

論文

보강개구부를 갖는 Steel 및 GFRP 적층복합재료 원통쉘의 구조응력해석

이영신* · 송선영**

A Study on the Structural Stress Analysis of the Steel and the GFRP Laminated Composite Cylindrical Shells with a Stiffened Circular Cutout

Young-Shin Lee* and Sun-Young Song**

ABSTRACT

The stress distribution around the circular cutout of the isotropic steel(ANSI type 304) and the GFRP laminated composite cylindrical shells subjected to axial compression are studied. The experimental results are obtained and compared with finite element analysis. The axial compressive loading is applied an universal testing machine(UTM) and the strains around the cutout are measured by strain measuring system. The 8 strain gages are located along the center line of cutout edge to circumferential direction of cylindrical shell. In areas in which steep strain gradients are expected and ANSYS code is used in the finite element analysis. The strain concentration factor is defined in this study to investigate the stress distribution around the cutout. The stress characteristics of the stainless steel and the GFRP laminated composite cylindrical shells with a stiffened cutout are obtained.

초 록

원형 개구부를 갖는 스테인레스강(ANSI type 304 steel) 원통쉘과 GFRP 적층 복합재료 원통쉘이 축방향 압축하중을 받을 때의 개구부 주위의 응력분포가 각각 개구부 보강 전과 후에 대하여 연구되었다. 응력 해석실험과 유한요소해석을 이용하여 연구하였으며, 실험은 만능시험기를 이용하여 축방향 압축하중을 가하고, 이때 개구부 주위에 부착된 스트레인 게이지로부터의 신호를 스트레인 측정시험장치를 이용하여 변형률을 측정하였다. 8개의 스트레인 게이지는 응력이 집중 될 것으로 예상되는 개구부의 중앙선을 따라 개구부 끝단으로부터 원통쉘의 원주방향으로 부착하여 변형률 변화를 고찰하였다. 유한요소해석은 ANSYS를 사용하였다. '변형률을 집중계수'를 정의하였으며, 실험결과와 유한요소해석 결과를 비교하여 보강 전후의 개구부 주위의 응력특성 변화를 고찰하였다.

*충남대학교 공과대학 기계설계공학과

**충남대학교 대학원 기계설계공학과

1. 서 론

여러 가지 구조물은 구조적 또는 기하학적 요구 조건에 의해 다양한 형태의 개구부를 갖게 된다. 원통쉘의 개구부에서의 응력집중은 비행기 동체, 미사일 외피, 원자력 압력용기, 보일러, 두 개의 파이프가 교차하는 연결부, 잠수함의 외피, 수력발전소의 압력관 등 많은 분야에서 중요한 문제이다.

등방성 채료에 대한 개구부 주위의 응력집중에 대한 연구는 많은 연구자들에 의해서 수행되어 왔으나, 적층 복합재료 원통쉘에 대한 연구는 아직 미미하여, 특히 보강된 개구부를 갖는 적층 복합재료 원통쉘에 대한 연구결과는 드문 형편이다.

최근 복합재료가 갖는 우수한 특성, 즉 중량이 가볍고 비강도 및 비강성이 높으며, 섬유 방향과 적층 순서의 변화에 의해 원하는 설계 요건을 만족시킬 수 있다 는 특성 때문에 경량화 및 고강도가 요구되는 항공기, 미사일, 자동차, 우주선 등의 구조물에 활용이 크게 증 대되고 있어, 외부 하중에 의한 적층 복합재료 원통쉘의 개구부 주위의 응답의 정확한 해석이 요구되고 있다. 특히 복합재료는 금속재료에 비해 전연성이 부족하며, 적층각에 따른 적층 특성이 변하므로 응력 특성이 등방성 재료에 비해 복잡하게 나타난다. 따라서 복합재료 원통쉘의 개구부 주위에서의 응력 집중은 등방성 쉘의 경우와는 다른 특성을 나타내기 때문에 이에 대한 명확한 역학적 거동 규명이 필요하다.

그 동안 등방성 및 적층 복합재료 판에 대한 개구부 주위에서의 응력해석은 상당한 진보를 가져왔다. 그러나 이들 판에 대한 연구는 헬 문제와 차이가 있으며, 이것은 헬의 개구부 주위의 신장-굽힘 및 신장-비틀림 등의 결합 연성 거동에 의해 그 거동이 판과는 다르기 때문이다.

원형 개구부를 갖는 원통쉘에 대한 연구는 1900년대 중반부터 시작되었다. Lur'e[1]는 1946년 섭동법을 이용하여 원통쉘의 반경에 대한 구멍의 반경 크기를 나타내는 다음과 같이 정의된 무차원 곡률매개변수의 작은 값을 갖고 축방향 인장 및 내부압력을 받는 원통쉘에 대해 Hankel 및 Krylov함수를 이용하여 해를 유도하였다.

