論文

변수 식별을 통한 복합재 적층판의 고유진동수 예측 개선

홍단비* · 유정규** · 김승조*

Improvement of the Prediction of Natural Frequencies Of Composite Laminated Plate Using Parametric Identification

Danbi Hong, Jung-Kyu Ryou and Seung Jo Kim

ABSTRACT

In order to predict the dynamic behavior of composite laminated plate accurately, the parametric identification is performed using its mechanical properties- E_1, E_2, ν_{12}, G_{12} as design parameters. After natural frequencies are measured through simple vibration test, the objective function consists of the sum of errors between experimental and numerical frequencies of a structure. As optimization algorithm, conjugate gradient method is used to minimize the objective function. Sensitivity Analysis is performed to update design parameters during this process and can explain the result of parametric identification. In order to check the propriety of result, mode shapes are compared before and after identification. The improved prediction of natural frequencies of composite laminated plate is obtained with updated properties. For the application of result, updated properties is applied to the composite laminated plate that has different stacking sequence.

초 록

복합재 적층판의 기계적 특성값 E_1, E_2, ν_{12}, G_{12}을 설계변수로 하는 변수식별을 수행하여 동적 거동을 보다 정확하게 예측할 수 있는 동적 모델을 확보하였다. 간단한 진동실험을 통해 고유진동수를 측정한 후 대상구조물에 대한 고유치의 실험값과 수치해석값 사이의 오차들의 합으로 목적함수를 구성하였다. 목적함수를 최소화하기 위해 최적화 방법으로 conjugate gradient method를 사용하였다. 최적화 과정 중 설계변수를 증감시키기 위해 민감도 해석이 수행된다. 민감도 해석을 통해 변수식별 결과도 설명할 수 있었다. 변수식별 결과의 타당성을 검토하기 위해 식별전후의 모드형상을 비교하였다. 식별된 기계적 특성값을 사용하여 보다 정확하게 복합재 적층판의 고유진동수를 예측할 수 있었다. 결과의 적용을 위해 식별된 기계적 특성값을 사용하여 다른 적층순서를 가진 복합재 적층판의 고유진동수를 예측해 보고 실험결과와 비교해 보았다.

* 서울대학교 공과대학 항공우주공학과
** 국방과학연구소

1. 서 론

항공우주 구조물에서 중량감소 문제는 매우 중요한 연구주제 중에 하나이다. 이와 관련된 연구결과들은 자동차 구조, 선박 구조 등 다양한 분야로 파급되고 있다. 중량감소의 요구조건을 만족시키는 소재로서 복합재료에 대한 관심이 증대되어 왔고 실제로 많은 분야에 적용되고 있다. 복합재료는 높은 무게비 강도와 강성이 요구되는 구조물에 매우 이상적이다. 그러나 복합재료의 제조 공정시 발생하는 층간 기포, 수지의 불완전 경화, 과다 수지 등의 결함 때문에 설계된 강도와 강성을 가지기 힘든 단점이 있다. 따라서 설계된 강성을 고려하여 계산된 고유진동수는 실험을 통해 측정한 값과 크게 일치하지 않는 점을 보인다[1,2].

Robert 와 Schaefer [3]는 수치해석에 적합한 경계조건을 모델링하는 방법으로 유한요소법을 이용한 수치해석과 실험적인 방법 사이의 고유진동수 차이를 감소시켰다. 그러나 오차의 주된 원인이 기계적 특성값의 부정확성에 있는 경우가 많으므로 복합재료의 기계적 특성값을 평가할 수 있는 방법의 필요성이 대두되었다. 기존에 사용되던 정적인 실험을 통한 기계적 특성값의 측정은 E_1, E_2, G_{12}를 측정하기 위해 세 개의 시편에 대한 인장 실험을 수행해야 하기 때문에 시간이 많이 소요되고, 비용이 많이 들며 결국 시편이 파괴되는 단점이 있었다. 그러므로 동적인 진동실험을 통한 여러 방법들이 제안되었다. Kim과 Dickinson[4]은 Rayleigh 방법과 최소 위치에너지 이론을 사용하여 수치적인 고유진동수 예측을 개선하였고, 이를 바탕으로 Deobald와 Gibson[5]은 Rayleigh-Ritz 방법과 진동실험을 통해 측정한 고유진동수를 사용하여 적층판의 탄성계수를 결정하는 연구를 수행하였다. Swilder 등[6]은 사각형 쉘요소를 사용한 유한요소해석과 진동실험을 동시에 수행하여 민감도 해석을 통해 고유진동수를 개선시키는 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 간단한 진동실험을 통해 기계적 특성값을 설계변수로 하는 변수식별을 수행한다. 복합재 적층판의 고유진동수는 유한요소법을 사용하여 계산하고, 진동실험을 통해 측정된 저차의 고유치들과 그에 상응하는 수치적인 고유치 사이의 오차를 최소화하는 과정을 통해 변수식별을 수행한다. 변수식별 과정 중 기계적 특성값에 대한 고유치의 민감도 해석이 수행된다. 결과적으로 개선된 복합재 적층 구조물의 기계적 특성값을 사용하여 보다 정확하게 구조물의 동적 거동을 예측할 수 있다. 부가적으로 각 변수에 대한 고유치의 민감도 해석을 통해 변수식별 결과를 검토해 본다.

