2 [\mu][\epsilon] - j\omega [\mu][\sigma]) \mathbf{E}_0 \\ = \nabla^2 \mathbf{E}_0 + \omega^2 [\mu][\epsilon_c] \mathbf{E}_0 = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$[\epsilon_c] = [\epsilon] - j \frac{[\sigma]}{\omega} \quad (2.10)$$

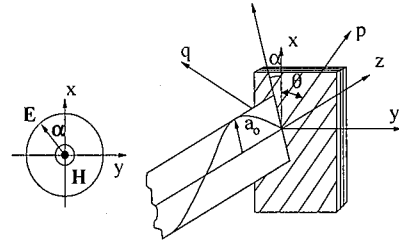


Fig. 2.1 Geometry of the microwave absorbing composite structure model and linearly polarized transverse electromagnetic wave.

Fig. 2.1과 같이 복합재료 적층판 위에 전자파가 x 축에서 y 축으로 α 의 각도를 가지고 입사될 때, 복합재료 적층판에 의하여 흡수되는 전자파는 Appendix A의 Fig. a.1과 같이 복합재료 적층판내의 m 번째 경계면을 중심으로 $m-1$ 번째 층에서 들어오는 전자파와 m 번째 층으로 나가는 전자파의 관계로부터 구할 수 있다. 자세한 수식은 Appendix A와 Appendix B에 있다[1].

전자파의 반사율(Reflectance, R) 및 투과율(Transmittance, T), 흡수율(Absorbance, A)은 각각 반사계수와 투과계수로부터 아래의 식으로 구할 수 있다[1,2].

$$\text{투과율: } T = \frac{\text{투과에너지}}{\text{입사에너지}} = [T_{ij}] \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$\text{반사율: } R = \frac{\text{반사에너지}}{\text{입사에너지}} = [R_{ij}] \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$\text{흡수율: } A = \frac{\text{흡수에너지}}{\text{입사에너지}} = 1 - (T + R) \quad (2.13)$$

2.2 최적화 알고리즘

전자파 흡수 복합재료 적층판의 전자파에 대한 최적화는 재료의 유전율, 손실탄젠트, 각 층의 두께 등이 설계변수인 함수가 된다. 전자파 흡수 최적화에 적합한 알고리즘 선정을 위하여 여러 가지 최적화 방법이 연구되어 왔다. 그 중에 J. Perini[3]는 입사각에 따른 광대역 다층구조의 전자파 흡수체의 최적화를 위하여 Powell 최적화 방법을 사용하기로 하였다.

전자파 흡수 복합재료 적층판의 최적화를 위하여서는 전자파의 반사율, 흡수율을 최적화의 가격함수로 취할 수 있다. 남기진[4] 등은 다층구조의 전자파 흡수체의 최적화를 위하여 반사율을 가격함수로 취하였다. 그러나 이러한 방식은 경우에 따라서 다층 유전체의 배면에서의 전자파의 전반사를 강제적으로 유도하기 위하여 금속과 같은 유전율이 큰 재료를 반드시 두어야 한다. 본 연구에서는 유전율을 실험적으로 구한 재료의 두께를 최적화하였는데 이러한 경우 반사율을 최적화한 결과와 흡수율을 최적화한 결과가 동일하다. 본 연구에서는 흡수율을 최적화하기 위하여 “흡수율 $\times -1$ ”을 가격함수로 취하였다.

최소화 알고리즘은 conjugate gradient theorem을 적용하였다. 이 방법은 목적함수의 gradient의 음의 방향의 conjugate와 1차원 검색법(line search method)의 조합으로 이루어진다. Conjugate gradient는 Fletcher-Reeves Method를 이용하여 구하였다[5].

Fig. 2.2 Conjugate gradient theorem.

Step 1.

Given \mathbf{x}_0 compute $\mathbf{g}_0 = \nabla f(\mathbf{x}_0)^T$ and set

$$\mathbf{d}_0 = -\mathbf{g}_0.$$

Step 2.