Lekkerkerker[2]는 Lur'e의 연구를 확장하여 곡률 매개변수(β) 1.75까지의 보다 큰 값에 대해 적용할 수 있는 해를 베셀 함수를 포함한 푸리에 급수를 이용하여 해를 제시하였으며, Van Dyke[3, 4]는 위의 연구들을 더욱 확장하여 축방향 인장, 내부압력 및 비틀림을 받는 원통쉘에 대해 곡률매개변수 4까지의 해를 연구하였다. 그리고, Adams[5]는 변분법을 이용하여 다양한 하중을 받는 개구부를 갖는 원통쉘에 대해 연구하였으며, Ariman 등[6]은 타원형 개구부를 갖는 원통쉘에서 개구부 주위에 균일분포 굽힘하중을 받을 때의 해를 섭동법을 이용하여 유도하였으며, 또한 내부 압력을 받는 수직으로 교차하는 원통쉘에 대한 염밀해를 유도하였다[7]. Steel 등[8]은 길이방향 및 원주방향 모멘트와 반경 방향 힘을 받는 원통쉘에 노즐이 결합된 교차쉘에 대해 접근 근사해를 제시하였으며, 기존의 해석들이 Donnel 식을 이용한데 반해 Xue 등[9]은 Morley의 식을 이용하여 큰 개구부를 갖는 원통쉘에 대해 연구하였다.

한편 개구부를 갖는 적층 복합재료 원통쉘에 대한 연구는 그리 많지 않았다. Lakshminarayana 등[10]은 삼각형 헬요소를 이용한 유한요소법을 통하여 개구부를 갖는 이방성 원통쉘에 대해 연구하였으며, Sundaresan 등[11]은 유한요소법과 스트레이인 게이지(strain gage)를 이용한 실험을 통하여 적층 복합재료 원통쉘에 대한 응력집중 연구를 하였다.

국내의 연구문헌으로는 이영신과 허남일[12]은 구멍이 있는 보강된 적층 원통쉘의 좌굴 및 진동해석을 유한요소 해석을 이용하여 연구하였고, 김영완[13]은 사각개구부를 갖는 회전 직교보강 원통쉘의 진동특성을 에너지법과 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 진동수 방정식을 유도하였다.

이와 같이 개구부가 있는 등방성 원통쉘의 응력집중에 대한 연구는 폭넓게 수행되었으나, 개구부가 있거나 또는 보강된 개구부를 갖는 적층 복합재료 원통쉘에 대한 연구는 그다지 많지 않다. 따라서 본 연구는 원형 개구부를 갖는 steel 및 GFRP 적층 복합재료 원통쉘에 대해서 각각 개구부 주위의 보강 전과 후 압축하중을 받을 때의 개구부 주위의 응력집중 현상과 변형률 분포를 고찰하기 위하여 스트레인 케이지와 만능시험기(UTM : Universal Testing Machine)를 이용하여 압축시험을 수행하였다. 또한 실험 결과와의 비교를 위해서 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS 5.2를 이용하여 해석을 수행하였고, 이를 두 결과들을 비교,

고찰하여 원형 개구부를 갖는 원통쉘의 개구부 보강 전·후의 역학적 특성을 규명하였다.

2. 실험

2.1 시편

본 연구에서는 스테인레스강(ANSI type 304 steel)과 [0/45/90]s의 적층각을 갖는 유리섬유강화 적층 복합재료(GFRP : Glass Fiber Reinforced Plastic)로 만들어진 원통쉘 시편이 실험과 해석에 사용되었으며, 이때 GFRP 적층 원통쉘은 평직(plain weave)으로 제작되었다. 원형 개구부를 갖는 원통쉘의 대략적 형상과 좌표계를 Fig. 1에 나타내었고, 시편의 기하학적 형상을 Table 1에 제시하였다. 시편은 원통쉘의 중앙에 반경 a 의 개구부가 존재하며, X 를 축방향으로, θ 를 개구부의 중심을 지나며 원통쉘의 원주상에 존재하는 좌표계로 정의하였다. 보강된 개구부를 갖는 원통쉘 시편의

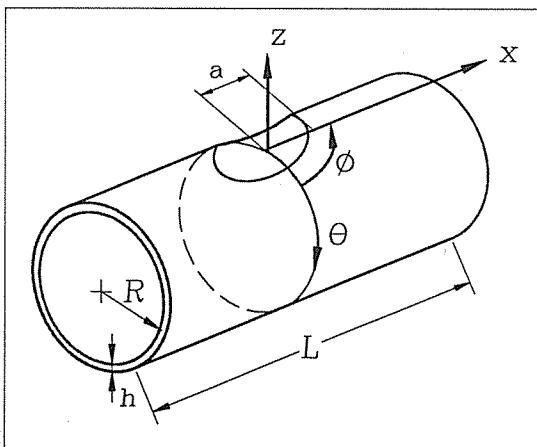


Fig. 1. Geometry of the cylindrical shell with a circular cutout

Table 1. Dimensions of the specimens
(unit : mm)

Dimension	Material	ANSI type 304 steel	GFRP Composite
Outer diameter		121.6	141.2
Inner diameter		118.4	138.8
Thickness (h)		1.6	1.2
Thickness of Stiffened area		3.2	2.0
Length		300.0	360.0
Circular cutout Radius (a)		30.0	35.0

제작은 스테인레스강 원통쉘의 경우 구멍이 뚫린 원통쉘에 개구부의 지름과 같은 크기의 내지름을 갖고 10mm 큰 외지름을 갖는 원환 모양의 꼭지를 판을 개구부 주위에 용접하여 보강하였으며(Fig. 2), GFRP 적층 원통쉘의 경우에는 보강된 원통쉘을 제작시부터 구멍을 뚫을 주위에 3층의 원형 모양의 평직[90/45/90]을 덧붙여서 제작한 후(Fig. 3), 보강된 부분에 구멍 가공을 하였다.

