

論文

섬유의 분포를 고려한 단섬유 보강 복합재료의 탄성계수 해석

정성욱* · 김상엽* · 한경섭**

Image Process Based Analysis of Elastic Modulus on Short Fiber Reinforced Composites

S.W.Jung*, S.Y.Kim* and K.S.Han**

ABSTRACT

A mathematical procedure is proposed for predicting the elastic modulus of short fiber reinforced composites with non-random distribution of short fibers. This procedure consists of two steps. First, the distribution of fiber orientation is determined by proposed image process algorithm, which is based on fiber-matrix boundary ratio between two orthogonal planar faces of composite structure.

Second, theoretical analysis is developed to evaluate elastic modulus based on non-random distribution of fiber. The predicted elastic modulus are compared with experimental values determined by tensile test of Al/Al₂O₃ metal-matrix-composites, and a good agreement is obtained. The proposed image process algorithm is very simple and efficient for symmetric three-dimensional fiber orientation analysis.

초 록

본 연구에서는 비등방성 단섬유 보강 복합재료의 탄성계수예측을 위한 수학적 해석 기법을 제안하였다. 이 방법은 두 단계로 구성되어 있다. 첫 번째 단계에서 보강섬유의 배향을 새로이 제안된 화상처리 기법을 도입하여 찾았으며, 두 번째 단계에서 구해진 배향 분포함수에 따른 탄성계수 해석을 수행하였다.

화상처리는 복합재료의 수직한 두 단면에 대한 현미경 사진으로부터 분석하였고 탄성계수해석은 기존의 3차원 랜덤 배향 복합재료에 대한 해석이론을 발전시켜 배향 분포함수에 따른 탄성계수를 구하였다. 해석의 검증을 위해 Al/Al₂O₃ 복합재료의 인장실험을 하였으며 실험값과 이론적 예측값은 대체로 일치하였다. 제안된 화상처리방법은 해석이 매우 간단하며 3차원 대칭성 배향 복합재료의 해석에 적합하다.

1. 서 론

단섬유 보강 복합재료는 기존의 제조공정을 사용하여 제조할 수 있으며 비용이 저렴하므로 최근에 사용

이 급격히 증가되고 있다. 이 재료의 기계적 성질은 보강 섬유에 의해 크게 영향을 받는데 이러한 인자에는 보강 섬유의 배향, 길이, 부피분율 등이 있다. 여기서 보강섬유의 길이, 부피분율 등은 제조자가 원하는 대로

*포항공과대학교 기계공학과 대학원

**포항공과대학교 기계공학과

결정할 수 있으나 섬유 배향은 제어가 곤란하다. 그러므로 단섬유 보강 복합재료의 경우 일반적으로 배향에 대한 영향을 무시하고 등방성 재료로 가정을 하여 해석을 한다.

그러나 단섬유 보강 복합재료는 사출성형, 가압주조 등의 제조공정을 거치면서 섬유의 배향이 방향성을 띄게 되며 이로 인하여 비등방성 재료의 성질을 가지게 된다. 최근에는 복합재료에 대한 이해가 높아지면서 이러한 섬유배향 분포를 고려한 물성 해석에 대한 관심이 증가되고 있다. 섬유 배향의 측정[1-4] 및 제조공정과 관련한 이론적 배향예측과 최적화[5-7] 등이 중요한 주제가 되고 있는데 이러한 연구들은 재료면에서 섬유의 강화효과가 상대적으로 큰 FRP (Fiber Reinforced Plastic)에 대해, 제조공정으로는 유동의 진행과 연관지어 해석이 가능한 사출성형법에 대해 대부분 이루어지고 있다.

보강 섬유의 배향 측정에는 섬유가 원통형일 때 절단면에서 나타나는 타원형 형상을 직접 측정하는 방법[1-3]과 X-ray 회절기로 회절형상을 분석하는 방법[4]이 있다.

후자의 경우 섬유의 2차원 분포를 해석하는 데 적합한 방법으로 복합재료 평면에 균일한 밀도의 X-ray를 입사한 후 반사되어 오는 광선 밀도의 불균일함 정도에 따라 섬유의 배향을 측정한다. 이 방법은 보강섬유의 배향을 광선의 회절형상을 매개로 하여 Fourier transform 등을 통해 변화시켜 얻는 간접적이고 평균적 측정법이다[4]. 이 방법은 금속복합재료와 같이 투과율이 한정된 재료의 경우 사용에 제한을 받는다[8].

전자의 경우는 현미경 사진에 나타나는 보강섬유 하나 하나에 대해서 각각의 배향을 측정하는 것으로 현미경 사진에 나타나는 섬유의 단면분석을 통해 해석을 수행한다. 본 연구의 해석도 이러한 현미경 사진을 분석하는 방법을 사용하였다. 이 방법은 사진의 digital image로 변환, 잡음제거, 색의 분류, 배향 결정(Feature extraction)의 단계로 이루어진다[3].

배향 결정(Feature extraction)단계에서 Yurgartis[1]는 보강섬유의 지름이 일정하다고 가정한 후 일방향 장섬유 강화 복합적층판의 단면에서 나타나는 타원형단면의 장축의 길이 분포로부터 섬유의 배향을 측정하였다. Fisher[2]는 단섬유 보강 복합재료의 사출성형후의 섬유 배향을 측정하였는데 Yurgartis와 같이 타원형 단면의 장축의 길이로부터 섬유의 배향을 측정하였으나 단섬유에서 나타나는 특성(end effect)을 고

려하였다. Sirkis[3]는 사출성형 후의 단섬유 배열 측정에서 타원형 단면의 섬유와 모재의 경계선의 정보를 읽고 이 폐곡선 안의 영역에 대한 면적 모멘트(Area moment)로부터 섬유의 배열을 측정하였다.

이러한 기존의 방법들은 현미경 사진에 나타나는 보강 섬유의 하나의 타원형 단면에 대해 한 방향의 배향을 측정하는 것이므로 방향 정보를 얻는 과정이 복잡하고 많은 계산 시간이 소요된다. 또한 섬유의 휘어짐, 교차, 파손 등의 원인으로 인해 생겨나는 불규칙한 형상에 대해 해석하기가 매우 어려우며, 잡음에 대한 영향을 크게 받는다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 본 연구에서는 새로운 배향측정 알고리즘을 제안하였고 이 방법으로 대칭성을 가진 복합재료에서 보강섬유의 3차원 배향을 측정하였다. 측정된 배향분포는 탄성계수해석을 통해 이론 및 실험으로 검증하였다. 탄성계수의 이론적 해석은 기존의 3차원 무작위 배열에 대한 예측식을 발전시켜 측정된 배열분포함수에 따른 값을 예측하도록 하였으며 이 결과는 다시 인장실험을 통해 검증하였다.

