論文

점탄성 재료로 구속 감쇠 처리된 복합 적층판의 진동 및 감쇠 해석

조기대* · 한재홍* · 이인*

Vibration and Damping Analysis of Laminated Plates With a Constrained Viscoelastic Layer

Ki-Dae Cho*, Jae-Hung Han* and In Lee*

ABSTRACT

The finite element method based on the layerwise displacement theory and the modal strain energy method is applied for the vibration and damping analysis of composite plates treated with a constrained viscoelastic layer. Through several numerical examples, the effects of stacking sequences, side-to-thickness ratios of the plate, locations of partial coverage, and the thicknesses of the viscoelastic layers on vibration and damping characteristics are investigated. The developed model is a versatile tool that can be easily used to analyze the plate with general boundary conditions and stepped configurations (change in thickness) due to a partially constrained viscoelastic layer. This is due to the fact that each 2-dimensional element can retain different degrees of freedom for the in-plane displacement through the thickness of the layers.

초 록

층별 변위 적층판 이론 및 모드 변형율 에너지 법에 근간을 둔 유한 요소 모델을 점탄성 재료로 구속 감쇠 처리된 복합 적층판의 진동 및 감쇠 특성 해석에 적용하였다. 몇가지 수치적 예제를 통하여 복합재 적층판의 적층 순서, 길이-두께비, 부분 감쇠 처리 부위의 위치, 점탄성 층의 두께 변화가 진동 및 감쇠 특성에 미치는 영향을 조사하였다. 개발된 유한 요소 모델은 부분 감쇠 처리에 기인한 계단 형상 및 일반적인 경계조건을 가진 복합재 평판을 해석할 수 있는 유용한 기법이다. 이것은 각 2차원 유한 요소가 두께방향으로 각 층별 면내 변형에 대한 자유도를 가질 수 있기 때문에 가능하다.

1. 서 론

점탄성 재료를 이용한 표면 감쇠 처리는 구조물의 진동을 억제하는 가장 효율적인 방법 중의 하나이다. 표면 감쇠 처리는 진동 하중에 대해서 점탄성 재료가 어떤 변형을 하느냐에 따라 자유 또는 구속 감쇠처리로 나뉜다. 구조물 표면에 점탄성 층만이 부착되는 자유 감쇠처리는 점탄성 층이 주로 인장 변형을 통해 진동을 억제하고, 구속 감쇠처리 경우에는 구조물과 구속층 사이에 샌드위치 형상으로 삽입된 점탄성 층이 주

*한국과학기술원 항공우주공학과

로 전단 변형을 하여 진동 에너지를 소산한다. 일반적으로 구속 감쇠처리가 효율적인 것으로 알려져 있다[1].

이러한 감쇠처리에 대해 Kerwin [2]이 처음 연구한 이래로 많은 연구자들이 표면 감쇠 처리된 보 및 평판에 대한 해석적 방법을 개발하였다. DiTaranto [3]는 3개의 층(주 구조물, 점탄성층, 구속층)으로 구성된 샌드위치 보에 대한 6차 미분 방정식을 유도하였다. Rao [4]은 에너지 접근법으로 다양한 경계조건에서 엄밀해를 구하였다. 표면 감쇠처리에 따른 질량 증가를 최소화 하기 위해 부분 감쇠처리된 샌드위치 구조물에 대한 연구도 또한 행하여 졌다[5-6]. 최근에는 복잡한 형상과 다양한 경계조건을 쉽게 모델링할 수 있도록 유한요소 방법이 도입되었다. Kienholz 등[7]은 MSC/NASTRAN을 이용하여 모드 변형율 에너지법에 근간을 둔 삼차원 유한 요소 모델을 개발하였다. 주 구조물 및 구속층은 옵셋을 가진 쉘 요소로(QUAD4), 점탄성 층은 삼차원 요소(HEXA 8)로 모델링 하였다.

점탄성 재료를 이용한 표면 감쇠처리에 대한 대부분의 연구는 주 구조물이 등방성 이면서 탄성체로 가정하였으나, 주 구조물이 복합재료일 경우 주 구조물의 감쇠도 해석시 고려해야 하며 복합재료의 면내 전단 변형이 점탄성 층의 감쇠 효과를 증가 시킬 수 있다[8]. Zapfe등[9]은 점탄성층을 가진 복합재료 샌드위치 보의 감쇠에 대한 유한요소 해석 및 실험을 수행하였다. 그들은 해석시 각 층별로 면내 변위를 고려할 수 있도록 유한 요소 정식화를 수행하였다. Reddy [10]는 삼차원 탄성체를 이차원으로 해석할 수 있는 일반 적층판 이론을 전개하였는데 두께방향으로의 보간함수의 선정에 따라 기존의 판 이론들로 유도될 수 있다. Koo 등 [11]은 Reddy의 일반 적층판 이론에서 유도된 층별 변위장을 사용하여 적층판의 원통형 휨 문제에서 면내 변위의 두께방향으로의 변화가 감쇠 특성에 미치는 영향을 연구하였다. Saravanos 등 [12]은 단순지지 형태의 복합 적층판에 점탄성 층이 삽입된 경우의 감쇠 해석을 수행하였는데, 이는 모드 변형율 에너지법에 근간을 둔 준-해석적 결과이다.

본 연구에서는 복합 적층판 표면에 점탄성 층이 전체 혹은 부분적으로 구속 감쇠처리된 경우의 진동 및 감쇠 특성을 해석하였다. 다른 연구자들에 의해 많은 결과들이 보고 되었지만, 임의의 경계조건과 부분 감쇠처리된 복합 적층판 구조물에 대한 광범위한 연구는 이루어지지 않았다. 따라서 구속 감쇠처리된 복합 적층판의 진동 및 감쇠 특성을 해석할 수 있는 유한 요소 프로그램을 개발하였다. Reddy [10]의 층별 변위 적층판 이론과 모드 변형율 에너지 방법을 본 프로그램에서 사용하였으며, 점탄성 층의 부분 감쇠처리에 기인한 계단 형상을 가진 복합 적층판은 유한 요소의 두께 방향의 자유도를 조절함으로써 쉽게 해석할 수 있다. 복합 적층판의 적층각, 길이-두께비, 부분 감쇠처리 위치, 점탄성층 두께의 변화에 따른 영향들을 해석하였다.