2. 시스템 모델

복합재 적층판을 모델링하기 위해 고전 적층판이론(CLT)을 도입하면 변위장은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$u_1(x,y,z,t) = u(x,y,t) - z\frac{\partial w}{\partial x}$$
$$u_2(x,y,z,t) = v(x,y,t) - z\frac{\partial w}{\partial y} \quad (1)$$
$$u_3(x,y,z,t) = w(x,y,t)$$

여기서 u 와 v 는 수직변위 w 와 연성 되지 않으므로 w만으로 구성된 지배방정식을 사용하기로 한다. 본 연구에서는 중립면에 기준으로 적층 순서가 대칭인 복합재 적층판만을 사용하였다. 이 때 진동하는 구조물에 대한 지배방정식은 다음과 같은 미분방정식으로 표현될 수 있다[7].

$$D_{11}\delta W,_{xxxx} + 2(D_{12}+2D_{66})\delta W,_{xxyy} + D_{22}\delta W,_{yyyy} + \rho h dW,_{tt} = 0 \quad (2)$$

여기서 수직변위 w의 아래첨자는 미분을, D_{ij}는 복합재 적층판의 굽힘강성행렬(bending stiffness matrix)의 성분을, h는 복합재 적층판의 두께를, ρ 는 밀도를 의미한다. 이제 유한요소법을 도입하여 무한 자유도인 구조물을 유한자유도를 가진 구조물로 이산화한다. 여기서 각 절점당 자유도로서 수직변위 w와 회전각 θ_x, θ_y를 갖는 Hermite cubic element를 사용하였다. 그러면 식(2)는 다음과 같은 형태로 표현될 수 있다.

$$M\ddot{U} + KU = 0 \quad (3)$$

여기서 M은 질량행렬, K는 강성행렬이고, 벡터 U는 구조물의 자유도 벡터를 나타낸다. 질량행렬과 강성행렬은 다음과 같이 계산된다.

$$M = \int_v \rho H^T H dV \; ; \; K = \int_v B^T Q B dV \quad (4)$$

식(4)에서 H는 변위보간 행렬, B는 변형률-변위관계 행렬, Q는 적층각을 고려한 복합재의 탄성행렬이다. K는 이방성인 복합재의 경우 E_1, E_2, ν_{12}, G_{12}의 함수이다.

3. 수치 최적화

3. 1 설계변수

구조물의 고유진동수에 영향을 주는 인자들의 집합을 L이라고 하자. 최적화 과정에서 L에 속하는 모든 인자를 고려하는 것이 이상적이나, 쉽게 접근할 수 있고 실제적으로 고유진동수에 큰 영향을 미치는 기계적 특성값 E_1, E_2, ν_{12}, G_{12}를 무차원한 설계변수를 사용하기로 한다. 밀도와 두께는 쉽게 측정될 수 있는 물리량이므로 설계변수에서 고려하지 않았다. 또한 적층각은 고유진동수에 미치는 영향, 즉 민감도가 상대적으로 매우 작으므로 설계변수에서 제외했다.

무차원화한 설계변수로 구성된 벡터 X는 다음과 같다.

$$X = [X_1\ X_2\ X_3\ X_4]^T = \left[\frac{x_1}{x_{10}}\ \frac{x_2}{x_{20}}\ \frac{x_3}{x_{30}}\ \frac{x_4}{x_{40}}\right]^T \quad (5)$$

식(5)에서 x_{i0}는 i번째 기계적 특성값의 초기값을 의미한다. 위와 같이 기계적 특성값를 무차원화하는 것은 기계적 특성값 중 포와송비(Poisson's ratio)의 값이 E_1, E_2, G_{12}에 비해 대단히 작기 때문이다. 이것은 최적화 과정에서 수렴성을 감소시키는 원인이 되는 성능지수의 이심률을 증가시키므로, 이를 방지하기 위해 무차원화된 설계변수를 사용하였다[8].

3. 2 민감도 해석

식(3)으로부터 다음과 같은 고유치 문제를 유도할 수 있다[9].

$$K\phi_j = \lambda_j M\phi_j \quad (6)$$

여기서 ϕ_j는 j번째 고유벡터, λ_j는 j번째 고유치를 의미한다. 고유벡터는 다음과 같은 조건을 만족시킨다.

$$\phi K\phi_j = \lambda_j,\ \ \phi M\phi_j = \delta_{ij} \quad (7)$$

식(6)의 양변을 설계변수 X_i에 대해 편미분하면 식(8)과 같다.

$$[K-\lambda_j M]\frac{\partial\phi_j}{\partial X_i} = -\left[\frac{\partial K}{\partial X_i} - \lambda_j\frac{\partial M}{\partial X_i} - \frac{\partial\lambda_j}{\partial X_i}M\right]\phi_j \quad (8)$$

식(8)에서 질량행렬 M은 X_i의 함수가 아니므로 우변의 괄호 안에 있는 두 번째 항은 사라지고, 양변에 ϕ를 앞에 곱한 후 정리하면 식(9)와 같다.

$$\frac{\partial\lambda_j}{\partial X_i} = \phi_j^T\frac{\partial K}{\partial X_i}\phi_j \quad (9)$$

