

論文

적층보-기둥의 좌굴하중에 층간분리가 미치는 영향

한병기* · 이성희**

Effect of Delamination on the Buckling Load of Laminated Beam-Column

B.K.Han* and S.H.Lee*

ABSTRACT

A study of dynamic characteristics of delaminated beams subjected to axial load is investigated. Free vibration analysis which is based on classical laminated beam theory including coupling stiffnesses and Poisson's effects of beam-columns subjected to axial load is presented. In delaminated region, to formulate frequency equation, recurrence equations relating integration constants for adjacent interior regions are established by satisfying continuity conditions at junctions of interior regions. Present results are compared with reference and experimental ones. And their results give good agreement with one another. It is shown that natural frequencies and buckling load of delaminated beam can be estimated from present analysis. Also, results show that the correlations of axial load and radian frequency depend sensitively on delamination location and size. These phenomena are graphically presented for various kinds of parameters, such as delamination size, location, stacking sequence, stiffness calculation type for illustrative purpose.

초 록

본 연구에서는 층간분리가 있는 보-기둥의 진동해석을 통하여 좌굴하중을 구하는 이론적인 방법을 제시하였다. 축방향 압축하중을 받는 보-기둥의 고유진동수를 계산하기 위해 고전 적층판 이론으로부터 연성 및 포아송 효과가 고려된 적층보의 지배방정식을 유도하였다. 층간분리에 따른 각각의 보에 대한 일반해를 구하였으며, 횡방향과 종방향 변위간의 연성 효과가 고려되었다. 기하학적 연속조건으로부터 층간분리보들 사이의 종방향 변위간의 계수관계식, 횡방향 변위간의 계수관계식 및 종방향과 횡방향 변위 사이의 계수관계식이 유도되었으며, 진동수 방정식은 영역간의 기하학적 및 역학적 연속 조건식을 적용함으로써 구하였다. 이론해석 결과의 신뢰성을 검증하기 위하여 다른 연구자에 의해 수행된 정적해석 결과와 비교하였으며 실험도 병행하였다. 이러한 결과로부터 보의 적층순서, 층간분리부의 크기, 위치, 강성 등이 고유진동수 및 좌굴하중에 미치는 영향을 조직적으로 연구하였다.

*홍익대 기계공학과

**홍익대 대학원

1. 서 론

복합재는 비강도, 비강성이 등방성에 비하여 우수하므로 이를 이용한 구조물 설계는 많은 관심이 되고 있다. 특히 적층복합재료와 같은 고등복합재료는 내충격성, 내피로특성, 내부식성 등의 우수한 기계적 성질을 가지고 있지만 이러한 적층복합재 구조물 내부에 층간분리와 같은 결함이 발생하게 되면 강성, 강도, 좌굴하중 및 피로수명 등의 정적 및 동적특성이 급격히 변하게 된다. 층간분리의 진전이나 파괴를 유발하는 하중을 받고 있는 구조물에서는 이러한 하중이 구조물의 불안정성을 발생시키므로 층간분리와 같은 결함을 내재하고 있는 구조물에 대한 신뢰성 평가가 요구되고 있다. 따라서 구조물의 전체적인 강성을 저하시켜 하중지탱능력을 감소시키고 국부좌굴이나 전체좌굴을 유발하는 층간분리의 존재는 많은 연구자들의 관심의 대상이 되고 있다.

1981년 Knauss등[1]은 층간분리가 적층 구조물의 압축강도에 미치는 영향을 평가하기 위해 1차원 해석 모델을 개발하였다. 해석을 간단히 하기 위해 재료는 균질하고, 등방성이며, 선형탄성적으로 거동한다고 가정하였으며, 오일러 보 이론과 에너지 해방률(energy release rate)을 기초로 하여 층간분리가 진전되는 것에 중점을 두어 연구하였다. 1984년 Wang등[2][3]은 전단변형과 비틀림 변형을 고려하여 Rayleigh Ritz방법과 유한요소법으로 좌굴안정성을 연구하였고, 에너지 해방률에 기초로 하여 크랙안정성을 연구하였으며, SMC로 실험을 병행하여 이론결과와 비교하면서 좌굴모드를 관찰하였다. 1985년 Simitses등[4][5]은 간단한 1차원 모델에 의한 층간분리좌굴(delamination buckling)에 대해 연구하였다. 양단 단순지지 조건과 양단 고정 조건에 대해 층간분리된 판의 임계하중을 예측하는데 중점을 두었고, 층간분리의 크기, 위치, 두께가 임계하중에 미치는 영향에 대해 연구하였으며, 1986년에는 축방향 압축하중을 받고있는 부재에 1차원 층간분리가 양단에 대해서 대칭적으로 존재할 때 극한 하중지탱능력을 계산하는 해석과정을 제시하였고, 후좌굴 해와 에너지 해방률을 층간분리의 두께에 대해 해석하였다. 1988년 Kardomateas등[6]은 1차원 보-판 모델에 대하여 섭동법을 사용하여 지배방정식을 유도하였고, 전단수정계수를 오일러 하중에 추가하는 방법으로 전단변형의 영향을 고려하면서 좌굴, 후좌굴 현상을 연구하여 전단변형이 임계하중에 미치는 영향에

대하여 연구하였다. 1991년 Chen[7]은 변분원리를 사용하여 Kardomateas가 제시한 방법보다 좀더 일반적이고 체계적인 방법으로 좌굴방정식을 구하였으며, 전단변형의 영향을 고려하면서 좌굴 및 후좌굴해석을 하였다. 여기서 전단변형의 효과는 임계하중을 저하시키며, 동일하중에서 에너지 해방률을 증가시키게 되므로 오일러 보 이론으로 해석한 결과보다 작은 하중에서 층간분리가 진전한다는 것을 제시하였다. 한편, 한병기등[8][9]은 등방성 및 적층보 내부에 한 개의 층간분리가 고유진동수에 미치는 영향을 해석적인 방법으로 제시하였으며, 해석결과가 구조물내부의 비파괴검사 방법으로 활용될 수 있음을 제시하였다.

