

論文

굴곡진 보강섬유를 가진 복합재료의 인장/압축 비선형 거동을 예측하기
위한 새로운 해석모델의 개발에 관한 연구

전홍재* · 신재윤** · 최홍섭***

New Constitutive Models for Tensile/Compressive Nonlinear Elastic
Behaviors of Composite Materials with Fiber Waviness

H. J. Chun* · J. Y. Shin** and H. S. Cho***

ABSTRACT

The effects of fiber waviness on tensile/compressive nonlinear elastic behaviors of graphite/epoxy unidirectional composite materials are studied theoretically and experimentally. New constitutive models are proposed to predict elastic properties and tensile/compressive nonlinear behaviors of composite materials. Three types of wavy pattern are considered: uniform, graded and localized fiber waviness. Complementary energy density and incremental method are used to incorporate the material and geometrical nonlinearities due to fiber waviness. Tensile/compressive tests are conducted on the specimens with fiber waviness. It is found that the predictions are in good agreement with the experimental results.

초 록

보강섬유의 굴곡을 가지는 일방향성 graphite/epoxy 복합재료의 비선형거동에 대하여 이론 및 실험을 통하여 고찰하였다. 해석모델에서 공액에너지밀도와 순차적 해석방법을 이용하여 보강섬유의 굴곡에 의한 재료적 비선형 특성 및 기하학적 비선형 특성을 모두 고려하였으며, 이를 이용하여 보강섬유의 굴곡정도에 따른 복합재료의 기계적 특성값의 변화 및 인장/압축 거동을 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 모델, 재료의 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 보강섬유의 굴곡이 점차 줄어드는 모델 그리고 재료의 일부분에만 보강섬유의 굴곡이 존재하는 모델에 대하여 예측하였다. 그리고 여러 굴곡 정도에 대한 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료를 제작하고 인장/압축 실험을 수행하여 그 결과와 예측 결과를 비교하였다. 실험 결과는 예측 결과와 잘 일치하였으며, 보강섬유의 굴곡이 복합재료의 기계적 특성에 큰 영향을 미침을 알 수 있었다.

* 연세대학교 기계전자공학부

** 연세대학교 대학원 기계설계학과

*** 대한항공 한국항공기술연구원

1. 서 론

복합재료가 큰 하중을 받는 구조물에 사용되기 위해서는 그 적층두께가 두꺼워져야만 한다. 그러나 두껍게 적층된 복합재료의 경우, 적층판 내의 보강섬유의 굴곡이라는 성형과정 중에 생성되는 초기결함[1-5]을 포함하게 되며 이런 굴곡진 보강섬유를 가진 두꺼운 복합재료는 보강섬유 굴곡의 영향으로 재료적 비선형 특성[6-9]과 함께 기하학적 비선형 특성을 가진다.

본 연구에서는 보강섬유의 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료의 재료적, 기하학적 비선형 특성을 고려할 수 있는 해석모델(충요소모델)을 제시하였고 이를 이용하여 보강섬유의 굴곡이 복합재료 내에 일정하게 존재하는 경우, 보강섬유의 굴곡이 복합재료의 중심에서 바깥 쪽으로 갈수록 점차 줄어드는 경우, 보강섬유의 굴곡이 복합재료의 일부분에만 존재하는 경우에 대하여 각각 보강섬유 굴곡의 정도에 따른 복합재료의 기계적 특성 값의 변화와 인장/압축에서의 비선형 거동을 예측하였다. 그리고 여러 굴곡 정도에 대한 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 복합재료의 시편을 제작하고 시험을 실시하여 그 결과와 예측 결과를 비교하였다.

2. 해석모델

충요소모델에서 복합재료 내 보강섬유 굴곡이 주기적으로 반복되는 것으로 가정하고 전체 복합재료의 거동은 보강섬유 굴곡의 한 주기에 대한 평균적 거동을 해석함으로써 예측한다. 복합재료는 Fig.1에서와 같이 미소두께와 한 주기길이를 가지는 충요소들이 적층된 형태이며 충요소를 이용하여 보강섬유의 굴곡이 두꺼

방향으로 일정하지 않은 경우에도 보강섬유 굴곡의 변형에 의한 비선형 특성을 고려할 수 있도록 한다. 전체 두꺼운 복합재료의 거동은 각 충요소에 대한 해석을 하고 이를 합하여 평균적으로 구한다.

2.1 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 복합재료의 해석

복합재료가 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 경우 모든 충요소의 보강섬유 굴곡의 진폭과 주기길이가 동일하고 인장/압축 거동에서 동일한 변형을 하므로 전체 복합재료의 거동은 하나의 충요소의 거동과 동일하다.

복합재료의 재료적 비선형특성은 응력의 고차항을 포함한 공액에너지밀도를 이용하여 해석에서 고려한다.[7] 다음은 응력의 4차 함수로 정의한 공액에너지밀도이다.

$$\begin{aligned}
 W^* = & \frac{1}{2} S_{11} \sigma_{11}^2 + \frac{1}{2} S_{22} \sigma_{22}^2 + \frac{1}{2} S_{33} \sigma_{33}^2 + \frac{1}{2} S_{44} \tau_{23}^2 \\
 & + \frac{1}{2} S_{55} \tau_{13}^2 + \frac{1}{2} S_{66} \tau_{12}^2 + S_{12} S_{11} S_{22} + S_{13} S_{11} S_{33} \\
 & + S_{23} S_{22} S_{33} + \frac{1}{3} S_{111} \sigma_{11}^3 + \frac{1}{3} S_{222} \sigma_{22}^3 + \frac{1}{3} S_{333} \sigma_{33}^3 \\
 & + \frac{1}{4} S_{1111} \sigma_{11}^4 + \frac{1}{4} S_{2222} \sigma_{22}^4 + \frac{1}{4} S_{3333} \sigma_{33}^4 \\
 & + \frac{1}{4} S_{4444} \tau_{23}^4 + \frac{1}{4} S_{5555} \tau_{13}^4 + \frac{1}{4} S_{6666} \tau_{12}^4 \quad (1)
 \end{aligned}$$