2. 유한요소 해석

본 절에서는 표면 감쇠 처리된 복합 적층판의 운동방정식에 대한 유한요소 정식화를 간략히 서술한다. x-y 평면상의 Ω_i영역에 위치하는 2차원 요소 i에 대한 변위장은 Reddy의 층별 변위 적층판 이론을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다[10].

$$u(x,y,z,t)=\sum_{J=1}^{N_i} U^J(x,y,t)\Phi^J(z) \quad \cdots\cdots(1a)$$

$$v(x,y,z,t)=\sum_{J=1}^{N_i} V^J(x,y,t)\Phi^J(z) \quad \cdots\cdots(1b)$$

$$w(x,y,z,t)=W(x,y,t) \quad \cdots\cdots(1c)$$

여기서 (U^J, V^J, W)는 결정해야할 미지수, N_i는 면내 변위에 대한 두께방향 자유도, $\Phi^J(z)$는 두께 방향으로의 보간함수이고, 본 연구에서는 층별 면내 변위 효과를 효율적으로 고려하기 위해 다음과 같은 $\Phi^J(z)$를 가정하였다.

$$\Phi^J(z)\begin{cases}\dfrac{z-z_{J-1}}{z_J-z_{J-1}} : z_{J-1}<z<z_J \\ \dfrac{z_{J+1}-z}{z_{J+1}-z_J} : z_J<z<z_{J+1}\end{cases} \quad \cdots\cdots(2)$$

여기서 z_J는 J-번째 경계에서의 두께방향 좌표값을 나타낸다. Fig. 1에 나타낸 것처럼 층별 변위 적층판 이론은 지그-재그 형상의 면내 변형을 정확히 기술할 수 있다. 특히 복합 적층판 표면에 부분 감쇠 처리에 따른 계단 형상은 Fig. 2 에서 알 수 있듯이 2차원 요소의 N_i 를 다르게 함으로써 쉽게 모델링할 수 있다.

점탄성 층을 포함한 복합재 평판에서 각 단층의 구성 방정식은 다음과 같다.

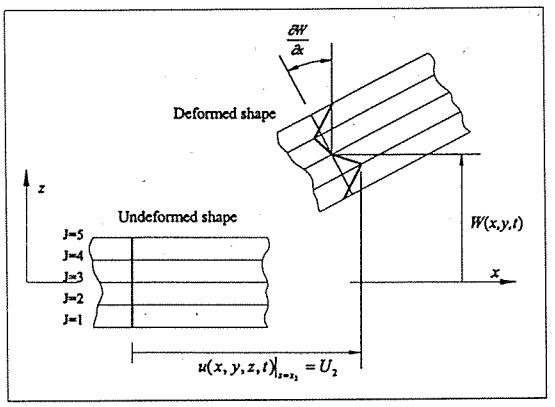

Fig. 1. Displacement fields of the plate using layer-wise plate theory

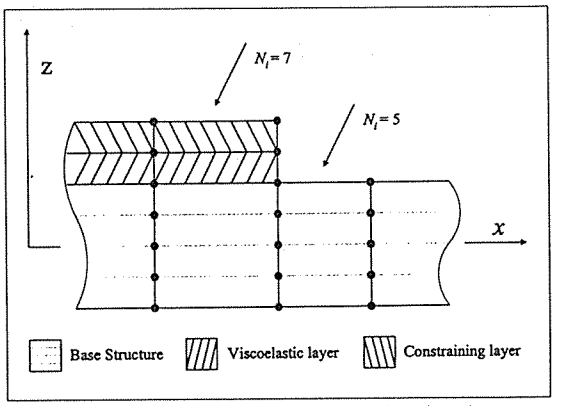

Fig. 2. Finite elements based on layer-wise plate theory

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_{xy}\\ \sigma_{yz}\\ \sigma_{xz}\end{Bmatrix}_m=\begin{bmatrix}\overline{C}_{11} & \overline{C}_{12} & \overline{C}_{16} & 0 & 0\\ \overline{C}_{12} & \overline{C}_{22} & \overline{C}_{26} & 0 & 0\\ \overline{C}_{16} & \overline{C}_{26} & \overline{C}_{66} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \overline{C}_{44} & \overline{C}_{45}\\ 0 & 0 & 0 & \overline{C}_{45} & \overline{C}_{55}\end{bmatrix}_m\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_{xy}\\ \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{xz}\end{Bmatrix}_m \cdots\cdots(3)$$

여기서 σ및 ε은 x-y-z 좌표계의 성분으로 표시된 응력과 변형율, 하부첨자 m은 단층 번호를 의미하며 $\overline{C}_{ij}$는 x-y-z 좌표계로 변환된 강성행렬을 나타낸다.

삼차원 탄성론을 고려한 해밀톤의 원리에 층별 변위 적층판 이론에 의한 변위장 (1)을 대입하여 두께방향으로 적분을 수행하면 다음과 같은 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$\int_0^T\Big[\sum_J^{N_i}\{N_x^J\frac{\partial\delta U^J}{\partial x}+N_y^J\frac{\partial\delta V^J}{\partial y}+N_{xy}^J(\frac{\partial\delta U^J}{\partial y}+\frac{\partial\delta V^J}{\partial x})$$

$$+Q_y^J\delta V^J+Q_x^J\delta U^J\}+Q_y\frac{\partial\delta W}{\partial y}+Q_x\frac{\partial\delta W}{\partial x}$$

$$+\sum_{J=1}^{N_i}\sum_{K=1}^{N_i}\{I^{JK}(\ddot{U}^J\delta U^K+\ddot{V}^J\delta V^K)\}+I^0\ddot{W}\delta W\Big]$$

