

## 論文

## 초음파를 이용한 복합재료 기계적 특성값의 새로운 측정 방법

장필성\* · 전홍재\*\*

## A New Method for Characterization of Composites by Ultrasonics

P. S. Jang\* and H. J. Chun\*\*

## ABSTRACT

A new ultrasonic test method is proposed to obtain elastic constants of unidirectional composite materials nondestructively. In the proposed test method, only longitudinal transducers are used to measure wave velocities by through-transmission method. An aluminum wedge and a flat aluminum rectangular block are placed on each side of the test specimen. Oblique incident longitudinal wave is transmitted from a wedge to the specimen and the mode conversions are occurred sequentially at two interfaces between the specimen and aluminium. Measuring wave velocities converted to longitudinal waves in the rectangular block give all information to determine elastic constants of the composites. In order to determine shear stiffness coefficients, transverse wave velocity is measured indirectly from received longitudinal wave. Effects of anisotropy on waves are also considered in this study.

## 초 록

일방향 복합재료의 기계적 특성값을 비파괴적으로 얻기 위하여 초음파를 이용한 새로운 시험 방법을 제안하였다. 제안된 접촉식 시험 방법에서, 파속도를 측정하기 위하여 종파용 탐촉자만이 through-transmission 방식으로 사용되었다. 알루미늄 췌기와 알루미늄 직육면체 형태의 보조적인 매질이 시편의 양쪽에 부착되었다. 경사 입사된 종파는 췌기에서 시편으로 전파되며, 입사된 파는 시편과 두 개의 매질의 경계면에서 연속적으로 모드 변환된다. 마지막 매질에서 종파로 모드 변환된 파속도를 측정함으로써 시편의 기계적 특성값을 결정하는데 필요한 모든 정보를 얻게된다. 이 과정에서 전단 강성 계수를 얻기 위해, 수신된 종파로부터 간접적으로 횡파의 속도를 측정하였다. 본 연구에는 재료의 이방성이 파에 미치는 영향 또한 고려되었다.

## 1. 서 론

등방성 재료보다 많은 수의 기계적 상수를 갖는 이

방성 재료의 기계적 특성값을 구하는데 초음파를 이용한 비파괴적인 방법이 널리 사용되고 있다.

일방향 복합재료의 기계적 특성값을 얻기 위해 지금

\* 연세대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 연세대학교 기계전자공학부

까지 연구되어온 초음파를 이용한 실험 방법은 크게 접촉식(contact type)[1]과 수침식(immersion type)[2,3,4]으로 나눌 수 있다. 접촉식 방법은 종파(longitudinal wave)와 횡파(transverse wave)를 발생시킬 수 있는 두 종류의 접촉식 탐촉자(transducer)를 이용하여, 여러 방향으로 가공된 직육면체 형상의 시편들에 대해 초음파 시험을 수행한다. 이 방법은 실험 장치가 비교적 간단하지만 두 가지 종류의 탐촉자가 모두 필요하고, 각 방향의 시편을 정확히 가공해야 하는 단점이 있다. 반면 수침식 방법은 회전 테이블에 고정된 판(plate) 형상의 시편을 물 속에 담그어 시험을 수행한다. 종파만이 전파될 수 있는 수침식 방법에서는 물과 시편의 접촉면에서 발생하는 모드 변환(mode conversion)을 이용하여 기계적 특성값을 얻는다. 이 방법은 한 가지의 탐촉자와 시편만이 필요하지만, 실험 장치가 접촉식에 비해 훨씬 복잡한 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 앞서 거론된 두 가지 실험 방법들의 장점들만을 가질 수 있도록 시편의 양쪽 면에 보조적인 두 개의 매질과 종파용 접촉식 탐촉자만을 사용하여 일방향 복합재료의 기계적 특성값을 얻는 방법을 제안하였다. 제안된 새로운 실험 방법은 간단한 실험 장치로도 수침식과 같이 모드 변환을 이용할 수 있으므로 별도의 횡파용 탐촉자 없이 일방향 복합재료의 기계적 특성값을 얻을 수 있다.