여기에서 S_{ij} , S_{iii} , S_{iiii} 는 상수로 기계적 특성 실험을 통해 얻은 응력-변형을 관계로부터 구한다. 식(1)에서 축응력과 전단응력, 고차의 축응력 그리고 전단응력 사이의 연성항은 영향이 작으므로 고려하지 않았다.[7] 복합재료의 변형률-응력 관계는 " $\epsilon_{ij} = \partial W^* / \partial \sigma_{ij}$ "인 관계를 이용하여 재료적 비선형 특성을 고려한 순응도 행렬($[S_{ij}^*]$)로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^* & S_{12}^* & S_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\ S_{12}^* & S_{22}^* & S_{23}^* & 0 & 0 & 0 \\ S_{13}^* & S_{23}^* & S_{33}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

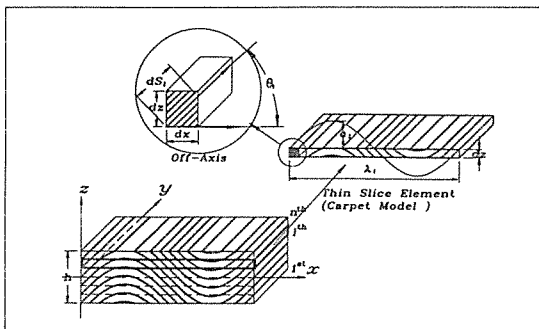


Fig. 1. Schematic drawing of a representative volume for composite materials with uniform fiber waviness

여기에서

$$S_{11}^* = S_{11} + S_{111}\sigma_{11} + S_{1111}\sigma_{11}^2$$

$$S_{22}^* = S_{22} + S_{222}\sigma_{22} + S_{2222}\sigma_{22}^2$$

$$S_{33}^* = S_{33} + S_{333}\sigma_{33} + S_{3333}\sigma_{33}^2$$

$$S_{44}^* = S_{44} + S_{4444}\tau_{23}^2, S_{55}^* = S_{55} + S_{5555}\tau_{13}^2,$$

$$S_{66}^* = S_{66} + S_{6666}\tau_{12}^2$$

$$S_{12}^* = S_{12}, S_{13}^* = S_{13}, S_{23}^* = S_{23}$$

식(2)의 정축(on-axis) 변형률-응력 관계는 보강섬유 각(θ)이 주어진 경우 변환행렬을 이용하여 다음의 비깎축(off-axis) 변형률-응력 관계로 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} [\epsilon]_{x,y,z} &= [R][T]^{-1}[R]^{-1} [S^*][T] [\sigma]_{x,y,z} \\ &= [S^{**}] [\sigma]_{x,y,z} \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서 $m = \cos\theta, n = \sin\theta$

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & 0 & n^2 & 0 & 2mn & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ n^2 & 0 & m^2 & 0 & -2mn & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 & -n \\ -mn & 0 & mn & 0 & m^2 - n^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & 0 & m \end{bmatrix}$$

여기에서 $[\epsilon]_{x,y,z}$ 는 비깎축 변형률 행렬, $[\sigma]_{x,y,z}$ 는 비깎축 응력 행렬, $[S^{**}]$ 는 비깎축 순응도 행렬이다. 층요소모델에서 각 층요소 내의 보강섬유 굴곡은 Fig. 1에 도시된 바와 같이 사인함수(sine function)로 가정할 수 있으며 이때 1번째 층요소에서 x축과 보강섬유 사이의 각(θ)은 다음 식과 같다.

$$\theta_l = \tau^{-1} \left(\frac{2\pi a_l}{1} \cos \frac{2\pi x}{\lambda_l} \right) \quad (4)$$

여기에서 λ_l 은 l 번째 층요소를 통과하는 보강섬유 굴곡의 한 주기길이, a_l 은 l 번째 층요소를 통과하는 보강섬유 굴곡의 진폭이다. l 번째 층요소의 x축 방향의 미소길이(dx) 안에서 보강섬유각은 일정한 비깎축 상태에 있다고 볼 수 있다. 두꺼운 복합재료가 x축 방향의 인장/압축 하중을 받는 경우 식(3)의 정축 응력은 모두 다음과 같이 층요소 내의 x축 방향 응력($(\sigma_{xx})_l$)으로 바꾸어 쓸 수 있으며 l 번째 층요소의 x축 방향의 미소길이(dx) 안에서 변형률-응력 관계는 식(3)의 비깎축 순응도를 x축 방향 응력만을 포함한 비깎축 순응도((S_{ij}^{***}))로 바꾸어 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= m^2 (\sigma_{xx})_l, \sigma_{33} = n^2 (\sigma_{xx})_l \\ \tau_{13} &= -mn (\sigma_{xx})_l, \sigma_{22} = \tau_{23} = \tau_{12} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

x축 방향의 인장/압축 하중만을 받는 l 번째 층요소의 평균 변형률($(\epsilon)_l$)-응력($(\sigma)_l$) 관계는 식(3)에 식(5)를 적용하여 얻은 층요소의 미소길이 안의 변형률-응력 관계를 한 주기에 대해 적분하여 다음과 같이 표현된다.

$$[(\epsilon)_l] = [(\overline{S^{***}})] [(\sigma)_l] \quad (6)$$

여기에서

$$(\overline{S^{***}})_l = \frac{1}{\lambda_l} \int_0^{\lambda_l} (S_{ij}^{***})_l dx$$

여기에서 $(\overline{S_{ij}^{***}})_l$ 은 x축 방향의 하중을 받는 l 번째 층요소의 평균 순응도이다.