For $k = 0, 1, \dots, n-1$;

a) Set $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$, where α_k minimizes $f(\mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k)$.

b) Compute $\mathbf{g}_{k+1} = \nabla f(\mathbf{x}_{k+1})^T$.

c) Unless $k = n-1$, set $\mathbf{d}_{k+1} = -\mathbf{g}_{k+1} + \beta_k \mathbf{d}_k$

$$\text{where } \beta_k = \frac{\mathbf{g}_{k+1}^T \mathbf{g}_{k+1}}{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k} \quad (\text{Fletcher-Reeves Method})$$

Step 3.

Replace \mathbf{x}_0 by \mathbf{x}_n and go back to Step 1.

Fig. 2.2에서 Step 1과 Step 2의 b)에서 경사도는 수치미분을 이용하여 구하였으며, 1차원 최소값 검색 알고리즘은 황금분할법(golden section search)과 2차원보간법(quadratic interpolation)법을 이용하였다[6-7].

최적화 알고리즘은 목적함수인 전자파 흡수율이 물리적으로 가질 수 있는 최대값인 1.0을 찾기 위하여 최적화변수의 값이 물리적으로 의미 없는 값을 갖기도 한다. 따라서, 최적화 알고리즘을 수정하여 얻고자 하는 전자파 흡수율의 값을 결정하여 최적화 도중에 목적함수가 원하는 임의의 값 이상이 되면 최적화 작업을 끝내도록 하였다.

3. 복합재료의 유전특성

유리섬유/에폭시 프리프레그와 알루미늄 분말을 이용하여 적층판을 제작하고 유전율을 측정하였다. 유리섬유/에폭시 프리프레그는 한국화이버에서 생산되는 절연용 110 평직유리섬유(E-glass plane weave, $t=0.10$, aerial weight=107 g/m²)를 사용한 110# EPC 프리프레그이다. 알루미늄은 (주) 대한금속안료에서 생산되는 non-leaving의 알루미늄 페이스트(Al-paste)로서 40 μ 플레이크(flake)타입의 알루미늄 분말로 이루어져 있다. 유전복합재료는 알루미늄 페이스트를 (주)국도에서 생산되는 에폭시 수지와 함께 프리프레그 표면에 도장하여 제작하였다. 탄소섬유/에폭시 평직 적층판은 (주) SK chemical사의 탄소섬유/에폭시 프리프레그(탄소섬유는 미쯔비시사의 TR-30 12K)를 사용하여 autoclave로 성형, 제작하였다. Table 3.1은 실험에 사용된 복합재료이다.

유전율 측정은 동축선(coaxial air line)과 망분석기(network analyser)를 이용하여 4 GHz ~ 12 GHz의 주파수 대역에서 측정하였다. Fig. 3.1과 Fig. 3.2, Fig. 3.3은 Table 3.1에 있는 재료의 유전율 값이다.

Fig. 3.1과 Fig. 3.2에서 GE13은 GE에 비하여 유전상수가 약 2배로 커지지만 손실항의 증가는 크지 않다. 또한, 주파수에 따른 유전율도 거의 일정하다. Fig. 3.3에서 카본/에폭시 직조 적층판의 경우 유리섬유/에폭시 직조 적층판과는 달리 주파수에 따라 유전율의 변화가 매우 큰 것을 볼 수 있다.

Table 3.1 Composite materials for microwave absorbing

Material Name	
GE	glass/epoxy fabric laminate
GE13	glass/epoxy fabric laminate containing 13 weight percent of Al flake
CF	carbon/epoxy fabric laminate

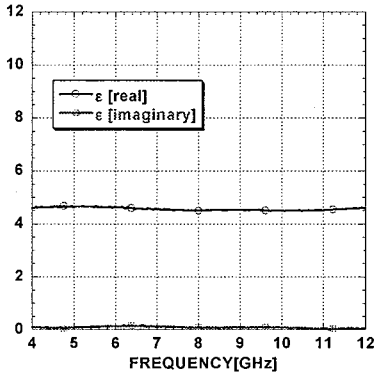


Fig. 3.1 Permittivity of the 110# EPC glass/epoxy fabric laminates.

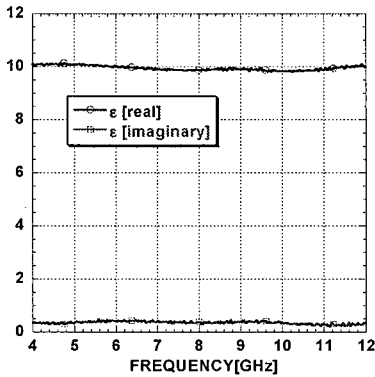


Fig. 3.2 Permittivity of the 110# EPC glass/epoxy fabric laminates containing 13% wt. of aluminum flake.