여기서 설계변수에 대한 각 고유치의 민감도들을 직접 비교하기 위해 식(9)에서 구한 민감도를 각 모드의 고유치로 무차원화하면 다음의 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial\bar{\lambda}_j}{\partial X_i} = \frac{1}{\lambda_j}\left[\phi_j^T\frac{\partial K}{\partial X_i}\right]\phi_j \quad (10)$$

식(10)에서 강성행렬 K의 편미분값은 식(4)로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\frac{\partial K}{\partial X_i} = \int_V B^T\frac{\partial Q}{\partial X_i}B\,dV \quad (11)$$

3. 3 목적함수와 최적화 방법

진동실험을 통해 측정된 고유진동수와 유한요소 모델로부터 계산된 고유진동수를 사용하여 다음과 같은 목적함수를 구성한다.

$$F = \left[\sum_{j=1}^{n}\frac{(\log\lambda_j - \log\alpha_j)^2}{(\log\lambda_j)^2}\right]^{1/} \quad (12)$$

여기서 α_j는 고유치의 실험값,λ_i는 고유치의 수치해석값이고, n은 사용된 모드의 개수를 의미한다. 목적함수 F는 logarithmic scale인 고유치의 실험값과 그에 상응하는 수치해석값 사이의 무차원화된 error norm을 의미한다. 소음이나 진동해석시 주파수의 비교는 logarithmic scale을 사용하는 것이 일반적이다. 목적함수를 최소화하기 위한 방법으로서 conjugate gradient method를 채택하였다[10]. 목적함수의 구배(gradient)는 다음과 같이 설계변수에 대한 고유치의 민감도를 사용하여 계산할 수 있다.

$$G = [G_1 G_2 G_3 G_4]^T ; G_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial \lambda_j} \frac{\partial \lambda_j}{\partial X_i} \qquad (13)$$

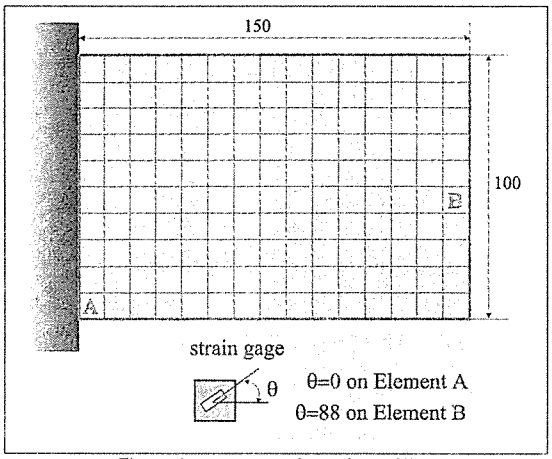

Fig. 1. Appearance of specimen $[0]_{8T}$

4. 고유진동수 추출 실험

4. 1 시편제작

본 연구에서는 HFG HT145/RS1222라는 탄소/에폭시 단층을 사용하여 제작된 적층판을 사용하였다. 본 연구에서는 사용된 시편은 8장의 단층을 사용하여 적층되었고, 중립면에 대해서 적층순서가 대칭인 적층판만을 사용하였다. 진동하는 적층판으로부터 신호를 감지하기 위해 스트레인 게이지를 적층판 표면에 부착하였다. 스트레인 게이지의 부착 위치와 각도는 복합재 적층판의 진동해석을 통해 계산된 주변형률(principal strain)을 고려하여 결정되었다. 제작된 시편의 크기와 경계조건은 Fig. 1과 같다.

4. 2 실험방법 및 장치구성

Fig. 2와 같이 실험장치를 구성하였다. 그림에서 보이는 바와 같이 시편의 경계조건은 폭방향인 한 변을 고정시켰다. 스트레인 게이지의 위치와 각도는 자유진동하는 복합재 적층판에 대한 주축 변형률(principal strain)을 계산하여 결정하였다. 충격해머를 사용하여 가진한 후 스트레인 게이지로부터 감지된 전기적 신호를 고속 푸리에변환(Fast Furier Transform)하여 구조물의 고유진동수를 측정하였다.

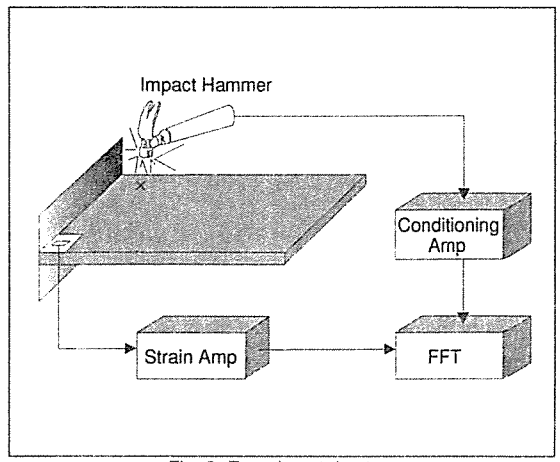

Fig. 2. Experimental setup

4. 3 실험결과

실험을 통해서 측정된 주파수 응답함수와 고유진동수는 각각 Fig. 3, Table 1과 같다.