## 2. 이론

### 2.1. 재료의 주축을 따른 파 전파

재료에 침투된 초음파는 탄성파의 형태로 전파된다. 이방성 성질을 가진 재료에서 탄성파의 거동은 재료의 관성 효과를 고려한 다음과 같은 파동 방정식에 의해 지배된다.

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} \quad (1)$$

여기서,  $t$ 는 시간,  $u_i$ 는 변위,  $C_{ijkl}$ 은 강성계수,  $\rho$ 는 밀도이다. 정상상태의 평면 파(plane wave)의 변위는 파동 방정식의 일반해로부터 다음과 같이 3차원 성분으로 표현할 수 있다.

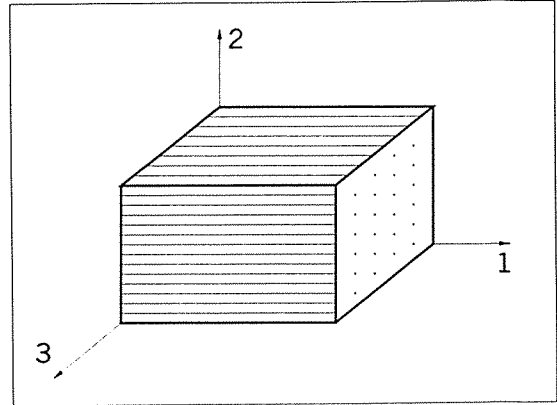


Fig. 1. Coordinates and fiber direction of the unidirectional composites specimen

$$u_i = a p_i \exp [ i ( k_j x_j - \omega t ) ] \quad (2)$$

여기서,  $a$ 는 변위의 진폭,  $p_i$ 는 입자의 진동 방향(polarization direction),  $\omega$ 는 원주각속도를 나타낸다. 또한, 파동수(wave number)  $k$ 와 위상속도(phase velocity)  $v$ 는 전파 방향벡터(wave normal vector)  $l_i$ 와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$v = \omega / k \quad k_i = k l_i \quad (3)$$

식 (2)를 (1)에 대입하면  $\omega$ 와  $k_i$ 의 함수로 표현되는 Christoffel's equation을 얻을 수 있다[3].

$$| C_{ijkl} k_j k_l - \rho \omega^2 \delta_{ik} | = 0 \quad (4)$$

Fig. 1과 같이 섬유방향을 1방향으로 설정한, 일방향 복합재료가 횡등방성(transversely isotropic) 성질을 갖는다고 고려하면, 식 (4)는 축약 표기법(contract notation)으로 다음과 같이 표현된다[4].

$$\begin{vmatrix} \Gamma_{11} - \rho \omega^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \rho \omega^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - \rho \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

$$\Gamma_{11} = k_1^2 C_{11} + k_2^2 C_{55} + k_3^2 C_{55}$$

$$\Gamma_{22} = k_1^2 C_{55} + k_2^2 C_{22} + k_3^2 C_{44}$$

$$\Gamma_{33} = k_1^2 C_{55} + k_2^2 C_{44} + k_3^2 C_{22}$$

$$\Gamma_{12} = k_1 k_2 (C_{12} + C_{55})$$

$$\Gamma_{13} = k_1 k_3 (C_{12} + C_{55})$$

$$\Gamma_{23} = k_2 k_3 (C_{23} + C_{44})$$

여기서,  $\Gamma_{ij}$ 는 Christoffel's tensor이다. 1 방향과 2 방향으로 전파되는 종파의 속도는 식 (5)의 해로부터 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$v_L^1 = \sqrt{C_{11}/\rho} \quad v_L^2 = \sqrt{C_{22}/\rho} \quad (6)$$

여기서 사용된 윗첨자는 각각 종파가 전파된 방향을 나타낸다. 따라서, 1 방향과 2 방향에 대한 초음파 시험으로부터  $C_{11}$ 과  $C_{22}$ 를 얻을 수 있다.

