

## 論文

## 경사형 구조 적층복합재료의 최적설계에 관한 연구

백성기\* · 강태진\* · 이경우\*\*

**Optimal Design of Laminate Composites  
with Gradient Structure**

S. K. Back\*, T. J. Kang\* and K. W. Lee\*\*

**ABSTRACT**

In an effort to construct a structure under the design principle of minimal use of materials for maximum performances, a discrete gradient structure has been introduced in laminate composite systems. Using a sequential linear programming method, the gradient structure of composites to maximize the buckling load was optimized in terms of fiber volume fraction and thickness of each layer. The buckling load showed maximum value with the outmost  $[0^\circ]$  layer concentrated by almost all the fibers when the ratio of length to width(aspect ratio) was less than 1.0. But when the aspect ratio was 2.0, the optimum was determined in a structure where the thickness and fiber volume fraction were well-balanced in each layer. From the optimization of gradient structure, the optimal fiber volume fraction and thickness of each layer were proposed. Gradient structures have also shown an advantage in the weight reduction of composites compared with the conventional homogeneous structures.

## 초 록

중형비가 다른 적층복합재료에 경사형 구조를 도입하고, 이것이 일방향으로의 하중을 받을 때의 좌굴특성을 최대화하기 위해서 복합재료의 각 층에서의 섬유부피분율과 두께를 변수로 sequential linear programming method를 이용하여 최적화 하였다. 이로부터 좌굴특성을 최대화 할 수 있는 최적구조를 제안하였다. 적층복합재료는 중형비의 영향이 커서 중형비가 1보다 작은 경우는 최외각층의 섬유부피분율을 최대화하는 방향으로 최적화가 이루어 졌으나 중형비가 2인 경우는 각층에서의 섬유부피분율과 두께비가 어느 정도 균형을 이루는 형태로 최적화가 이루어 졌다. 경사형 구조는 전통적인 균일구조의 복합재료에 비해서 섬유부피와 복합재료의 무게 절감에 큰 효과를 가지는 것으로 확인되었다.

\* 서울대학교 섬유고분자공학과

\*\* 동아대학교 의상섬유학부

## 1. 서 론

현재 여러 산업분야에서 섬유강화복합재료의 이용이 광범위하게 증가되고 있는데, 그 응용범위가 넓어짐에 따라서 저중량 고강도를 실현할 수 있는 복합재료의 최적설계에 대한 연구도 활발하게 진행되고 있다.

Schmit와 Farshi[1,2]는 적층복합재료가 다중하중을 받을 때 최소무게를 가질 수 있는 구조를 강성(stiffness), 강도(strength) 그리고 탄성안정성과 제한 조건 등을 고려하여 예측하였으며, Wang과 Karlihaloo[3,4]는 bound-formulation approach와 비선형 mathematical programming을 이용한 최적화를 실행하여 재료가 건디는 하중이 최적 설계에 의해서 급격하게 증가될 수 있음을 보였다. 그들은 설계변수로서 적층복합재료의 적층각과 두께를 설정하였는데, 모두 연속적이라는 가정 하에 행하였다. Riche 등[5,6]은 적층복합재료의 적층순서를 최적화하기 위해서 integer programming과 genetic algorithm을 이용하였는데, genetic algorithm 한번의 실행으로 다중 최적해를 이끌어 내는데 유리하다는 결론을 얻기도 하였다. 그리고 적층복합재료가 주어진 좌굴 하중을 나타내기 위한 최소 두께에 대한 최적화와 주어진 두께에서 최대하중을 가지기 위한 최적화 등을 적층순서를 설계 변수로 하여 수행하였다.

Park[7]은 적층복합재료를 최적설계하는데 있어서 설계 변수인 적층각( $\phi$ )이 failure criterion에 매우 민감하게 반응한다는 것을 확인해 주었다. Todoroki 등[8]은 적층복합재료의 적층순서를 최적화하기 위해서 object-oriented approach 도입하였는데, expert system을 개발하여 여러 가지 모델에 적용한 결과 system이 경험적인 설계 지식을 바탕으로 한 것이기 때문에 직접 적층순서를 예측하는 것이 가능하며 만약 하중조건이 이방성이고 굽힘 모멘트가 지배적이라면 오히려 branch-and-bound approach가 최적화를 수행하는데 더 효과적이라고 발표하였다. 또한 sequential decision approach는 컴퓨터 사용 시간의 절약이라는 측면에서 유리하다고 결론지었다.

Hu와 Lin[9]는 일 방향 압축을 받는 대칭 적층복합재료의 좌굴 저항성에 대해서 연구하였는데, simple move-limit strategy 기법을 이용하여 sequential linear programming method[10]를 실행한 결과 대부분의 최적조건이 11번 내의 반복실행으로 구할 수 있으며, sequential linear programming이 비선형 최적

설계 문제를 해결하는데 매우 효과적이라는 결론을 얻었다.

이상과 같은 연구들은 일반적인 적층복합재료의 적층각이나 두께 등에 대한 최적화와 최적화 기법들을 소개한 것들인데 반해 Okamoto[11,12]는 공학적인 설계에 혁신적인 방법들을 제안하였다. 그는 자연계에 존재하는 다양한 생물의 구조를 공학적 설계에 응용하려는 시도를 하였는데 예를 들어, 대나무의 경사형 구조를 응용하여 기능적으로 경사형 구조를 가지는 섬유 강화복합재료를 제안하였다. 이것은 최소한의 재료를 가지고 최대 강도를 구현하자는 의도에서 이루어진 것으로 원통형의 내부 층은 섬유의 양을 적게 하고 외부는 섬유의 양을 많게 한 경사형 구조로써 가능하다는 것을 보여 주었다. 즉 복합재료의 무게 절감을 위해서 경사형 구조가 매우 효과적이라고 주장하였다.

본 연구는 층마다 섬유의 부피가 다르고 각 층의 두께가 다른 경사형 구조의 무게 절감 효과를 규명하기 위해서 경사형 구조물의 좌굴 해석을 수행하였는데, 최적조건을 찾기 위해서 sequential linear programming method를 이용하였으며, 각 층에서의 섬유부피분율을 계산하는 과정과 최적화 기법을 설명하고 이에 따른 주요한 결과를 제시하고자 한다.