본 논문에서는 층간분리가 있는 적층보의 좌굴하중을 동적해석을 통해 진동방정식으로부터 구하였다.

정적해석과 동적해석은 모두 고유치문제가 되지만 동적해석에서는 관성효과가 고려된다. 관성효과는 진동수에 대해서는 많은 영향을 주지만 좌굴하중에 대해서는 정적해석과 같은 결과를 준다. 고전 적층보 이론을 사용하여 축방향 압축하중을 받는 층간분리가 있는 보의 진동해석을 수행하였으며, 해석의 신뢰성을 검증하기 위해 본 연구의 결과를 기존의 정적해석에 의한 결과[4][6]와 비교하였다. 이 결과로부터 층간분리의 위치 및 크기가 적층보의 고유진동수 및 좌굴하중에 미치는 영향을 조직적으로 연구하였다.

2. 이 론

축방향 하중을 받는 층간분리가 있는 적층보의 진동특성을 해석하기 위한 이상화된 모델의 국부 좌표계 및 영역표시는 Fig. 1에 제시하였다.

그림에서 T는 적층보의 전체두께, H는 층간분리된 영역의 상부보의 두께를 의미하며, 이때 적층보는 결함

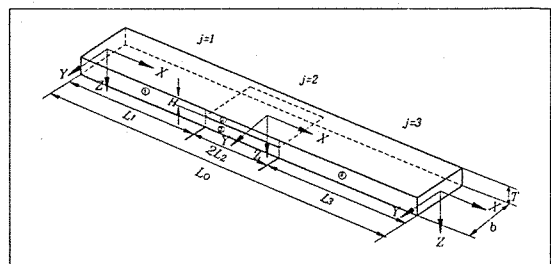


Fig. 1. Geometry and sign convention of through-the-width delaminated beam-columns

이 존재하는 내부영역($j=2$)과 존재하지 않는 좌우양단 영역($j=1,3$)으로 구별된다. 해석은 회전관성과 전단변형의 영향을 무시한 고전 적층판 이론으로부터 유도된 고전 적층보이론을 사용하였다. 이때 변위와 변형을 및 곡률과의 관계는 다음과 같다.

$$\epsilon_x'' = \frac{du''}{dx} \dots\dots\dots(1a)$$

$$\chi_x = \frac{d^2w}{dx^2} \dots\dots\dots(1b)$$

여기서 u'' , w 는 각각 적층보의 중립축의 변위 및 횡방향 변위를 의미한다. 또한 합력 및 합모멘트와 변형을 및 곡률과의 관계를 나타내는 적층보의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ M_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{11} \\ B_{11} & D_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x'' \\ \chi_x \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

여기서, N_x , M_x 는 적층보의 단위폭당의 합력 및 합모멘트, A_{11} , B_{11} 및 D_{11} 은 각각 신장(extensional), 연계(coupling) 및 굽힘 강성(bending stiffnesses)을 의미한다. 식 (2)에서 강성계수들은 다음과 같이 정의된다.

$$(A_{11}, B_{11}, D_{11}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11}(1, z, z^2) dz \dots\dots\dots(3)$$

여기서 h 는 층간분리된 보에서 각각의 적층보에 대한 두께, Q_{11} 는 재료상수이다. 한편 전단변형의 효과를 무시한 축방향 하중을 받는 적층보의 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{dN_x}{dx} = 0 \dots\dots\dots(4a)$$

$$\frac{dQ_x}{dx} + N_x \frac{d^2w}{dx^2} + q(x) = 0 \dots\dots\dots(4b)$$

$$\frac{dM_x}{dx} - Q_x = 0 \dots\dots\dots(4c)$$

여기서 Q_x 는 단위폭당의 전단력성분을 의미한다. 식 (1)과 식 (2)를 식 (4)에 대입하고 변위에 관한 항으로 정리하면 다음과 같은 적층보의 평형방정식을 구할 수

있다.

$$A_{11} \frac{d^2u''}{dx^2} = 0 \dots\dots\dots(5a)$$

$$D_{11} \frac{d^4w}{dx^4} + N_x \frac{d^2w}{dx^2} = 0 \dots\dots\dots(5b)$$

식 (5)에 D'Alembert 원리를 적용하면 다음과 같은 적층보의 종진동과 횡진동에 대한 동역학적 평형방정식을 얻을 수 있다.

$$A_{11} \frac{d^2u''}{dx^2} + \rho h \frac{d^2u''}{dt^2} = 0 \dots\dots\dots(6a)$$

$$D_{11} \frac{d^4w}{dx^4} + N_x \frac{d^2w}{dx^2} + \rho h \frac{d^2w}{dt^2} = 0 \dots\dots\dots(6b)$$

여기서 ρ 는 밀도를 의미한다. 보의 길이로 무차원화된 일정한 축방향 압축하중을 받는 보의 횡방향 진동에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^4 w_i(\xi_i)}{\partial \xi_i^4} + \left(\frac{N_x L^2}{D_{11}} \right)_i \frac{\partial^2 w_i(\xi_i)}{\partial \xi_i^2} - \left(\frac{\rho h}{D_{11}} L^4 \omega^2 \right)_i w_i(\xi_i) = 0 \dots\dots(7)$$

여기서 하첨자 $i(i=1,2,3,4)$ 는 i 번째 적층보를 의미하며, $\xi_i = x/L_i$, w_i 는 i 번째 적층보의 길이로 무차원화된 i 번째 보의 횡방향 변위, ω 는 라디안 진동수를 의미한다. 식 (7)의 일반해는 다음과 같다.