$$dAdt=0 \cdots\cdots(4)$$

여기서

$$(N_x^J,N_y^J,N_{xy}^J)=\int_{h/2}^{-h/2}(\sigma_x,\sigma_y,\sigma_{xy})\Phi^J(z)dz \cdots\cdots(5a)$$

$$(Q_y,Q_x,Q_y^J,Q_x^J)=\int_{h/2}^{-h/2}(\sigma_{yz},\sigma_{xz},\sigma_{yz}\frac{d\Phi^J(z)}{dz},\sigma_{xz}\frac{d\Phi^J(z)}{dz})dz \cdots\cdots(5b)$$

$$(I^0,I^{JK})=\int_{h/2}^{-h/2}\rho(1,\Phi^J(z)\Phi^K(z))dz \cdots\cdots(5c)$$

이고 δ및 $(\ddot{\ })$는 각각 변분 연산자 및 시간에 대한 2차 미분을 의미하며, ρ및 h는 각 단층의 밀도 및 두께를 표시한다.

각 유한요소에 대한 변위(W, U^J, V^J)는 형상함수 $\hat{\Psi}_k$와 절점값(W_k, U_k^J, V_k^J)으로 표현될 수 있다.

$$(W, U^J, V^J)=\sum_{k=1}^{NPE}(W_k, U_k^J, V_k^J)\,\hat{\Psi}_k \cdots\cdots(6)$$

여기서 NPE 는 2차원 요소당 절점 갯수 이다. 유한요소 i에 대한 절점 변위 벡터는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{u}_{ei}=\{\mathbf{u}^0\ \mathbf{u}^1\ \mathbf{u}^2\ \cdots\ \mathbf{u}^{N_i}\}^T \cdots\cdots(7)$$

여기서

$$\mathbf{u}^0=\{W_1\ W_2\ \cdots\ W_{NPE}\}^T \cdots\cdots(8a)$$

$$\mathbf{u}^J=\{U_1^J\ U_2^J\ \cdots\ U_{NPE}^J\ V_1^J\ V_2^J\ \cdots\ V_{NPE}^J\}^T,$$

$$J=1,\cdots,N_i \cdots\cdots(8b)$$

구성 방정식 (3)과 보간함수 (6)을 해밀톤의 원리 (4)에 대입하면 조화 진동하에서 복합 적층판의 유한요소 정식화는 표준 고유치 문제 형태로 주어진다.

$$(\mathbf{K}-\omega^2\mathbf{M})\mathbf{u}=0 \quad \cdots\cdots(9)$$

여기서 **M**, **K** 그리고 **u**는 전체 시스템의 질량, 강성 그리고 절점 변위 벡터이다.

점탄성 층을 포함한 복합 적층판의 감쇠 특성은 모드 변형율 에너지 법에 의해 한 주기당 저장된 총 에너지와 소산 에너지 비로 평가 될 수 있는데 이를 비감쇠 용량(Specific Damping Capacity)이라 한다. 한 주기당 소산된 에너지는 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned}\Delta E&=\frac{1}{2}\int_{\Omega}\int_{-h/2}^{h/2}(\Psi_x\sigma_x\varepsilon_x+\Psi_y\sigma_y\varepsilon_y+\Psi_{xy}\sigma_{xy}\gamma_{xy}\\&\quad+\Psi_{yz}\sigma_{yz}\gamma_{yz}+\Psi_{xz}\sigma_{xz}\gamma_{xz})dzdA\\&=\frac{1}{2}\mathbf{u}^T\mathbf{K}_d\mathbf{u}\end{aligned} \quad \cdots\cdots(10)$$

여기서 Ψ_x, Ψ_y, Ψ_{xy}, Ψ_{yz}, 그리고 Ψ_{xz}는 각각 첨자에 나타난 응력 성분별 변형에 의한 비감쇠 용량이고 $\mathbf{K}_d$는 감쇠 강성 행렬을 의미한다. 따라서 각 모드별 비감쇠 용량은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\Psi_i=\frac{\Delta E}{E}=\frac{\phi_i^T\mathbf{K}_d\phi_i}{\phi_i^T\mathbf{K}\phi_i} \quad \cdots\cdots(11)$$

여기서 ϕ_i는 i번째 고유벡터이다. 비감쇠 용량과 감쇠비(damping ratio) 사이에는 다음 관계가 성립한다.

$$\Psi_i=4\pi\zeta_i \quad \cdots\cdots(12)$$

3. 기존 문헌 결과와 비교

본 연구에서 개발된 유한 요소 모델의 성능을 평가하기 위해, Saravanos 등 [12]에 의해 연구된 내부에 점탄성 층이 삽입된 단순 지지 복합재 평판의 진동 및 감쇠 특성을 해석하였다. 해석에 사용된 복합재료는 HM-S 그라파이트/에폭시이고 물성치는 Table 1에 주어졌다. 섬유 체적율(fiber volume ratio)에 따른 복합재료의 물성치는 마이크로 메커니즘 이론 [13]에 의해 구할 수 있다. 특별히 언급하지 않는한, 본 연구에서는 0.5의 섬유 체적율을 가정하였다. 삽입된 점탄성 층의 전단 강성율 및 비감쇠 용량은 각각 6.2MPa, 6.4이고

Table 1. Mechanical properties of HM-S/Epoxy system

	Epoxy	HM-S Graphite
Normal modulus (GPa)	E_m=3.45	E_{f11}=379.3, E_{f22}=6.2
Shear modulus (GPa)	G_m=1.27	G_{f12}=7.6
Poisson ratio	–	Ψ_{f12}=0.20
Normal SDC (%)	Ψ_{mn}=10.30	Ψ_{f11}=0.4, Ψ_{f22}=0.4
Shear SDC (%)	Ψ_{ms}=11.75	Ψ_{f12}=0.4

프와송비는 0.3이다. 이 값은 전형적인 상용 점탄성 재료(Scotch Damp ISD 112, 3M Corp.)의 평균 물성치를 나타내며 Saravanos [12]가 해석시 사용한 값과 동일하다. 점탄성 층의 두께는 복합재료 한 단층의 두께와 동일한 0.127mm이고 내부에 점탄성층이 삽입된 복합 적층판의 크기는 $30\times30cm^2$이고 $1513kg/m^3$의 면밀도(areal density)를 가진다.