층요소의 기하학적 비선형 특성은 재료에 변형이 일어나면서 보강섬유 굴곡의 정도가 변화하여 발생한다. 1번째 층요소 내의 미소길이(dx) 안의 보강섬유의 길이(dS_l)는 다음과 같다.

$$dS_l = \sqrt{dx^2 + dx^2 \tan^2 \theta_l} \quad (7)$$

l 번째 층요소의 보강섬유 길이(S_l)는 보강섬유 굴곡의 한 주기에 대해 식(7)을 적분하여 계산할 수 있다.

$$S_l = \int_0^{\lambda_l} dS_l = \int_0^{\lambda_l} \sqrt{1 + c_l \cos^2 \left(\frac{2\pi x}{\lambda_l} \right)} dx$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{\lambda_l}{2\pi} \frac{1}{1-k_l^2} \int_0^{2\pi} \sqrt{1-k_l^2 \sin^2 \beta} d\beta \\
&= \lambda_l \left(1 + 2\left(\frac{k_l^2}{8}\right) + 13\left(\frac{k_l^2}{8}\right)^2 + 90\left(\frac{k_l^2}{8}\right)^3 \right. \\
&\quad \left. + 644.25\left(\frac{k_l^2}{8}\right) + 4708.5\left(\frac{k_l^2}{8}\right)^5 + \dots \right) \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\text{여기에서 } c_l = \left(\frac{2\pi a_l}{\lambda} \right)^2, k_l^2 = \frac{c_l}{c_l + 1}$$

l 번째 층요소의 미소길이(dx) 안의 보강섬유의 변형률($(\varepsilon_j)_l$)은 변환행렬을 이용하여 다음과 같이 층요소의 변형률로 나타낼 수 있다.

$$(\varepsilon)_l = \cos^2 \theta_l (\varepsilon_{xx})_l + \sin^2 \theta_l (\varepsilon_{zz})_l + \sin \theta_l \cos \theta_l (\gamma_{xz})_l \quad (9)$$

그리고 이를 보강섬유 굴곡의 한 주기에 대해 적분하여 다음과 같이 l 번째 층요소 내의 보강섬유의 평균 변형률($(\bar{\varepsilon}_j)_l$)을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
(\bar{\varepsilon}_j)_l &= \frac{1}{S_l} \int_0^{S_l} (\varepsilon_j)_l dS_l \\
&= [(\bar{S}_{13}^{***})_l + ((\bar{S}_{11}^{***})_l - (\bar{S}_{13}^{***})_l) F(k_l)] (\sigma_{xx})_l \quad (10)
\end{aligned}$$

여기에서

$$\begin{aligned}
F(k_l) &= \frac{1}{S_l} \int_0^{S_l} \cos^2 \theta_l dS_l \\
&= (1-k_l^2) \left(1 + \frac{1}{4}k_l^2 + \frac{9}{64}k_l^4 + \frac{50}{512}k_l^6 + \frac{1225}{16384}k_l^8 \right. \\
&\quad \left. + \frac{3969}{65536}k_l^{10} + \dots \right) / \left(1 - \frac{1}{4}k_l^2 - \frac{3}{64}k_l^4 - \frac{10}{512}k_l^6 \right. \\
&\quad \left. - \frac{175}{16384}k_l^8 - \frac{441}{65536}k_l^{10} + \dots \right)
\end{aligned}$$

보강섬유 길이와 변형률을 이용하면 다음의 순차적 해석방법(incremental method)을 통하여 보강섬유 굴곡의 형상변화에 의한 기하학적 비선형 특성을 고려할 수 있고 이로부터 전체재료의 비선형 거동을 해석할 수 있다. 층요소의 평균적인 변형률-응력 관계를 순차적 해석방법에 이용하기 위해서는 우선 식(6)의 변형

률과 응력의 관계인 평균 순응도를 미소변형률과 미소응력의 관계를 나타내는 평균 미소관계 순응도($(\bar{S}_{ij}^{***})_l$)로 바꾸어야 한다. 이는 식(2)의 정축 순응도를 " $\partial \varepsilon_{ij} / \partial \sigma_{kl} = \partial^2 W^* / \partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}$ "인 관계를 이용하여 미소관계의 순응도로 바꾸고 식(3), (5), (6)의 과정을 거쳐 구할 수 있다.