## 2. 경사형 구조를 가지는 복합재료의 모사

### 2.1 각층에서의 섬유부피분율 계산

복합재료 전체 두께를  $h$ 라고 하면 각 층에서의 두께비는 다음과 같이 계산된다.

$$t_i = \frac{t_{i\text{th-layer}}}{h} \quad (1)$$

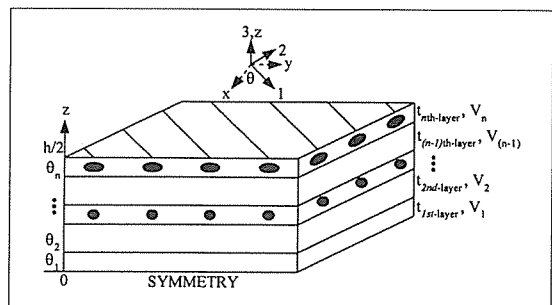


Fig. 1. Material and element coordinate systems for a laminate composite

여기서  $t_{i\text{th-layer}}$ 는 적층복합재료의  $i$  번째 층의 두께를 나타낸다.

$$V = \sum_{i=1}^{2n} t_i V_i \quad (2)$$

복합재료의 전체 섬유부피분율을  $V$ 라고 하고 다음과 같이 표시한다.

$$\sum_{i=1}^{2n} t_i = 1 \quad (3)$$

여기서  $V_i$ 는 각 층에서의 섬유부피분율이다. 위 식들에 의해서 다음식이 성립한다.

$$V_{\text{rest}(k)} = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^{i=k} t_i} \left\{ V - \sum_{i=1}^{i=k} t_i V_i \right\} \quad (4)$$

여기서  $V_{\text{rest}(k)}$ 는  $k$  번째 층까지를 제외한 나머지 층에서의 평균 섬유부피분율이 된다. 또한 위 식들은 좌굴 특성을 해석하는 데 있어서 제한 조건으로 사용되게 된다.

## 2.2 조성방정식

유한요소해석에서 적층판은 9 node를 가지는 shell 요소를 이용하였다. 사용된 좌표계는 Figure 1에 나타난 바와 같다. 각 방향으로의 응력은 고전 적층복합재료 이론을 이용하여 계산하였으며 각층은 직교이방성이라고 가정하였다. 먼저 응력-변형을 관계는 다음 식처럼 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\tau'\} &= [Q_2'] \{\gamma'\} \\ [Q_2'] &= \begin{bmatrix} \alpha_1 G_{13} & 0 \\ 0 & \alpha_2 G_{23} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \{\sigma'\} &= [Q_1'] \{\epsilon'\} \\ [Q_1'] &= \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 는 전단상관계수로서 ABAQUS에서

는 횡방향으로의 전단에너지가 일방향으로의 굽힘 에너지와 같다는 가정 하에 계산되어 진다. 조성방정식은 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$\{\sigma\} = [Q_1] \{\epsilon\} \quad [Q_1] = [T_1]^T [Q_1'] [T_1] \quad (7)$$

$$\{\tau\} = [Q_2] \{\gamma\} \quad [Q_2] = [T_2]^T [Q_2'] [T_2] \quad (8)$$

여기서

$$[T_1] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ -2\sin\theta\cos\theta & 2\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$[T_2] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (10)$$

다음으로 단위 길이당 가해지는 힘과 모멘트를 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \\ \{V\} \end{Bmatrix} &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \{\sigma\} \\ z\{\sigma\} \\ \{\tau\} \end{Bmatrix} dz = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} [Q_1] \{\epsilon\} \\ z[Q_1] \{\epsilon\} \\ [Q_2] \{\gamma\} \end{Bmatrix} dz \\ &= \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} [Q_1](\{\epsilon_0\} + z\{k\}) \\ z[Q_1](\{\epsilon_0\} + z\{k\}) \\ [Q_2]\{\gamma\} \end{Bmatrix} dz \end{aligned} \quad (11)$$

이것은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \\ \{V\} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} (z_j - z_{jb})[Q_1] & \frac{1}{2}(z_j^2 - z_{jb}^2)[Q_1] & [0] \\ \frac{1}{2}(z_j^2 - z_{jb}^2)[Q_1] & \frac{1}{3}(z_j^3 - z_{jb}^3)[Q_1] & [0] \\ [0]^T & [0]^T & (z_j - z_{jb})[Q_2] \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{Bmatrix} \{\epsilon_0\} \\ \{k\} \\ \{\gamma\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서  $z_j$ 와  $z_{jb}$ 는 각각  $j$  번째 층에서의 위 부분과 아랫부분의 중심점에서부터의 거리를 나타낸다. 식 (12)에서 대칭 복합재료인 경우 다음과 같이 고칠 수 있다.

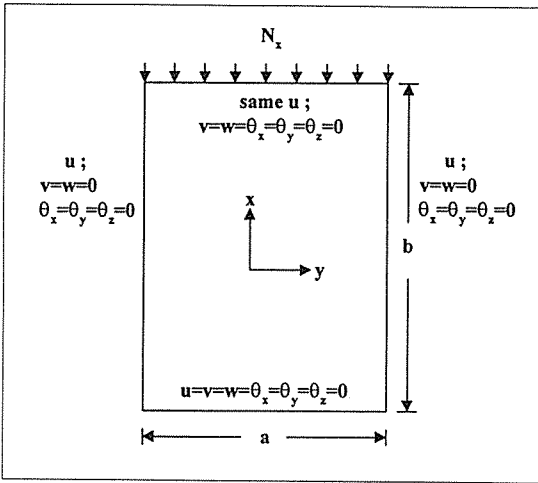


Fig. 2. Geometry and boundary conditions

$$\sum_j \frac{1}{2} (\bar{z}_{ji}^2 - \bar{z}_{jb}^2) [Q_1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

### 2.3 모델구조 및 경계조건

aspect ratio는 Figure 2에 나타난 바와 같이 b/a로 정의하였으며 이것은 각각 0.5와 2.0이었다. 전체 복합재료의 두께는 2.4mm로 하였다. aspect ratio가 0.5인 경우는 복합재료의 폭과 길이가 각각 100mm와 50mm이었으며, aspect ratio가 2.0인 경우는 각각 100mm와 200mm이었다. 각층에서의 섬유부피분율은 일반복합재료의 가능부피분율인 0%에서 70%로 제한하였다. 경계조건은 하중방향으로의 변위만을 허용하였으며 모든 요소들의 변형은 같다고 가정하였다. 또한 동일한 크기의 사각형 mesh를 이용하였다.