$$w_i(\xi_i) = \Gamma_{1i} f_{1i}(\xi_i) + \Gamma_{2i} f_{2i}(\xi_i) + \Gamma_{3i} f_{3i}(\xi_i) + \Gamma_{4i} f_{4i}(\xi_i) \dots\dots(8)$$

$$f_{1i}(\xi_i) = \sin \alpha_{1i} \xi_i, f_{2i}(\xi_i) = \cos \alpha_{1i} \xi_i, f_{3i}(\xi_i) = \sinh \alpha_{2i} \xi_i, f_{4i}(\xi_i) = \cosh \alpha_{2i} \xi_i$$

$$\alpha_{1i}^2 = \left[+ \frac{N_x L^2}{2D_{11}} + \sqrt{\left(\frac{N_x L^2}{2D_{11}} \right)^2 + \frac{\rho h}{D_{11}} L^4 \omega^2} \right]_i$$

$$\alpha_{2i}^2 = \left[- \frac{N_x L^2}{2D_{11}} + \sqrt{\left(\frac{N_x L^2}{2D_{11}} \right)^2 + \frac{\rho h}{D_{11}} L^4 \omega^2} \right]_i$$

여기서 Γ_{ki} , ($k=1,2,3,4$)는 경계조건에 의해 결정되는 미지의 상수이다. 그리고 층간분리가 없는 양단경계의 보 ($i=1,4$)는 경계조건을 포함하게 되므로 이러한

영역에서 식 (8)은 경계조건에 따라 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$w_i(\xi) = B_{1i} [f_{1i}(\xi) - f_{3i}(\xi)] + B_{2i} [f_{2i}(\xi) - f_{4i}(\xi)] : \text{고정}$$

$$w_i(\xi) = B_{1i} [f_{1i}(\xi) + f_{3i}(\xi)] + B_{2i} [f_{2i}(\xi) + f_{4i}(\xi)] : \text{자유}$$

$$w_i(\xi) = B_{1i} [f_{1i}(\xi) + f_{3i}(\xi)] + B_{2i} [f_{1i}(\xi) - f_{3i}(\xi)] : \text{단순지지}$$

층간분리가 있는 적층보에 축방향 압축하중이 가해질 때 식(7)에 적용되기 위한 각 보의 압축하중 성분은 역학적 평형 관계로부터 다음과 같다.

$$P_1 = P_4 = P_2 + P_3 \dots\dots\dots (9a)$$

$$P_2 = \frac{H}{T} P_1, P_3 = \frac{T-H}{T} P_1 \dots\dots\dots (9b)$$

여기서 $P_i = -b_i(N_x)_i$ 이며, b_i 는 보의 폭을 의미한다. 또한 적층보의 종진동에 대한 보의 길이로 무차원화된 공간변수 ξ_i 에 대한 동력학적 평형방정식은 다음과 같다.

$$u_i(\xi_i), \xi_i \xi_i + \beta_i^4 u_i(\xi_i) = 0 \dots\dots\dots (10)$$

여기서 $\xi_i = x_i/L_i$ 을, 진동수 파라미터 β_i^4 은 $[(\rho h/A_{11})L^2\omega^3]_i$ 을 의미하며, 식 (10)의 일반해는 다음과 같이 표현된다.

$$u_i(\xi_i) = H_{1i} g_{1i}(\xi_i) + H_{2i} g_{2i}(\xi_i), (i=2,3) \dots\dots\dots (11)$$

$$g_{1i}(\xi_i) = \sin \beta_i^2 \xi_i, g_{2i}(\xi_i) = \cos \beta_i^2 \xi_i$$

여기서 H_{1i}, H_{2i} 는 미지상수를 의미한다. 층간분리가 보의 고유 진동수에 미치는 영향을 조사하기 위해서는 층간분리부에서의 각 적층보들간의 횡방향 변위에 대한 기하학적 연속조건 및 종방향 진동과의 연성관계가 필요하다. 첫 번째로 층간분리부에서 각 적층보들간의 횡방향 변위에 대한 기하학적 연속조건은 다음과 같다.

$$w_2(\xi_2) = w_3(\xi_3) \dots\dots\dots (12)$$

$$w_2(\xi_2), \xi_2 = w_3(\xi_3), \xi_3 \dots\dots\dots (13)$$

층간분리가 있는 내부영역의 양단경계($\xi = \pm 1$)에서 식 (12)와 식 (13)의 연속조건을 적용하면, 내부영역 보들 사이의 횡방향 변위에 대한 다음과 같은 계수간의 관계식을 구할 수 있다.

$$\{ \Gamma_k \}_{i=2} = [S_{kl}]_{23} \{ \Gamma_l \}_{i=3}, (k, l=1, 2, 3, 4) \dots\dots (14)$$

여기서 행렬 $[S_{kl}]_{23}$ 의 하첨자 23는 두 번째 보와 세 번째 보를 의미하며,

$$[S_{kl}]_{23} = [M]_2 [M]_3 \dots\dots\dots (15)$$

$$[M]_2 = \begin{bmatrix} f_1(-1) & f_2(-1) & f_3(-1) & f_4(-1) \\ f_1(+1) & f_2(+1) & f_3(+1) & f_4(+1) \\ f_{1,\xi}(-1) & f_{2,\xi}(-1) & f_{3,\xi}(-1) & f_{4,\xi}(-1) \\ f_{1,\xi}(+1) & f_{2,\xi}(+1) & f_{3,\xi}(+1) & f_{4,\xi}(+1) \end{bmatrix}_{i=2}^{-1}$$

$$[M]_3 = \begin{bmatrix} f_1(-1) & f_2(-1) & f_3(-1) & f_4(-1) \\ f_1(+1) & f_2(+1) & f_3(+1) & f_4(+1) \\ f_{1,\xi}(-1) & f_{2,\xi}(-1) & f_{3,\xi}(-1) & f_{4,\xi}(-1) \\ f_{1,\xi}(+1) & f_{2,\xi}(+1) & f_{3,\xi}(+1) & f_{4,\xi}(+1) \end{bmatrix}_{i=3}$$