수치 계산은 $[0_4/d/0_4]_s$, $[0_4/d/90_4]_s$ 그리고 $[0_2/90_2/d/0_2/90_2]_s$의 적층 순서를 가진 복합 적층 평판에 대해서 수행하였다. 여기서 d 는 점탄성 층을 의미한다. 본 유한 요소 해석으로부터 얻은 고유 진동수 및 비감쇠 용량을 Table 2에서 기존의 연구결과 [12]와 비교하였다. 기존의 연구와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 기존의 연구는 Navier 형태의 급수 전개를 통하여4단 단순 지지 직교 적층판의 자유 진동을 준-해석적으로 구한 것이고, 본 비교 해석에는 여러 가지 경계조건과 계단 모양의 기하학적 형상을 고려할 수 있는 유한 요소 모델을 이용하여 평판을 20×20으로 분할하고 4절점 요소를 사용하였다. 또한 유한 요소 갯수의 변화에 따른 고유 진동수 및 비감쇠 용량의 수렴성을 조사하였는데, Fig. 3은 $[0_4/d/0_4]_s$에 대해서 유한 요소 해석한 결과를 준-해석적 결과로 나누어 정규화 한 것이다. 낮은 모드의 값들은 10×10 분할로 충분함을 알 수 있다.

4. 응용 및 토론

4.1. 모델링 및 해석 기법

최근 들어 항공 우주 및 여러 공학 분야에서 경량화와 성능향상의 요구가 높아지면서 비강성과 비강도가 큰 복합재 구조물의 사용이 증대되고 있다. 항공기 구조물에서 복합재료의 가장 일반적인 응용은 항공기 날개의 외피 및 조종면이라고 할 수 있다. 그러므로 점탄성 재료를 이용한 구속 감쇠 처리의 응용예로서 복합

Table 2. Natural frequencies and SDC for simply supported composite plates with interlaminar viscoelastic layers

	$[0_4/d/0_4]_s$		$[0_4/d/90_4]_s$		$[0_2/90_2/d/0_2/90_2]_s$	
	Ref[a]	FEM[b]	Ref[a]	FEM[b]	Ref[a]	FEM[b]
Frequencies, Hz						
Mode 1	119.9	119.2	119.9	119.3	124.0	123.5
Mode 2	152.7	148.7	211.8	210.4	272.6	273.7
Mode 3	230.1	224.0	354.8	357.7	357.7	360.7
Mode 4	351.2	348.4	402.4	402.8	437.7	439.7
Mode 5	383.4	386.9	409.3	413.9	495.2	503.6
Mode 6	402.3	402.4	541.7	544.1	606.7	612.9
Mode 7	447.7	443.5	635.2	647.2	688.7	703.9
Mode 8	508.7	519.1	667.9	676.2	736.7	749.3
Mode 9	531.4	526.1	697.6	722.3	747.2	769.9
Mode 10	656.5	659.5	766.7	772.9	851.6	847.6
Specific Damping Capacities						
Mode 1	0.980	0.985	0.980	0.986	0.628	0.624
Mode 2	0.807	0.831	0.423	0.417	1.705	1.709
Mode 3	0.666	0.664	2.775	2.790	1.615	1.617
Mode 4	0.705	0.688	2.275	2.304	1.775	1.789
Mode 5	2.371	2.377	0.211	0.197	2.807	2.847
Mode 6	2.275	2.302	1.397	1.388	2.531	2.559
Mode 7	2.045	2.082	3.833	3.876	2.442	2.468
Mode 8	0.859	0.850	3.544	3.606	2.435	2.454
Mode 9	1.775	1.779	0.179	0.162	3.493	3.557
Mode 10	1.596	1.569	2.807	2.846	2.679	2.702

[a] Semi-analytical solution (Saravanos et al.12)

[b] Present solutions are obtained by using the four-node 20×20 elements

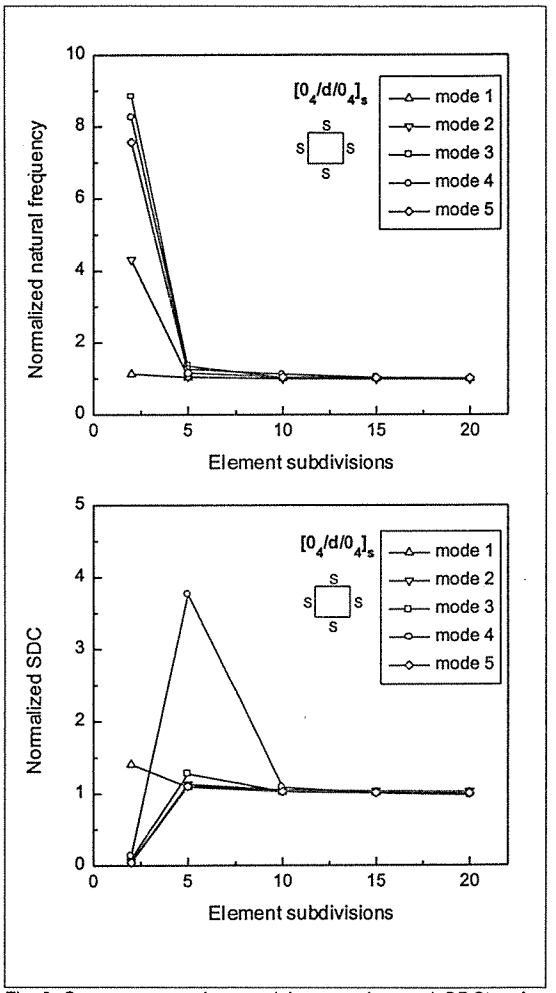

Fig. 3. Convergence of natural frequencies and SDC's of a simply supported plate $[0_4/d/0_4]_s$

재 외피를 본 연구에서 고려하였다. 복합재 외피는 일반적으로 리벳에 의해 스파(Spar) 및 립(Rib)에 체결되어 있다. 따라서 복합재 외피에 적절한 경계조건을 가하기 위해 립과 체결된 외피의 x-축 방향 가장자리는 단순지지로, 스파와 체결된 외피의 y-축 방향 가장자리는 고정단으로 가정하였다. 즉 수치적 연구는 단순지지-고정단(CCSS) 경계조건의 복합 적층 평판에 대해서 행하였다.