복합재료가 x 축 방향의 인장/압축 하중을 받는 경우 층요소는 모두 x 축 방향으로 동일한 변형률을 갖는다고 볼 수 있다. 재료에 미소하중이 주어진 경우 l 번째 층요소에는 미소변형률($(\Delta \varepsilon_{xx})_l$)이 주어지며, 이때 각 층요소의 x 축 방향 미소응력은 x 축 방향의 평균 미소관계 탄성계수를 사용하여 다음과 같이 계산된다.

$$(\Delta \sigma_{xx})_l = (\bar{E}_x^d)_l (\Delta \varepsilon_{xx})_l \quad (11)$$

여기에서

$$\begin{aligned}
(\bar{E}_x^d)_l &= \frac{1}{(S_{11}^{***})_l} \\
&= 1 / [S_{11} I_1 + (2S_{13} + S_{55}) I_3 + S_{33} I_5 \\
&\quad + 2(\sigma_{xx})_l (S_{111} I_9 + S_{333} I_{13}) \\
&\quad + 3(\sigma_{xx})_l^2 (S_{1111} I_9 + S_{3333} I_{18} + S_{5555} I_{16})] \\
I_1 &= \frac{1 + \frac{c_l}{2}}{(c_l + 1)^{\frac{3}{2}}}, I_3 = \frac{\frac{c_l}{2}}{(c_l + 1)^{\frac{3}{2}}}, I_5 = \frac{1 + \frac{3}{2}c_l}{(c_l + 1)^{\frac{3}{2}}} \\
I_9 &= \frac{1 + c_l + \frac{3}{8}c_l^2}{(1 + c_l)^{\frac{5}{2}}}, I_{13} = 1 - \frac{1 + \frac{5}{2}c_l + \frac{15}{8}c_l^2}{(1 + c_l)^{\frac{5}{2}}} \\
I_{16} &= \frac{\frac{3}{8}c_l^2 + \frac{1}{16}c_l^3}{(1 + c_l)^{\frac{5}{2}}}, I_{18} = 1 - \frac{1 + \frac{7}{2}c_l + \frac{35}{8}c_l^2 + \frac{35}{16}c_l^3}{(1 + c_l)^{\frac{5}{2}}}
\end{aligned}$$

순차적 해석방법에서 l 번째 층요소의 r 번째 단계의 응력은 각 단계에서 식(11)로 계산한 r 번의 미소응력들의 합으로 계산된다.

$$((\sigma_{xx})_l)_r = ((\sigma_{xx})_l)_{r-1} + ((\Delta \sigma_{xx})_l)_r = \sum_{i=1}^r ((\sigma_{xx})_l)_i \quad (12)$$

식(10)으로부터 l 번째 층요소 내 보강섬유의 평균 미소변형률($\overline{(\Delta \varepsilon_f)_l}$)은 층요소의 평균 미소관계 순응도를 사용하여 다음 식으로 표현된다.

$$(\overline{\Delta \varepsilon_f})_l = [((\overline{S_{11}^{d***}})_l - (\overline{S_{13}^{d***}})_l)F(k_l) + (\overline{S_{13}^{d***}})_l]\Delta(\sigma_{xx})_l \quad (13)$$

여기에서

$$\begin{aligned} (\overline{S_{13}^{d***}})_l &= (S_{11} + S_{33} - S_{55})I_3 + S_{13}I_2 \\ &\quad + 2(\sigma_{xx})_l (S_{111}I_{10} + S_{333}I_{12}) \\ &\quad + 3(\sigma_{xx})_l^2 (S_{1111}I_{15} + S_{3333}I_{17} + S_{5555}I_{16}) \\ I_2 &= 1 - \frac{c_l}{(c_l+1)^{\frac{3}{2}}}, I_{10} = -\frac{\frac{1}{2}c_l + \frac{1}{8}c_l^2}{(1+c_l)^{\frac{5}{2}}}, I_{12} = -\frac{\frac{3}{8}c_l^2}{(1+c_l)^{\frac{5}{2}}} \\ I_{15} &= -\frac{\frac{1}{2}c_l + \frac{1}{4}c_l^2 + \frac{1}{16}c_l^3}{(1+c_l)^{\frac{7}{2}}}, I_{17} = -\frac{\frac{5}{16}c_l^3}{(1+c_l)^{\frac{7}{2}}} \end{aligned}$$

r 번째 단계의 l 번째 층요소의 x 축 방향 변형률, 보강섬유의 변형률은 다음과 같다.

$$((\varepsilon_{xx})_l)_r = \exp\left(\sum_{i=1}^r ((\Delta \varepsilon_{xx})_l)_i\right) - 1 \quad (14-1)$$

$$((\overline{\varepsilon_f})_l)_r = \exp\left(\sum_{i=1}^r ((\Delta \overline{\varepsilon_f})_l)_i\right) - 1 \quad (14-2)$$

식(14)의 x 축 방향 변형률과 보강섬유의 변형률로부터 l 번째 층요소의 보강섬유 굴곡의 변형후 한 주기 길이와 보강섬유 길이를 다음 식으로 계산 할 수 있다.

$$(\lambda_l)_r = (\lambda_l)_0 (1 + ((\varepsilon_{xx})_l)_r) \quad (15-1)$$

$$(S_l)_r = (S_l)_0 (1 + ((\overline{\varepsilon_f})_l)_r) \quad (15-2)$$

다음 식에서 좌항은 식(15)로부터 얻고, 우항은 식(8)에서 구한 보강섬유의 길이를 식(15-1)의 보강섬유의 한 주기 길이로 나눈 것이다.

$$\frac{(S_l)_r}{(\lambda_l)_r} = 1 + 2\left(\frac{k_l^2}{8}\right) + 13\left(\frac{k_l^2}{8}\right)^2 + 90\left(\frac{k_l^2}{8}\right)^3$$

$$+ 644.25\left(\frac{k_l^2}{8}\right)^4 + 4708.5\left(\frac{k_l^2}{8}\right)^5 + \dots \quad (16)$$

식(16)은 항상 성립되어야 하므로 수치적으로 k_l 를 구할 수 있으며 k_l 은 $(\lambda_l)_r$ 과 $(a_l)_r$ 의 함수이고 변형후의 $(\lambda_l)_r$ 은 식(15-1)에서 이미 알고 있으므로 변형후의 보강섬유 굴곡의 진폭, $(a_l)_r$ 을 구할 수 있다. 이로써 순차적 해석방법의 각 단계에서 변형률의 증가에 따른 각 층요소 내의 보강섬유 굴곡의 변화를 알 수 있으며, 여기서 구한 $(a_l)_r$ 은 $(\lambda_l)_r$ 과 함께 순차적 해석방법의 다음 단계에서 식(8)의 보강섬유 굴곡의 길이와 식(11), (13)의 l 번째 층요소의 평균 미소관계 탄성계수 및 평균 미소관계 순응도를 계산하는데 사용된다.