이다. 두 번째로 횡방향변위와 종방향변위의 계수간의 관계식을 얻기 위해서는 다음과 같은 기하학적 연속조건식이 적용된다.

$$(A_{11})_2 u_2, \xi_2 + (A_{11})_3 u_3, \xi_3 = 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$u_2 = u_3 - e_{23} w_3, \xi_3 \dots\dots\dots (17)$$

여기서 e_{23} 는 층간분리부 요소의 중립축간의 거리를 층간분리가 있는 영역의 길이로 무차원화한 값이다. 식 (16)과 식 (17)의 연속조건을 층간분리부가 있는 내부영역의 양단경계($\xi = \pm 1$)에 적용하면, 다음과 같은 종방향과 횡방향 변위에 대한 계수간의 관계식을 구할 수 있다.

$$\{ H_k \}_{i=2} = [R_{kl}]_{23} \{ \Gamma_l \}_{i=3}, (k, l=1, 2, 3, 4) \dots\dots (18)$$

여기서

$$[R_{kl}]_{23} = -e_{23} [G]^{-1} \begin{bmatrix} f_{1,\xi}(-1) & f_{2,\xi}(-1) & f_{3,\xi}(-1) & f_{4,\xi}(-1) \\ f_{1,\xi}(+1) & f_{2,\xi}(+1) & f_{3,\xi}(+1) & f_{4,\xi}(+1) \end{bmatrix}_{i=3}$$

$$[G] = \left[[g_{mn}]_{i=2} + \frac{(A_{11})_2}{(A_{11})_3} [g_{mn}]_{i=3} [g_{mn}]_{i=2}^{-1} [g_{mn}]_{i=3} \right], (m, n=1, 2)$$

$$[g_{mn}]_i = \begin{bmatrix} g_1(-1) & g_2(-1) \\ g_1(+1) & g_2(+1) \end{bmatrix}_i, (i=2, 3) \dots \dots (19)$$

이다. 층간분리가 있는 영역과 없는 영역의 경계에서는 다음과 같은 기하학적, 역학적 연속조건이 만족되어야 한다.

$$\begin{Bmatrix} w_j L_j \\ w_{j,\xi} \\ M_j \\ V_j \end{Bmatrix}_{\xi=1} = \begin{Bmatrix} w_{j+1} L_{j+1} \\ w_{j+1,\xi} \\ M_{j+1} \\ V_{j+1} \end{Bmatrix}_{\xi=-1}, (j=1, 2, 3) \dots \dots (20)$$

여기서 M_j 와 V_j 는 각각 굽힘 모멘트와 전단력 성분을 나타내며, 층간분리가 존재하는 영역에서의 굽힘 모멘트와 전단력 성분은 다음의 관계를 가진다.

$$M_j = \left(\frac{bD_{11}}{L} \right)_2 w_{2,\xi\xi\xi} + \left(\frac{bD_{11}}{L} \right)_3 w_{3,\xi\xi\xi} + \epsilon_{23}(bA_{11})_2 w_{2,\xi}, (j=2) \dots \dots (21)$$

$$V_j = \left(\frac{bD_{11}}{L} \right)_2 w_{2,\xi\xi\xi} + \left(\frac{bD_{11}}{L} \right)_3 w_{3,\xi\xi\xi}$$

$$-P_2 w_{2,\xi} - P_3 w_{3,\xi}, (j=2) \dots \dots (22)$$

층간분리가 없는 영역에서는 식 (21)의 축방향 변위로부터 발생하는 모멘트 성분만을 제외시키면 되고, 층간분리가 있는 영역과 양단경계영역과의 관계식을 구하기 위해 식 (21)과 식 (22)를 식 (20)에 대입하고 정리하면, 층간분리가 있는 영역의 왼쪽 경계에서 4개의 선형 연립방정식이 구성되고 이를 행렬의 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$[F_{kl}^l] \{B_l\}_{l=1} = [P_{mk}^l] \{\Gamma_k\}_{k=3}, (k, m=1, 2, 3, 4, l=1, 2) \dots \dots (23)$$

식 (23)을 횡방향변위 계수에 관해 표현하면 다음과 같다.

$$\{\Gamma_k\}_{k=3} = [Q_{kl}^l] \{B_l\}_{l=1} \dots \dots (24)$$

여기서 $[Q_{kl}^l] = [P_{mk}^l]^{-1} [F_{kl}^l]$ 이며, 위첨자는 보의 왼쪽에 대한 성분을 의미한다. 마찬가지로 방법으로 층간분

리가 있는 영역의 오른쪽 경계에서 4개의 선형 연립방정식을 구성하고 이를 행렬의 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$[F_{kl}^R] \{B_l\}_{l=4} = [P_{mk}^R] \{\Gamma_k\}_{k=3}, (k, m=1, 2, 3, 4, l=1, 2) \dots \dots (25)$$

마찬가지로 식 (25)를 횡방향변위 계수에 관해 표현하면 다음과 같다.

$$\{\Gamma_k\}_{k=3} = [Q_{kl}^R] \{B_l\}_{l=4} \dots \dots (26)$$

여기서 $[Q_{kl}^R] = [P_{mk}^R]^{-1} [F_{kl}^R]$ 이며, 식 (24)와 식 (26)의 $[F_{kl}^l]$, $[P_{mk}^l]$, $[F_{kl}^R]$, $[P_{mk}^R]$ 의 요소들에 관한 자세한 설명은 생략하기로 한다. 마지막으로 식 (23)과 식 (24)를 등가 시키면 다음과 같은 네 개의 선형연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} [Q_{kl}^l] [Q_{kl}^R] \\ \{B_l\}_{l=1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{B_l\}_{l=1} \\ \{B_l\}_{l=4} \end{Bmatrix} = 0, (k=1, 2, 3, 4, l=1, 2) \dots \dots (27)$$

따라서 층간분리가 있는 보의 진동수방정식은 식 (27)의 행렬식(4x4)을 영으로 함으로써 구할 수 있다.