### 2.4 점증적 파손 모델

적층복합재의 해석은 일차적으로 좌굴특성에 대해서 수행되었고 얻어진 데이터를 바탕으로 최종강도를 예측하였다. 점증적 파손 모델은 변위가 증가됨에 따라 발생하는 초기 파손을 지나서 최종 파괴가 일어날 때까지의 물질 변화를 조정해주는 역할을 한다. 먼저 물질상수와 적층각 그리고 복합재료의 구조가 입력되면 하중방향으로 변위를 조금씩 증가시키게 된다. 각 요소에서의 응력을 계산하고 파손방정식에 대입하여 파손여부를 결정하게 된다. 만약 파손이 일어나게 되면 각 요소에서의 물질상수를 일정한 수준으로 떨어뜨리게

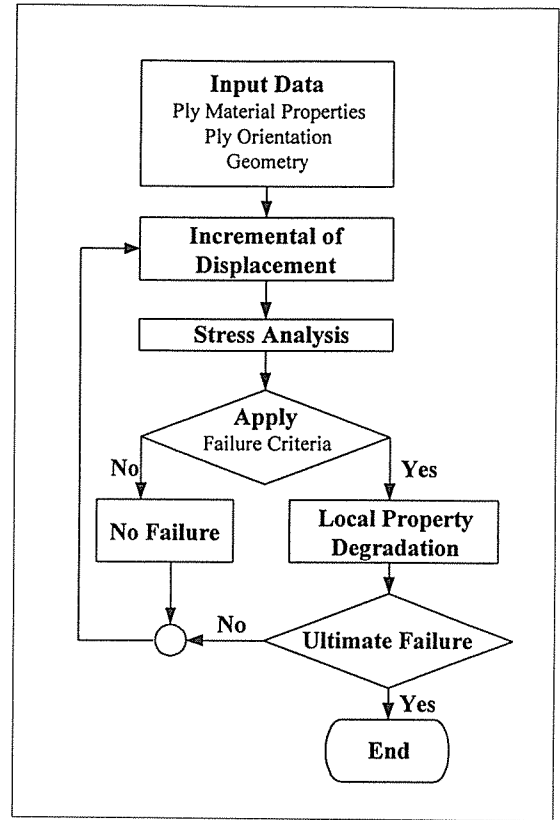


Fig. 3. Flow chart diagram for progressive failure analysis of composite

된다. 이러한 일련의 과정을 되풀이하고 만약 더 이상의 파손이 일어나지 않게 되면 구해진 강도를 최종강도로 보고 이 값을 결정하게 된다.

### 2.5. 파손방정식

본 연구에서 적층복합재료의 최종강도를 예측하기 위해서 5가지의 물질 특성치가 필요하다. 그것은 각각 종방향으로의 인장 및 압축강도, 횡방향으로의 인장 및 압축강도 그리고 전단강도 등이다. 그리고 이들 물성은 다음과 같은 Hashin의 파손방정식에 대입되어서 최종강도를 예측하는 데 이용되었다.

**Tensile fiber mode :**

$$\left( \frac{\sigma_{11}}{X_t} \right)^2 + \frac{1}{\tau_A^2} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (14)$$

**Compressive fiber mode :**

$$\sigma_{11} = X_c \quad (15)$$

**Tensile matrix mode :**

$$\frac{1}{Y_t^2}(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2 + \frac{1}{\tau_r^2}(\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{\tau_A^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (16)$$

**Compressive matrix mode :**

$$\frac{1}{Y_c} \left[ \left( \frac{Y_c}{2\tau_T} \right)^2 - 1 \right] (\sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{1}{4\tau_T^2} (\sigma_{22} + \sigma_{33})^2 + \frac{1}{\tau_T^2} (\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{\tau_A^2} (\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) = 1 \quad (17)$$

위식에서 X와 Y는 각각 x방향 및 y방향의 강도를 나타내고  $\tau$ 는 전단강도를 나타내며 첨자 t는 tensile, c는 compressive, T는 transverse 그리고 A는 axial을 의미한다. 그리고 이러한 파손방정식을 사용하기 위해서 횡방향과 종방향의 전단 강도는 같다고 가정하였고 이것을 S라고 표기하였다. 그리고 프로그램 상에서 각각의 방정식은 다음과 같이 이용되었다.

**Tensile fiber mode,  $\sigma_{11} > 0$  :**

$$e_m^2 = \left( \frac{\sigma_{11}}{X_t} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{12}}{S_c} \right)^2 - 1 \begin{cases} \geq 0 & \text{failed} \\ < 0 & \text{safe} \end{cases} \quad (18)$$

**Compressive fiber mode,  $\sigma_{11} < 0$  :**

$$e_c^2 = \left( \frac{\sigma_{11}}{X_c} \right)^2 - 1 \begin{cases} \geq 0 & \text{failed} \\ < 0 & \text{safe} \end{cases} \quad (19)$$

**Tensile matrix mode,  $\sigma_{22} > 0$  :**

$$e_m^2 = \left( \frac{\sigma_{22}}{Y_t} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{12}}{S_c} \right)^2 - 1 \begin{cases} \geq 0 & \text{failed} \\ < 0 & \text{safe} \end{cases} \quad (20)$$

**Compressive matrix mode,  $\sigma_{22} < 0$  :**

$$e_d^2 = \left( \frac{\sigma_{22}}{2S_c} \right)^2 + \left( \left( \frac{Y_c}{2S_c} \right)^2 - 1 \right) \frac{\sigma_{22}}{Y_c} + \left( \frac{\sigma_{12}}{S_c} \right)^2 - 1 \begin{cases} \geq 0 & \text{failed} \\ < 0 & \text{safe} \end{cases} \quad (21)$$

## 2.6. 물질상수 감소 모델

일단 파손이 일어나게 되면 각 요소에서의 물질상수는 감소하게 된다. 이것은 모사하기 위해서 본 연구에서는 다음과 같은 방법을 이용하였다.