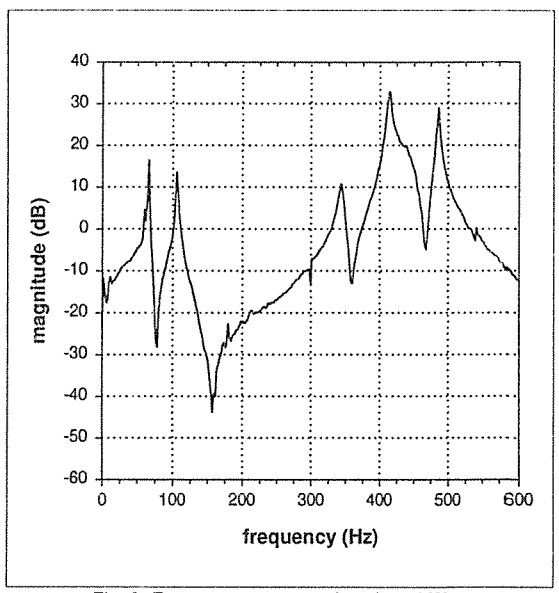

Fig. 3. Frequency response function of $[0]_{8T}$

주파수 응답함수는 충격가진방법으로 동일 실험을 3회 반복하여 측정한 값들을 평균하여 사용하였다.

측정된 이 값들을 이용하여 기계적 특성값에 대한

Table 1. Measured frequencies of $[0]_{8T}$

Mode	ω_{exp}
1st	66 Hz
2nd	106 Hz
3rd	344 Hz
4th	415 Hz
5th	487 Hz

변수식별을 수행하기로 한다.

5. 변수식별 결과

수치적인 고유진동수를 계산하기 위해 유한요소 모델을 사용하였고, Fig. 1과 같이 길이방향 15개, 폭방향 10개로 총 150개의 요소를 사용하였다. 이산화된 구조물에 대한 고유진동수는 부공간 반복법(subspace iteration method)[11]을 사용하여 계산하였다. 이 방법은 많은 유한요소 시스템의 고유진동수와 고유벡터 중 일부만을 계산할 때 특히 유용하게 사용된다. 본 연구에서는 5차까지의 고유진동수에 관심이 있지만 관심영역 중 고차 진동수의 수렴성과 정확성을 위해 10차까지의 고유진동수를 계산한 뒤 5차까지만 사용하였다.

Table 2에서 제시된 기계적 특성값을 초기값으로 하여 변수식별을 수행한다. 이 기계적 특성값들은 복합재 적층판을 제작한 한국 화이바를 통해 제공되었다. 밀도와 두께는 전자저울과 마이크로 미터를 사용하여 직접 측정하여 사용하였다.

Table 2. Baseline of mechanical properties

E_1	122.5 GPa
E_2	7.929 GPa
n_{12}	0.329
G_{12}	3.585 GPa
Thickness per ply	0.15 mm
Density	1500 kg/m^3

$[0]_{8T}$로 제작된 시편으로부터 측정된 고유진동수를 사용하여 변수식별을 수행한 결과 무차원화된 설계변수는 Table 3와 같은 변화를 보였다. 설계변수는 10회의 반복계산 후 결과값으로 수렴하였다.

E_1에 해당하는 설계변수 X_1이 가장 크게 변한 것을 볼 수 있다. 이것은 시편을 구성하는 복합재 단층의 적층각이 모두 0° 인 것을 고려할 때, E_1이 전반적으로 모드형상에 지배적인 영향을 주기 때문에 나타난 결과로 해석할 수 있다. 반면에 v_{12}에 해당하는 설계변수 X_3은 거의 변화가 없음을 확인할 수 있다. 다시 말하면 변수식별 후 설계변수의 변화량은 각 기계적 특성값에 대한 고유진동수의 민감도가 크고 작음에 따라 좌우된다고 할 수 있다.

Table 3. Change of design parameters after parametric identification

	X_{base}	X_{id}
X_1	1.000	0.722
X_2	1.000	1.143
X_3	1.000	0.998
X_4	1.000	1.099

변수식별 전후의 수치적 고유진동수 변화와 실험값과의 오차는 Table 4, Fig. 4와 같다.

Table 4. Update of frequencies for $[0]_{8T}$

Mode	ω_{base}(Hz)	ω_{id}(Hz)	ω_{exp}(Hz)
1st	78.03	66.42	66
2nd	112.31	106.73	106
3rd	332.28	348.54	344
4th	489.44	417.34	415
5th	532.01	473.57	487

변수식별 후 고유진동수의 실험값과의 절대값 오차

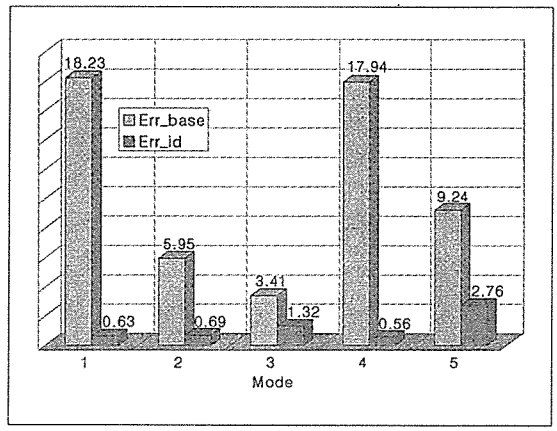

Fig. 4. Comparison of absolute errors for $[0]_{8T}$ before and after parametric identification