3. 진동실험

본 해석결과와 신뢰성을 검증하기 위하여 우선 층간분리가 있는 등방성보의 진동실험을 먼저 수행하였다. 사용된 재료는 황동으로써 $E=97 \text{ Pa}$, $\rho=8740 \text{ kg/m}^3$ 이며, 기하학적 형상은 $L=450\text{mm}$, $b=29\text{mm}$, $T=10\text{mm}$ 로 하였다. 폭 방향 전체로 확장된 층간분리를 가공하기 위해 와이어컷 방전가공 방법을 사용하였으며, 이렇게 제작된 시편을 Fig. 2에서 보여주고 있다. 이때 층간분리부의 두께는 0.322mm로 측정되었다. 또한 고유진동수를 측정하기 위해 임팩트 해머(impact hammer)로 가속도계가 부착된 시편을 가진 시켰으며, 두 신호는 증폭기를 통하여 FFT 신호분석기로 전송되고 분석되어 진다. 한편 분석되어진 각 시편의 스펙트럼 결과들은 FFT 신호분석기에 주파수응답함수(frequency response function)의 형태로 저장된 후 SMS로 전송하여 모드해석이 수행된다. 실험에 사용된 실험장치의 구성은 Fig. 3에 제시하였으며, 각각의 실험장비에 대한 사양을 Table 1에서 보여 주고 있다.

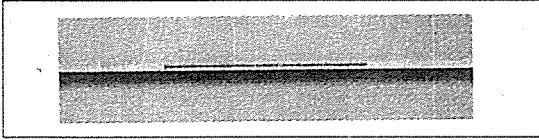


Fig. 2. Manufactured specimen with through-the-width delaminated beam

한편 구조물의 진동해석에서 경계조건은 모든 진동과 라미터에 직접적인 영향을 주는 주요 인자이다. 그러나 실험적으로 이론적인 경계조건에 부합하는 완벽한 경계조건을 부여하는 것은 매우 어려운 문제이다. 따라서 본 실험에서는 가능한 한 이론적 경계조건에 부합될 수 있는 지그를 직접 제작하여 실험하였으며, 이때의 경계조건은 양단고정으로 하였다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 축방향 압축 하중을 받는 층간분리가 있는 보의 동적해석을 수행하였으며, 결함의 크기 및 위치 변화가 보의 동적특성 및 좌굴하중에 미치는 영향을 조직적으로 연구하였다. 본 해석의 신뢰성을 검증하기 위해 기존의 연구 결과와 본 연구의 결과를 비교하여 Fig. 4에 제시하였으며, 실선과 점선은 Simitses [4]와 Kardomateas[6]에 의한 결과를 그리고 점들은 본 해석에 의한 결과를 나타낸다.

그림에서 보듯이 층간분리부의 길이가 증가할수록,

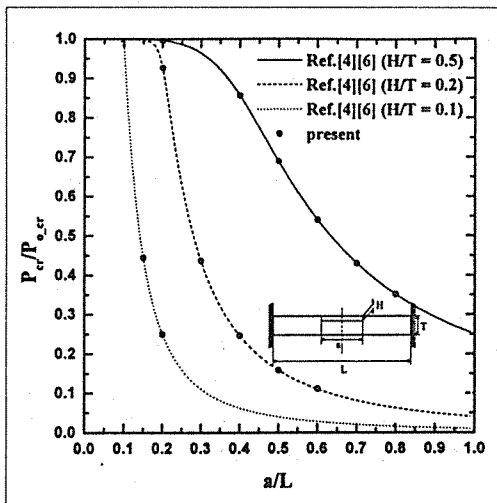


Fig. 4. The comparison of present results with reference ones

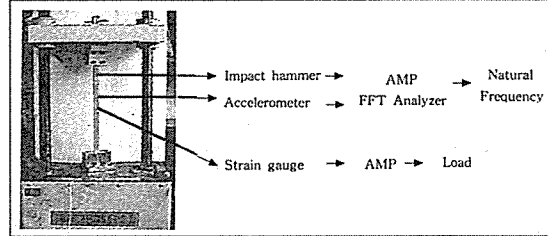


Fig. 3. Experimental setup for vibration test of beams subjected to axial compression

Table 1. Specifications of apparatus for vibration test

Item	Specification
FFT Analyzer	DP420 Data Acquisition SD380 Signal Analyzer
Impact hammer	PCB 086C03
Accelerometer	DYTRAN MODEL 3105A
Modal analysis software	The Star System SMS(Structural Measurement System)

보의 표면 가까이 위치할수록 좌굴하중이 급격히 감소함을 알 수 있다. 또한 결과에서 보듯이 두께방향 일정 위치에서의 결함에 대하여 결함 크기가 좌굴하중변화에 영향을 미치지 않는 임계 층간분리길이 존재함을 볼 수 있다. 또한 본 해석의 신뢰성을 검증하기 위해 실험결과와 본 연구의 해석결과를 비교하였으며, 그 결과를 Fig. 5~6에 제시하였다.

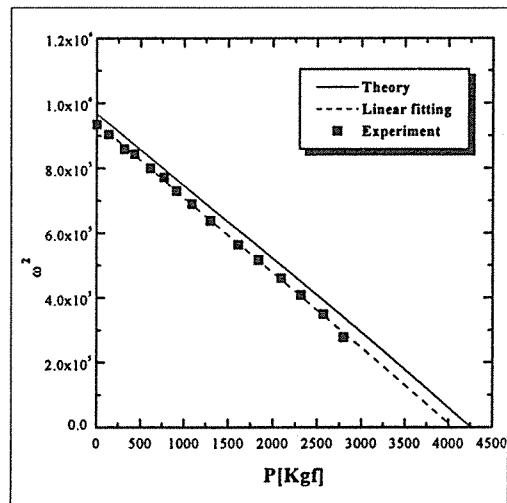


Fig. 5. Comparison of theoretical results with experimental ones for isotropic solid beam for clamped-clamped b.c.