### Fiber tensile or compressive failure

파손이 섬유 손상에 의해서 발생하는 경우를 단순화하기 위해서 더 이상의 하중을 전달할 수 없다고 가정하여 다음과 같이 물질상수 모두를 0으로 떨어뜨린다.

$$\begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

### Matrix failure or Fiber-matrix shear failure

만약 파손이 기지재나 기지재와 섬유의 계면에서 일어나 것이라면 섬유방향으로의 물성은 유지하고 횡방향으로의 물성은 없는 것으로 가정하여 다음과 같이 물성을 감소시킨다.

$$\begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

## 3. 복합재료의 최적화 수행

### 3.1 좌굴 하중의 결정

유한요소해석을 수행하는 데 있어서의 비선형 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$[K_t]d\{u\} = d\{p\} \quad (24)$$

여기서  $[K_t]$ 는 tangent stiffness matrix,  $d\{u\}$ 는 incremental nodal displacement vector 그리고  $d\{p\}$ 는 incremental nodal force vector를 나타낸다.

탄성한계 내에서는 구조물 자체의 변형이 작다고 가정하고 비선형이론에서 계산되어지는 임계하중을 선형

방정식에 그대로 적용할 수 있다. 결과적으로 좌굴하중이 결정되지만 하면 변형이 작다는 가정 하에서 매우 단순화시킬 수 있다. 위 식을 선형화된 식으로 표현하면 다음과 같이 tangent stiffness matrix를 표현할 수 있다.

$$[K_L] = [K_L] + [K_\sigma] \quad (25)$$

여기서  $[K_L]$ 은 linear stiffness matrix,  $[K_\sigma]$ 는 stress stiffness matrix를 나타낸다. 만약 Stress stiffness matrix  $[K_\sigma]_{ref}$ 이 reference load  $\{p\}_{ref}$ 에 대해서 결정되면 임의의 하중  $\{p\}$ 에서는 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\{p\} = \lambda \{p\}_{ref}; [K_\sigma] = \lambda [K_\sigma]_{ref} \quad (26)$$

좌굴이 발생하는 경우, 외력이 변하지 않으므로  $d\{p\} = 0$ 이 되고 좌굴 해석은 다음과 같이 선형화된 eigenvalue equation으로 대체된다.

$$([K_L] + \lambda_{cr}[K_\sigma]_{ref})d\{u\} = 0 \quad (27)$$

여기서  $\lambda_{cr}$ 은 eigenvalue,  $d\{u\}$ 는 좌굴 모우드를 결정하는 eigenvector가 된다.  $\{p\}_{cr}$ 은  $\{p\}_{cr} = \lambda_{cr}\{p\}_{ref}$ 의 관계로부터 얻을 수 있다.

### 3.2 Sequential Linear Programming Method

Sequential linear programming은  $n$ 개의 설계변수를 가지는 함수  $f$ 에 대해서 다음과 같이 몇 개의 제한 조건에서 출발한다.

$$\min f(\underline{x}) \quad (28)$$

subject to

$$g_i(\underline{x}) \leq 0, i = 1, \dots, r \quad (29)$$

$$h_j(\underline{x}) = 0, j = r+1, \dots, m \quad (30)$$

$$p_k \leq x_k \leq q_k, k = 1, \dots, n \quad (31)$$

여기서  $\underline{x}$ 는  $\{x_1, \dots, x_n\}$ 를 나타내고  $f(\underline{x})$ 는 목적함수이다. 그리고  $g_i(\underline{x})$ 는 inequality constraints,  $h_j(\underline{x})$ 는 equality constraints를 나타낸다. 또한  $p_k$ 와  $q_k$ 는

각각 설계변수의 상한과 하한을 나타낸다. 한편 최적화는 위식들을 만족하는 vector  $\underline{x}$ 를 찾는 것으로 만약 최적화문제가 최대치를 찾는 것이라면 목적함수를  $-f(\underline{x})$ 와 같이 이용하면 된다. 비선형문제의 경우는 다음과 같이 first-order Taylor series expansion을 이용한다.

minimize

$$f(\underline{x})f(\underline{x}_0) + f(\underline{x}_0)^T \delta \underline{x} \quad (32)$$

subject to

$$g_i(\underline{x})g_i(\underline{x}_0) + g_i(\underline{x}_0)^T \delta \underline{x} \leq 0, i = 1, \dots, r \quad (33)$$

$$h_j(\underline{x})h_j(\underline{x}_0) + h_j(\underline{x}_0)^T \delta \underline{x} = 0, j = r+1, \dots, m \quad (34)$$

$$p_k \leq x_k \leq q_k, k = 1, \dots, n \quad (35)$$

여기서  $\delta \underline{x} = \{x_1 - x_{01}, x_2 - x_{02}, \dots, x_n - x_{0n}\}^T$ , 그리고  $f, g_i, h_j$ 는 각각 differentiable functions이며,  $p_k, q_k$ 는 주어지는 값들이다.

Sequential linear programming에서 초기 최적화가 얻어진다면 곧바로 선형화된 문제에 대입하여 다음 단계에서의 최적해를 구하게 된다. 이러한 과정을 되풀이하여 얻어진 해가 만족할 만한 수준에 들면 이를 최종해로 결정하게 된다. 그러나 이러한 최적화 문제에 있어서 얻어지는 해들은 진동할 수도 있는데 이러한 문제를 해결하기 위해서 'move limit'이라는 개념을 도입하였다. 이것은  $\delta \underline{x}$ 의 범위를 제한하는 것으로  $-a \leq (\underline{x} - \underline{x}_0) \leq b$ 를 만족하는  $a$ 와  $b$ 를 결정해 줌으로서 해결될 수 있다. 이러한 상수들은 프로그램이 진행됨에 따라서 0에 가까워지도록 설계하였다.