### 2.2. 재료의 대칭 평면에서의 파 전파

$l_i$ 가 1-2 평면 내에 존재하는 경우, 종파의 위상속도 (phase velocity)  $v_L$ 은 식 (5)로부터 장성계수와 다음의 관계를 갖는다.

$$C_{12} + C_{55} = \{ \{ 2\rho v_L^2 - C_{11}l_1^2 - C_{22}l_2^2 - C_{55} \}^2 - \{ l_1^2(C_{11} - C_{55}) + l_2^2(C_{55} - C_{22}) \}^2 \}^{1/2} / 2l_1 l_2 \quad (7)$$

그러나, 실제 탄성파는 재료의 이방성의 영향으로 전파 방향벡터  $l_i$ 가 나타내는 방향에서 편향되어 전파된다. 또한 종파는 순수한 종파 모드에 약간의 횡파 모드가 연성되는 준종파(quasi-longitudinal) 모드를 갖게 되며, 식 (7)에 표현된 위상 속도와 달리 군속도(group velocity)  $v_g$ 로 전파된다. 이는 파가 이방성 재료의 주축을 따라 전파되지 않는 경우, 전단 연성(shear coupling) 효과가 파에 미치는 영향 때문이다. 파의 실질적인 에너지를 갖는 군파의 속도는 다음과 같이 정의된다[5,6,7].

$$(v_g)_i = \frac{\partial \omega}{\partial k_i} = \frac{1}{\rho} C_{ijkl} p_j p_k m_l \quad (8)$$

식 (8)의 군속도의 정의로부터, 그 방향과 속도를 구할 수 있으며, 군속도는 위상속도와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$(v_g)_i l_i = v \quad (9)$$

직육면체 형상의 시편에 수직으로 입사하는 파의 실

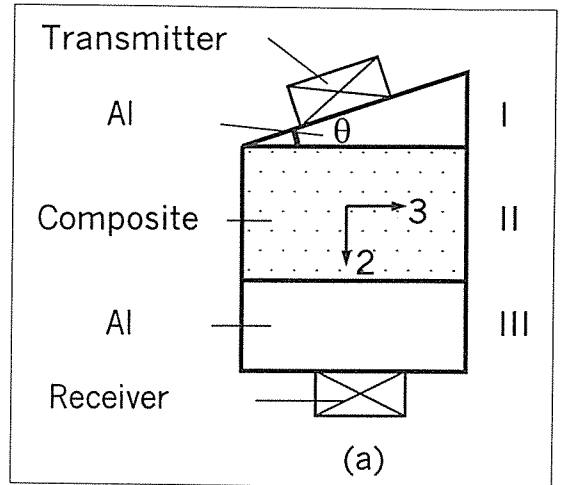


Fig. 2. Schematic drawing of test methodology for measuring transverse wave velocity polarized in 2-3 plane

제 측정된 속도는  $v_g$ 의  $l_i$  방향의 성분이 되고, 이는 식 (9)의 관계에 의해 종파의 위상속도와 일치하게 된다. 결국, 두 면이 평행한 시편에 수직으로 입사하게 되는 접촉식 시험방법의 경우에는 파가 반사나 굴절을 하지 않는 한, 재료의 이방성에 의한 파속도와 전파 방향의 변화를 고려치 않고 식 (7)을 적용할 수 있다.

### 2.3. 2-3 평면에서의 경사 입사

일방향 복합재료의 기계적 특성값을 얻기 위해서는  $C_{44}$ ,  $C_{55}$ 의 항으로 표현되는 두 개의 횡파의 속도를 측정하여야 한다. 종파용 탐촉자만으로 횡파 속도를 측정하기 위해서 Fig. 2와 같은 실험 장치를 구성하였다. 매질 II(시편)에 경사진 파를 입사시키기 위하여 썸머 형상의 보조 매질 I를 사용하고, 시편에서의 횡파 속도를 종파용 탐촉자로 검출하기 위해 매질 III을 사용한다.