Fig. 4는 해석과 실험에 사용된 시편들의 사진이다.

1.1 실험 장치 및 방법

개구부를 갖는 원통쉘은 실제의 경우 인장하중, 내압, 압축하중 등 다양한 형태의 외력을 받을 수 있다. 그러나 본 실험에서는 하중 조절이 용이한 압축하중을 시편에 가하여 실험하였다. 원통쉘에서 스트레인 게이지는 원형 개구부의 중심을 지나 개구부 끝단으로부터 원통쉘의 원주방향(θ)으로 8개의 게이지를 부착하여 개구부 끝단으로부터 원통쉘의 원주방향으로의 변형률

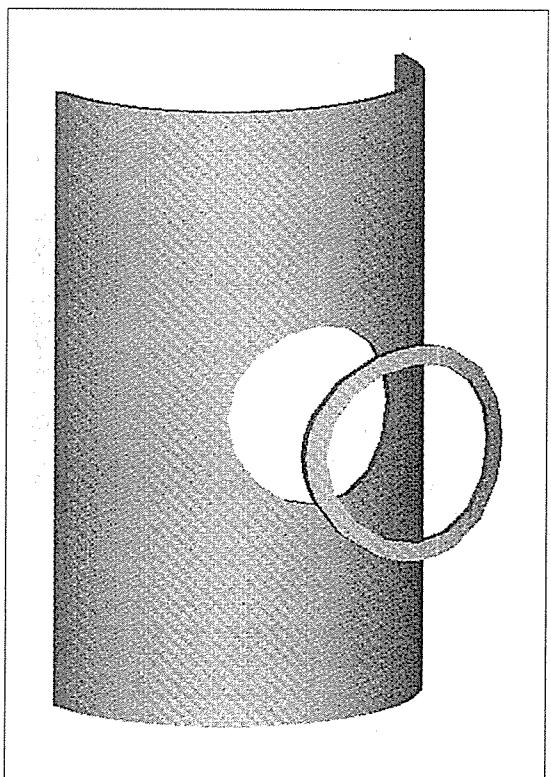


Fig. 2. Construction of the stiffened circular cutout for the stainless steel cylindrical shell

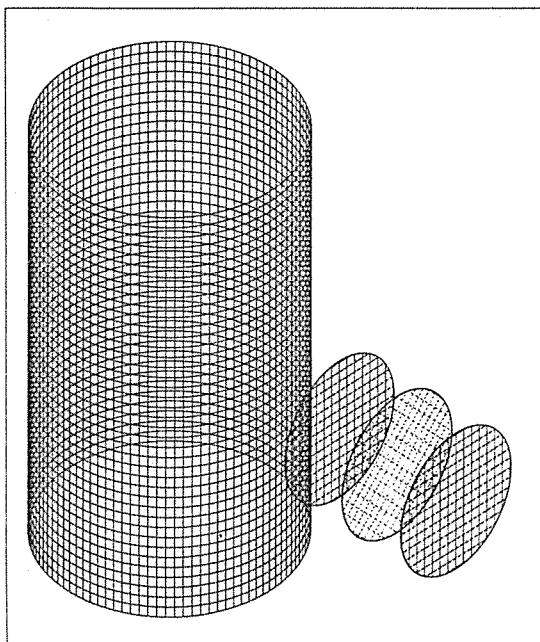


Fig. 3. Construction of the stiffened circular cutout for the GFRP Composite cylindrical shell

(e) 변화 특성을 연구하며(Fig. 5), 또한 4개를 개구부 원둘레 방향으로 부착하였으나 신뢰할 만한 실험결과

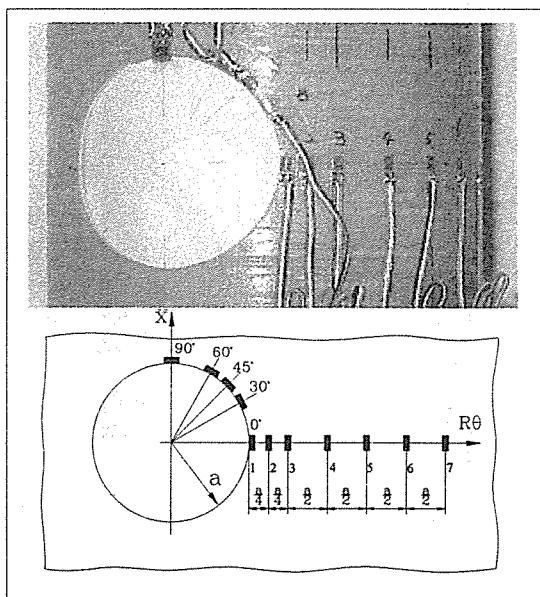


Fig. 5. The position of strain gages in a unstiffened cutout specimen

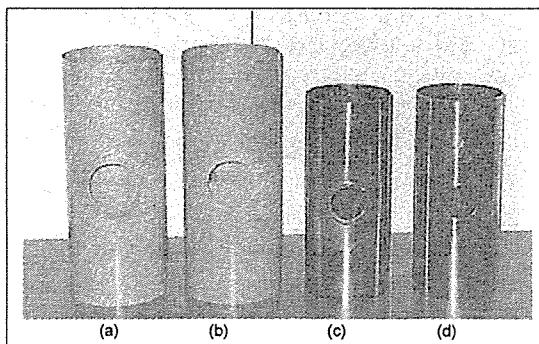


Fig. 4. The specimens of the steel and GFRP composite cylindrical shells for the stress experiment.