실험에 사용된 재료는 알루미늄합금(Al 6061)을 기지재로 하고 알루미늄 단섬유를(Al_2O_3) 보강재로 하여 가압 주조법에 의해 제조되는 금속복합재료이며 보강 섬유의 부피분율 12%와 14%에 대해서 행하였다. 가압 주조법에 의해 제조되는 이 복합재료는 섬유의 파손이 적고 배향에 대칭성을 가지므로 본 해석에 적합하다.

2. 이 론

2.1 섬유의 배열분포 결정

2.1.1 섬유의 배열 분포함수 가정

가압주조법으로 제조되는 금속복합재료의 제조공정은 보강 섬유로 예비성형체를 만들고 이 예비성형체에 금속을 침투시키는 순서로 이루어진다. 금속 침투시 예비성형체의 형상이 유지되므로 섬유의 배향은 예비성형체 제조 단계에서 발생한다고 할 수 있다. Fig.1은 예비성형체 제조의 간략도이며 제조시 z축과 평행한 방향의 압력에 의해 x-y평면과 평행한 방향의 섬유들이 우세하게 배열된 예비성형체를 보여준다. Fig.2는 Fig.1의 예비성형체로 만든 복합재료에서 수직 한 두 단면에서, z면에 수직한 단면과 y축(혹은 x축)에 수직

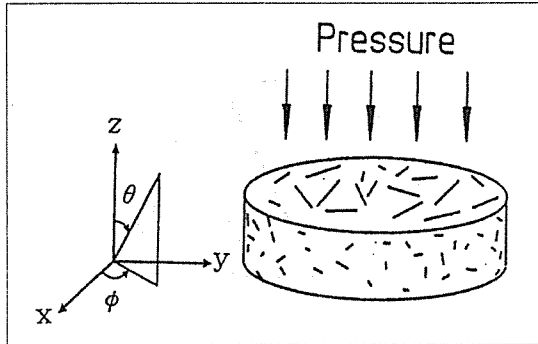


Fig.1. Schematic diagram of the fabricated preform by vacuum forming method

한 단면(이하 이들 면을 각각 z면과 y면이라 명명함)에서 얻은 섬유들의 분포 사진이며 이러한 배향특성을 보여준다.

따라서, 이 예비성형체에 의해 제조되는 복합재료는 z축에 대해 대칭인 섬유 배향 분포에 의한 가로등방성 재료(Transversely isotropic)로 가정할 수 있다. 섬유들의 배향에 대한 확률분포함수(Probability Distribution of Fiber Orientation)를 Fig.1과 같이 구형좌표계에서 나타내면 z축 대칭조건에 의해 z축과 이루는 각 θ 만의 함수로 표시할 수 있다. 섬유들의 배향 확률 분포 함수는 $\theta=90^\circ$ 평면, 즉 x-y평면에 대해 대칭을 이루고 있으므로 섬유들의 평균 배향은 90° 이다. 무수히 많은 섬유들의 배향이 $\theta=90^\circ$ 방향으로 우세하면서 자연상태에서 배열될 때 이러한 배향 분포는 정규분포라고 할 수 있다. 배향에 대한 정규분포 확률밀도함수는 다음식과 같으며 그래프의 형상은 Fig.3 과 같다.

$$\rho(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{\theta - \mu}{\sigma} \right]^2} \dots\dots\dots (1)$$

μ : 평균 ($\mu=90^\circ$)

σ : 표준편차

정규분포곡선을 결정하는 변수는 평균(μ)과 표준편차(σ)이나 평균은 대칭조건에 의해 결정되었으므로 표준편차만 구하면 곡선의 모양이 결정된다. 표준 편차는 복합재료의 수직한 두 단면(y면과 z면)에서 얻은 현미경 사진에서 섬유들의 분포를 화상처리 기법을 도입하여 해석함으로써 얻을 수 있다.

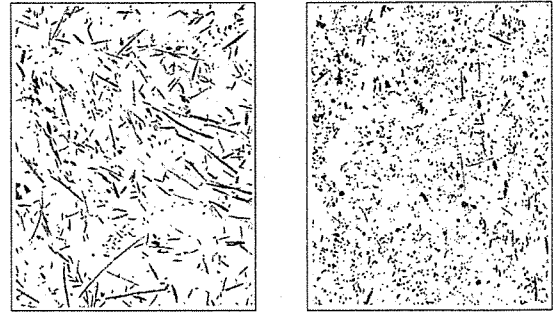


Fig.2. Micrographs of two sections of composites cut at right angle (a) to z-coordinate and (b) to y-coordinate

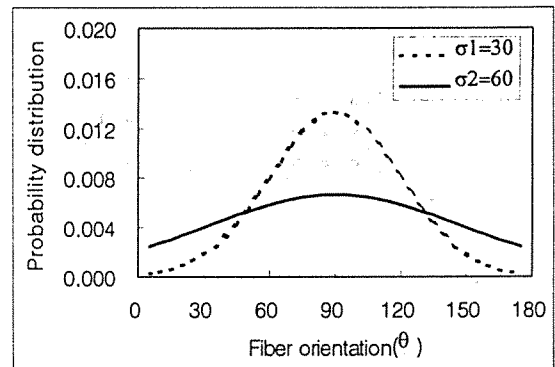


Fig.3. Normal curve with $\mu_1 = \mu_2$ and $\sigma_1 < \sigma_2$

2.1.2 섬유의 배열 분포와 섬유-모재 경계선의 관계

Fig.2의 y면과 z면 사진을 비교할 때, 보강섬유의 면적비는 보강섬유의 부피분율과 동일하므로 차이가 없으나 섬유와 모재의 경계선의 길이에는 차이가 생긴다. 섬유의 배향분포 함수는 이 수직한 두 면사이의 보강 섬유 경계선 길이의 상대적인 차이를 정량화 하여 결정한다. 섬유들의 배향에 따른 보강섬유 경계선의 길이를 수식적으로 정량화하는 과정은 Fig.4로부터 설명하기로 한다.

Fig.4(a)와 같이 보강 섬유가 직사각형 단면을 가졌고 일방향 배열된 복합재료를 생각하자. Fig.4(b)와 같이 복합재료를 섬유의 배열방향에 수직으로 자른 단면에서 단면의 가로와 세로의 길이를 각각 1이라 할 때, Fig.4(c)와 같이 보강섬유와 θ 로 자른 단면은 가로의 길이가 1, 세로의 길이가 $\frac{1}{\cos\theta}$ 이 된다. 이 단면에서 한 개의 섬유가 가지는 경계선의 길이(l)와 단위면적에 대한 보강 섬유의 개수(n)는 다음 관계를 가진다.