매질 I을 통하여 시편에 경사지게 입사된 탄성파는 매질 I과 II의 경계면에서 모드 변환되며, 각각의 굴절 각으로 시편을 통과한 후, 등방성 재료인 매질 III으로 전파되면서 매질 II와 III의 경계면에서 다시 모드 변환된다. 경계면에서 발생하는 파의 굴절 및 반사 현상은 스넬의 법칙(Snell's law)를 적용함으로써 해석할 수 있다. 위상속도의 역수로 정의되는 slowness 벡터의 경계면에 평행한 성분은 입사된 파의 경계면으로의 정사영 값과 동일하게 된다. 따라서, 식 (4)를 slowness에 대해 다음과 같이 표현하면 경계면에 수직하

방향의 slowness 벡터 성분을 얻을 수 있다[5,6,7].

$$|C_{ijk}m_jm_l - \rho\delta_{ik}| = 0 \tag{10}$$

입사파의 경계면에 평행한 성분( $m_3^I$ )은 모드 변환에 의해 발생하는 모든 파의  $m_3$ 와 동일하므로, 식 (10)으로 부터 굴절되거나 반사된 파의 수직 성분의 값( $m_2$ )을 얻을 수 있다.

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{\rho}{C_{44}} - (m_3^I)^2} \tag{11}$$

음의 근은 경계면에서 반사된 것을 나타내므로, 양의 근만이 매질 II에서 전파되는 파에 대한 것이다. 이로부터, Fig. 3과 같이 매질 I에서 II로 투과되는 탄성파의 각 모드에 대한 굴절각과 파속도의 관계를 얻을 수 있다.

따라서, 매질 II 내에서 횡파로 전파된 후, 매질 III에서 종파로 모드 변환된 파를 매질 III의 밑면에서 종파용 탐촉자로 검출 할 수 있다. 2-3 평면 내로 전파되는 입사파에 의하여 발생된 파 중, 2-3 평면 내에서 진동하는 횡파의 파속은  $C_{44}$ 의 항으로 표현된다. 등방성 성질을 가진 2-3 평면내로 탄성파가 전파되는 경우에는 위상속도와 군속도가 항상 일치하게 되므로, 군속도를 고려치 않아도 된다.

탄성파가 매질 I, II, III을 통과하는데 걸린 시간과 전체 시간을 각각  $t^I, t^{II}, t^{III}$ 와  $T$ 라 하면, 시편에서의 2 방향의 종파의 속도를 알고 있으므로 검출된 첫 번째 종파에서  $t^I$ 을 찾을 수 있다.

$$t^{III} = \frac{d^{III}}{v \cos\theta}$$

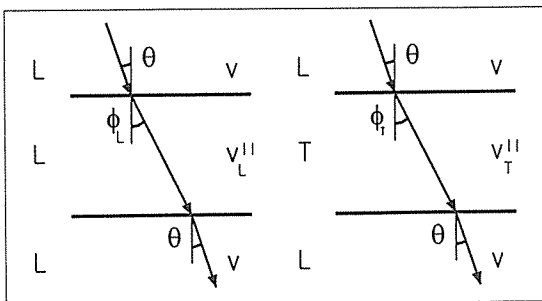


Fig. 3. Schematic diagrams of considered mode conversion

$$t_L^{II} = \frac{d^{II}}{v_L^{II} \sqrt{1 - \left(\frac{\sin\theta}{v} v_L^{II}\right)^2}} \tag{12}$$

$$t^I = T_L - t_L^{II} - t^{III}$$

여기서,  $d$ 는 각 매질의 두께이다. 식 (11)을 이용하면, 매질 II에서의 횡파의 속도와 굴절각을 구하게 된다.