(a)Stiffened GFRP (b) Unstiffened GFRP
(c)Stiffened steel (d) Unstiffened steel

를 얻지 못해 본 연구에서는 그 결과를 언급하지 않았다.

실험은 Fig. 6과 같이 만능시험기의 베드(bed) 위에 시편을 올린 다음 단계별로 압축하중을 가하여 수행하였다. 이때 계이지로부터 나온 신호는 switch & balance unit을 통하여 strain indicator로 받아들여 변형률을 측정하였다.

3. 유한요소해석

본 연구에서는 실험 결과와의 비교를 위해 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS 5.2를 사용하였다. 특히 기존의 연구 결과에서 보강 또는 보강되지 않은 개구부를 갖는 스테인레스강 및 복합재료 원통쉘이 축방향 압축력을 받을 때의 거동에 대한 참고 자료가 없기 때

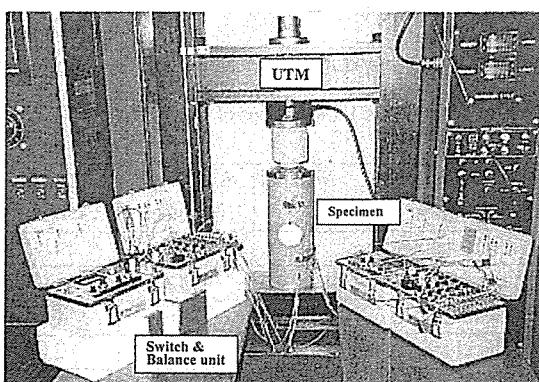


Fig. 6. Experimental setup for stress analysis of cylindrical shell with a circular cutout

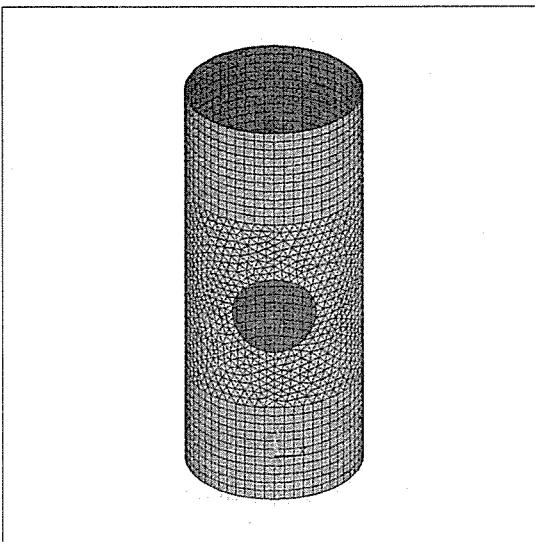


Fig. 7. FE model of the stainless steel cylindrical shell with a unstiffened circular cutout

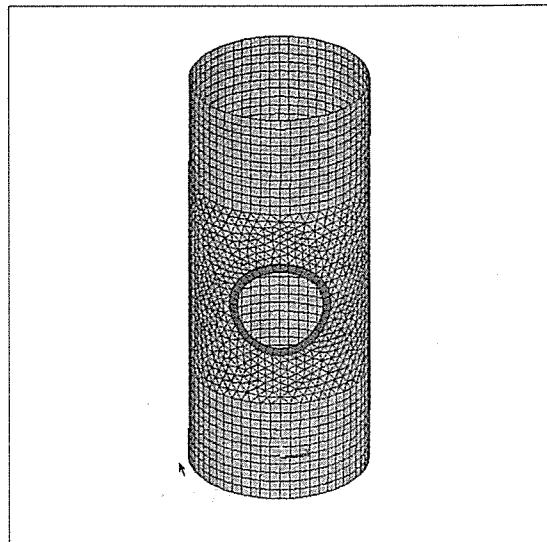


Fig. 8. FE model of the stainless steel cylindrical shell with a stiffened circular cutout

Table 2. Material properties of cylindrical shells

Properties	Unit	ANSI type 304 steel	GFRP composite
Longitudinal Modulus (E_1)	GPa	207	16.1
Transverse modulus (E_2)	GPa	207	16.1
Longitudinal Shear modulus(G_{12})	GPa	80	6.95
Longitudinal Poisson's ratio(ν_{12})	-	0.29	0.26
Density (ρ)	kg/m ³	7860	1866

문에 유한요소해석은 개구부를 갖는 원통쉘에 대한 구조응력실험의 결과를 검증하기 위하여 이용된다. 사용된 요소는 스테인레스강 원통쉘의 경우 탄성거동을 하는 8절점, 6자유도를 갖는 쉘요소를 사용하였고, GFRP 적층 원통쉘은 8절점 및 6 자유도를 갖는 적층 쉘요소를 이용하였다. 스테인레스강 원통쉘에서 개구부 주위의 보강 부위는 SOLID 요소를 이용하였다. 특히 개구부 주위의 응력집중을 살피기 위해서 응력 변화가를 것으로 예상되는 개구부 주위는 메쉬(mesh)를 조밀하게 하였다. 스테인레스강 원통쉘의 개구부 보강 전 후의 유한요소해석 모델을 각각 Fig. 7, 8에 나타내었다. 유한요소해석에 사용된 재료에 대한 물성치로 스테인레스강 원통쉘의 경우 일반적으로 널리 사용되는 물