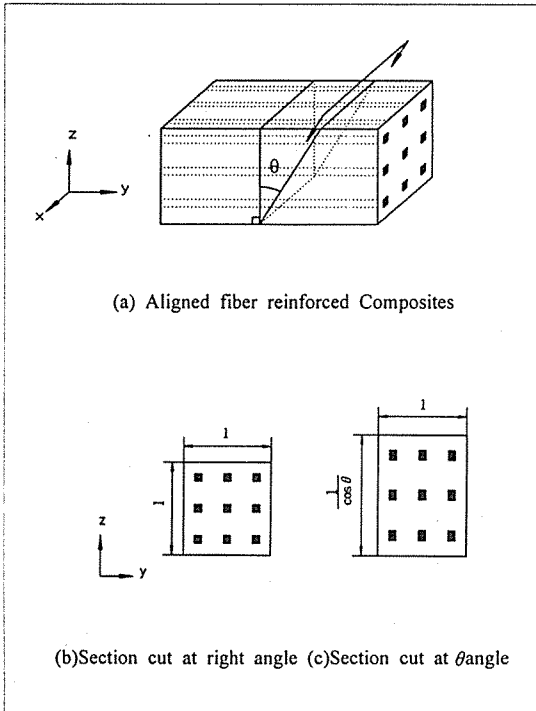


Fig.4. Unidirectional continuous fiber reinforced composites

$$l \propto \left(1 + \frac{1}{\cos\theta}\right) \dots \dots \dots (2)$$

$$n \propto \cos\theta \dots \dots \dots (3)$$

따라서 θ 단면의 단위 면적에 대한 보강 섬유-모재의 경계선의 총 길이 $L(\theta)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \sum_{i=1}^n l_i = l \times n \propto \cos\theta \times \left(1 + \frac{1}{\cos\theta}\right) \\ &= \cos\theta + 1 \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

(4)의 $L(\theta)$ 는 섬유가 단면의 수직한 축에 대해 θ 의 각도로 배열되었을 때의 길이와 같다. 모재-섬유의 경계선의 총 길이는 다음 (5), (6)식과 같이 섬유의 배열 각 θ 를 가능한 모든 방향에 대해서 정의하고 배열 확률분포함수를 도입한 후 각 방향에 대해서 적분하여 구한다.

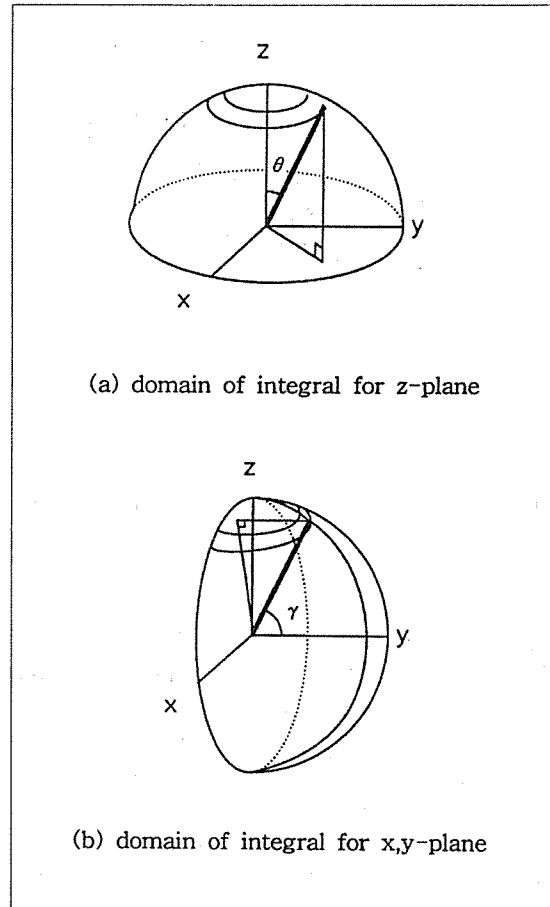


Fig.5. Hemispherical domain of integral

$$L_z = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \rho(\theta) (1 + \cos\theta) \sin\theta d\theta d\phi \dots \dots \dots (5)$$

$$L_y = \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \rho(\theta) (1 + \cos\gamma) \sin\theta d\theta d\phi \dots \dots \dots (6)$$

여기서 θ 는 구형 좌표계에서 섬유와 z축이 이루는 각이며, γ 는 섬유와 y축이 이루는 각이다. (5), (6)의 적분영역은 Fig.5에 나타나 있다.

(5), (6)식에서 $\rho(\theta)$ 에 따른 섬유의 경계선의 길이의 비(R)를 구하면 (1)식의 표준편차와 R은 Fig.6과 같이 일대일의 대응관계를 가진다. 따라서 화상처리를 통해 z면과 y면간의 경계선의 비(R)를 얻으면 표준편차가 구해져 섬유 배향의 확률분포를 추정할 수 있다.

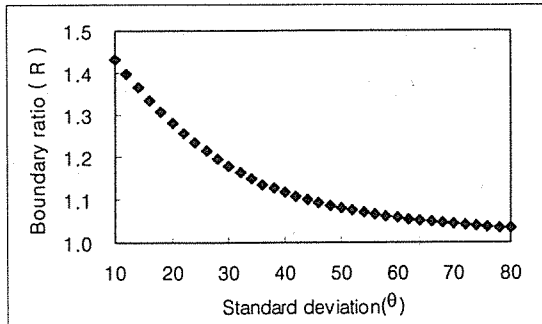


Fig.6. The standard deviation dependence of the boundary ratio between y-plane and z-plane

$$R = \frac{L_y}{L_z} \dots\dots\dots (7)$$

2.2 탄성계수 해석

2.2.1 3차원 무작위배열분포에 대한 탄성계수 예측식의 응용

보강섬유가 3차원 배향분포를 가질 때 탄성계수의 이론적 예측을 위해서 Christensen and Waals[9]의 3차원 랜덤 배향분포에 관한 식을 기초로 하여 이 식에 랜덤이 아닌 배향 분포함수를 첨가시켜 탄성계수를 구하였다. 이 때, 새로이 첨가되는 부분은 수식(12), (14), (17), (18), (19), (20)이며 유도과정은 다음과 같다.