2.2 보강섬유의 굴곡이 재료의 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 점차 줄어드는 복합재료의 해석

실제 복합재료의 성형에서 나타나는 보강섬유 굴곡은 복합재료의 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 굴곡 정도가 점점 약해져서 바깥쪽에서는 굴곡이 존재하지 않는 형태로 나타난다. Fig. 2에서와 같이 보강섬유 굴곡의 진폭을 재료의 안쪽에서 선형적으로 변한다고 가정하면 l 번째 층요소의 초기 보강섬유 진폭은 다음과 같다.

$$(a_l)_0 = \alpha_0 \left(1 - \frac{2|z_l|}{h_w}\right) \left(1 - u(|z_l| - \frac{h_w}{2})\right) \quad (17)$$

여기에서 $(a_l)_0$ 는 l 번째 층요소의 초기 보강섬유 굴곡의 진폭, α_0 는 복합재료의 중심을 지나는 보강섬유 굴곡의 진폭, z_l 은 복합재료의 중심으로부터 l 번째 층요소의 중심까지의 거리, h_w 는 보강섬유의 굴곡이 존재하는 두께, u 는 단위계단함수이다.

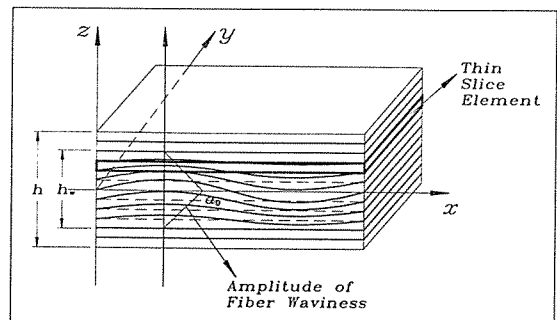


Fig. 2. Schematic drawing of a representative volume for composite materials with graded fiber waviness.

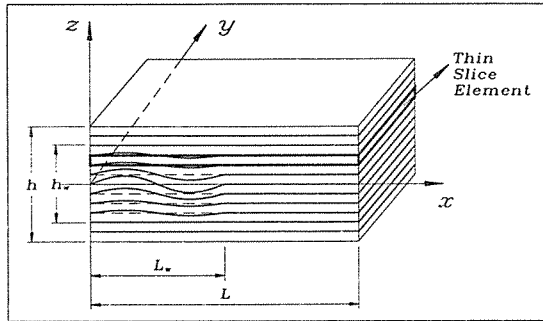


Fig. 3. Schematic drawing of a representative volume for composite materials with localized fiber waviness.

2.3 재료의 일부분에만 보강섬유의 굴곡이 존재하는 복합재료의 해석

Fig. 3에서와 같이 진폭이 재료의 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 줄어드는 보강섬유의 굴곡이 복합재료의 일부분에만 존재하는 경우 l 번째 층요소의 평균 순응도($(\bar{S}_{ij}^{***})_l^{(localized)}$)는 보강섬유 굴곡이 있는 부분과 없는 부분의 길이비를 이용하여 다음 식으로 표현된다.

$$((\bar{S}_{ij}^{***})_l^{(localized)}) = (1 - L_w/L)(\bar{S}_{ij}^{***})_l^{(no-waviness)} + L_w/L(\bar{S}_{ij}^{***})_l^{(graded)} \quad (18)$$

여기에서 $(\bar{S}_{ij}^{***})_l^{(no-waviness)}$, $(\bar{S}_{ij}^{***})_l^{(graded)}$ 는 각각 보강섬유의 굴곡이 없는 부분과 존재하는 부분의 평균 순응도, L_w 는 보강섬유의 굴곡이 존재하는 부분의 길이 그리고 L 은 전체 복합재료의 길이이다.

3. 실험

본 연구에서는 실험재료로 Hexel사의 DMS 2224 graphite/epoxy를 사용하였다. 재료의 기계적 특성 실험은 얇은 복합재료의 표준시편을 이용하여 압축 및 인장에 대해 따로 수행하였으며 압축 시험의 경우 IITRI 압축 시험 장치(IITRI compression test fixture)를 사용하였다. 실험으로부터 얻은 복합재료의 기계적 특성값 및 순응도는 Table 1과 Table 2에 각각 수록하였다.

굴곡진 보강섬유를 가진 복합재료는 사인함수 형태의 표면형상을 가지는 몰드(mold)를 이용하여 두꺼운 복합재료의 성형을 위해 개발된 2단계의 성형공정에

Table 1. Mechanical properties of DMS 2224 graphite/epoxy composite materials.

Properties	Values
Tensile Longitudinal Modulus, E_{1l} , GPa	120
Tensile Transverse Modulus, E_{2l} , GPa	9.07
Tensile In-Plane Shear Modulus, G_{12l} , GPa	4.73
Tensile Major Poissons Ratio, ν_{12l}	0.286
Tensile Minor Poissons Ratio, ν_{21l}	0.022
Compressive Longitudinal Modulus, E_{1c} , GPa	122
Compressive Transverse Modulus, E_{2c} , GPa	9.11
Compressive Major Poissons Ratio, ν_{12c}	0.293
Compressive Minor Poissons Ratio, ν_{21c}	0.022

Table 2. Compliances of DMS 2224 graphite/epoxy composite materials.