본 연구에서 고려된 복합 적층판은 Table 1 에서 주어진 물성치를 가진 각각 0.127mm 두께의 총 16 단층으로 이루어 진다. 특별히 언급하지 않는한, 0.127 mm 점탄성 층과 0.254mm 알루미늄 층이 복합재 평판의 표면에 구속 감쇠 처리된다. 본 해석에서 사용된 구속 감쇠 처리는 표면에 쉽게 부착할 수 있는 전형적인 테이프 형태의 3M type SJ-2052X(ISD 112에 구속층으로 알루미늄 호일이 부착된 형태)를 나타내며, 점탄성 층인 ISD 112의 물성치는 Saravanos 등이 해석시 사용한 것과 동일하고 알루미늄 호일의 강성계수 및 프와송 비는 각각 69 GPa, 0.3 이다. 4 절점 요소가 사용되었고 낮은 모드 값을 추정하는데 충분한 10×10의 유한 요소로 평판을 분할 하였다. 감쇠 테이프가 부착된 복합 적층판의 유한 요소 분할, 복합 적층각 및 좌표계 정의는 Fig. 4 에 나타내었고 빗금친 부분은 구속 감쇠 처리된 곳을 의미한다. 구속 감쇠 처리가 복합재 평판에 전체 혹은 부분적으로 처리에 관한 상세한

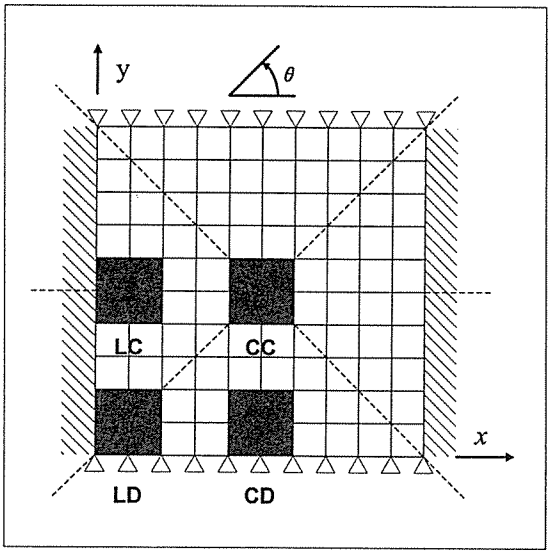

Fig. 4. Composite plate model with constrained viscoelastic layer

설명은 아래에서 다시 언급하고자 한다.

4.2. 복합재 평판의 적층각 영향

전체적으로 구속 감쇠 처리된 복합재 평판의 적층각에 따른 진동 및 감쇠 특성을 조사하기 위해 30× $30cm^2$의 크기를 가진$[0_2/\pm\theta_2/90_2]_s$ 적층판을 고려하였다. Fig. 5 는 적층각 θ변화에 따른 5번째 모드까지의 진동수 및 비감쇠 용량을 나타내었다. 첫번째 모드의 고유 진동수는 적층각이 증가할 때 완만히 감소하나 비감쇠 용량은 완만히 증가한다. 두번째 모드, mode (1,2)는 반대 현상이 일어난다. 이는 모드 형상과 경계 조건에 따른 것으로 판단된다. 적층각 45° 근처에서 3 번째 및 4 번째 모드가 서로 교차하는 것이 관찰된다. 즉 3 번째 모드는 모드 (1,3) 에서 모드 (2,1)로 변하고 4 번째 모드는 반대방향으로 변한다. 또한 적층각 60° 근처에서 유사하게 4 번째 및 5 번째 모드가 서로 교차한다. 이러한 현상은 고유 진동수에서의 커브 비어링 현상(curve veering phenomena)으로 설명 될 수 있다[14]. 특히 이러한 적층각에서 모드 형상의 급격한 변화는 해당 모드의 감쇠 특성에 변화를 동반함을 알 수 있다.

복합재 평판의 y-축 가장자리인 고정단에서 구속 감쇠 처리의 경계조건 적용에 따른 영향을 Fig. 6 에서 비교하였다. Fig. 6 에서 경계조건 BC1은 구속 감쇠