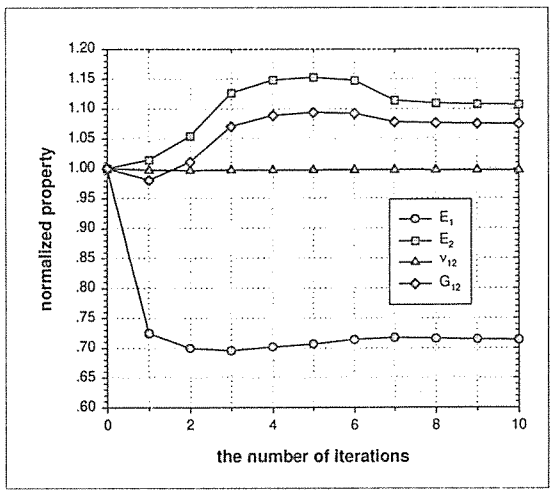

Fig. 5. History of design parameters during identification

는 위의 그림에서 보이는 바와 같이 큰 폭으로 감소한 것을 볼 수 있다. 1차와 4차 고유진동수의 오차는 각각 18.23%, 17.94%에서 0.63%, 0.56%로 크게 감소하였다. 가장 큰 오차인 5차 모드의 경우도 3%미만인 것을 확인할 수 있다. Fig. 5 와 6은 각각 변수식별 과정에서 설계변수와 목적함수의 변화추이를 나타내고 있다. 변수식별이 진행됨에 따라 설계변수들은 일정한 값으로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 선택된 모드들의 오차합을 의미하는 목적함수의 값도 초기에 3.546e-2이던 값이 3.854e-4로 약 1%의 크기로 크게 감소한 것을 볼 수 있다.

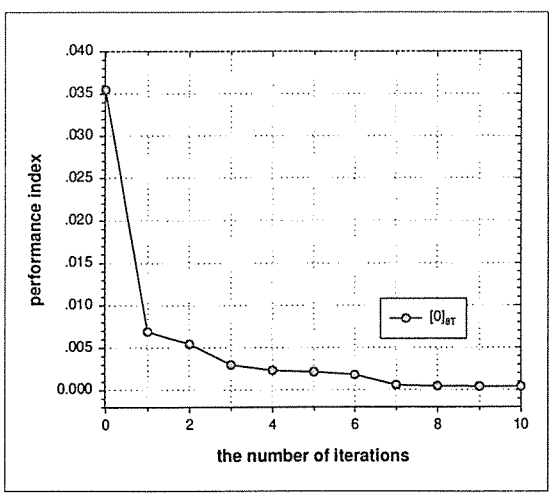

Fig. 6. History of objective function during identification

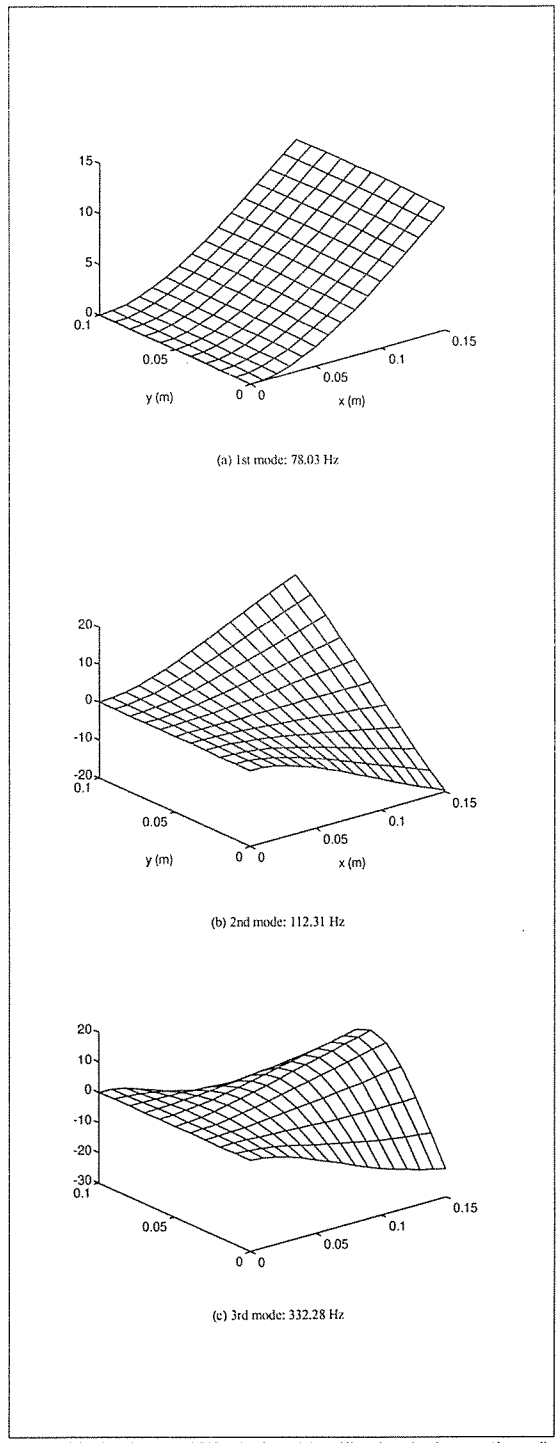

Fig. 7. Mode shape of $[0]_{ST}$ before identification (to be continued)