Compliances	Values	Compliances	Values
S_{11l} , GPa^{-1}	0.008333	S_{11c} , GPa^{-1}	0.008217
S_{11l} , GPa^{-2}	-0.0003361	S_{11c} , GPa^{-2}	-0.0005383
S_{111l} , GPa^{-3}	0.00005745	S_{111c} , GPa^{-3}	0.0007787
$S_{33l}(S_{22l})$, GPa^{-1}	0.1102	$S_{33c}(S_{22c})$, GPa^{-1}	0.1097
$S_{333l}(S_{222l})$, GPa^{-2}	-0.02610	$S_{333c}(S_{222c})$, GPa^{-2}	0.1186
$S_{333l}(S_{222l})$, GPa^{-3}	1.580	$S_{333c}(S_{222c})$, GPa^{-3}	1.476
$S_{13l}(S_{12l})$, GPa^{-1}	-0.002384	$S_{13c}(S_{12c})$, GPa^{-1}	-0.002415
S_{23l} , GPa^{-1}	-0.04188	S_{23c} , GPa^{-1}	-0.04171
$S_{66l}(S_{55l})$, GPa^{-1}	0.2115	$S_{66c}(S_{55c})$, GPa^{-1}	0.2294
$S_{666l}(S_{555l})$, GPa^{-3}	50.13	$S_{666c}(S_{555c})$, GPa^{-3}	17.18

따라 오토크레이브 성형방법으로 제작하였다. 굴곡비 (a/λ)가 0.011, 0.034, 0.059인 일정한 보강섬유 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료를 얻었으며 시편은 이를 두께 5 mm, 길이 148 mm, 폭 10 mm로 가공하여 제작하였다. 그리고 각 시편에는 glass/epoxy 복합재료로 된 탭(tab)을 부착하여 시험시 그립(grip)에 의한 영향을 최소화하였다. 실험은 MTS 만능 인장/압축 시험기로 수행되었으며 압축 시험의 경우 기계적 특성 실험과 마찬가지로 IITRI 압축 시험 장치를 사용하였다.

4. 결과 및 고찰

변형 초기 보강섬유의 굴곡을 가지는 두꺼운 복합재료의 평균 순응도는 재료적 비선형 특성을 나타내는 응력 항을 고려하지 않고 다음 식으로 계산된다.

$$\overline{S_{ij}^{c**}} = \frac{1}{\lambda/h} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{\lambda_i} S_{ij}^{c**} dx dz \quad (19)$$

여기에서 $\overline{S_{ij}^{c**}}$ 는 전체 복합재료의 변형 초기 평균 순응도이며, S_{ij}^{c**} 는 복합재료의 비선형 특성을 고려하지 않은 선형탄성 비깁축 순응도이다. 그러면 x 방향 탄성계수와 포아송비(Poisson's ratio)는 순응도와 기계적 특성값의 관계[10]로부터 다음과 같이 계산된다.

$$E_x = \frac{1}{S_{11}^{c**}}, \quad \nu_{xy} = \frac{\overline{S_{21}^{c**}}}{S_{11}^{c**}} \quad (20)$$

Fig. 4는 세 가지 모델에서 예측한 굴곡비의 변화에 따른 탄성계수 E_x 값의 변화와 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 경우의 실험 값을 보여 준다. E_x 값은 모든 모델에서 굴곡비가 작은 경우에 큰 감소율을 보이거나 굴곡비가 0.1 이상에서는 감소율이 급격히 작아진다. E_x 값의 감소량은 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 모델의 경우에 가장 심하고, 보강섬유의 굴곡이 재료의 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 점차 줄어드는 모델, 재료의 일부분에만 존재하는 모델로 갈수록 작아진다. 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 경우의 실험 결과는 대체로 예측 결과와 잘 일치한다. Fig. 5는 세 가지 모델에서

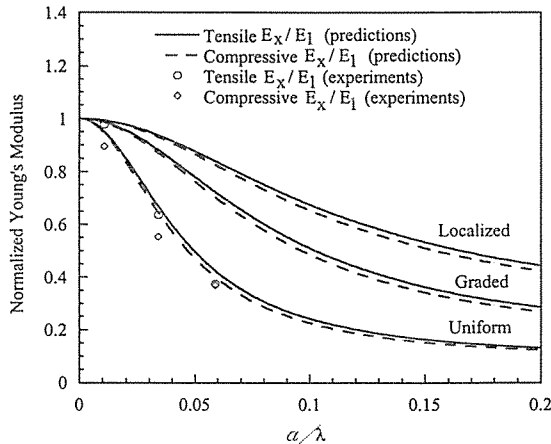


Fig. 4. Predicted and experimentally obtained normalized Young's moduli as a function of fiber waviness ratio(a/l) for uniform, graded and localized fiber waviness models ($a/\lambda=0.034$, $h_w/h=1.0$ for graded and localized models, $L_w/L=0.5$ for localized model).

예측한 굴곡비의 변화에 따른 포아송비(ν_{xy})의 변화와 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 경우의 실험 값을 보여준다. 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 모델의 경우 ν_{xy} 는 점차 감소하다가 굴곡비가 0.08 이상이 되면 반대로 점차 증가한다. 그러나 다른 모델의 경우 그 감소량도 작고 다시 증가하는 양은 현저히 작게 나타난다. 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 경우의 실험 결과는 예측 결과와 압축인 경우 대체로 일치하나 인장의 경우 그 경향은 일치하지만 실험 결과가 예측 결과 보다는 그 변화량이 작게 나타났다.