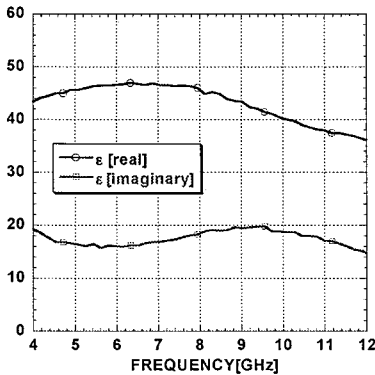


Fig. 3.3 Permittivity of the carbon/epoxy fabric laminates.

4. 최적화 결과

전자파 흡수 복합재료 적층판의 최적화 문제는 각 층의 두께와 유전특성에 대한 비선형 문제이며, 동시에 초기치 문제이다. 따라서, 적절한 최적설계값을 얻기 위해서는 최적화 결과에 따라 초기치를 바꿔가며 여러 번의 해석이 필요하다.

Table 4.1 Permittivities at 9.0 GHz

Material Name	Permittivity
GE	4.54 - 0.067j
GE13	9.90 - 0.410j
CF	42.39 - 19.48j

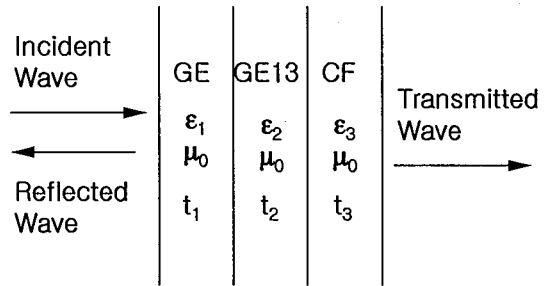


Fig. 4.1 The schematic of cross section of a microwave absorbing composite laminate.

Table 4.2 The optimized dimension and absorbance, A of composite laminates[mm]

	GE	GE13	CF	Total thickness	A
inital	1.00	1.00	3.00	5.00	.588
$A_{max}=0.900$	4.68	4.25	5.99	14.91	.974
$A_{max}=0.990$	5.42	3.50	7.27	16.19	.991
$A_{max}=0.999$	5.26	3.68	11.20	20.14	.999
$A_{max}=1.000$	5.29	3.67	18.58	27.54	1.000

본 연구에서는 9.0 GHz(X-band)의 주파수에서의 전자파 흡수 최적화를 수행하였다. Table 4.1은 9.0 GHz에서의 각 재료의 유전율을 실험적으로 측정한 값이다.

실험으로 얻은 결과를 이용하여 먼저 Fig. 4.1과 같이 GE, GE13, CF로 이루어진 3층형 전자파 흡수 복합재료를 구성하고 원하는 흡수율이 0.900, 0.990, 0.999 이상 및 1.000이 되도록 최적화 해석을 통하여 각층의 최적의 두께를 구한다. Table 4.2는 초기 두께와 최적화된 두께를 나타내고 Fig. 4.2 및 Fig. 4.3은 전자파 흡수율 및 반사율을 비

교한 결과이다.