성을 이용하였으며, GFRP 적층 복합재료는 스트레이н 게이지를 부착한 인장시편을 ASTM 규격[14]에 맞게 실험을 통하여, x방향 탄성계수(E_1), y방향 탄성계수(E_2), 포화송의 비(ν_{12}), 전단탄성계수(G_{12})를 구하였다. 이들 재료의 기계적 물성을 Table 2에 제시하였다.

4. 결과 및 고찰

스테인레스강 원통쉘과 GFRP 적층 복합재료 원통쉘의 실험과 해석 결과를 비교하였으며, 개구부에 의한 영향과 변형률을 변화 특성들을 개구부의 보강 전과 후에 대해 고찰하였다. 이때 변형률의 변화를 비교하기 위해 아래와 같은 '변형률 집중계수(SCF)'를 정의하였다. 이 변형률 집중계수는 개구부 주위에서 발생하는 축방향 변형률을 개구부의 영향을 받지 않는 축방향 $X=0, \theta=180^\circ$ 점에서의 변형률로 나눈 값이다.

Strain Concentration Factor(SCF)

$$= \frac{\text{Measured Axial Strain}}{\text{Normal Axial Strain}(\theta=180^\circ)} \dots\dots\dots(2)$$

4.1 스테인레스강 원통쉘

보강되지 않은 개구부를 갖는 스테인레스강 원통쉘

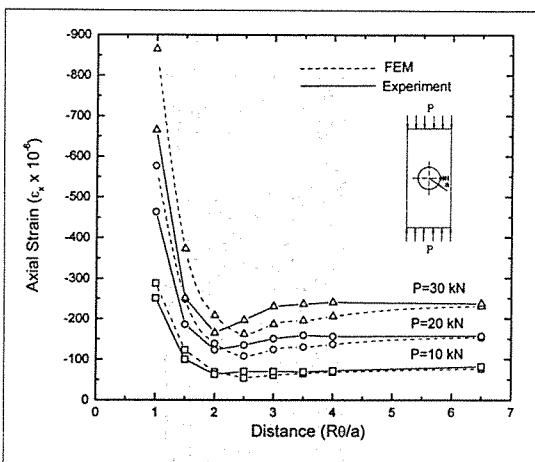


Fig. 9. Variation of axial strain along θ axis for the stainless steel cylindrical shell with a unstiffened circular cutout

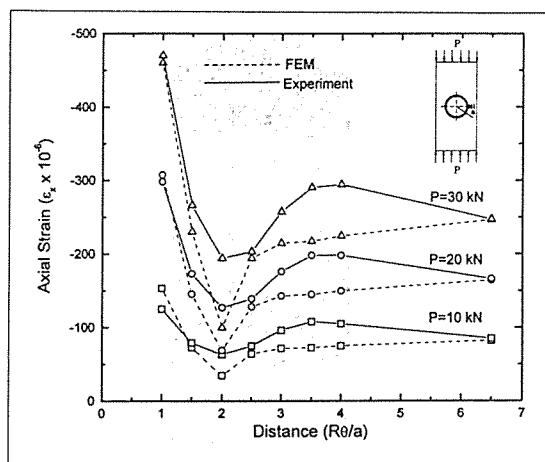


Fig. 10. Variation of axial strain along θ axis for the stainless steel cylindrical shell with a stiffened circular cutout

이 축방향 압축하중을 받을 때 개구부 끝단 원주방향 $\phi=0^\circ$ 에서 최대 응력이 발생하였고, 세 경우의 하중 조건에 따라서 실험을 통하여 측정된 변형률 집중계수는 약간씩 차이가 있어 2.8~3.7의 범위에 있었으며, 유한요소 해석에서는 하중의 크기에 관계없이 3.7이었다. 개구부 주변의 보강 후 $\phi=0^\circ$ 에서 보강전과 동일하게 최대 응력이 발생하였고, 이때 실험에서의 변형률 집중계수는 1.5~1.9의 범위이고, 해석결과는 1.9로서 실험과 해석결과 모두에서 개구부 주변의 보강에 의한 응력집중이 상당히 완화되었다.

개구부를 갖는 스테인레스강 원통쉘에서 개구부의 보강 전후에 압축하중이 커질 때 개구부 끝단($\phi=0^\circ$)에서 원주방향(θ)으로의 거리 변화에 의한 변형률 변화를 Fig. 9, 10에 각각 나타내었다. 그림에서 X축은 개구부 끝단으로부터 원통쉘의 원주방향으로의 거리를 개구부 반경(a)으로 나눈 값이다.