### 3.3 무게 절감 계산

본 연구에서는 경사형 구조가 복합재료의 무게 절감에 미치는 효과를 검증하기 위해서 다음과 같은 과정을 수행하였다. 먼저 복합재료의 구조와 층수 그리고 초기 섬유부피분율이 정해지면 앞에서와 같은 최적화를 수행한다. 그리고 구해진 물성이 균일한 구조로 되어 있는 복합재료에 비해서 우수하다면 일정량 섬유의 무게를 떨어뜨린 다음 다시 최적화를 수행한다. 이러한 과정을 반복해 줌으로서 최종 무게 감소를 계산해 주었다.

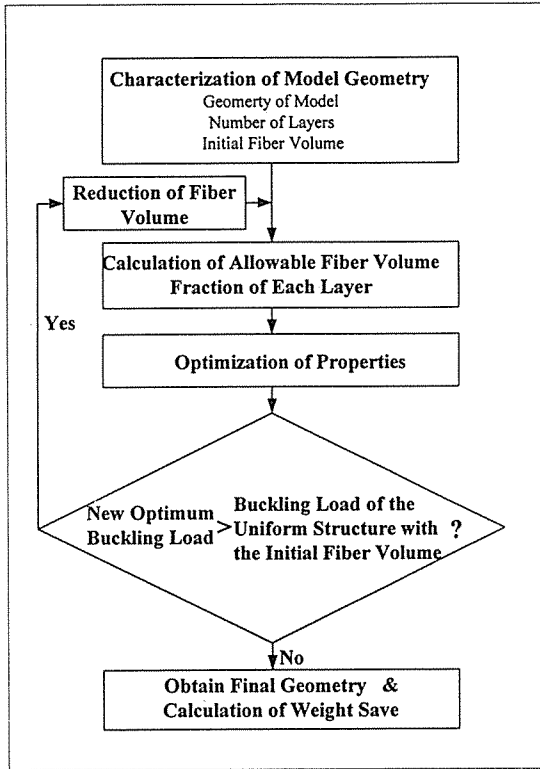


Fig. 4. Flow diagram to optimize weight reduction

## 4. 결과 및 고찰

### 4.1 최적해의 결정

본 연구에서의 최적화 문제는 최대 좌굴 하중을 구하는 것으로 sequential linear programming을 이용하여 다음과 같이 선형화된 문제로부터 출발하였다.

Maximize

$$N_{scr}\{\underline{x}\} \approx N_{scr}(\underline{x}_0) + \nabla N_{scr}(\underline{x}_0)^T \delta \underline{x} \quad (36)$$

subject to

$$0 \leq x_k \leq 70 \quad (x_k \text{가 섬유부피분율인 경우}) \quad (37)$$

$$0 \leq x_k \leq 1.0 \quad (x_k \text{가 두께비인 경우}) \quad (38)$$

$$-r_k \times q \times 0.5^s \leq (x_k - x_{k0}) \leq r_k \times q \times 0.5^s \quad (39)$$

여기서  $N_{scr}$ 은 임계좌굴하중,  $\underline{x}_0$ 는 전 단계에서 얻어진 해이며,  $r_k$ 와  $q$ 는 각각 move limit의 크기와 감소율을 나타낸다. Move limit는 해석이 진행됨에 따라 0으로 수렴하게 된다. 본 연구에서  $r_k$ 는 두께비인 경우 0.35, 섬유부피분율의 경우는 0.5로 하였다. 그러나 이러한 값들은 구해지는 해들에 의해서 적절히 변화되었다. 그리고  $q$ 는  $0.9^{(N-1)}$ 로 하였으며 여기서  $N$ 은 반복 횟수였다. 구해지는 해들의 진동성을 줄이기 위해서  $0.5^s$ 를 도입하였다. 여기서  $s$ 는  $\partial N_{scr}/\partial x$ 의 기호가 바뀔 때마다 1씩 증가하도록 하였다. 이것은 진동이 일어날 때마다 그 폭을 줄여주는 역할을 한다. 선형화된 최적화 문제에서  $\nabla N_{scr}(\underline{x}_0)$ 와  $\delta \underline{x}$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla N_{scr}(\underline{x}_0) = \begin{Bmatrix} \partial N_{scr}(\underline{x}_0)/\partial x_{10} \\ \partial N_{scr}(\underline{x}_0)/\partial x_{20} \\ \vdots \\ \partial N_{scr}(\underline{x}_0)/\partial x_{n0} \end{Bmatrix} \quad (40)$$

$$\delta \underline{x} = \begin{Bmatrix} x_1 - x_{10} \\ x_2 - x_{20} \\ \vdots \\ x_n - x_{n0} \end{Bmatrix} \quad (41)$$

여기서  $\partial N_{scr}(\underline{x}_0)/\partial x_{k0}$ 항은 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\frac{\partial N_{scr}}{\partial x_{k0}} \approx \frac{[N_{scr}(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{k0} + \Delta x_k, \dots, x_{n0}) - N_{scr}(\underline{x}_0)]}{\Delta x_k} \quad (42)$$

그리고  $\partial N_{scr}/\partial x_{k0}$ 를 수치적으로 구한 다음  $N_{scr}(\underline{x}_0)$ 와  $N_{scr}(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{k0} + \Delta x_k, \dots, x_{n0})$ 를 결정해야 된다. 본 연구에서는  $\Delta x_k$  값을 0.01로 하였다. 대부분의 해석에서 최적해는 21번의 반복계산 이내에서 결정되었으며 적층복합재료의 경우 aspect ratio가 0.5에서 보다 2.0인 경우 더욱 심한 진동성을 나타내었다. 이로 인해서 aspect ratio가 2.0인 경우 수행 횟수도 증가하였다.