$$(v_T^{II})^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\sin\theta}{v} \frac{d_{II}}{t_T^{II}}\right)^2}}{2 \left(\frac{\sin\theta}{v}\right)^2} \tag{13}$$

$$\phi_T = \sin^{-1} \left( \frac{\sin\theta}{v} v_T^{II} \right)$$

따라서,  $C_{44}$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$C_{\Delta_1} = \frac{\rho}{(m_3^I)^2 + \left(\frac{\cos\phi_{T_1}}{v_{T_1}^{II}}\right)^2} \tag{14}$$

#### 2.4. 1-2 평면에서의 경사 입사

시편의 1-2 평면으로 파가 경사 입사되는 경우, 준종파와 준횡파의 속도는 모두  $C_{55}$ 의 항을 포함한다. 따라서, 시편 내에서 준종파의 파속도를 측정하기 위한 실험 장치는 Fig. 4 (a)와 같이 매질 III을 필요치 않게 된다. 또한 측정되는 군속도의 성분은 Fig. 3 (b)와 같게 된다.

매질 I과 II의 경계면에서 굴절되어 매질 II로 전파되는 파의 slowness 성분은 다음과 같이 표현될 수 있다.

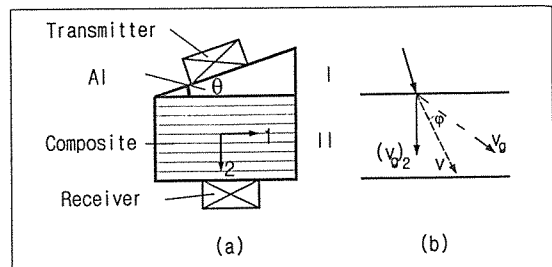


Fig. 4. Schematic drawings of (a) test methodology for measuring quasi-longitudinal group velocity in 1-2 plane, (b) measured group velocity component

$$\begin{aligned}
 (m_2^H)^2 &= \frac{1}{2C_{22}C_{55}} [-m_1^I(C_{11}C_{22}+C_{55}) \\
 &+ \rho(C_{22}+C_{55})+m_1^I(C_{12}+C_{55})^2 \\
 &\pm \{(m_1^I(C_{12}C_{22}+C_{55})-\rho(C_{22}+C_{55}) \\
 &-m_1^I(C_{12}+C_{55})^2)-4C_{22}C_{55}(\rho^2+m_1^I C_{11}C_{55} \\
 &-\rho m_1^I(C_{11}+C_{55}))\}^{1/2}] \quad (15)
 \end{aligned}$$

한편, 1-2 평면 내에서 전파되는 준종파는 재료 이방성의 영향으로 실제 군파의 전파 방향과 속도로 전파되므로 식 (8)로부터 다음의 관계식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned}
 (C_{12}+C_{55})^2 [m_1^I m_2^H (\rho - m_1^I C_{11}) - \rho v_{gs} m_1^I m_2^H] \\
 + (C_{22} m_2^H - \rho v_{gs}) (\rho - m_1^I C_{11} - m_2^H C_{55})^2 \\
 = 0 \quad (16)
 \end{aligned}$$

식 (7), (15)를 이용함으로써 식 (16)을  $C_{55}$ 만의 함수  $F(C_{55})$ 로 표현할 수 있다. 따라서, 1-2 평면에서 수직 입사된 파의 속도와 경사 입사된 파의 속도 및 결정된 강성계수  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{44}$ 를 이용하여  $F(C_{55}) = 0$ 을 만족시키는  $C_{55}$ 를 결정할 수 있다. 또한, 식 (7)로부터  $C_{55}$ 와 연성되어있는 마지막 미결정 계수  $C_{12}$ 를 얻을 수 있다.