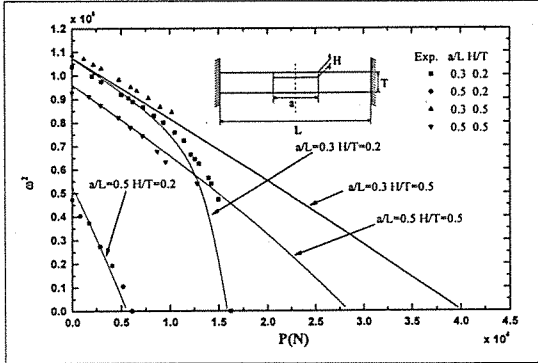


Fig. 6. Comparisons of theoretical results with experimental ones for delaminated beams with respect to various delamination sizes and locations (clamped-clamped b.c., thickness of delamination gap=0.322 mm)

Fig. 5의 경우는 결함이 없는 양단 고정된 보가 축방향 하중을 받을 때의 하중변화에 대한 고유진동수의 변화를 보여주고 있으며, 고유진동수가 0이 될 때의 하중치는 탄성좌굴하중을 의미하게 된다. 결과에서 보듯이 결함이 존재하지 않는 경우는 하중 대 고유진동수의 제곱 값이 선형적임을 알 수 있다.

즉, 이러한 결과는 결함이 없는 보의 좌굴하중을 실험적으로 구할 때 부재를 파손시키지 않고도 구조물의 좌굴하중을 예측할 수 있음을 간접적으로 알려준다.

한편 층간분리의 크기 및 위치변화에 따른 실험 결과와 본 수치 해석 결과의 비교를 Fig. 6에서 보여주고 있으며, 결과에서 보듯이 서로 잘 일치함을 볼 수 있다. 전체적으로 볼 때 층간분리의 크기가 증가하고 보의 표면으로 근접할수록 Fig. 5의 결과와는 달리 하중 대 고유진동수의 제곱 값이 비선형적으로 변함을 볼 수 있다. 이러한 결과는 층간분리가 구조물의 동적 특성에 미치는 영향으로써 층간분리가 있는 영역에서의 상부보의 두께에 따라 급격히 변함을 식 (21)과 식 (22)에서 간접적으로 알 수 있다.

또한 Fig. 6의 결과에 대한 실험 후 시편 형상을 Fig. 7에서 보여주고 있으며, 그림에서 보듯이 층간분리의 크기 및 위치에 따라 좌굴형상이 국부(local), 혼합(mixed) 그리고 전체(global)좌굴의 형태로 변함을 알 수 있다. 특히 Fig. 7(d)의 경우는 층간분리가 상대적으로 크고 보의 표면에 위치하였기에 국부좌굴이 먼저 발생하였으나, 실제적으로 이러한 결과를 구조물의 하중지탱능력으로 평가하는데는 무리가 있다고 사료된다. 왜냐하면 이 경우의 층간분리에 대해서는 국부좌굴

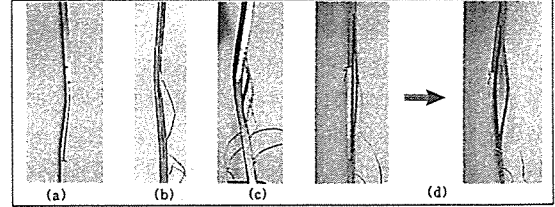


Fig. 7. Photograph of buckled isotropic delaminated beams with respect to various delamination sizes and locations for clamped-clamped b.c.

(a) $a/L=0.3$ $H/T=0.5$ (b) $a/L=0.5$ $H/T=0.5$ (c) $a/L=0.3$ $H/T=0.2$ (d) $a/L=0.5$ $H/T=0.2$

이후에도 보의 나머지 부분들이 아직도 하중을 지탱할 수 있게 되므로, 그 값은 국부좌굴하중의 값보다 높게 된다. 이때의 실험결과 Fig. 7(d)에서 보여주고 있다. 그러므로 층간분리가 있는 구조물의 하중지탱능력을 평가하기 위해서는 좀 더 많은 연구가 필요하다고 사료된다.

이러한 본 해석의 신뢰성을 바탕으로 하여 적층보의 층간분리부의 크기 및 위치변화가 고유진동수 및 좌굴하중에 미치는 영향을 조직적으로 연구하였으며, 해석에 사용된 적층보의 기하학적 형상 및 물성치는 Table 2에 제시하였다. 우선, 압축하중을 받는 층간분리부가 있는 보에서 층간분리부의 크기 및 적층순서가 고유진동수에 미치는 영향을 Fig. 8에서 보여주고 있다. 그림에서 하중과 진동수는 각각 오일러 좌굴하중과 압축하중이 가해지지 않았을 때의 고유진동수로 무차원화한 값을 의미하고 적층순서에서 //는 층간분리부가 존재하는 층을 의미한다. 경계조건은 양단 고정지지 조건으로 하였으며, 그림에서 P/P_{cr} 축의 값이 0일 때의 ω^2/ω_0^2 축의 값과 1과의 차이는 축방향 하중이 가해지지 않았을 때의 층간분리가 고유진동수에 미치는 영향정도를 의미하고, ω^2/ω_0^2 축의 값이 0일 때 P/P_{cr} 축의 값과 1과의 차이는 층간분리가 좌굴하중에 미치는 영향을 의미한다. 이때 층간분리의 위치는 $H/T=0.25$ 이고 층간분리부는 보 길이의 중앙으로부터 증가한다. 하중과 고유진동수의 제곱과의 관계는 무결함 일 때의 직선 형태가 아닌 곡선 형태를 보임을 관찰할 수 있으며, 하중이 증가할수록 고유진동수의 감소 기울기가 다소 급격해짐을 볼 수 있다. 그림에서 보듯이 층간분리의 크기가 증가할수록 좌굴하중과 고유진동수는 감소됨을 알 수 있다. 또한 적층순서 및 재질변화에 따른 좌굴하중의 변화 곡선을 Fig. 9(a)에서 보여주고 있다. 그림에서 보듯이 등방성 재질인 경우는 $a/L=0.2$ 이후부터 좌