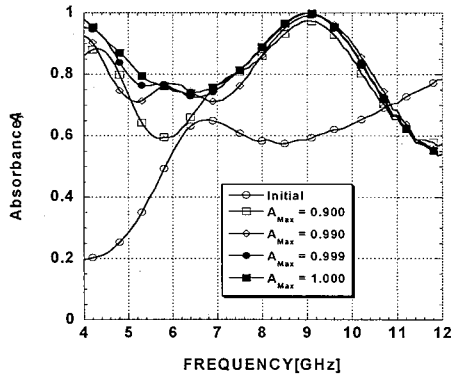


Fig. 4.2 The absorbance, A by the microwave absorbing composite laminates

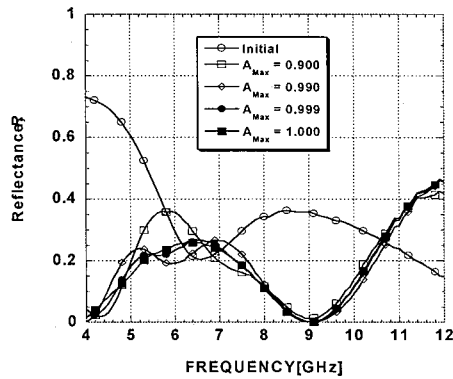


Fig. 4.3 The reflectance, R by the microwave absorbing composite laminates

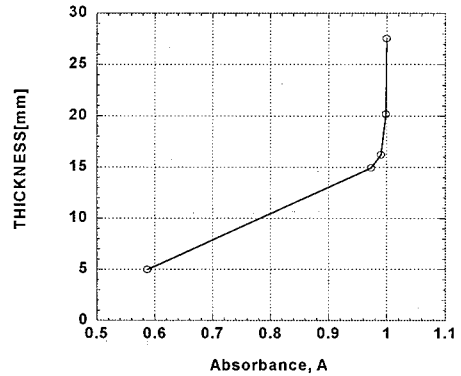


Fig. 4.4 The relationship between absorbance and the thicknesses of microwave absorbing composite laminates.

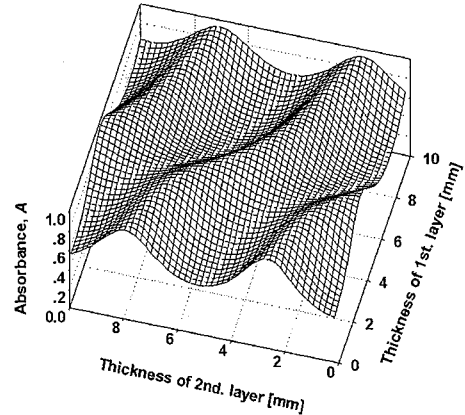


Fig. 4.5 The absorbance, A as the function of the thickness of microwave absorbing composite materials.

위의 결과에서 최적화에 필요한 복합재료 적층판의 총 두께를 최적화 비용이라고 정의할 때, Fig. 4.4는 최적화하고자 하는 전자파 흡수율의 크기가 커질 수록 그 비용이 급격하게 증가함을 보여준다. 따라서, 최적화 비용을 줄이기 위하여서는 적당한 흡수량을 요구하는 것이 필요하다.

CF는 배면반사층으로 사용되기에는 유전율이 그리 크지 않기 때문에 전자파 흡수율을 극대화하기 위해 두께가 매우 커지게 된다. 최적설계로 얻은 치수는 CF가 너무 두꺼워지기 때문에 CF의 두께를 3.0 mm로 고정하고 다시 최적화 해석을 하였다. Fig. 4.5는 GE층과 CE13층의 두께변화에 따른 흡수율을 계산한 결과이다. Fig. 4.5에서 전자파 흡수율 최적화는 global maximum을 찾는 문제가 아닌 local maximum을 찾는 초기치 문제임을 알 수 있다.

Table 4.3 The initial dimension and the optimized dimension of microwave absorbing composite materials[mm]

Material Name	Initial	Optimized
GE	1.0	2.44
GE13	1.0	1.63
CF	3.0	3.00
Absorbed Power at 9 GHz	0.59	0.92

각 층의 두께가 최소인 local maximum에서의 흡수율과 두께를 얻기 위하여 최적화 해석을 수행하였다. Table 4.3은 초기 두께와 최적화된 두께를 나타내고 Fig. 4.6은 전자파 흡수율을 비교한 결과이다.

CF를 3.00mm로 고정하였을 때에는 흡수율이 0.92이고

적층판 전체두께가 7.07mm의 전자파 흡수 복합재료 적층판을 얻을 수 있었다.

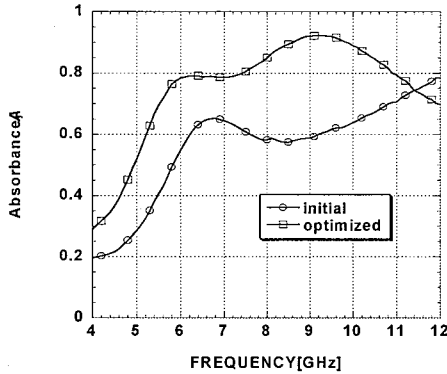


Fig. 4.6 The absorbance, A by the initial dimension and the optimized dimension of microwave absorbing composite materials.