### 3. 실험

본 논문에서는 Hexcel사의 DMS 2224 graphite/epoxy를 오토클레이브(autoclave) 성형방법으로 제작한 시편을 다이아몬드 커터(diamond cutter)를 사용하여 직육면체 형상으로 가공하여 사용하였다. 또한, Panametric사의 5072PR pulser/receiver와 10MHz의 주파수를 갖는 종파용 탐촉자를 이용하여 Fig. 4와 같이 through-transmission 방식으로 파속도를 측정하였다.

정축(on-axis)과 모드 변환을 이용한 시험을 위해 시편을 섬유방향에 대해 0° 방향으로 가공하였으며, 비김축(off-axis)에 대한 초음파 시험을 위해서는 17° 방향으로 가공하였다.

$C_{44}$ ,  $C_{55}$ 를 얻기위한 시험에서는 알루미늄을 매질 I과 III으로 사용하였고, 매질 I의 경사 입사각은 45°이

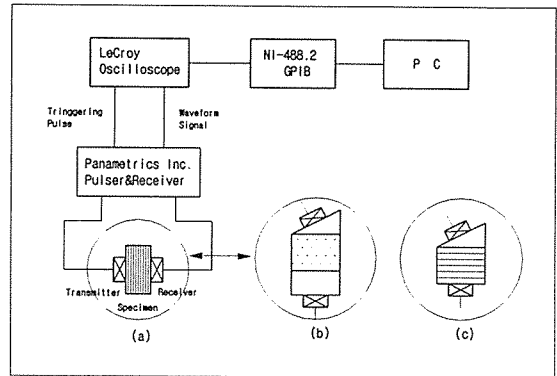


Fig. 5. Apparatus for ultrasonic through-transmission technique to measure wave velocity : (a) propagating along principal axis, (b) oblique incident in 2-3 plane and (c) oblique incident in 1-2 plane

다. 매질 II의 횡파가 매질 III으로 모드 변환되어 전파될 수 있도록, 두 매질의 접촉면에 접성이 높은 접촉매질(couplant)을 사용하였다.

0° 방향으로 가공된 시편을 이용하여 1방향과 2방향에 대한 초음파 시험으로  $C_{11}$ 과  $C_{22}$ 를 얻은 후, 2-3 평면에서의 경사 입사 시험으로부터  $C_{44}$ 를 얻었다. 마지막으로 1-2 평면에 대한 경사 입사 시험과 17° 방향으로 가공된 시편에 대한 시험으로부터  $C_{12}$ 와  $C_{55}$ 를 얻었다.

이로부터 얻은 기계적 특성값을 비교하기 위해 얇은 복합재료의 표준시편을 사용하여 압축 및 인장 시험을 각각 수행하였다. 압축 시험 경우 IITRI 압축 시험 장치(IITRI compression test fixture)를 사용하였다.

### 4. 결과 및 고찰

시편의 각 방향으로 측정된 파속도로부터 식 (17)에 이를 이용하여 얻은 강성 계수를 나타내었다.

$$C = \begin{bmatrix} 137.37 & 5.86 & 5.86 & 0 & 0 & 0 \\ 5.86 & 14.61 & 7.27 & 0 & 0 & 0 \\ 5.86 & 7.27 & 14.61 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.67 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8.59 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8.59 \end{bmatrix} \text{GPa} \quad (17)$$

시편의 제작 과정에서 2방향과 3방향의 물성치가 달

Table 1. Engineering constants with comparison ultrasonics and conventional tensile test

	ultrasonic test	tensile test
$E_1$	134.23 GPa	130 GPa
$E_2$	10.93 GPa	10.37 GPa
$G_{12}$	8.59 GPa	5.93 GPa
$\nu_{12}$	0.268	0.282
$\nu_{23}$	0.488	/