굴하중값이 급격히 변함을 볼 수 있으나 적층 복합보의 경우는 적층순서에 따라 이러한 민감도가 변함을 볼 수 있다. 또한 적층보내부의 층간분리는 층간분리부 영역에서 국부적 비대칭 적층현상을 유발하므로 이에 따른 연계강성(B_{ij}) 및 포와송 효과[11]를 무시할 수 없게 된다. 따라서 이러한 영향력을 고려한 결과를 Fig. 9(b)에서 보여주고 있으며, 결과에서 보듯이 본

적층순서에 대해서는 포와송 효과가 연계강성의 효과보다 큼을 알 수 있다. 그러나 결함의 크기가 30% 이상 되면 이러한 영향성은 거의 없게 되는데 이러한 이유는 좌굴하중값의 계산에서 구조물의 강성계산 방법이 미치는 영향보다는 결함 자체의 영향력이 증대되기 때문이다.

한편, 일정크기의 층간분리의 보의 길이방향 위치변

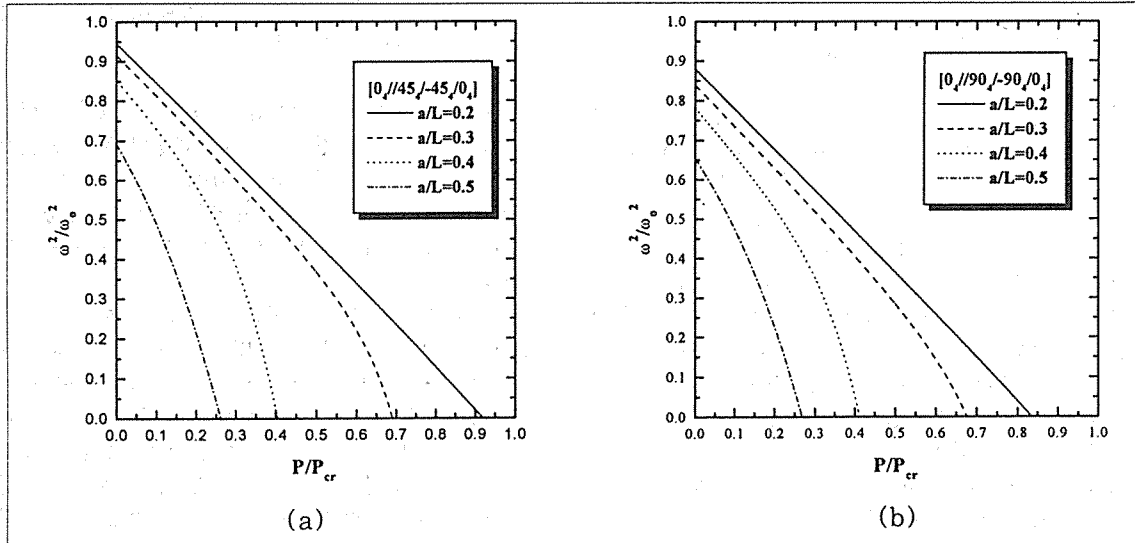


Fig. 8. The relation between axial compression load and square of radian frequency with the variation of delamination sizes of beams for clamped-clamped b.c.

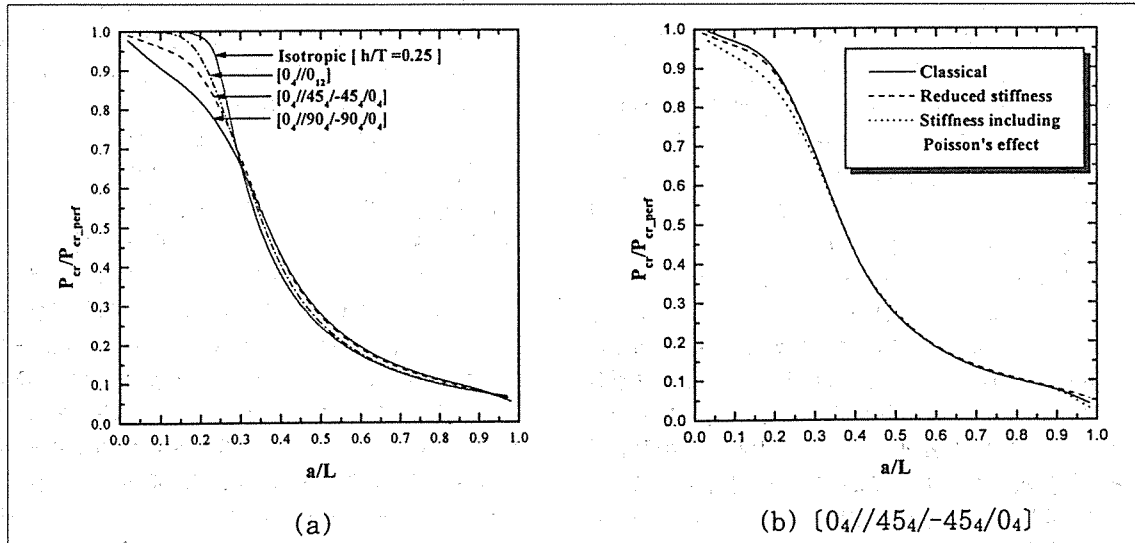


Fig. 9. Buckling load vs. delamination length of various stacking sequence and stiffness calculation method types

Table 2. Global geometry of solid laminated beam and physical/mechanical properties of glass/epoxy