Table 1. Material properties for T300/phenol system

Properties	
Longitudinal modulus	146.897 GPa
Transverse modulus	11.397 GPa
In plane shear modulus	6.186 GPa
Poisson's ratio	0.3
Longitudinal tensile strength	1731 MPa
Longitudinal compressional strength	1397 MPa
transverse tensile strength	67 MPa
transverse compressional strength	268 MPa
Shear strength	134 MPa

#### 4.2 최적화 구조 결정

본 연구에서 적층복합재료에 대한 해석은 경사형 구조의 정확한 해석을 위해서 물질 상수를 Toray사의 T300 탄소섬유와 Resol형의 페놀수지를 이용하여 직접 측정하였다.

섬유부피분율이 65%일 때의 측정된 물질상수는 Table 1과 같았다.

일반적으로 복합재료의 좌굴거동은 aspect ratio에 따라서 역학적 거동이 다르게 나타난다. 적층복합재료의 경우도 aspect ratio가 1.0을 기점으로 특성값들이 역전되는 현상이 나타난다. 따라서 본 연구에서는 여러 가지 복합재료를 가정하고 각각에 대해서 aspect ratio를 달리하여 해석을 수행하였다. 예비 해석을 통해서 분석한 결과 aspect ratio가 1보다 큰 경우는 좌굴 특성이 비슷한 경향을 나타내었으므로 본 연구에서는 aspect ratio를 각각 0.5 그리고 2.0으로 하였다.

본 연구에서 최적화 문제는 좌굴하중을 목적함수로 설정하여 수행하였다. 먼저 복합재료의 전체 두께와 초기 전체 섬유부피분율이 정해지면 각 층에서의 가능 섬유부피분율의 범위를 계산하고 바깥층으로부터 안쪽으로 가면서 최적화가 수행되었다. 이렇게 각층에서의 두께와 섬유부피분율을 설계변수로 하여 최대 좌굴하중을 구하였다. 최적화는 전체 섬유부피분율을 20%에서 50%내로 하여 수행하였으며 비교를 위해서 균일 복합재료의 경우 20%에서 70%까지의 좌굴하중도 구하였다. 결과는 Table 2와 3에 나타내었다.

Table 2에 나타난 바와 같이  $[0]_4$ ,  $[0/90]_s$  그리고  $[0/90/0]_s$  복합재료의 경우는  $0^\circ$ 를 가지는 최외각층의 섬유부피분율이 거의 70%에 이를 정도로 최대한의 섬유를 보강해 주는 것으로 최적화가 이루어 졌다. 예를 들어서 전체 섬유부피분율이 50%인 경우  $[0]_4$  복합재

Table 2. Optimization results with gross fiber volume fractions for aspect ratio of 0.5

	V (%)	$t_3$	$t_2$	$t_1$	$V_3$ (%)	$V_2$ (%)	$V_1$ (%)	Buckling Load (kN)	Post Buckling Strength (MPa)
$[0]_4$	20.00	—	0.28	0.72	—	69.88	0.28	102.09	327.68
	30.00	—	0.43	0.57	—	69.89	0.52	123.87	422.50
	40.00	—	0.57	0.43	—	69.84	0.98	138.53	541.88
	50.00	—	0.71	0.29	—	69.96	1.53	149.64	659.00
$[0/90]_s$	20.00	—	0.28	0.72	—	69.95	0.25	102.21	334.38
	30.00	—	0.43	0.57	—	69.90	0.51	123.60	425.63
	40.00	—	0.57	0.43	—	69.97	0.81	139.03	542.42
	50.00	—	0.71	0.29	—	69.93	1.60	148.82	645.21
$[90/0]_s$	20.00	—	0.02	0.98	—	0.41	20.33	55.85	215.72
	30.00	—	0.01	0.99	—	0.74	30.25	79.02	283.95
	40.00	—	0.01	0.99	—	0.98	40.33	101.66	349.73
	50.00	—	0.01	0.99	—	0.30	50.42	123.88	427.17
$[0/90/0]_s$	20.00	0.28	0.67	0.05	69.93	0.09	2.53	102.49	335.89
	30.00	0.43	0.50	0.07	69.89	0.08	3.42	123.22	428.58
	40.00	0.57	0.36	0.07	69.95	0.11	3.25	139.00	544.71
	50.00	0.71	0.17	0.12	69.96	0.12	3.40	149.45	660.08

료의 aspect ratio가 0.5일 때 최적 구조는 두께비가 각각 0.71과 0.29였고 각각의 섬유부피분율은 70%와 0%이었다. 그러나  $[90/0]_s$  복합재료의 경우는  $0^\circ$  층의 섬유가 최대한으로 보강되는 구조를 가지지 않았다. 대신  $0^\circ$  층이 두껍게 존재하는 방향으로 최적화가 이루어 졌다.

한편 Table 3는 aspect ratio가 2.0인 경우인데 최적화는 매우 복잡한 형태를 가졌다.  $[0]_4$  복합재료의 경우는 aspect ratio가 0.5인 경우와 비슷한 경향을 보였으나 다른 복합재료는 그렇지 않았다.  $[0/90]_s$ 와  $[90/0]_s$  복합재료는 각층에서의 섬유부피분율이 균형을 이루는 형태로 최적화가 이루어 졌다. 그리고 전체 섬유부피분율에 따른 각층에서의 두께비는 큰 변화가 없는 것으로 확인되었다.  $[0/90]_s$ 의 경우 바깥층의 두께비는 0.23에서 0.20사이의 값을 가졌으며  $[90/0]_s$ 의 경우는 0.11에서 0.14의 범위를 나타내었다.  $[0/90/0]_s$ 와  $[\pm 53/0/90]_s$  복합재료의 경우는 각 층에서의 두께비가  $[0]_4$  복합재료의 경우와 비슷한 것으로 나타났다. 그러나 보강섬유는 바깥층에 최대로 보강되는 것으로 나타났다. 그리고 각 층에서의 두께도 변했다. 예를 들