5. 결 론

AI 분말을 이용하여 유전 복합재료를 제작하고, 유리섬유/에폭시 적층판과 카본/에폭시 적층판과 함께 3층형 전자파 흡수 복합재료 적층판을 최적설계하였다. 전자파 흡수 복합재료 적층판의 최적설계는 흡수율이 물리적으로 가질 수 있는 1.0에 가까울 수록 복합재료 적층판의 두께가 급격히 증가하게 되므로 적당한 요구량을 결정하여 최적화 비용을 절감할 필요가 있다. 또한, 복합재료 적층판의 최적화는 전자파 흡수율의 local maximum을 찾는 문제로 초기치 문제이다. 따라서, 최적의 값을 얻기 위하여서는 다양한 초기치를 적용하여 반복하여 최적화를 수행하여 원하는 최적치를 얻어야 된다. 본 연구에서는 적층판의 두께를 줄이기 위하여 CF를 3.00mm 로 고정하여 9 GHz에서 흡수율이 0.92이고 적층판 전체두께가 7.07mm의 전자파 흡수 복합재료 적층판을 얻을 수 있었다. 따라서, 개발된 코드를 이용하여 전자파 흡수능의 고분자기지 복합재료의 특성을 이해하고 최적설계를 수행하는데 유용하게 사용할 수 있을 것으로 사료된다.

후 기

본 연구논문은 한국기계연구원에서 수행한 기관고유사업인 “기능성 복합재료 기술개발”의 결과 중 일부이다.

참고문헌

- 1) Woo IL LEE, George S. Springer, “Interaction of Electromagnetic Radiation with Organic Matrix Composites,” *J. of Composite Materials*, Vol.18-July 1984.
- 2) Fawwaz, T. Ulaby, *Fundamentals of Applied Electronics*, Chapter 7, Prentice-Hall, 1998.
- 3) J. Perini, L. Cohen, “Design of Broadband Radar Absorbing Material for Large Angles of Incidence,” *IEEE Tran. on Electromagnetic Compatibility*, Vol.35, No.2, May, 1993.
- 4) 남기진, 이상철, “다층유전체를 이용한 광대역 전파흡수체의 최적설계,” *전자공학회는문집*, 제32권, A판, 제1호, pp. 70~78.
- 5) David G. Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*, Addison Wesley, 1989, pp. 248~254.
- 6) R. P. Brent, *Algorithms for Minimization without Derivatives*, chapter.5 & chapter.7, Prentice- Hall, 1973.
- 7) M. L. James, et.al, *Applied Numerical Methods for Digital Computing*, Harper & Row, pp. 394~399

Appendix A

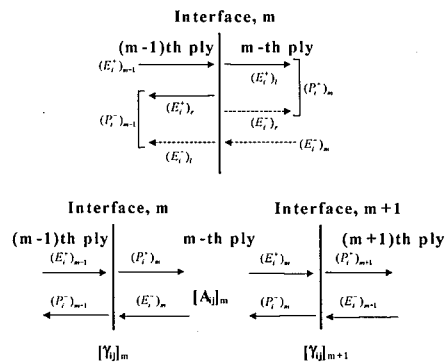


Fig. a.1 Illustration of the incidence, reflected, and transmitted electric field vectors at an interface, m and in the m-th ply.

Fig. a.1에서 경계면 m에서의 경계면에서 나가는 전자파인 $(P_i^+)_{m-1}$ 및 $(P_i^-)_m$ 을 각각 경계면으로 진입하는 전자파인 $(E_i^+)_{m-1}$ 과 $(E_i^-)_m$ 으로 표현하면 식(a.1)과 식(a.2)를 얻

을 수 있다.

$$(P_i^+) = ([I] + [\gamma_{ij}]_m)(E_j^+)_{m-1} - [\gamma_{ij}]_m(E_j^-)_{m-1} \quad (a.1)$$

$$(P_i^-)_{m-1} = [\gamma_{ij}]_m(E_j^+)_{m-1} + ([I] - [\gamma_{ij}]_m)(E_j^-)_{m-1} \quad (a.2)$$