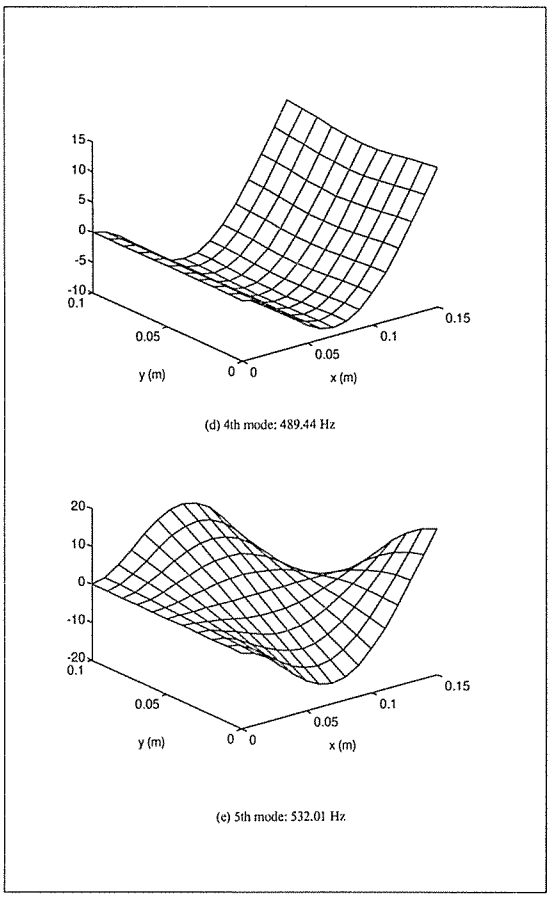

Fig. 7. Mode shape of $[0]_{8T}$ before identification (to be continued)

본 연구에서는 변수식별을 수행함에 있어서 구속조건이 없는 최적화 문제를 다루었다. 목적함수를 구성하고 최적화하는 과정에서 변수의 변화량에 대한 제한도 없었고, 고유벡터에 대한 고려도 없었다. 따라서 복합재 구조물의 경우 좁은 고유진동수 영역에 다수의 고유진동수가 인접해 있는 경우가 있으므로 고유진동수만을 고려한 식별결과는 모드형상 간의 역전을 초래할 수도 있다. 그러므로 식별 전후의 기계적 특성값을 사용하여 계산된 모드형상을 비교하는 것이 필요하다. Fig. 7은 식별 전의 기계적 특성값으로 계산된 모드형상을, Fig. 8은 식별된 기계적 특성값으로 계산된 모드형상을 보여준다. 고유진동수의 예측은 상당히 개선되었지만 모드형상에는 영향이 없음을 확인할 수 있었다. 이것은 설계변수에 따른 고유벡터의 변화가 고유진동수에 비해 덜 민감하기 때문으로 추정된다.

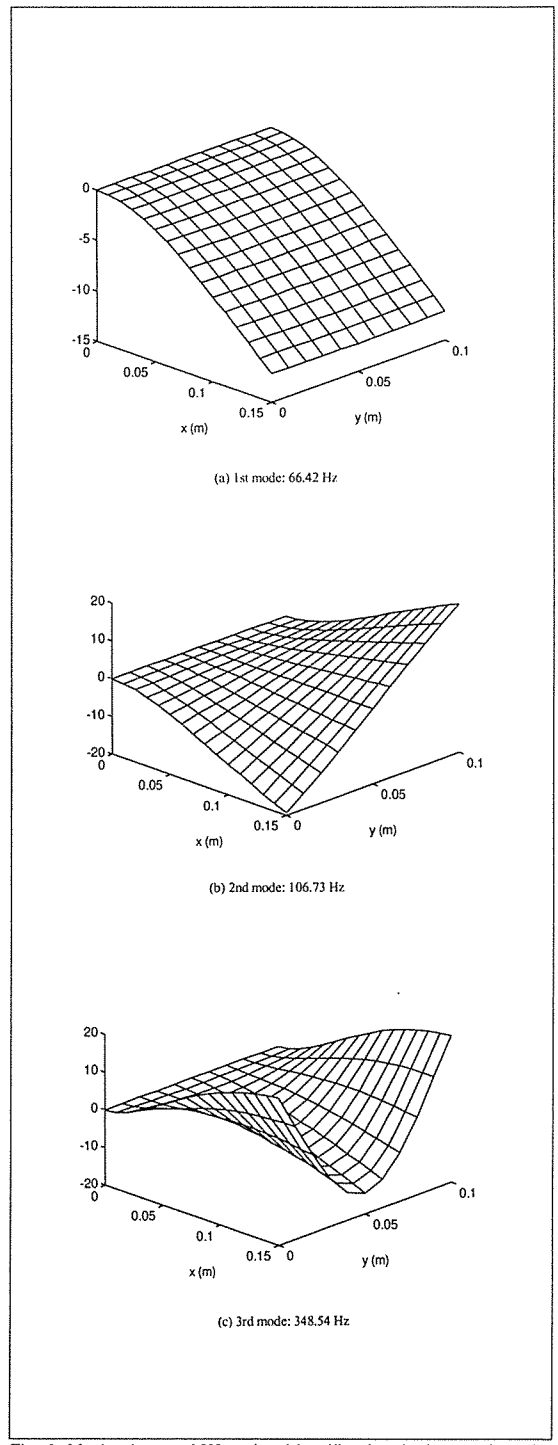

Fig. 8. Mode shape of $[0]_{8T}$ after identification (to be continued)