Fig.7(a)와 같이 일방향 배열 복합재료 요소를 가정한다. 이 요소는 2축과 3축 방향으로 강성계수가 같고 1축과는 다른 가로등방성(Transversely isotropic) 재료이므로 5가지 독립적인 강성계수 $E_1, E_2, \nu_{12}, \nu_{23}, G_{12}$ 을 가진다. 이들을 강성 행렬(compliance matrix)로 표현하면 식(8)과 같다.

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & \text{SYM} & & \frac{(C_{22}-C_{23})}{2} & 0 & 0 \\ & & & & C_{66} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \dots\dots (8)$$

각각의 섬유들에 대한 배향은 Fig.7(b)와 같이 구형 좌표계에서 1,2,3에서 1'2'3'좌표로의 텐서변환을 통해

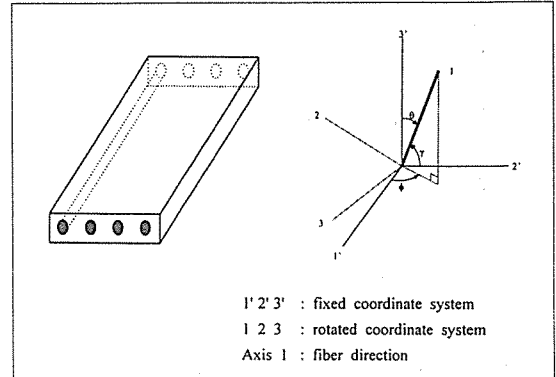


Fig.7. (a) Representative volume elements for aligned discontinuous fiber composites and (b) spherical coordinates for three-dimensional Christensen-Waals' analysis

나타낼 수 있으며 변환행렬은 식(9)와 같다.

$$l_{ij} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\phi & -\cos\theta\cos\phi & \sin\phi \\ \sin\theta\sin\phi & -\cos\theta\sin\phi & -\cos\phi \\ \cos\theta & \sin\theta & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

텐서 변환후의 변형율을 식(10)과 같이 정의한다.

$$\epsilon'_{33} \neq 0, \epsilon'_{ij} = 0 \text{ for } i \neq 3, j \neq 3 \dots\dots\dots (10)$$

변형율을 텐서변환공식(tensor transformation law)에 따라 변환시킨다.

$$\epsilon_{\alpha\beta} = l_{3\alpha} l_{3\beta} \epsilon'_{33} \dots\dots\dots (11)$$

(10)과 같은 방법으로 변형률을 (12)와 같이 정의하고 텐서 변환을 시킨다.

$$\epsilon'_{11} \neq 0, \epsilon'_{ij} = 0 \text{ for } i \neq 1, j \neq 1$$

$$\epsilon_{\alpha\beta} = l_{1\alpha} l_{1\beta} \epsilon'_{11} \dots\dots\dots (12)$$

(11)의 식을 (9)의 강성행렬에 대입하고 응력과의 관계를 구한다.

$$\frac{\sigma_{11}}{\epsilon'_{33}} = C_{11} l_{31}^2 + C_{12} l_{32}^2 \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\sigma_{22}}{\epsilon_{33}} = C_{12}l_{31}^2 + C_{22}l_{32}^2$$

$$\frac{\sigma_{33}}{\epsilon_{33}} = C_{12}l_{31}^2 + C_{23}l_{32}^2$$

$$\frac{\sigma_{12}}{\epsilon_{33}} = 2C_{66}l_{31}l_{32}$$

$$\frac{\sigma_{23}}{\epsilon_{33}} = \frac{\sigma_{31}}{\epsilon_{33}} = 0$$

마찬가지로 (12)의 식을 (9)에 대입한다.

$$\frac{\sigma_{11}}{\epsilon_{11}} = C_{11}l_{11}^2 + C_{12}l_{12}^2 + C_{13}l_{13}^2 \dots\dots\dots(14)$$

$$\frac{\sigma_{22}}{\epsilon_{11}} = C_{11}l_{11}^2 + C_{12}l_{12}^2 + C_{23}l_{13}^2$$

$$\frac{\sigma_{33}}{\epsilon_{11}} = C_{11}l_{11}^2 + C_{23}l_{12}^2 + C_{22}l_{13}^2$$

$$\frac{\sigma_{23}}{\epsilon_{11}} = (C_{22} - C_{23})l_{12}l_{13}$$

$$\frac{\sigma_{13}}{\epsilon_{11}} = 2C_{66}l_{11}l_{13}$$

$$\frac{\sigma_{12}}{\epsilon_{11}} = 2C_{66}l_{11}l_{12}$$

텐서 변환공식에 따라 응력을 변환시킨다.

$$\sigma'_{\alpha\beta} = l_{\alpha i} l_{\beta j} \sigma_{ij} \dots\dots\dots(15)$$

(13)식을 (15)에 대입하여 σ_{ij} 를 치환하면 다음과 같이 응력 및 변형률의 관계가 유도된다.

$$\frac{\sigma'_{22}}{\epsilon'_{33}} = C_{11}l_{31}^2l_{21}^2 + C_{12}(l_{32}^2l_{21}^2 + l_{31}^2l_{22}^2 + l_{31}^2l_{23}^2) + C_{22}l_{32}^2l_{22}^2 + 4C_{66}l_{31}l_{32}l_{21}l_{22} + C_{23}l_{32}^2l_{23}^2 \dots\dots\dots(16)$$

$$\frac{\sigma'_{33}}{\epsilon'_{33}} = C_{11}l_{31}^4 + (2C_{12} + 4C_{66})l_{31}^2l_{32}^2 + C_{22}l_{32}^4$$

같은 방법으로 (14)식을 (15)에 대입한다.

$$\frac{\sigma'_{11}}{\epsilon'_{11}} = C_{11}l_{11}^4 + 2C_{12}(l_{11}^2l_{12}^2 + l_{11}^2l_{13}^2) + C_{22}(l_{13}^2 + l_{12}^2)^2 + 4C_{66}(l_{11}^2l_{12}^2 + l_{11}^2l_{13}^2)$$

$$\frac{\sigma'_{22}}{\epsilon'_{11}} = C_{11}l_{21}^2l_{11}^2 + C_{22}(2l_{12}l_{13}l_{22}l_{23} + l_{23}^2l_{13}^2 + l_{22}^2l_{12}^2) \dots\dots(17) + C_{12}(l_{21}^2l_{12}^2 + l_{21}^2l_{13}^2 + l_{23}^2l_{11}^2 + l_{22}^2l_{11}^2) + C_{23}(l_{23}^2l_{12}^2 + l_{22}^2l_{13}^2 - 2l_{12}l_{13}l_{22}l_{23})$$