Fig. 6은 인장 하중을 받는 일정한 보강섬유의 굴곡을 가진 두꺼운 복합재료의 여러 가지 굴곡비에서 예측한 응력-변형을 곡선과 실험에서 얻은 곡선을 보여 준다. 인장의 경우 재료적 비선형 특성은 강성을 점차 감소시키나 기하학적 비선형 특성은 변형이 진행되면서 굴곡비가 점차 작아져 강성을 점차 증가시킨다. 그러므로 두 효과가 서로 상쇄되어 심하지 않은 비선형 거동을 보인다. 실험 결과는 예측 결과와 대체로 그 경향은 일치하나 굴곡비가 커질수록 그 오차가 커진다. Fig. 7은 압축 하중을 받는 일정한 보강섬유 굴곡을 가진 두꺼운 복합재료의 여러 가지 굴곡비에서 예측한 응력-변형을 곡선과 실험에서 얻은 곡선을 보여 준다. 압축 변형의 경우 변형이 진행되면서 굴곡비가 점차 증가하여 기하학적 비선형 특성도 재료적 비선형 특성과 마찬가지로 강성을 점차 감소시킨다. 그러므로 인장

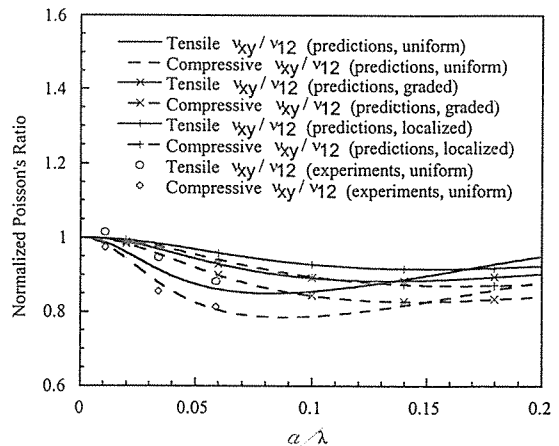


Fig. 5. Predicted and experimentally obtained normalized major Poisson's ratios as a function of fiber waviness ratio(a/l) for uniform, graded and localized fiber waviness models ($a/\lambda=0.034$, $h_w/h=1.0$ for graded and localized models, $L_w/L=0.5$ for localized model).

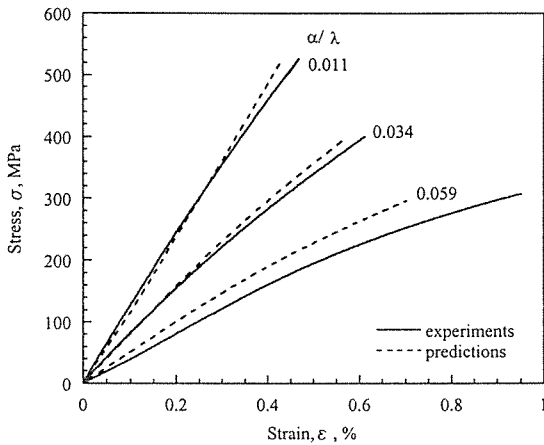


Fig. 6. Predicted and experimentally obtained tensile stress-strain curves for uniform fiber waviness model with various fiber waviness ratios(a/λ).

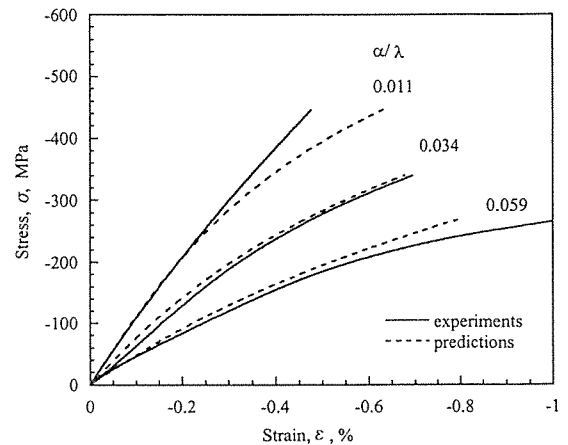


Fig. 7. Predicted and experimentally obtained compressive stress-strain curves for uniform fiber waviness model with various fiber waviness ratios(a/λ).

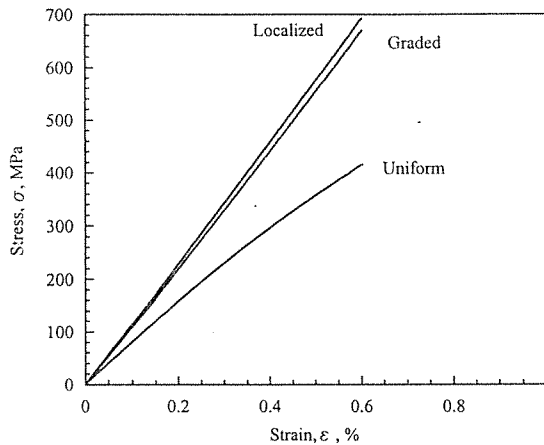


Fig. 8. Predicted tensile stress-strain curves for uniform, graded, localized fiber waviness models ($a/\lambda=0.034$, $hw/h=0.8$ for graded and localized models, $L_w/L=0.5$ for localized model).