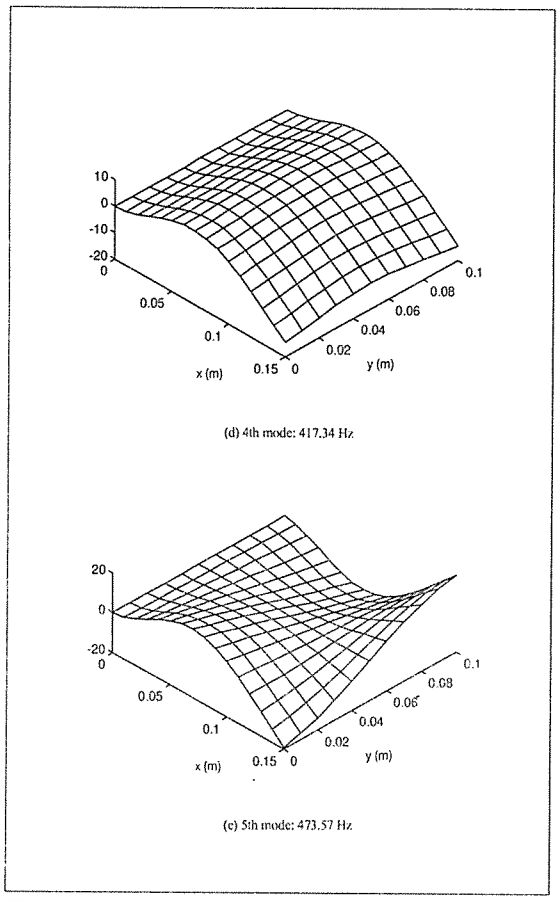

Fig. 8. Mode shape of $[0]_{8T}$ after identification (to be continued)

6. 결과의 적용

결과의 적용을 위해 시편 $[0]_{8T}$에 대한 변수식별 결과를 사용하여 다른 적층순서를 가진 시편 $[\pm 45]_{2S}$의 고유진동수를 예측하여 보고 실제로 실험을 통해 측정한 고유진동수와 비교해 보았다. Table 6은 변수식별 되지 않은 기계적 특성값을 사용한 고유진동수와 개선된 기계적 특성값을 사용한 고유진동수, 실험을 통해 측정한 고유진동수를 비교하여 보여주고 있다. 식별된 기계적 특성값을 사용한 결과 수치계산으로 구한 고유진동수가 실험값에 가깝게 예측되는 것을 확인할 수 있다. Fig. 9는 식별 전후의 오차변화를 보여주는데, 1차와 3차 모드의 경우 오차가 거의 0에 가까운 값으로 감소되었고 2차 모드의 경우에도 향상된 예측을 보여

Table 5. Update of frequencies for $[\pm 45]_{2S}$

Mode	ω_{base}(Hz)	ω_{id}(Hz)	ω_{exp}(Hz)
1st	36.80	33.99	34
2nd	196.60	170.82	182
3rd	220.40	205.22	204
4th	596.20	529.83	565
5th	606.80	549.45	581

주고 있다. 그러나 고차 모드에 대한 정확도는 다소 떨어지는 것을 볼 수 있다. 그러나 4,5차 모드의 경우 오차가 다소 증가하였지만, 전체적인 오차의 합은 감소한 것을 볼 수 있다. 그러므로 본 연구에서 제안한 방법을 통해 식별된 기계적 특성값을 사용하면 보다 개선된 고유진동수의 예측이 가능하다고 할 수 있다.

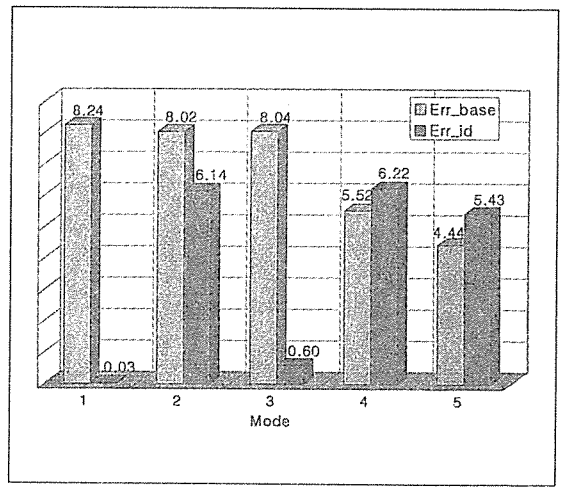

Fig. 9. Comparison of absolute errors for $[\pm 45]_{2S}$ before and after parameter identification

7. 검토 및 토의

시편 $[0]_{8T}$의 경우 설계변수에 대한 각 모드의 무차원화된 민감도를 살펴보도록 하자.