(16), (17)의 각각의 응력과 변형률 비를 가능한 모든 방향으로 θ, ϕ 를 변화시키면서 평균치 물성(rule of average[10-11])을 구하면 다음과 같다. 여기서 $\rho(\theta)$ 는 복합재료 사진해석을 통해 얻어진 섬유배열의 확률 밀도함수며 ω 첨자 double prime은 본 연구에서 구하고자 하는 복합재료의 물성을 나타낸다.

$$\frac{\sigma'_{ij}}{\epsilon'_{33}''} = \frac{\int_0^\pi \int_0^\pi \rho(\theta) \frac{\sigma'_{ij}}{\epsilon_{33}'} \sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^\pi \int_0^\pi \rho(\theta) \sin\theta d\theta d\phi} \dots\dots\dots(18)$$

$$\frac{\sigma'_{ij}}{\epsilon'_{11}''} = \frac{\int_0^\pi \int_0^\pi \rho(\theta) \frac{\sigma'_{ij}}{\epsilon_{11}'} \sin\theta d\theta d\phi}{\int_0^\pi \int_0^\pi \rho(\theta) \sin\theta d\theta d\phi} \dots\dots\dots(19)$$

이상과 같이 분포함수를 도입하여 구한 복합재료는 1축과 2축 방향으로 물성이 같고 3축 방향으로 다른 가로등방성 재료이므로 콤플라이언스 행렬로 표시하면 (20)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} 1/E_1 - \nu_{12}/E_1 - \nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/E_1 - \nu_{13}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ E_3 & 0 & 0 & 0 \\ \text{SYM} & 1/G_{13} & 0 & 0 \\ & & 1/G_{13} & 0 \\ & & & 1/G_{12} \end{bmatrix} \dots\dots(20)$$

식(10)과 같이 복합재료의 변형률(ϵ_{33}'')을 한정시키고 (18)을 구한 후, (20)의 관계에 대입하면 다음 방정식이 얻어진다.

$$0 = -(\nu_{12}/E_1)\sigma_{11}'' + (1/E_1)\sigma_{22}'' - (\nu_{13}/E_1)\sigma_{33}'' \dots\dots(21)$$

$$\varepsilon_{33}'' = -(\nu_{13}/E_1)\sigma_{11}'' - (\nu_{13}/E_1)\sigma_{22}'' + (1/E_3)\sigma_{33}''$$

같은 방법으로 식(12)와 같이 변형률(ε_{11}'')을 한정시키고 (19), (20)을 적용한다.

$$\varepsilon_{11}'' = (1/E_1)\sigma_{11}'' - (\nu_{12}/E_1)\sigma_{22}'' - (\nu_{13}/E_1)\sigma_{33}'' \dots \dots (22)$$

$$0 = -(\nu_{12}/E_1)\sigma_{11}'' + (1/E_1)\sigma_{22}'' - (\nu_{13}/E_1)\sigma_{33}''$$

(21), (22)식의 연립방정식을 풀면 복합재료의 강성계수 E_1 , E_3 , ν_{12} , ν_{13} 이 구해진다. 이 강성계수들은 Fig.1의 x, y, z 좌표계에서 표시하면 각각 E_x , E_z , ν_{xy} , ν_{xz} 에 해당하는 값이다.

2.2.2 일방향 복합재료 요소의 강성계수 계산

Fig.7(a)의 일방향 배열 복합재료요소의 다섯가지 강성계수는 기존의 이론식과 F.E.M. 해석으로부터 구하였다. F.E.M.해석을 통해 얻은 값은 Packing Geometry에 영향을 크게 받는 E_2 와 ν_{23} 이며 Fig.8(a)와 같이 정육각형모델을 기초로 하였다. Fig.8(a)에서 사각형으로 표시된 부분에 대해 상용소프트웨어 MSC/ABAQUS를 이용하여 F.E.M. 해석을 수행하였다. 정육각형 모델은 Fig.8(b)와 같이 원통형으로 단순화 될 수 있으며 이로부터 유도된 Shear lag모델[12] 및 Wilczynski의 이론식[13-14]을 이용하여 E_1 과 G_{12} 를 각각 구하였다.

$$E_1 = E_f \left[1 - \frac{\tanh(\beta s)}{\beta s} \right] \nu_f + E_m \nu_m \dots \dots \dots (21)$$

$$G_{12} = G_m \frac{G_f(1+\nu_f) + G_m(1-\nu_f)}{G_f(1-\nu_f) + G_m(1+\nu_f)} \dots \dots \dots (22)$$

여기서, $\beta^2 = \frac{2\pi E_m}{E_f(1+\nu_m)\ln(1/\nu_f)}$ 이며, 아래첨자 f는 섬유를, m은 모재를, s는 섬유의 aspect ratio를 의미한다. 포와송 계수는 다음 일반식으로부터 얻어진다.

$$\nu_{12} = \nu_f \nu_f + \nu_m \nu_m \dots \dots \dots (23)$$

3. 실험

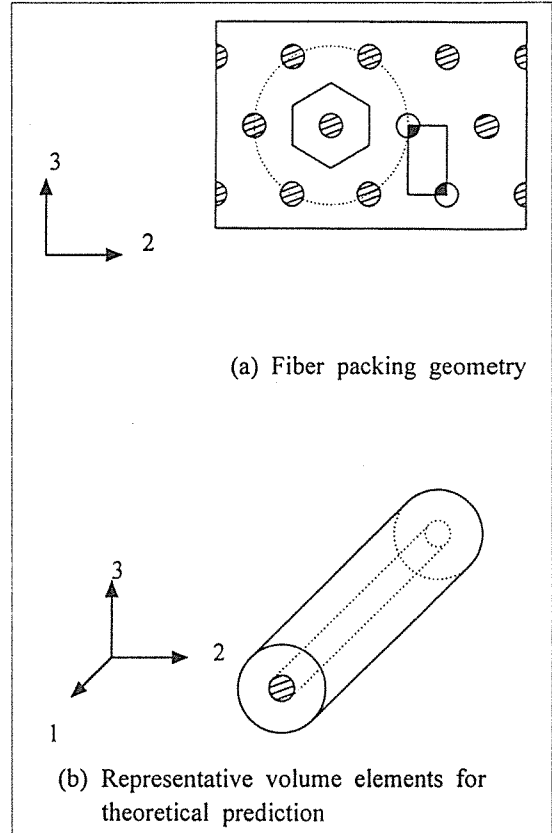


Fig.8. Representative volume elements for this analysis

3.1 인장실험

본 연구에 사용된 복합재료는 Al 6061에 Al_2O_3 단섬유를 보강한 금속복합재료이며 이들의 기계적 성질은 Table 1과 같다. 이 재료는 진공압 추출법에 의한 예비성형체 제조 및 가압주조법에 의해 만들어진다.