실험과 유한요소해석에 의한 결과들은 비교적 잘 일치하고 있지만 보강된 개구부를 갖는 스테인레스강 원통쉘에서 $R\theta=3\sim5.5$ 사이에서 차이를 보였는데 이것은 유한요소해석 과정 중에서 원통쉘과 보강부가 완벽하게 결합 된 것으로 해석하였으나 실제 시편에서는 유한요소해석 모델만큼 원통쉘과 보강부가 접합강성을 갖지 못하기 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 11은 보강 전후의 각각의 스테인레스강 원통쉘이 20 kN의 압축 하중을 받을 때 실험과 유한요소 해석을 통한 개구부 끝단에서 원주방향으로의 변형률 집중계수이다. 변형률 집중계수는 개구부 보강에 관계

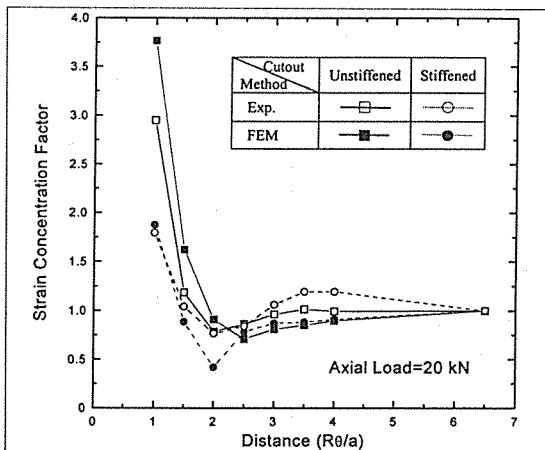


Fig. 11. Variation of axial strain concentration factor from the boundary of the unstiffened and stiffened circular cutout for the stainless steel cylindrical shell

없이 개구부 끝단과 개구부 반경의 1.5배 되는 지점($R\theta/a=1\sim1.5$)에서 급격하게 감소하여 공칭변형률보다 작아졌다가 개구부에서 멀어짐에 따라서 점차 공칭변형률에 근접하는 경향을 가진다. 또한 실험과 해석 결과 모두에서 특히 보강 후 개구부 경계 부분에서 상당한 변형률 집중이 감소되었으며, 변형률은 점차적으로 원주방향(θ)을 따라서 보강 전과 후에 동일하게 변한다.

4.2 GFRP 적층 복합재료 원통쉘

스테인레스강 원통쉘과 동일하게 실험과 해석결과 모두 개구부 끝단에서 최대 응력이 발생하였다. 보강되지 않은 개구부를 갖는 복합재료 원통쉘에 대한 실험에서 변형률 집중계수는 2.2~2.6의 범위에 있었으며, 유한요소 해석에서는 3.3이다. 보강개구부를 갖는 경우에는 실험에서는 1.9~2.6이며, 해석에서는 2.1이었다. 개구부가 보강되지 전에는 유한요소해석 결과에 의한 변형률 집중계수가 높았지만, 보강 후에는 비교적 해석 결과와 잘 일치하고 있다. Fig. 12, 13은 각각 보강 전후의 개구부를 갖는 적층 복합재료 원통쉘 개구부 끝단에서 원주방향으로의 거리변화에 의한 변형률 변화이다.

Fig. 14는 보강 전후의 각각의 GFRP 적층 원통쉘이 2 kN의 압축하중을 받을 때 실험과 유한요소해석에 의한 변형률 집중계수를 비교한 그래프이다. 스테인레스강 원통쉘에 비해 보강에 의한 변형 집중 완화 현상이 크지 않게 나타났으며, 이것은 개구부 주위에 대한 보강이 약간의 효과를 미치었지만 보강 방법상의 문제로 인하여 큰 효과를 발휘하지 못함을 의미한다.

4.3 스테인레스강과 GFRP 적층 복합재료 원통쉘의 실험 및 해석결과 비교

스테인레스강과 적층 복합재료 원통쉘의 개구부 주위의 변형률 집중계수를 비교하였다. Fig. 15에 제시된 것과 같이 개구부 주위가 보강되지 않은 경우에는 스테인레스강 원통쉘의 경우가 GFRP 적층 복합재료 원

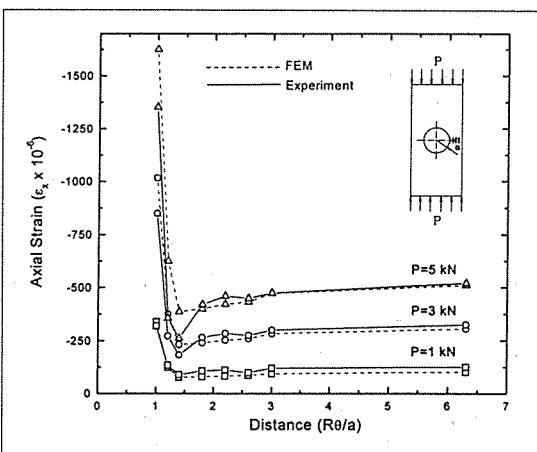


Fig. 12. Variation of axial strain along θ axis for the laminated GFRP composite cylindrical shell with an unstiffened circular cutout

통쉘의 경우보다 개구부 주위에 응력집중이 높았다. 또한 유한요소 해석에 의한 결과값이 대체적으로 실험치에 비해 높았으며, 특히 개구부 끝단에서의 실험값과 해석값과의 오차가 다른 부위에 비해 높았다.