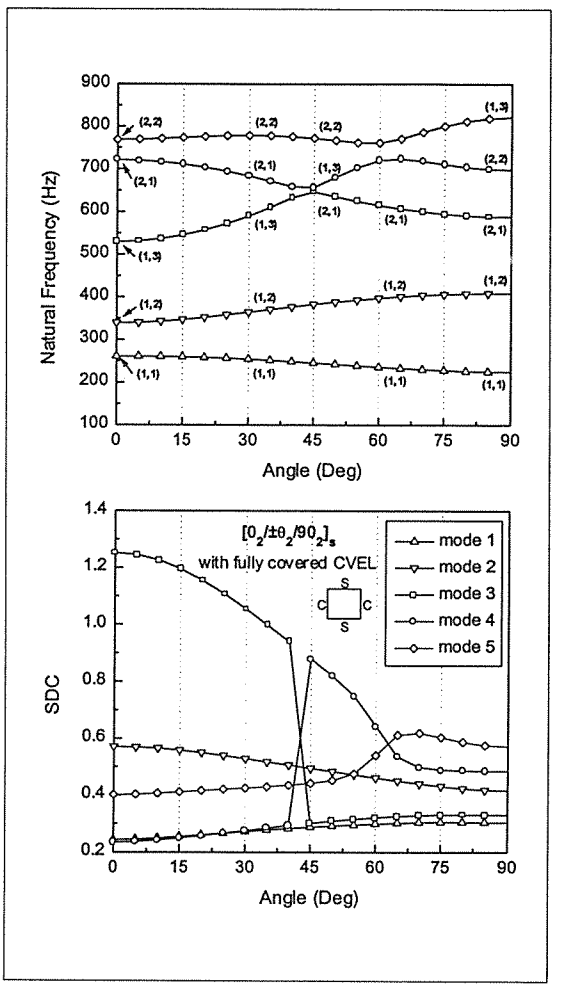

Fig. 5. Variation of natural frequencies and SDC's for fully covered plate $[0_2/\pm\theta_2/90_2]_s$ with constrained viscoelastic layer

처리도 함께 고정된 경우이고 BC2는 자유조건이다. 고유 진동수는 BC2 가 BC1 보다 낮다. 감쇠 특성은 첫번째 모드 경우 BC1에서, 두번째 모드 경우 BC2에서 높게 나타난다. 구속 감쇠 처리가 실제 구조물에 테이프 형태로 부착될 때 BC2 경계 조건이 타당할 것이다. 따라서 본 연구에서는 BC2의 경계조건을 적용하여 하였다. 본 유한요소 모델은 유한 요소의 두께 방향 자유도를 쉽게 조절할 수 있으므로 다양한 경계조건에 따른 해석이 용이하다.

4.3. 복합재 평판의 길이-두께비의 영향

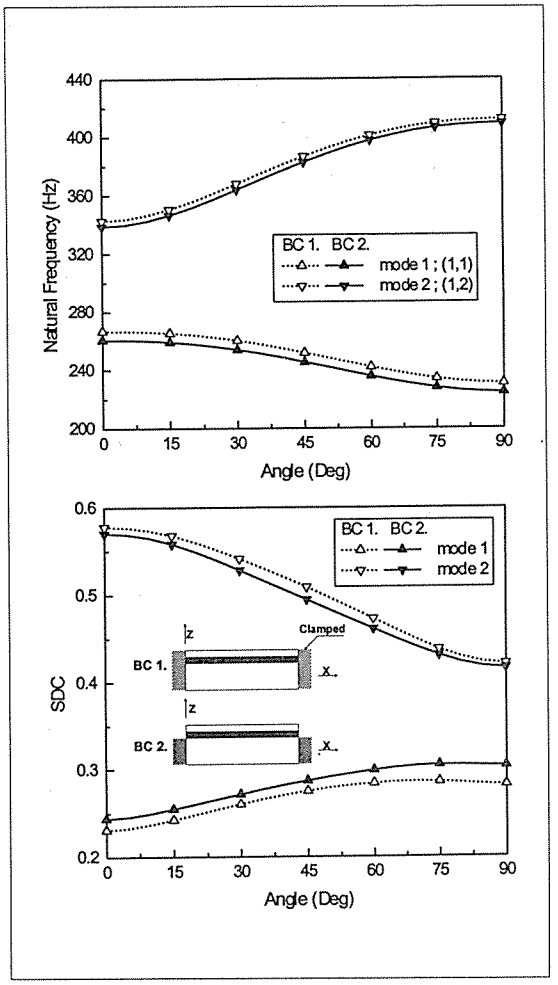

Fig. 6. Comparison of two types of boundary conditions on natural frequencies and SDC's

Fig. 7 에서는 기본 진동수 및 감쇠에서 길이-두께비 (a/h)의 영향을 조사하기 위해 3 종류의 적층 순서를 가진 복합재 평판, $[0]_{16T}$, $[\pm 45_2/\pm 45_2]_s$, $[0_2/90_2/0_2/90_2]_s$, 및 전체적으로 감쇠 처리된 평판을 고려하였다. Fig. 7 의 (a) 및 (b)에 표시된 바와 같이 감쇠처리되지 않은 복합재 평판의 동적 특성은 모든 평판에서 길이-두께비에 상당한 영향을 받는다. 길이-두께비가 감소할 때 기본 진동수 및 비감쇠 용량은 증가하는데, 특히 50 보다 낮은 길이-두께비에서 이 값들은 급격히 증가한다. 일방향 평판 $[0]_{16T}$는 낮은 길이-두께비에서, $[\pm 45_2/\pm 45_2]_s$은 높은 길이-두께비에서 높은 감쇠값을 가진다. 일방향 평판 $[0]_{16T}$이 낮은 길이-

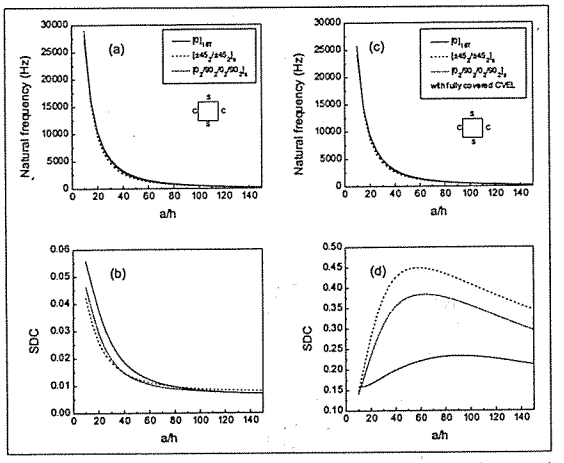

Fig. 7. Effect of side-to-thickness ratio on fundamental natural frequency and SDC for three types of plates

두께비(두꺼운 적층판)에서 높은 감쇠값을 가지는 것은 다른 평판에 비해서 y-z 평면에서 전단변형이 보다 쉽게 일어날 수 있기 때문이다. 전체적으로 감쇠 처리된 평판의 동적 특성이 Fig. 7의 (c) 및 (d)에 표시하였는데, 거의 모든 영역에서 $[\pm 45_2/\pm 45_2]_s$이 높은 감쇠값을 나타낸다. 이것은 주 구조물로 고려된 $[\pm 45_2/\pm 45_2]_s$가 다른 평판에 비해서 점탄성 층에 높은 전단변형을 유발하기 때문이다. 비감쇠 용량은 낮은 길이-두께비에서 피크에 도달한 다음 감소한다. 이것은 매우 낮은 길이-두께비일 때, x-z 및 y-z 평면에서 두께방향으로의 변형이 전단변형을 압도하면서 점탄성 층의 효과가 감소하는데 따른 현상으로 판단된다.