또한,

$$(E_i^+)_{m-1} = [A_{ij}]_{m-1}(P_j^+)_{m-1} \quad (a.3)$$

$$(E_i^-)_m = [A_{ij}]_m(P_j^-)_m \quad (a.4)$$

식(a.3)과 식(a.4)을 식(a.1)에 대입하면 아래와 같이 식(a.5)을 얻을 수 있다.

$$(P_i^+) = ([I] + [\gamma_{ij}]_m)[A_{jk}]_{m-1}(P_k^+)_{m-1} - [\gamma_{ij}]_m[A_{jk}]_m(P_k^-)_m \quad (a.5)$$

$[\gamma_{ij}]_m \neq \pm [I]$ 일 때, 식(a.5)에서 복합재료 평판내의 (m-1)층에서의 값인 $(P_i^+)_{m-1}$ 을 아래 식(a.6)과 같이 (m)층에서의 값인 $(P_i^+)_m$ 와 $(P_i^-)_m$ 에 대한 식으로 표현할 수 있다.

$$(P_k^+)_{m-1} = [A_{ij}]_{m-1}^{-1}([I] + [\gamma_{jk}]_m)^{-1} \cdot \{ (P_k^+)_m + [\gamma_{ki}]_m[A_{lp}]_m(P_p^-)_m \} \quad (a.6)$$

유사하게, 식(a.3)과 식(a.4)을 식(a.2)에 대입하면 식(a.7)을 얻는다.

$$(P_i^-)_{m-1} = [\gamma_{ij}]_m[A_{jk}]_{m-1}(P_k^+)_{m-1} + ([I] - [\gamma_{ij}]_m)[A_{jk}]_m(P_k^-)_m \quad (a.7)$$

식(a.7)에서 $(P_i^-)_{m-1}$ 의 값은 식(a.6)에 의하여 $(P_i^+)_m$ 와 $(P_i^-)_m$ 에 대한 식으로 표현될 수 있다. 따라서 식(a.6)과 식(a.7)을 통하여 복합재료 (m)층의 두 값인 $(P_i^+)_m$ 와 $(P_i^-)_m$ 의 값을 이용하여 (m-1)층의 두 값인 $(P_i^+)_{m-1}$ 과 $(P_i^-)_{m-1}$ 을 알 수 있다.

전자기파가 매질내로 들어오는 전면경계면이 되는, m=1에서는 다음 식이 성립한다. 식(a.3), 식(a.4)과는 달리 식(a.8)과 식(a.9)이 성립한다.

$$(E_i^+) = (E_i)_0 \quad (a.8)$$

$$(E_i^-)_1 = [A_{ij}]_1(P_i^-)_1 \quad (a.9)$$

식(a.5), 식(a.6), 식(a.7)과 유사하게 식(a.10), 식(a.11), 식(a.12)를 얻을 수 있다.

$$(P_i^+) = ([I] + [\gamma_{ij}]_1)(E_j)_0 - [\gamma_{ij}]_1[A_{jk}]_1(P_k^-)_1 \quad (a.10)$$

$$(E_j)_0 = ([I] + [\gamma_{ij}]_1)^{-1} \cdot \{ (P_i^+)_1 + [\gamma_{ij}]_1[A_{jk}]_1(P_k^-)_1 \} \quad (a.11)$$

$$(P_i^-)_0 = [\gamma_{ij}]_1(E_j)_0 + ([I] - [\gamma_{ij}]_1)[A_{jk}]_1(P_k^-)_1 \quad (a.12)$$

전자기파가 들어오지 않는 후면경계층, m=N+1에서 다음의 방정식이 성립한다.

$$(E_i^+) = [A_{ij}]_N(P_j^+)_{N+1} \quad (a.13)$$

$$(E_i^-)_{N+1} = 0 \quad (a.14)$$

$$(P_i^+)_{N+1} = ([I] + [\gamma_{ij}]_{N+1})[A_{jk}]_N(P_k^+)_{N+1} \quad (a.15)$$

$$(P_i^-)_N = [\gamma_{ij}]_{N+1}[A_{jk}]_N(P_k^+)_{N+1} \quad (a.16)$$

식(a.15)을 $(P_i^+)_{N+1}$ 에 대하여 풀고 이를 식(a.16)에 대입하면,

$$(P_i^+)_{N+1} = [A_{ij}]_{N+1}^{-1}([I] + [\gamma_{jk}]_{N+1})^{-1}(P_k^+)_{N+1} \quad (a.17)$$

$$(P_i^-)_N = [\gamma_{ij}]_{N+1}([I] + [\gamma_{jk}]_{N+1})^{-1}(P_k^+)_{N+1} \quad (a.18)$$