Fig.9는 z방향 시편 채취위치와 규격을 보여준다. 제조된 예비성형체의 두께가 한정되어 있으므로 z방향 시편을 제조하는데 어려움이 따른다. 이에 대한 해결책으로 예비성형체의 가운데 부분을 23mm를 절단하고 90도 방향으로 돌려놓은 후 알루미늄을 침투시킴으로써 시험편의 gage length에 해당하는 부분에 부분적으로 z방향의 예비성형체가 들어가게 하여 z방향 시편을 제작하였다.

실험 시편은 한 잉곳(Ingot)에 대해 z방향 2개 y방향 2개씩 채취하였다. 잉곳(ingot)은 보강 섬유의 부피분율 12% 및 14% 종류에 대해 각각 두 개씩 제조하였다. 실험은 MTS(810 Material Test System, 10

Table 1. Mechanical properties of aluminum and alumina short fiber

Material	Density (g/cm^3)	Diameter (μm)	Length (μm)	E (GPa)	ν
Alumina	3.3	3	100	310	0.27
Al 6061	2.7	—	—	70	0.33

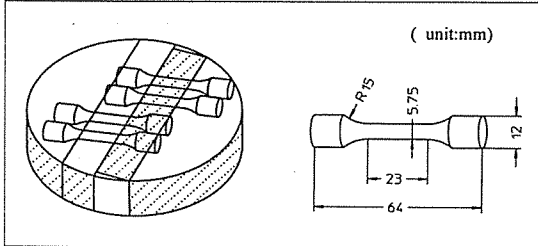


Fig.9. Position of test specimen in ingot and dimension of tensile specimen

ton)를 사용하여 변위 제어로 0.01mm/s의 속도로 인장하중을 가하고 extensometer를 이용하여 변형율을 측정하였다. extensometer의 gage length는 10mm이다.

3.2 현미경 사진의 분석

화상처리에 이용된 보강섬유의 분포사진은 각각 잉곳에(12% 2개, 14% 2개) 대해 z면 5장, y면 4장씩 사용되었다. 사진 한 장의 크기는 115mm×90mm이고 배율은 200배이며 한 장의 사진에 들어가는 보강섬유 단면의 갯수는 대략 400-1000개 정도이다.

Fig.10은 색의 분류 및 배향결정 순서를 나타낸다. Fig.10에서 현미경 사진을 이미지 스캐너를 사용하여 Fig.10(b)와 같이 직사각형 픽셀로 이루어진 digital image로 변환시킨다. 이때 픽셀 하나는 256색의 회색 농도의 정보를 저장하고 있으므로 Fig.10(c)와 같이 섬유에 대해서 검은색, 모재에 대해서 흰색으로 2가지 색으로 분류한 후 Fig.10(d)와 같이 각각 픽셀에 대해 검은 색을 1로 흰색을 0값을 주어 저장한다.

Fig.10(d)의 이미지를 가로 및 세로로 읽으면서 0과 1이 바뀌는 횟수를 읽으면 섬유의 경계선의 길이가 구해진다. 이 값은 Fig.10(a)와 같은 섬유 경계선의 실제 곡선의 길이가 아닌 직사각형 픽셀에 대한 경계선이므로 식(2)-(4)에서 보강섬유의 단면은 직사각형이라는 조건을 만족시킨다.

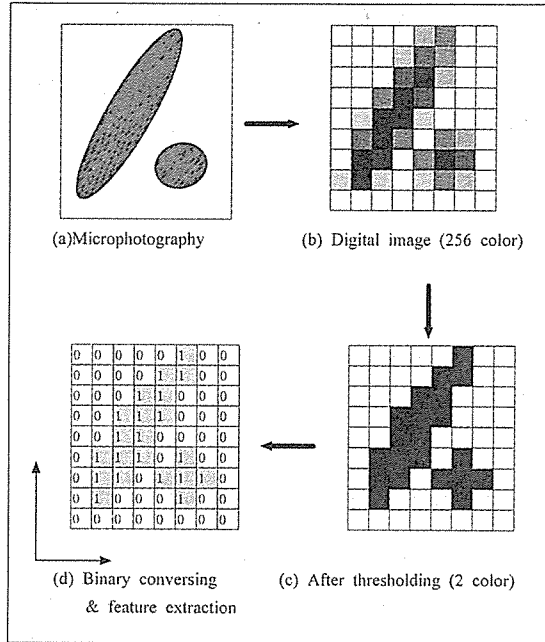


Fig.10. Procedure of image analysis

4. 결과 및 고찰

4.1 섬유의 배열분포 해석 결과

Fig.11은 해석에 사용된 digital image의 한 예로서 화상처리 전의 광학 현미경 사진(좌)과 Fig.10(c) 단계를 지난 후의 digital image이다. 두 사진은 섬유의 배열 및 형상이 동일하므로 digital image에 의해 수행되는 화상처리는 실제의 사진에서의 단면형상에 기초하고 있음을 보여준다.

각각의 사진 분석결과는 Table 2에 나타내었다. 이 값들은 각각의 잉곳에 대해 z면 현미경 사진 5장과 y

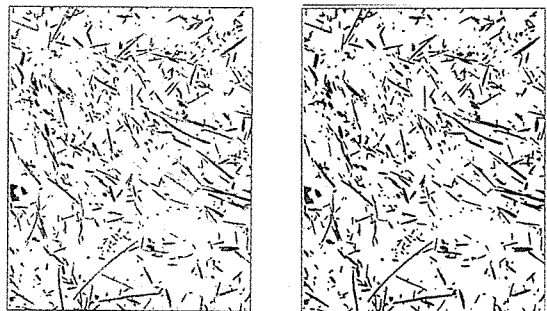


Fig.11. Digital image used in image analysis

Table 2. Result of image analysis

MMC	Direction	Total Pixel	Boundry Pixel	Area Pixel	Area ratio (v_f)	Average boundary (\bar{l})	Bound. ratio (R)
A1 (12%)	z	6527016	639996	852977	0.131	0.750	1.106
	y	5859360	611589	736754	0.126	0.830	
A2 (12%)	z	7301160	644398	875625	0.120	0.736	1.099
	y	5787680	586564	725144	0.125	0.809	
B1 (14%)	z	7272493	763894	1058355	0.146	0.722	1.118
	y	5574724	662234	820805	0.147	0.807	
B2 (14%)	z	7100456	751068	1065047	0.150	0.705	1.124
	y	5474336	638515	805585	0.147	0.793	

면 사진 4장에 대한 분석결과를 모두 더한 값이다. Boundary Pixel은 섬유 경계선에서 해당하는 부분을, Area Pixel은 섬유에 해당하는 부분의 Pixel의 총 개수이다. 이 두 Pixel들의 비는 Area Ratio로서 보강섬유의 부피분율에 해당하며 Average Boundary는 총 Boundary Pixel을 총 Area Pixel로 나눈 값이다. 이 값은 섬유 하나가 차지하는 경계선과 면적의 평균 비를 의미하며 R은 y면과 z면간의 Average Boundary의 비이다.