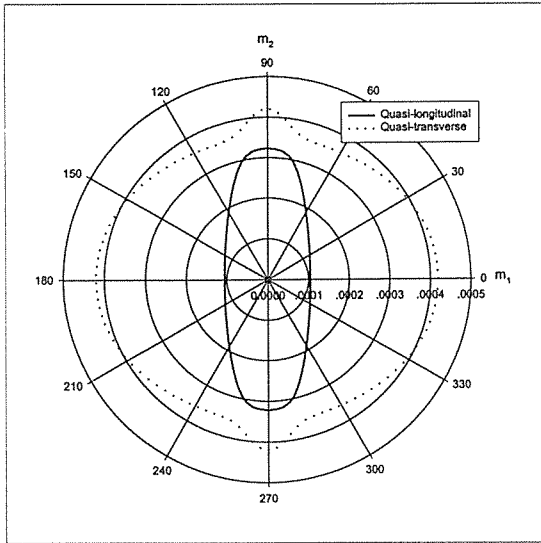


Fig. 6. Slowness surface in the 1-2 plane

라질 수 있으나, 두 방향으로 전파되는 종파의 속도가 거의 같아 횡등방성 재료로 고려하였다.

식 (17)의 강성행렬의 값을 이용하여, 최종적으로 얻은 시편의 기계적 특성값은 [11] 인장 및 압축 시험을 통하여 얻은 변형 초기의 기계적 특성값들과 비교하여 Table 1.에 나타내었다.

시편의 이방성이 종파 및 두 개의 횡파의 파속도와 전파 방향의 변화에 미치는 영향을 나타내는 slowness surface와 군파의 편향각을 각각 Fig. 6과 Fig. 7에 나타내었다.

$C_{12}$ 와  $C_{55}$ 는 독립적으로 결정된  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{44}$ 와  $17^\circ$  방향으로 가공된 시편 및 1-2 평면에 대한 경사 입사 시험에서 얻은 파속도에 의하여 결정된다. 식 (7)에서 볼 수 있듯이  $C_{12}$ 와  $C_{55}$ 는  $C_{11}$ ,  $C_{22}$  그리고  $\nu_{12}$ 에 대해 큰 민감도를 갖음을 알 수 있다. 따라서, 측정 오차에 의해 정확한 값을 얻기가 어렵게 된다[4].

Fig. 8은  $C_{55}$ 에 대한  $F(C_{55})$ 의 절대값 변화를 보여

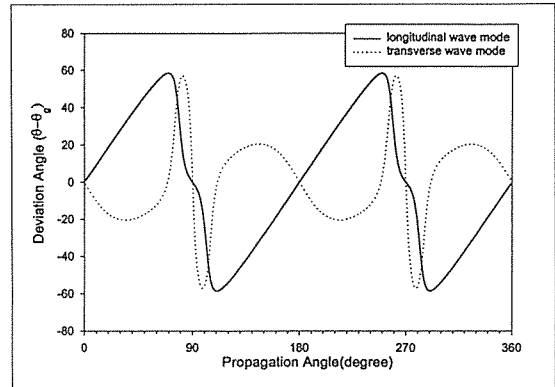
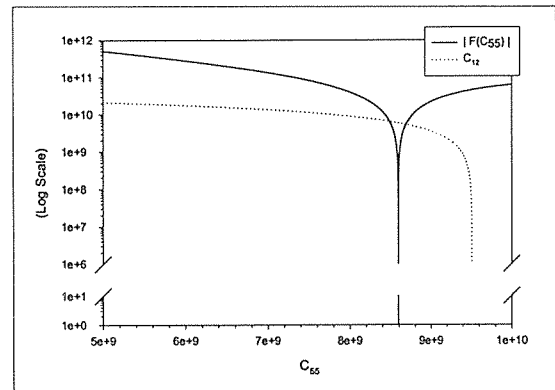