4.4. 부분적인 구속 감쇠 처리의 영향

부분 감쇠 처리의 위치 및 점탄성 층의 두께 변화에 따른 감쇠 특성을 조사하기 위해, 4가지 크기 (2×2, 4×4, 6×6, 8×8)를 가진 정사각형 형태의 감쇠 처리 테이프가 복합재 적층판 $[0_2/90_2/0_2/90_2]_s$위에 부착된다. 여기서 $p \times p$은 $30 \times 30 cm^2$의 복합 적층판을 10×10의 유한 요소로 분할할 때 복합 적층판 위에 부착된 부분 감쇠 테이프의 크기를 의미한다. 4가지 크기의 부분 감쇠 테이프가 부착되는 4 곳의 중심 위치는 아래와 같다.

$$\left(\frac{a}{10}\cdot\frac{p}{2}, \frac{a}{10}\cdot\frac{p}{2}\right), p=2, 4, 6, 8 \text{ for } LD \text{ position}$$

$\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{10} \cdot \frac{p}{2}\right)$, p=2, 4, 6, 8 for CD position

$\left(\frac{a}{10} \cdot \frac{p}{2}, \frac{a}{2}\right)$, p=2, 4, 6, 8 for LC position

$\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ for CC position

여기서 a는 복합재 평판의 길이(30cm)을 나타내고, p은 테이프의 크기 증분을 나타낸다. 예를 들어, LD위치에서 p=8 이면 감쇠 테이프의 크기는 8×8이고 중심위치는 (12^{cm}, 12^{cm})이다. Fig. 4는 2×2 크기의 감쇠 테이프가 4곳(LD, CD, LC, CC)에 각각 부착된 전형적인 예 이다. 4곳의 위치에 각각 부착된 4가지 크기의 감쇠 테이프에 따른 감쇠 해석이 이루어졌으며, 기본 모드에서 부분 감쇠 처리 면적비에 대한 비감쇠 용량으로 Fig. 8에 표시하였다. 부분 감쇠 처리 면적비(partially covered patch area ratio)는 복합재 평판의 전체 면적에 감쇠 처리된 부분의 면적으로 정의된다. 기존 복합재 평판 및 전체적으로 감쇠 처리된 경우, 부분 감쇠 처리 면적비는 각각 0 및 1에 해당한다. 본 연구에서 고려된 평판의 기본 모드에 대해 큰 변형이 발생하는 곳은 고정단 및 중앙 부근이므로, 가장 높은 감쇠값은 이러한 위치에 모두 부분 감쇠 처리할 때 발생한다. 따라서 4곳에서 각각 다른 크기로 부분 감쇠한 경우가 전체적으로 감쇠 처리한 경우보다 낮은 감쇠값을 나타낸다. 그렇자만 4×4 크기의 부분 감쇠 처리(평판 전체 면적의 16 %에 해당)로 얻을 수 있는 최대 감쇠값은 CC 위치에서 발생하고, 전체적으로 감쇠 처리 했을 경우의 46%에 이른다. 또한 6×6 크기에서 최대값은 LC 위치에서 발생하고 72%에 이른다. 즉 부분 감쇠 처리에 따른 부가 질량 증가에 비해서 현저한 감쇠 증대가 얻어진다.

점탄성 층의 두께 변화에 따른 감쇠 특성은 높은 감쇠 특성을 나타낸 CC, LC 위치에서 각각 4×4 및 6×6 크기의 감쇠 테이프가 부착된 경우에 대해 해석하였다. 각 위치에 부착된 감쇠 테이프의 크기는 4×4 또는 6×6로 일정하지만, 구속되는 점탄성 층의 두께는 각 위치에서 일정 두께(0.127mm)로 복합재 평판의 전체를 감쇠처리한 경우의 체적에 도달할때 까지 변화를 주었다. 그리하여 Fig. 9는 기본 모드에서 부분 감쇠 처리 체적비에 대한 비감쇠 용량을 나타내었다. 부분 감쇠 처리 체적비(partially covered volume ratio)는 일정 두께를 가진 10×10 테이프의 체적에 대한 다른 두께를 가진 4×4 또는 6×6 테이프의 체적으로 정의된다. 예를 들어, 0.127 및 0.794 mm의 점탄성 두께를 가진 4×4 테이프의 체적비는 각각 0.16 및 1 에 해당한다. 해석된 비감쇠 용량은 Fig. 9에서 일정 두께(0.127mm)로 평판의 전체를 감쇠 처리할때의 감쇠값으로 정규화하여 표현하였다. 그리고 CCp는 CC 위치에 부착된 p×p 크기의 감쇠 테이프를 의미한다. 4×4 감쇠 테이프의 경우, CC 위에서의 감쇠값은 체적비가 증가할 때 급격히 증가하나, LC 위치에서는 완만히 증