Fig.12는 각각의 사진에 대한 Average Boundary를 나타낸다. 해석 사진은 각각 잉곳에 대해서 y면이 z면보다 Average Boundary가 크게 나오고 있으므로 섬유의 배열분포는 랜덤이 아님을 확인할 수 있다. 같은 잉곳에 대해서는 각각의 점들의 편차는 분포면에 대한 현미경 사진간의 섬유 배향분포의 차이이며 보다 넓은 면적에 대해서 단면사진을 취하면 이러한 편차는 줄어들 것이다.

이들의 평균 값은 부피분율 12%의 복합재료가

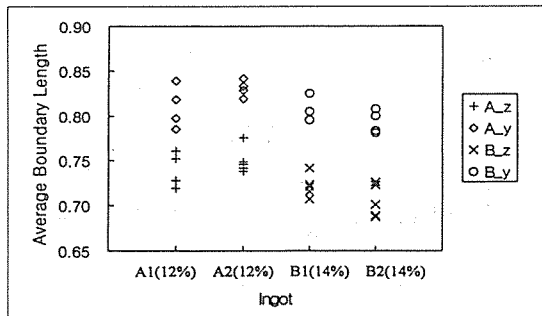


Fig.12. Average fiber-matrix boundary length per unit area for each micrographs

1.103, 부피분율 14%의 복합재료가 1.121 이다. 이 값에 해당하는 표준편차를 Fig.6의 표준편차와 경계선 비에서 찾으면 43도와 39도에 해당하며 이 분포를 그림으로 나타내면 Fig.13과 같다. 표준편차가 작을수록 2차원 분포에 가까워지므로 부피분율 14%인 복합재료가 12%인 경우보다 섬유의 배열이 2차원에 더 가깝다고 할 수 있다. 이 결과는 예비성형체 제조과정과 관련하여 부피분율이 14%인 예비성형체가 12%보다 더 많은 변형을 받는 것을 고려할 때 타당하다고 할 수 있다.

이상에서 제안된 화상처리 기법은 복합재료의 배향 분포를 성공적으로 분석할 수 있음을 보여준다. 이 방법은 수직한 두 복합재료 단면에 나타나는 보강섬유와 모재의 경계선에 기초한 평균적인 해석방법으로 탄성계수 해석에서 발전되어온 평균적 해석방법을 화상처리 기법에 도입한 것이다.

이 방법은 섬유와 모재의 경계선을 기초하여 수행되는 매우 간결한 방법으로 화상처리시 문제가 되는 섬유들 간의 교차 및 불규칙적인 단면형상에 대한 영향을 거의 받지 않으며 잡음의 영향도 비교적 적게 받는 장점이 있다.

4.2 탄성계수 해석 결과

탄성계수의 이론적 예측을 위해 정의한 일방향 요소 (R.V.E.)의 강성계수 해석 결과는 Table 3과 같다. 섬유의 탄성계수 310 GPa은 모재의 70 GPa에 비해 그다지 큰 값이 아니므로 섬유의 부피분율 12-14%인 복합재료에서 섬유의 강화효과는 미미하다. v_{13} 과 v_{23} 의 차이는 거의 무시할 정도이며 E_{11} 과 E_{33} 는 20%정도의 차이를 보인다. 그러므로 섬유의 배향분포가 달라질 때 금속복합재료의 탄성계수에서 나타나는 이방성

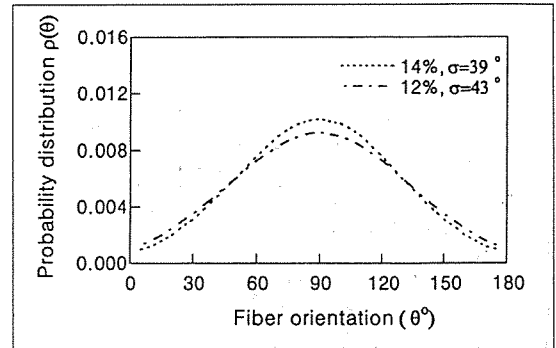


Fig.13. Probability distribution of fiber orientation in MMCs

Table 3. Material properties of R.V.E. used in the calculation

	A(12%)	B(14%)
in-plane longitudinal modulus : E_{11} (GPa)	96.01	100.34
in-plane transverse modulus : E_{22} (GPa)	79.49	81.24
in-plane shear modulus : G_{12} (GPa)	30.73	31.54
in-plane Poisson's ratio : ν_{12}	0.323	0.322
out-of-plane shear modulus : ν_{23}	0.327	0.326

은 R.V.E.의 E_{11} 과 E_{22} 의 의한 차이에 의해 발생한다고 할 수 있고 이 경우 각 방향으로의 차이는 20%미만의 값을 가진다고 생각할 수 있다.

Fig.14, Fig.15는 앞서 구해진 R.V.E.의 물성에 기초하여 섬유 배열 분포에 따른 탄성계수를 이론 및 실험으로 구한 값이다. 섬유의 분포를 이론적으로 구한 값들은 삼각형과 사각형으로 표시된 채워지지 않은 점들과 직선들이다. 그림에서 upper와 lower는 각각 upper bound와 lower bound로서 섬유의 배열이 2차원 분포일 때의 E_y 와 E_z 값이며 E_{random} 은 3차원 랜덤 배열일 때의 값이다. upper bound와 lower bound의 상대적 차이는 10% 정도이다. 따라서 본 연구에서 수행된 금속복합재료에서 나타나는 탄성계수의 두 방향간의 차이는 최대 10% 이내라고 예측할 수 있다. 표준편차가 작아질 때 즉 섬유가 y면의 2차원 배열에 가까워질수록 E_z 는 lower bound에 E_y 는 upper bound 값에 접근하다가 표준편차가 커질수록 점선으로 표시된 무질서 배열(3-D Random orientation)이 탄성계수에 접근함을 보여주고 있다.