Fig. 7. Deviation angle between phase and group waves

Fig. 8. Plot of  $F(C_{55})$  for obtaining  $C_{55}$  and  $C_{12}$ 

주고 있다. 또한,  $C_{55}$ 의 값 변화에 따라 결정되는  $C_{12}$ 의 변화도 나타나 있다. 앞에서 설명한바와 같이  $C_{55}$ 가 다른 강성계수 및 측정된 파속도에 대한 큰 민감도를 가지고 있기 때문에, 관계식을 만족시킬 수 있는  $C_{55}$ 의 범위가 매우 작음을 알 수 있으며, 이에 따른  $C_{12}$ 의 변화량도 매우 큼을 알 수 있다. 결국, 전단 탄성계수  $G_{12}$ 와 포아송비(Poisson's ratio)  $\nu_{12}$ 는  $C_{12}$ 와  $C_{55}$ 의 영향에 의하여 기계적 특성 시험으로 얻은 값과 약간의 차이를 갖게 되었다.

또한, 2-3 평면에 대한 경사 입사 시험에서 매질 III의 두께가 충분하지 않으면, 첫 번째 종파의 에코(echo)와 횡파에서 모드 변환된 종파가 중첩되어 파속도의 측정이 힘들게 될 수 있으나, 본 연구에서는 매질 III이 적절한 두께를 갖도록 함으로써 이러한 문제점을 해결하였다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 종파용 접촉식 탐촉자만을 이용하여 일방향 복합재료의 기계적 특성값을 얻는 새로운 실험 방법을 연구하였다.

전형적인 접촉식 방법에서 필요로하는 별도의 횡파용 접촉식 탐촉자 없이, 종파용 탐촉자와 보조적인 매질을 사용한 간단한 실험장치를 통하여 복잡한 실험장치를 필요로 하는 수침식 실험과 같은 효과를 얻을 수 있었다. 정확한 진단 탄성계수와 포아송비를 얻는데 약간의 어려움이 있지만, 비교적 간단한 방법으로 적절한 결과를 얻을 수 있었다.

따라서, 제안된 방법이 정확성에 관한 약간의 보완을 필요로 하지만, 기존의 실험 방법에 비해 실험 장비 및 방법 등에서 장점을 가지고 있으므로, 이방성 재료의 기계적 특성값을 얻는 보편적인 방법으로써의 가능성을 제공할 수 있을 것이다.

### 참고문헌

1. J. E. Zimmer, James R. Cost, "Determination of the elastic constants of a unidirectional fiber composite using ultrasonic velocity measurements", J. of Acoust. Soc. Am., Vol. 47, No. 3, pp. 795-803, 1969.
2. M. F. Markham, "Measurement of the elastic constants of fibre composites by ultrasonics", Composites, Vol 1, pp. 145-149, 1970.
3. T. T. Wu, Z. H. Ho, "Anisotropic wave propagation and its applications to NDE of composite materials", J. of Exp. Mech., pp. 313-318, 1990.
4. Shi-Chang Wooh, Isaac M. Daniel, "Mechanical characterization of a unidirectional composite by ultrasonic methods", J. of Acoust. Soc. Am., Vol. 90, No. 6, pp. 3248-3253, 1991.
5. Edmund G. Henneke II, "Reflection-refraction of a stress wave at a plane boundary between anisotropic media", J. of Acoust. Soc. Am., Vol. 51, No. 1, pp. 210-217, 1972.
6. S. I. Rokhlin, T. K. Bolland, Laszio Adler, "Reflection and refraction of elastic waves on a plane interface between two generally anisotropic media", J. of Acoust. Soc. Am., Vol. 79, No. 4, pp. 906-918, 1986.
7. Fedor I. Fedorov, "Theory of elastic waves in crystals", Plenum press, pp. 85-168, 283-332, 1968.
8. B. A. Auld, "Acoustic fields and waves in solids Vol. I", New York, 1973.
9. A. H. Nayfeh, "Wave propagation in layered anisotropic media", North-Holland, pp. 15-82, 1995.
10. H. Kolsky, "Stress waves in solids", Dover publications, pp. 4-38, 1968.
11. Isaac M. Daniel, Ori Ishai, "Engineering mechanics of composite materials", Oxford university press, pp. 37-84, 1994.