개구부가 보강 된 원통쉘의 경우에는 보강되기 전과는 반대로 GFRP 적층 원통쉘의 경우가 스테인레스강 원통쉘의 경우보다 개구부 경계에서 응력집중이 높았다. 스테인레스강 원통쉘의 경우는 개구부 보강 전 후에 실험결과에서는 변형률 집중이 39%, 유한요소해석에서는 50% 완화되었는데 비해서, GFRP 적층 복합

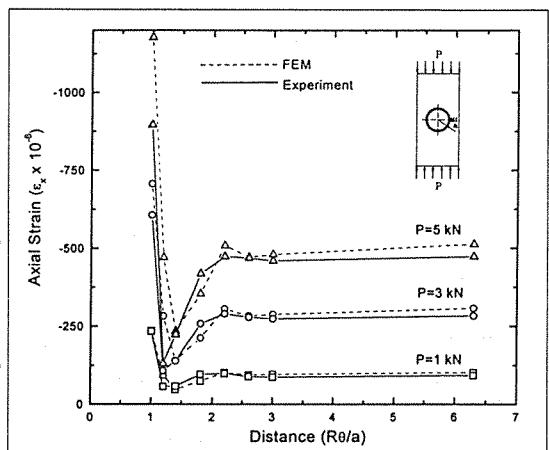


Fig. 13. Variation of axial strain along θ axis for the laminated GFRP composite cylindrical shell with a stiffened circular cutout

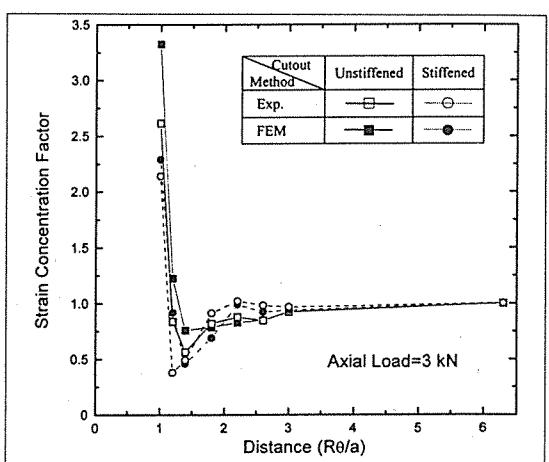


Fig. 14. Variation of axial strain concentration factor from the boundary of the unstiffened and stiffened circular cutout for the laminated GFRP composite cylindrical shell

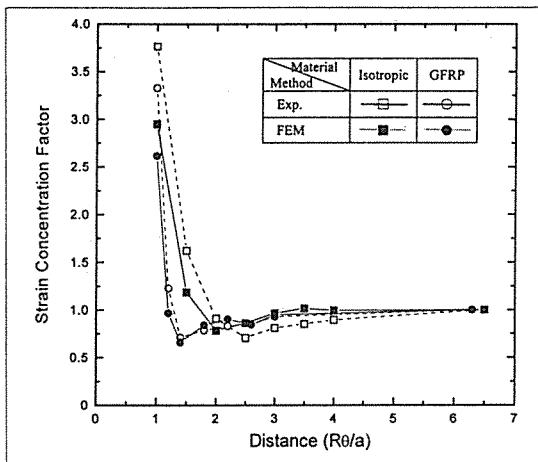


Fig. 15. Variation of axial strain concentration factor from the boundary of the unstiffened circular cutout for GFRP and stainless steel cylindrical shell

재료 원통쉘은 실험에서는 22% 감소하며, 유한요소해석에서는 31% 감소한다. 이것은 보강 방법상의 차이에서 비롯된 것으로 개구부가 있는 스테인레스강 원통쉘의 경우에는 개구부 주위에 보강판을 용접하여 응력집중을 효과적으로 줄일 수 있지만, 복합재료 원통쉘의 경우에는 단순히 개구부 주위의 적층수를 증가시켜서는 응력집중을 완화시키는데 큰 효과를 발휘하지 못하기 때문인 것으로 판단된다. Fig. 16은 개구부가 보강된 스테인레스강 원통쉘과 GFRP 원통쉘의 변형률 집중계수를 비교한 그래프이다.

5. 결 론

원형 개구부를 갖는 등방성 스테인레스강 원통쉘과 GFRP 적층 복합재료 원통쉘이 축방향 압축력을 받을 때 개구부 보강 전후의 개구부 주변의 응력집중과 특성을 실험과 유한요소해석을 이용하여 연구하였다. 이 상의 실험과 해석을 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 축방향 압축하중이 작용하는 경우 스테인레스강 원통쉘과 GFRP 적층 원통쉘의 개구부 끝단($\phi=0^\circ$)에서 최대응력이 발생한다.