Fig.14와 Fig.15에서 채워진 점은 점은 인장실험에서 얻어진 결과이며 한 개당 실험시편 2개에 대한 평균값으로 이들의 값은 Table 4에 나타내었다. 실험결과는 y 방향으로의 탄성계수가 z 방향보다 크게 나왔다

Table 4. Result of tensile test

MMCs	A1 (12%)		A2 (12%)		B1 (14%)		B2 (14%)	
Direction	z	y	z	y	z	y	z	y
Area ratio(V_f)	0.131	0.126	0.120	0.125	0.146	0.147	0.150	0.147
Elastic modulus(GPa)	79.1	81.3	79.2	80.1	80.8	84.9	81.9	86.7

므로 이론적 예측과 비슷한 경향을 보이고 있으나 절대값에서 다소 차이가 생기고 있다. 이러한 오차의 원인은 두 방향으로의 탄성계수의 차이가 5%정도의 작은 값에서 오는 실험상 오차가 주원인으로 생각된다.

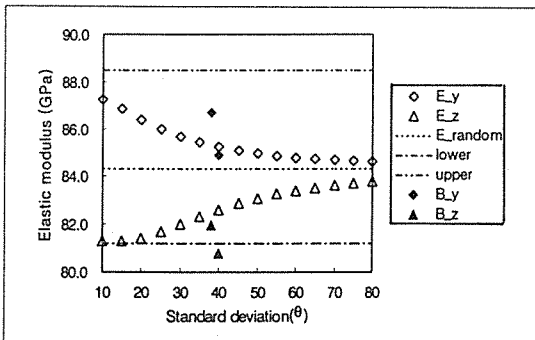
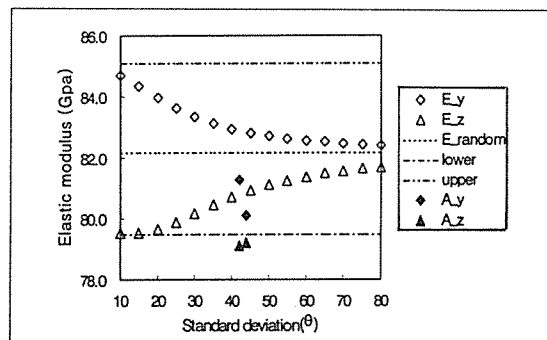
인장실험결과는 이러한 작은 값을 측정했으므로 두 수직인 방향에 대한 탄성계수의 정확한 예측보다는 두 방향간의 상대적인 차이를 확인하는 가치를 가진다고 할 수 있다. 같은 잉곳에서 대해서 행하여진 인장실험 결과는 항상 y방향이 z방향보다 탄성계수값이 더 크게 나왔다. 그러므로 이 결과는 새로 제안된 섬유의 배열 분포 측정 방법과 탄성계수 해석의 타당성을 입증한다고 할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서 얻어지는 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 단섬유 보강 복합재료에서 섬유들의 배향은 본 연구에서 제시된 간단한 해석 알고리즘으로 성공적으로 분석할 수 있었다. 이 해석방법은 두 수직인 면에서 얻어진 현미경 사진에서 나타나는 섬유-모재 총 길이의 특징을 기초로 하며 대칭성 배열을 가진 단섬유 보강 복합재료 해석에 적합하다.

2. 대칭성 3차원 배향 분포를 가진 단섬유보강 복합

Fig.14. The standard deviation dependence of the Elastic characteristics of MMCs ($V_f = 14\%$)Fig.15. The standard deviation dependence of the Elastic characteristics of MMCs ($V_f = 12\%$)

재료의 탄성계수는 Christensen과 Waals가 제안한 3차원 무작위 배열식에 분포함수를 도입하여 유도함으로써 이론적으로 예측이 가능하다.

3. 가압주조법으로 제조되는 금속복합재료는 가압방향과 수직인 방향으로의 탄성계수의 차이가 대략 5-10%를 가지는 가로등방성 재료의 특징을 가진다.

후 기

본 연구는 97년도 교육부과제(기계공학분야)의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Yurgartis, S.W. "Measurement of Small Angle Fiber Misalignments in Continuous Fiber Composites", Composite Science and Technology, Vol.30, 1987, pp.279-293.
2. Fischer, G. and Eyerer, P. "Measuring Spatial Orientation of Short Fiber Reinforced Thermoplastics by Image Analysis", Polymer Composites, Vol.9, 1988, pp.297-304.
3. Sirkids, J.S., Cheng, A. and Dasgupta, A., "Image Processing Based Method of Predicting Stiffness Characteristics of Short Fiber Reinforced Injection Molded Parts", Journal of Composite Materials, Vol.28, No.9, 1994, pp. 784-799.
4. Gonzales, L.M., and Cumbera, F.L. "Measurement of Fiber Orientation in Short-Fiber Composites", Acta metallurgica et materialia, Vol.42, No.3, 1994, pp.689-694.
5. Gupta, M. and Wang, K.K. "Fiber Orientation and Mechanical Properties of Short-fiber-reinforced Injection-molded Composites: Simulated and experimental results", Polymer Composites, Vol.14, 1993, pp.367-382.
6. Bay, R.S. and Tucker, C.L. "Fiber Orientation in Simple Injection Moldings", Polymer Composites, Vol.13, 1992, pp.317-331.
7. Henry, H. De Frahan, Verleye, Dupret, V. F. and Crochet, M.J. "Numerical Prediction of Fiber Orientation in Injection Molding", Polymer Engineering and Science, Vol.32, 1992, pp.254-256.
8. Hull, D. and Clyne, T.W. An Introduction to Composite Materials, 2nd ed. Cambridge university press, 1996.
9. Christensen, R.M. and Waals, F.M. "Effective Stiffness of Randomly Oriented Fiber Composites", Journal of Composite Materials, Vol.6, 1972, pp.518-532.
10. Nielsen, L.E. and Chen, P.E. "Young's Modulus of Composites Filled with Randomly Oriented Fibers", Journal of Materials, Vol.3, 1968, No.2, 352-358.
11. Tsai, S.W. and Pagano, N.J. "The Laminate Approximation for Randomly Oriented Fibrous Composites", Journal of Composite Materials, Vol.3, 1969, pp.720-724.
12. Rosen, B.W. "Mechanics of Composite Strengthening," in Fiber Composite Materials, Chap.3, 37-75, American Society for Metals, Metals Park, OH, 1965.
13. Wilczynski, A.P. "A Basic Theory of Reinforcement for Unidirectional Fibrous Composites", Composites Science and Technology, Vol.38, 1990, pp.327-336.
14. Hine, P.J. Duckett, R.A. and Ward, I.M. "Modeling the Elastic Properties of Fiber-reinforced Composites: II Theoretical predictions", Vol.49, 1993, pp.13-21.