Table 3. Optimization results with gross fiber volume fractions for aspect ratio of 2.0

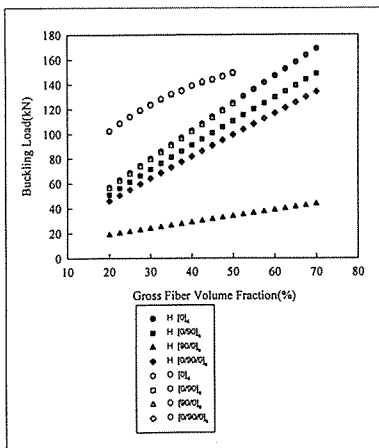
	V (%)	$t_1$	$t_3$	$t_2$	$t_1$	$V_4$ (%)	$V_3$ (%)	$V_2$ (%)	$V_1$ (%)	Buckling Load (kN)	Post Buckling Strength (MPa)
[0] <sub>s</sub>	20.00	-	-	0.28	0.72	-	-	69.90	0.27	15.80	103.76
	30.00	-	-	0.43	0.57	-	-	69.95	0.47	18.77	135.08
	40.00	-	-	0.57	0.43	-	-	69.97	0.81	20.66	169.80
	50.00	-	-	0.71	0.29	-	-	69.88	1.72	21.76	201.07
[0/90] <sub>s</sub>	20.00	-	-	0.23	0.77	-	-	69.34	5.68	18.60	129.91
	30.00	-	-	0.24	0.76	-	-	69.66	17.36	23.34	164.89
	40.00	-	-	0.21	0.79	-	-	69.71	32.18	27.28	200.05
	50.00	-	-	0.20	0.80	-	-	69.50	45.13	31.12	232.90
[90/0] <sub>s</sub>	20.00	-	-	0.11	0.89	-	-	69.10	14.03	16.19	106.64
	30.00	-	-	0.12	0.88	-	-	69.66	24.76	23.04	145.79
	40.00	-	-	0.13	0.87	-	-	69.51	35.78	27.43	179.92
	50.00	-	-	0.14	0.86	-	-	69.74	46.74	31.29	214.88
[0/90/0] <sub>s</sub>	20.00	-	0.13	0.15	0.72	-	69.93	69.89	0.27	24.00	156.60
	30.00	-	0.17	0.26	0.57	-	69.95	69.94	0.48	29.02	209.49
	40.00	-	0.19	0.38	0.43	-	69.75	69.94	0.93	32.76	261.33
	50.00	-	0.23	0.48	0.29	-	69.83	69.83	0.12	35.64	297.28
[±53/0/90] <sub>s</sub>	20.00	0.07	0.07	0.15	0.71	69.55	69.55	69.90	3.37	22.27	152.98
	30.00	0.08	0.08	0.28	0.56	69.39	69.39	69.67	0.75	27.00	209.68
	40.00	0.11	0.11	0.34	0.44	69.66	69.66	69.74	2.44	31.44	255.52
	50.00	0.13	0.13	0.45	0.29	69.92	69.92	69.88	0.04	34.50	292.36

어 전체 섬유부피분율이 50%인 경우 [0/90/0]<sub>s</sub> 복합재료는 aspect ratio가 2.0일 때 각 층의 최적 두께비가 0.23, 0.28, 0.29로 나타났으며 그 때의 섬유부피분율은 각각 70%, 70% 그리고 0% 이었다.

좌굴후거동은 좌굴 데이터를 바탕으로 수행되었으므로 대부분의 경향이 좌굴거동과 비슷하게 나타났다.

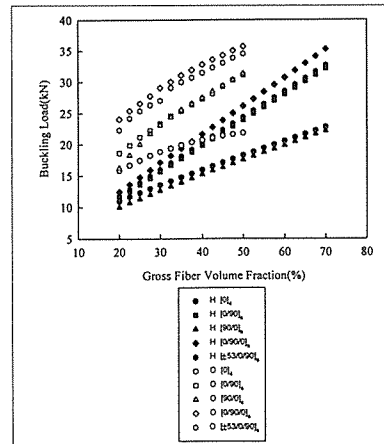
### 4.3 무게 절감 효과

적층복합재료의 경사형 최적화가 실제 복합재료의 무게절감에 미치는 효과를 규명하기 위해서 일반 균일 복합재료의 특성과 비교하였다. 그 결과는 Figure 5에서 8에 나타내었다. 균일 복합재료의 경우는 [0]<sub>s</sub> 복합재료의 경우에서 가장 큰 좌굴 하중을 보였으며 전체 복합재료의 섬유부피분율이 증가할수록 좌굴하중도 증가하였다. 최적화된 복합재료의 경우도 전체 섬유부피분율이 증가할수록 좌굴하중은 증가하였다. 예를 들어



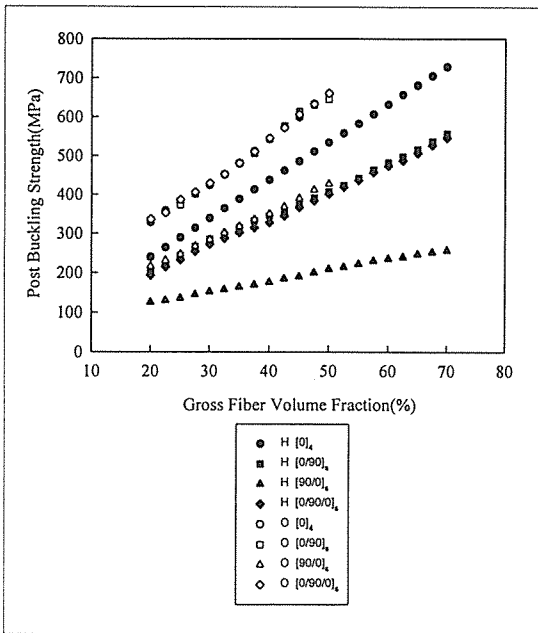
H : Homogeneous structure  
O : Optimized structure