여기서 N 개의 층으로 구성되어 있는 복합재료 평판에 대하여 식(a.6), (a.7), (a.11), (a.12), (a.17), (a.18)로 구성된 2N개의 연립방정식은 2N(m=1~N)개의 미지수, P_i^+ 및 P_i^- 와 두 개의 미지수, $(P_i^-)_0$ 및 $(P_i^+)_{N+1}$ 를 갖는 연립방정식이다.

식(a.17)과 식(a.18)을 간단한 형태로 쓰면,

$$(P_i^+)_{N+1} = [\xi_{ij}]_{N+1}(P_j^+)_{N+1} \quad (a.19)$$

$$(P_i^-)_N = [\eta_{ij}]_{N+1}(P_j^+)_{N+1} \quad (a.20)$$

여기서, $[\xi_{ij}]_{N+1}$ 와 $[\eta_{ij}]_{N+1}$ 는 복합재료 평판을 구성하는 물질상수로부터 얻어지는 상수 값으로 아래와 같다.

$$[\xi_{jk}]_{N+1} = [A_{ij}]_N^{-1}([I] + [\gamma_{jk}]_{N+1})^{-1} \quad (a.21)$$

$$[\eta_{jk}]_{N+1} = [\gamma_{ij}]_{N+1} ([I] + [\gamma_{jk}]_{N+1})^{-1} \quad (a.22)$$

경계면 $m=N$ 에서 식(a.6)과 식(a.7)을 이용하여 $(P_i^+)^{N-1}$ 과 $(P_i^-)^{N-1}$ 을 구하면,

$$\begin{aligned} (P_i^+)^{N-1} &= [A_{ij}]_{N-1}^{-1} ([I] + [\gamma_{jk}]_N)^{-1} \\ &\quad \cdot \{ (P_k^+)_N + [\gamma_{kl}]_N [A_{lp}]_N (P_p^-)_N \} \\ &= [A_{ij}]_{N-1}^{-1} ([I] + [\gamma_{jk}]_N)^{-1} \\ &\quad \cdot \{ [\xi_{kl}]_{N+1} + [\gamma_{kl}]_N [A_{lp}]_N [\eta_{pq}]_{N+1} \} (P_q^+)^{N+1} \\ &= [\xi_{kl}]_N (P_q^+)^{N+1} \end{aligned} \quad (a.23)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [\xi_{kl}]_N &= [A_{ij}]_{N-1}^{-1} ([I] + [\gamma_{jk}]_N)^{-1} \\ &\quad \cdot \{ [\xi_{kl}]_{N+1} + [\gamma_{kl}]_N [A_{lp}]_N [\eta_{pq}]_{N+1} \} \end{aligned} \quad (a.24)$$

또한,

$$\begin{aligned} (P_i^-)^{N-1} &= [\gamma_{ij}]_N [A_{jk}]_{N-1} (P_k^+)^{N-1} \\ &\quad + ([I] - [\gamma_{ij}]_N) [A_{jk}]_N (P_k^-)^{N-1} \\ &= \{ [\gamma_{ij}]_N [A_{jk}]_{N-1} [\xi_{kl}]_N \\ &\quad + ([I] - [\gamma_{ij}]_N) [A_{jk}]_N [\eta_{kl}]_{N+1} \} (P_l^+)^{N+1} \\ &= [\eta_{il}]_N (P_l^+)^{N+1} \end{aligned} \quad (a.25)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [\eta_{il}]_N &= [\gamma_{ij}]_N [A_{jk}]_{N-1} [\xi_{kl}]_N \\ &\quad + ([I] - [\gamma_{ij}]_N) [A_{jk}]_N [\eta_{kl}]_{N+1} \end{aligned} \quad (a.26)$$