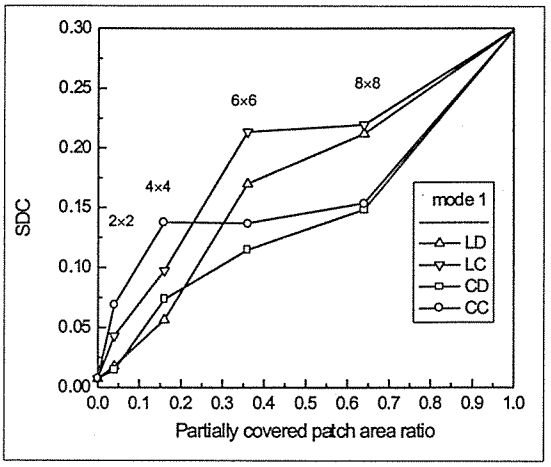

Fig. 8. Variation of SDC with various ratios of the partially covered patch area for the fundamental mode

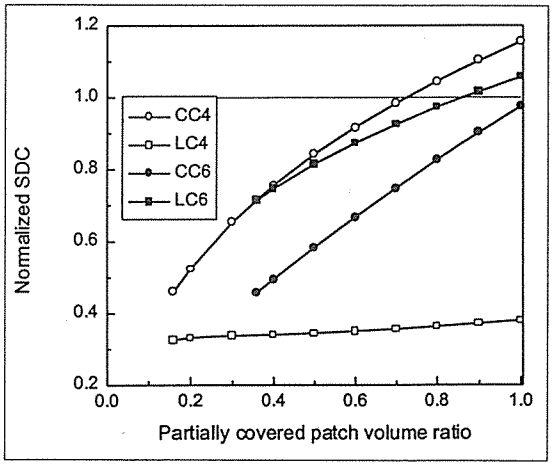

Fig. 9. Variation of SDC with various ratios of the partially covered patch volume for the fundamental mode

가한다. 6×6 테이프의경우, 양쪽 위치 모두에서 급격히 증가한다. 특히 *CC*4 및 *CC*6 위치에서 체적비가 각각 약 0.75 및 0.85 에 도달할 때, 점탄성 층의 두께 증가에 따른 감쇠값의 증가는 일정 두께로 전체를 감쇠 처리한 경우의 값에 상당한다. 즉 높은 전단 변형이 일어날 수 있는 지역에 점탄성 재료를 집중시키면 상당한 감쇠 증대 효과를 가져 올 수 있음을 알 수 있다.

5. 요약 및 결론

층별 변위 적층판 이론 및 모드 변형을 에너지 법에 근간을 둔 유한 요소 모델을 점탄성 재료로 전체 및 부분적으로 구속 감쇠 처리된 복합 적층판의 진동 및 감쇠 특성 해석에 적용하였다. 개발된 유한 요소 모델은 부분 감쇠 처리에 기인한 계단 형상 및 일반적인 경계조건을 가진 복합재 평판을 해석할 수 있는 유용한 기법이다. 이것은 각 2차원 유한 요소가 두께방향으로 각 층별 면내 변형에 대한 자유도를 가질 수 있기 때문에 가능하다. 몇가지 수치적 예제를 통하여, 복합 적층판의 적층 순서, 길이-두께비, 부분 감쇠 처리의 위치, 점탄성 층의 두께 변화가 진동 및 감쇠 특성에 미치는 영향을 조사하였다. 복합 적층판 총 면적의 16 % 에 해당하는 감쇠 처리로 기본 모드에서 얻을 수 있는 최대 감쇠값은 *CC* 위치에서 발생하고, 전체적으로 감쇠 처리 했을 경우의 46%에 이른다. 또한 높은 전단 변형이 일어날 수 있는 지역에 점탄성 재료를 집중시킴으로써 부분 감쇠 처리에 따른 질량 증가에 비해서 현저한 감쇠 증대 효과를 얻을 수 있다.

6. 인용 문헌

1. Nashif, A.D., Jones, D.I.G. and Henderson, J.P., Vibration Damping. New York: John Wiley, 1985.

2. Kerwin, E.M., "Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer," Journal of the Acoustical Society of America, Vol.31, 1959, pp.952-962.

3. DiTaranto, R.A., "Theory of vibratory bending of elastic and viscoelastic layered finite-length-beams," Journal of Applied Mechanics, Vol.32, 1965, pp.881-886.

4. Rao, D.K., "Frequency and loss factors of sandwich beams under various boundary conditions," Journal of Mechanical Engineering Science, Vol.20, 1978, pp.271-282.

5. Lall, A.K., Asnani, N.T. and Nakra, B.C., "Damping analysis of partially covered sandwich beams," Journal of Sound and Vibration, Vol.123, 1988, pp.247-259.

6. Qinghua Chen and Cesar Levy, "Vibration characteristics of partially covered double-sandwich cantilever beam," AIAA JOURNAL, Vol.34, 1996, pp.2622-2626.

7. Johnson, C.D. and Kienholz, D.A., "Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers," AIAA JOURNAL, Vol.20, 1982, pp.1284-1290.

8. Mohan, D.R. and Shulin He, "Dynamic analysis and design of laminated composite beams with multiple damping layers," AIAA JOURNAL, Vol.31, 1993, pp.2736-745.

9. Zapfe, J.A., Lesieutre, G.A. and Wodtke, H.W., "Damping analysis of composite sandwich beams using a discrete layer finite element with comparison to experimental data," 36th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA-95-1213-CP

10. Reddy, J.N., "A generalization of two-dimensional theories of laminated composite plates," Communications in Applied Numerical Methods, Vol.3, 1987, pp.173-180.

11. Koo, K.N. and I. Lee, "A refined analysis of vibration and damping for anisotropic laminates in cylindrical bending," Journal of Sound and Vibration, Vol.184, 1995, pp.553-566

12. Saravanos, D.A. and Pereira, J.M., "Effects of interply damping layers on the dynamic characteristics of composite plates," AIAA JOURNAL, Vol.30, 1992, pp.2906-2913.

13. Saravanos, D.A. and Chamis, C.C., "Unified micromechanics of damping for unidirectional and off-axis fiber composite," Journal of

Composite Technology and Research, Vol.12, 1990, pp.31-40.

14. Perkins, N.C. and Mote, C.D., "Comments on curve veering in eigenvalue problems," Journal of Sound and Vibration, Vol.106, 1986, pp.451-463.