(2) 개구부 끝단($\phi=0^\circ$)에서의 축방향 변형률 집중계수(변형률/공칭 변형률)는 개구부가 보강되지 않은

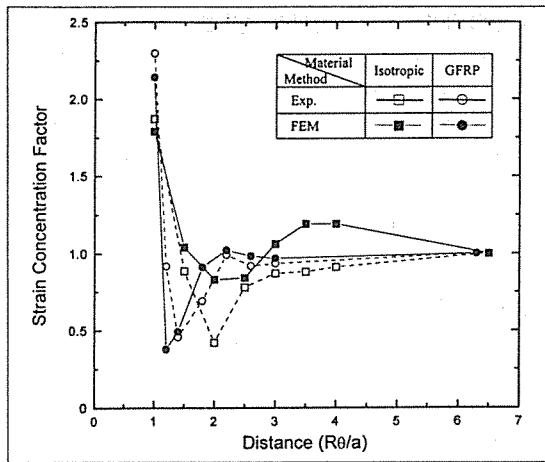


Fig. 16. Variation of axial strain concentration factor from the boundary of the stiffened circular cutout for GFRP and stainless steel cylindrical shell

스테인레스강 원통쉘의 경우, 실험에서는 2.81~3.06이고, 유한요소해석에서는 3.76으로 상당한 응력집중을 보이고 있다. GFRP 적층 원통쉘은 실험에서는 2.31~2.60, 유한요소해석에서는 3.32이다. 보강 개구부는 스테인레스강 원통쉘은 실험에서는 1.47~1.90, 해석에서는 1.87이며, GFRP 적층 원통쉘의 경우에는 실험에서 1.89~2.51, 해석에서는 2.30이다. 유한요소해석에서는 하중의 증가에 따라서 변형률이 선형적으로 증가하는데 비해 실험에서는 유한요소 해석값에 비해 감소하는 경향이 보이는데 이는 하중 증가에 따라서 유한요소해석에서는 하중이 축을 따라서 균일하게 작용하지만, 실험에서는 원통쉘이 변형되면서 하중의 일부가 원통쉘의 개구부 주위에서 굽힘하중으로 작용하기 때문인 것으로 판단된다.

(3) 축방향 압축하중을 받고 원형 개구부를 갖는 원통쉘의 실험과 유한요소해석 결과로부터 스테인레스강 원통쉘의 경우 개구부 주위에 원환 모양의 보강판을 용접 보강함으로써 응력 집중현상을 효과적으로 감소시킬 수 있었으며, GFRP 적층 복합재료 원통쉘의 경우에는 개구부 주위의 적층수를 몇 적층 증가시킴에 의해서는 개구부 주위의 응력집중현상을 크게 감소시킬 수 없었다. 따라서 보강부의 적층수를 크게 증가시키거나 또는 본 연구에서 이용된 방법과는 다른 보강법에 대한 연구가 요구된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 한·독·국제공동연구과제(975-1000-004-2)로 지원을 받았으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Lur'e, A. I., "Concentration of Stress in the Vicinity of an Aperture in the Surface of a Circular Cylinder," Prikl. Mat. i. Mekh., Vol.10, (1946), 1960, pp.397-406 (English translation by N. Brunswick, New York Univ. Institute of Mathematical Sciences).
2. Lekkerkerker, J. G., "Stress Concentration Around Circular Shell," Proceedings of the Eleventh International Congress of Applied Mechanics, 1964, pp.283-288.
3. Van Dyke, P., "Stresses about a Circular Hole in a Cylindrical Shell," AIAA Journal. Vol. 3, No. 9, 1965, pp.1733-1742.
4. Van Dyke, P., "Stresses in a Cylindrical Shell with a Rigid Inclusion," AIAA Journal. Vol. 5, No. 1, 1967, pp.125-137.
5. Adams, N. J. I., "Stress Concentration in a Cylindrical Shell Containing a Circular Hole," Trans. ASME, J. of Engineering for Industry, Vol. 93, No. 4, 1971, pp.953-961.
6. Ariman, T. and Rao, M. N. B., "On the Stresses Around an Elliptic Hole in a Cylindrical Shell," Acta Mechanica 12, 1971, pp. 1-20.
7. Ariman, T. and Hegarty, R. F. , "Seismic Analysis of Cracked Reactor Vessels," Nuclear Engineering and Design, Vol. 29, No. 1, 1974, pp.89-109.
8. Steel, C. R. and Steele, M. L., "Stress Analysis of Nozzles in Cylindrical Vessels with External Load," Trans. of ASME., J. of Pressure Vessel Technology, Vol. 105, No. 3, 1983, pp. 191-200.
9. Xue, M.-d., Deng, Y. and Hwang, K.-c., "Some Results on the Analytical Solution of Cylindrical Shells With Large Openings," Trans. of ASME., J. of Pressure Vessel Technology, Vol. 113, No. 2, 1991, pp. 297-307.
10. Lakshminarayana, H. V. and Viswanath, S., "A High Precision Triangular Laminated Anisotropic Cylindrical Shell Finite Element," Computer & Structures, Vol. 8, No. 5, 1978, pp. 633-640.
11. Sundaresan, M. J., and Lakshminarayana, H. V., "Stress Concentration Around Circular Cutouts in Laminated Composite Cylindrical Shells," J. of Aero. Soc. of India, Vol 35, No.1, 1983, pp. 155-158.
12. 이영신, 허남일, "구멍이 있는 보강된 적층 원통쉘의 좌굴 및 진동해석," 한국항공우주공학회, 1993년도 추계학술대회 논문집, 1993, pp. 437-440.
13. 김영완, "사각개구부를 갖는 회전 직교보강 복합재료 원통쉘의 진동해석," 박사학위논문, 1997, 충남대학교.
14. ASTM, "Standard Test Methods for Tensile Properties of Fiber-Resin Composites," Annual Book of ASTM Standards, Designation: D 3039-76, 1982, pp. 163-168.