Fig. 5. Buckling optimization results of various laminate composites with respect to the gross fiber volume fraction when the aspect ratio is 0.5



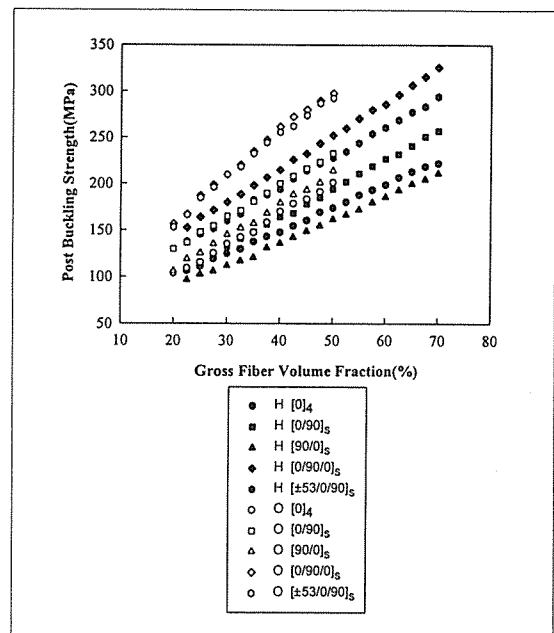
H : Homogeneous structure  
O : Optimized structure

Fig. 6. Buckling optimization results of various laminate composites with respect to the gross fiber volume fraction when the aspect ratio is 2.0



H : Homogeneous structure  
O : Optimized structure

Fig. 7. Post-buckling results of various laminate composites with respect to the gross fiber volume fraction when the aspect ratio is 0.5



H : Homogeneous structure  
O : Optimized structure

Fig. 8. Post-buckling results of various laminate composites with respect to the gross fiber volume fraction when the aspect ratio is 2.0

aspect ratio가 0.5이고 전체섬유부피분율이 50%인  $[0]_4$  복합재료의 경우 균일복합재료의 경우는 좌굴하중이 125kN이었다. 그러나 이 좌굴하중은 30%의 섬유부피분율을 가지고도 경사형 구조를 최적화해 줌으로써 달성할 수 있었다.  $[0/90]_5$ 와  $[0/90/0]_5$  복합재료의 경우 최적 구조는  $[0]_4$  복합재료의 경우와 비슷했지만 섬유부피분율의 감소는 더욱 컸다. 대체적으로 30%에서 40% 정도의 섬유부피를 줄일 수 있었다.  $[0]_4$ 와  $[0/90]_5$  그리고  $[0/90/0]_5$  복합재료는 20%에서 30% 정도의 감소를 보였다. 특히 aspect ratio가 2.0인 경우,  $[90/0]_5$  복합재료는 가장 큰 무게 감소 효과가 있었다. 후 좌굴 특성에서도 전체 복합재료의 무게 감소 효과는 좌굴 특성에서 나타난 것과 비슷했다.

## 5. 결 론

경사형구조를 가지는 적층복합재료에 대해서 각 층에서의 섬유부피분율과 두께를 변수로 좌굴 특성에 대

한 최적화를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 좌굴 특성은 적층복합재료의 aspect ratio에 따라서 상당한 차이를 보였는데, aspect ratio가 0.5인 경우는 바깥층에 최대의 섬유를 보강해주는 단순한 결과를 얻은 반면, aspect ratio가 2.0인 경우는 바깥층과 내부층의 구조가 어느 정도 균형을 이루는 방향으로 최적구조가 결정되었다.

2. 경사형구조를 가짐으로서 복합재료의 섬유부피는 15-30%, 복합재료 전체의 중량은 6-12% 정도의 절감이 가능하였다.

## 참고문헌

1. L. A. Schmit Jr. and B. Farshi, Optimum Laminate Design for Strength and Stiffness, Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 7, 1973, pp. 519-536

2. L. A. Schmit Jr. and B. Farshi, Optimum Design of Laminated Fiber Composite Plates , Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 11, 1977, pp. 623-630
3. J. Wang and B. L. Karihaloo, Optimum in situ Strength Design of Composite Laminates. Part I : In situ Strength Parameters , J. Compos. Mater., Vol. 30, No. 12, 1996, pp. 1314-1337
4. J. Wang and B. L. Karihaloo, Optimum in situ Strength Design of Composite Laminates. Part II : Optimum Design , J. Compos. Mater., Vol. 30, No. 12, 1996, pp. 1338-1357
5. R. L. Riche and R. T. Haftka, Optimization of Laminate Stacking Sequence for Buckling Load Maximization by Genetic Algorithm , AIAA J., Vol. 31, No. 5, 1993, pp. 951-957
6. R. T. Haftka and J. L. Walsh, Stacking Sequence Optimization for Buckling of laminated Plate by Integer Programming , AIAA J., Vol. 30, No. 3, 1992, pp. 814-819
7. W. J. Park, An Optimal Design of Simple Symmetric Laminates under the First Ply Failure Criterion , J. Composite Materials, Vol. 16, 1993, pp. 341-355
8. Todoroki et al., Object-Oriented Approach to Optimize Composite Laminated Plate Stiffness with Discrete Ply Angles , J. Compos. Mater., Vol. 30, No. 9, 1996, pp. 1020-1041
9. H. T. Hu and B. H. Lin, Buckling Optimization of Symmetrically Laminated Plate with Various Geometries and End Conditions , Composites Science and Technology, Vol. 55, 1995, pp. 277-285
10. O. C. Zienkiewicz and J. S. Champbell, Shape Optimization and Sequential Linear Programming, in Optimum Structural Design, Theory and Application , ed. R. H. Gallagher and O. C. Zienkiewicz, John Wiley, New York, 1973, pp. 109-126
11. H. Okamoto, A Dialogue on Biomimetic Design for Natural Technology , Biomimetics, vol. 2, No. 1, 1994, pp. 1-13
12. H. Okamoto, Biomimetic Fiber Reinforced Composites , Proc. 4th Japan International SAMPE Symposium, Sep. 25-28, 1995, pp. 627-632