경계면 $m=N$ 부터 $m=2$ 일 때까지 계속해서 식(a.23)부터 식(a.26)까지를 적용하면 $m=2$ 에서 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$(P_i^+)_1 = [\xi_{ik}]_2 (P_k^+)^{N+1} \quad (a.27)$$

$$(P_i^-)_1 = [\eta_{ik}]_2 (P_k^+)^{N+1} \quad (a.28)$$

여기서, 경계면 $m=1$ 에서의 경우인, 식(a.11)과 식(a.12)에 각각 식(a.27)과 식(a.28)을 적용하면 아래와 같은 식(a.29), 식(a.30), 식(a.31), 식(a.32)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (E_i^+)_0 &= ([I] + [\gamma_{ij}]_1)^{-1} \{ (P_i^+)_1 + [\gamma_{ij}]_1 [A_{jk}]_1 (P_k^-)_1 \} \\ &= ([I] + [\gamma_{ij}]_1)^{-1} \\ &\quad \cdot \{ [\xi_{ij}]_2 + [\gamma_{ij}]_1 [A_{jk}]_1 [\eta_{kl}]_2 \} (P_l^+)^{N+1} \\ &= [\xi_{il}]_1 (P_l^+)^{N+1} \end{aligned} \quad (a.29)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [\xi_{il}]_1 &= ([I] + [\gamma_{ij}]_1)^{-1} \\ &\quad \cdot \{ [\xi_{ij}]_2 + [\gamma_{ij}]_1 [A_{jk}]_1 [\eta_{kl}]_2 \} \end{aligned} \quad (a.30)$$

또한,

$$\begin{aligned} (P_i^-)_0 &= [\gamma_{ij}]_1 (E_i^+)_0 + ([I] - [\gamma_{ij}]_1) [A_{jk}]_1 (P_k^-)_1 \\ &= \{ [\gamma_{ij}]_1 [\xi_{jk}]_1 \\ &\quad + ([I] - [\gamma_{ij}]_1) [A_{jk}]_1 [\eta_{kl}]_2 \} (P_l^+)^{N+1} \\ &= [\eta_{il}]_1 (P_l^+)^{N+1} \end{aligned} \quad (a.31)$$

여기서,

$$[\eta_{il}]_1 = [\gamma_{ij}]_1 [\xi_{jk}]_1 + ([I] - [\gamma_{ij}]_1) [A_{jk}]_1 [\eta_{kl}]_2 \quad (a.32)$$

이제, 식(a.1)부터 식(a.32)까지를 다시 정리하면, 식(a.29)의 $(P_i^+)^{N+1}$ 은 복합재료평판을 투과한 최종 투과파를 의미하고 식(a.31)의 $(P_i^-)_0$ 는 복합재료평판에서 반사된 반사파를 의미한다. 따라서, 복합재료평판에 대한 반사파 및 투과파를 계산하려면 아래와 같다.

$$(P_i^+)^{N+1} = [\xi_{ij}]_1^{-1} (E_i^+)_0 \quad (a.33)$$

$$(P_i^+)^{N+1} = [T_{ij}] (E_i^+)_0$$

$$(P_i^-)_0 = [\eta_{ij}]_1 [T_{jk}] (E_k^+)_0 \quad (a.34)$$

$$(P_i^-)_0 = [R_{ik}] (E_k^+)_0$$

여기서, $[T_{ij}]$ 를 전체투과계수라 하며, $[R_{ij}]$ 를 전체반사계수라 한다.

Appendix B

① 경계면 m 에서의 반사율 $[\gamma_{ij}]_m$

$$[\gamma_{ij}]_m = [(N_{ij})_{m-1} + (N_{ij})_m]^{-1} [(N_{ij})_{m-1} - (N_{ij})_m]$$

여기서, N_{ij} 는 아래와 같다.

$$N_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\varepsilon_p^*} & 0 \\ 0 & \sqrt{\varepsilon_q^*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

아래첨자 p와 q는 섬유방향 및 섬유의 수직방향을 나타내며 θ 는 축(p, q)와 축(1, 2) 사이의 각도이다.

② 복합재료층 m에서의 Attenuation Coefficient Tensor,

$$[A_{ij}]_m$$

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\gamma_p d_m} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_q d_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

전파상수(γ)는 아래와 같이 얻어진다.

$$\gamma = \sqrt{-\omega^2 \mu \varepsilon + j \omega \mu \sigma} = \sqrt{-\omega^2 \mu \varepsilon_c} \quad \text{단, } \varepsilon_c = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega}$$