상대적인 비교를 위해 $\partial\lambda / \partial x_I$를 1이라고 했을 때 다른 민감도들의 값을 Table 7에 열거하였다. E_I에 해당하는 설계변수 X_I에 대한 고유치의 민감도가 3차 모드를 제외한 전 영역에서 지배적인 것을 볼 수 있다. 이것으로 변수식별 결과로서 X_I의 값이 가장 크게 변한 현상을 설명할 수 있다. 3차 모드의 경우 X_I에 대한 민감도가 다른 모드에 비해 상대적으로 매우 작은

것을 볼 수 있다. 이것은 시편 A에 대한 3차 모드형상이 폭방향 굽힘모드이기 때문이다. E_2에 해당하는 설계변수 X_2에 대한 3차 모드의 민감도가 상당히 큰 것도 같은 이유다. 변수식별 전후 값의 변화가 거의 없었던 X_3에 대한 민감도는 다른 값들에 비해 무시할 수 있을 만큼 작은 것을 확인할 수 있다.

Table 6. Nondimensional sensitivities with respect to each design parameter

	$\frac{\partial\bar{\lambda}}{\partial X_1}$	$\frac{\partial\bar{\lambda}}{\partial X_2}$	$\frac{\partial\bar{\lambda}}{\partial X_3}$	$\frac{\partial\bar{\lambda}}{\partial X_4}$
1st	1.000	0.005	0.010	0.000
2nd	0.511	0.013	0.006	0.482
3rd	0.076	0.737	0.006	0.192
4th	0.995	0.010	0.016	0.000
5th	0.830	0.023	0.015	0.152

시편 $[0]_{8T}$에 대한 식별결과를 사용하여 시편 $[\pm 45]_{2S}$에 대한 고유진동수의 예측한 결과 저차의 경우에는 비교적 정확도가 향상되었으나 고차에서는 그렇지 못한 것을 볼 수 있었다. 이것을 두 적층판에서 설계변수에 대한 모드의 민감도 경향이 다르기 때문이다. 그러므로 본 연구에서 제안된 방법을 통해 보다 일반적으로 사용될 수 있는 기계적 특성값을 확보하기 위해서는 다른 적층순서를 가진 여러 적층판을 동시에 고려하는 변수식별이 필요하다고 생각된다. 단일 적층판에 대한 식별만으로 임의의 적층각을 갖는 적층판에 대한 고유진동수를 정확히 예측할 수 있다면 가장 이상적인 경우일 것이나 앞서 보여진 결과와 같은 한계가 있기 때문에 다른 적층순서를 갖는 하나 이상의 적층판에 대한 실험을 통해 얻어진 고유진동수들 중 민감도 해석을 통해 변수식별에 사용되기 적당한 모드들을 선택하여 목적함수를 구성하면 좀 더 일반적인 식별결과가 나올 것으로 예상된다.

8. 결 론

지금까지 실험을 통해 추출한 고유진동수를 사용하여 복합재 적층판의 기계적 특성값을 설계변수로 하는 변수식별을 수행했다. 식별된 기계적 특성값을 사용하여 계산된 고유진동수는 식별 전에 비해 정확도가 크게 개선되는 것을 확인할 수 있었다. 민감도 해석을 통해 변수식별 결과를 해석할 수 있었다. 결과의 검증을 위해 식별된 특성값을 다른 적층순서를 가진 적층판에 적용시킨 결과 역시 저차일수록 고유진동수의 예측이 더욱 향상되는 것을 볼 수 있었다.

현재 여러 적층순서를 가진 적층판의 고유진동수를 동시에 고려하는 식별과 다양한 목적함수를 고려한 연구가 진행 중이다.

참 고 문 헌

1. Collins, J. D., Hart, G. C., Hasselman, T. K., and Kennedy, B., "Statistical Identification of Structures," AIAA Journal, Vol.12, 1974, pp. 185-190.

2. Chen, J. C.and Garba, J. A., "Analytical Model Improvement Using Modal Test Results, " AIAA Journal, Vol. 18, No. 6, 1979, pp. 684-690.

3. Robert, J. C. and Schaefer, E. D., "A Comparison of Finite Element and Test Results on the Dynamic Characteristics of Butted and Overlapped Ply Laminated Cylinders," Journal of Composite Materials, Vol. 29, No. 7, 1995, pp. 868-880.

4. Kim, C. S. and Dickinson, S. M., "Improved Approximate Expressions for The Natural Frequencies of Isotropic and Orthotropic Rectangular Plates," Journal of Sound and Vibration, Vol. 103, No. 1, 1985, pp. 142-149.

5. Deobald, L. R. and Gibson, R. F., "Determination of Elastic Constants of Orthotropic Plates by a Modal Analysis/Rayleigh-Ritz Technique," Journal of Sound and Vibration, Vol. 124, No. 2, 1988, pp. 269-283.

6. Swilder, P., Le Fichoux, B. and Jacquet-Richardet, G., "Dynamic modelling of a composite plate, a mixed numerical and experimental approach," Composite Structures, 34, 1996, pp. 301-308.

7. Jones, R. M., Mechanics of Composite Materials, Scripta Company, 1975, Chap. 5.

8. Fox, R. L., Optimization Methods for Engi-

neering Design, Addison-Wesley, Reading, 1971, pp. 90-96.

9. Friswell, M. I. and Mottershead, J.E., Finite Element Model Updating in Structural Dynamics, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 1995, Chap. 2.

10. Fletcher, R., Practical Methods of Optimization, John Wiley & Sons, New York, 1987, Chap. 4.

11. Bathe, K.-J., Finite Element Procedure, Prentice-Hall International, Inc., 1996, pp. 954-978.