Solid laminte beam length	$L_0(=L)$	0.100	m
Solid laminte beam thickness	T	0.002	m
Ply longitudinal modulus	E_x	40.7	GPa
Ply transverse modulus	E_y	9.75	GPa
In-plane shear modulus	G_{xy}	4.65	GPa
Poisson's ratio	ν	0.30	
Density	ρ	1990	kg/m ³

화에 따른 고유진동수 및 하중변화곡선을 Fig. 10에 제시하였으며, 이때 사용된 강성 값은 포아송 효과가 고려되지 않은 강성 값이다. 역시 경계조건은 양단 고정지지 조건이며 결함의 크기는 보의 길이의 20%이다. 그림에서 c 는 보의 좌측으로부터 층간분리부의 중심까지의 거리를 보의 길이로 무차원화한 값을 의미한다. 그림에서 보듯이 일정 층간분리부가 보의 중앙부에 위치할 때 고유진동수 및 좌굴하중값의 변화가 가장 적음을 볼 수 있으며, 적층순서가 $[0_4/0_{12}]$ 인 경우는 층간분리의 위치변화에 따라 좌굴하중값의 변화가 거의 없음을 볼 수 있는데 이러한 이유는 Fig. 9(a)에서 보듯이 $a/L=0.2$ 인 경우 다른 적층순서에 비해 $[0_4/0_{12}]$ 인 경우가 결함에 덜 민감하기 때문이다. 또한 층간분리부가 보의 중앙부를 기준으로 양단에 동일한 위치에 있는 경우는 고유진동수의 감소 경향성이 동일한데 이는 경계조건이 대칭적이기 때문이다.

5. 결 론

본 연구에서는 층간분리부가 존재하는 적층보의 진동 해석을 통하여 좌굴하중을 구하는 이론적인 방법을 제시하였으며 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 축방향 압축하중을 받는 층간분리가 존재하는 적층보에 대해 진동방정식으로부터 좌굴하중을 구하는 해석적인 방법을 제시하였다.

2) 기존의 정적해석으로 구한 결과와 비교하여 잘 일치함을 확인하였으며, 결함의 위치에 관계없이 좌굴하중을 구할 수 있었다.

3) 진동방정식으로부터 층간분리부의 크기가 증가할 수록 좌굴하중이 급격히 감소함을 알 수 있었으며, 적층순서에 따라 좌굴하중 변화의 민감도가 변함을 알 수 있었다.

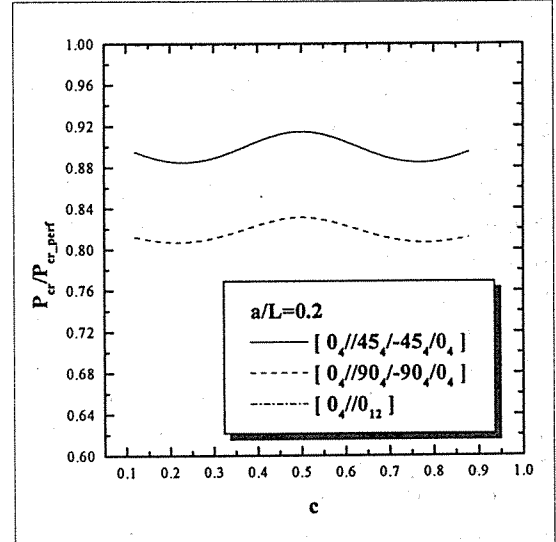


Fig. 10. The relation between axial compression load and square of radian frequency with various delamination location of beams for clamped-clamped b.c.
($\bar{A}_{11}=A_{11}-B_{11}^2/D_{11}$, $\bar{D}_{11}=D_{11}-B_{11}^2/A_{11}$)

후 기

이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 학술연구 조성비에 의하여 지원되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Knauss, W. G., Babcock, C. D., and Chai, H., "One Dimensional Modeling of Failure in Laminated Plates by Delamination Buckling," International Journal of Solid Structures, Vol.17, No.11, 1981, pp.1069-1083.
2. Wang, S. S., Zahlan, N. M., and Suemasu, H., "Compressive Stability of Delaminated Random Short-Fiber Composites, Part I : Modeling and Methods of Analysis", Journal of Composite Materials, Vol.19, 1985, pp.296-315.
3. Wang, S. S., Zahlan, N. M., and Suemasu, H., "Compressive Stability of Delaminated Random Short-Fiber Composites, Part II : Experimental and Analytical Result", Journal of Composite

Materials, Vol.19, 1985, pp.317-333.

4. Simitses, G. J., Sallam, S. N., and Yin, W. L., "Effect of Delamination of Axially Loaded Homogeneous Laminated Plates", AIAA Journal, Vol.23, No.9, 1985, pp.1437-1444.

5. Simitses, G. J., Sallam, S. N., and Yin, W. L., "Ultimate Axial Load Capacity of a Delaminated Beam-Plate", AIAA Journal, Vol.24, No.1, 1986, pp.123-129.

6. Kardomateas, G. A., and Schmueser, D. W., "Buckling and Postbuckling of Delaminated Composites under Compressive Loads Including Transverse Shear Effects", AIAA Journal, Vol.26, No.3, 1988, pp.337-343.

7. Chen, H. P., "Shear Deformation Theory for Compressive Delamination Buckling and

Growth", AIAA Journal, Vol.29, No.5, 1991, pp.813-819.

8. Han, B. K., Lee S. H., and Lee J. W., "Vibration Characteristics of Laminated Composite Beams with Delaminated Zone", Proceedings of International Conference on Composite Engineering, America, New Orleans, 1994, pp. 829-830.

9. 한병기, 이성희, "층상균열이 있는 보의 진동특성 해석", 대한기계학회 논문집, 제 20 권 1호, 1996, pp. 68-78.

10. Meirovitch, L. "Analytical Methods in Vibrations", 1967, MACMILLAN.

11. 한병기, 이성희, 이재원, "포아송 효과를 고려한 층간분리가 있는 적층보의 진동해석", 한국복합재료학회 논문집, 제 11 권 제 3 호, 1998, pp.74-84.