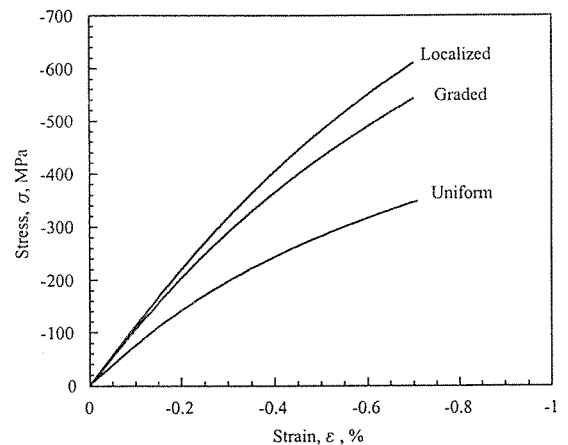


Fig. 9. Predicted compressive stress-strain curves for uniform, graded, localized fiber waviness models ($a/\lambda=0.034$, $hw/h=0.8$ for graded and localized models, $L_w/L=0.5$ for localized model).

거동에 비해 심한 비선형 거동을 보인다. 실험 결과는 예측 결과와 그 경향은 일치하나 굴곡비가 커질수록 그 오차가 커지며, 굴곡비가 0.011인 경우에는 변형초기에는 잘 일치하지만 변형량이 커지면서 그 오차가 크게 증가한다.

Fig. 8과 9는 재료 중심의 굴곡비가 0.034인 경우 세 가지 모델에서 예측한 인장/압축 거동을 보여 준다. 인장/압축 거동에서 모두 일정한 보강섬유의 굴곡을 가진 모델의 경우에 가장 심한 비선형 거동을 보이며,

보강섬유의 굴곡이 재료의 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 점차 줄어드는 모델, 재료의 일부분에만 존재하는 모델로 갈수록 점차 덜 심한 비선형 거동을 보인다. Fig. 8의 인장 거동에서는 변형이 진행되면서 보강섬유의 굴곡비가 점차 작아지므로 보강섬유의 굴곡이 재료의 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 줄어드는 모델과 재료의 일부분에만 있는 모델에서는 보강섬유 굴곡에 의한 영향이 줄어들어 두 모델 사이의 차이가 점차 감소한다. 그러나 Fig. 9의 압축 거동에서는 보강섬유 굴곡

에 의한 영향이 점차 증가하므로 두 모델의 차이가 점차 증가한다.

5. 결 론

1) 두꺼운 복합재료에서 보강섬유의 굴곡 정도가 심해짐에 따라 탄성계수(E_x)는 심한 감소를 보였고, 포아송비(ν_{xy})는 점차 감소하다가 다시 증가하였다.

2) E_x , ν_{xy} 의 변화량은 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 모델, 보강섬유의 굴곡이 재료의 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 점차 줄어드는 모델, 재료의 일부분에만 존재하는 모델로 갈수록 작아졌다.

3) 보강섬유의 굴곡이 있는 복합재료가 인장 및 압축 하중을 받는 경우 인장 및 압축 거동은 서로 상이하였다. 인장에서는 강성의 감소가 크지 않은 비선형 거동을 보였고 압축에서는 강성의 감소가 큰 심한 비선형 거동을 보였다.

4) 인장/압축 거동에서 모두 일정한 보강섬유의 굴곡을 가지는 모델, 보강섬유의 굴곡이 재료의 중심에서 바깥쪽으로 갈수록 점차 줄어드는 모델, 재료의 일부분에만 보강섬유의 굴곡이 존재하는 모델로 갈수록 덜 심한 비선형 거동을 보였다.

후 기

이 논문은 1997년도 교육부 학술연구조성비에 의하여 지원되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Rosen, B. W., "Mechanics of Composite Strengthening", Fiber Composite Materials, American Society of Metals, Metals Park, OH., 1965, Chapter 3.

2. Garala, H. J., "Structural Evaluation of 8-inch Diameter Graphite/Epoxy Composite Cylinders Subjected to External Hydrostatic Compressive Loading", David Taylor Research Center Report DTRC-89/106, Bethesda, MD., 1989.

3. Shuart, M. J., "Failure of Compression-Loaded Multi-Directional Composite Laminates", AIAA Journal, Vol. 27, No. 9, 1989, pp. 1274-1279.

4. Telegadas, H. K. and Hyer, M. W., "The Influence of Layer Waviness on the Stress State in Hydrostatically Loaded Cylinders: Failure Prediction", Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 11, No. 2, 1992, pp. 127-145.

5. Hyer, M. W. and Brown, T. L., "The Influence of Layer Waviness on Failure of Hydrostatically Loaded Thick Composite Cylinders", Proceedings, American Society of Mechanical Engineers, Mechanics of Thick Composites, AMD-Vol. 162, 1993, pp. 183-196.

6. Petit, P. H. and Waddoups, M. E., "A Method of Predicting the Nonlinear Behavior of Laminated Composites", Journal of Composite Materials, Vol. 3, 1969, pp. 2-19.

7. Hahn, H. T. and Tsai, S. W., "Nonlinear Elastic Behavior of Unidirectional Composite Laminate", Journal of Composite Materials, Vol. 7, 1973, pp. 102-118.

8. Sandhu, R. S., "Nonlinear Response of Unidirectional and Angle-Ply Laminates", Journal of Aircraft, Vol. 13, 1976, pp. 104-111.

9. Jones, R. M. and Morgan, H. S., "Analysis of Nonlinear Stress-Strain Behavior of Fiber-Reinforced Composite Materials", AIAA Journal, Vol. 15, 1977, pp. 1669-1676.

10. Daniel, I. M. and Ishai, O., "Engineering Mechanics of Composite Materials", Oxford University Press, New York, 1994.