

論文

포아송 효과를 고려한 층간분리가 있는 적층보의 진동해석

한병기* · 이성희** · 이재원***

Vibration Analysis of Delaminated Composite Beams Considering Poisson's Effects

B. K. Han*, S. H. Lee** and J. W. Lee***

ABSTRACT

An analytical and experimental investigation was performed to study dynamic characteristics of laminated composite beams with through-the-width delaminations. The equations of motion which is based on the classical laminated beam theory including Poisson's effect were developed for calculating the natural frequencies of through-the-width-delaminated beams. General solutions for the beams consisting a delaminated and perfect regions are first established. The effect of coupling between longitudinal and transverse vibration is considered. Recurrence relations for adjacent interior regions are obtained by satisfying geometric continuity conditions. The frequencies of delaminated composite beams are then calculated using continuity conditions at junctions between end regions and interior regions immediately next to the end regions. Data acquisition and modal test of through-the-width-delaminated composite beams for clamped-free boundary condition are carried out. Experimental results were compared with those of analytical predictions by the present model. The results of the present model are correlated well with those of experiments. The influences of layups, the size and location of delamination, and boundary conditions of laminated beams on the natural frequencies are demonstrated for the illustrative purpose. Effects of delamination on the dynamic characteristics of laminated composite beams are expected to be used to detect the size and the location of damages in structures.

초 록

층간분리가 있는 적층보의 진동해석 및 실험을 수행하였다. 고유진동수를 계산하기 위해 고전 적층판 이론으로부터 포아송 효과가 고려된 적층보의 운동방정식을 유도하였다. 층간분리에 따른 각각의 보에 대한 일반해를 구하였으며, 횡방향과 종방향 변위간의 연송효과가 고려되었다. 기하학적 연속조건으로부터 층간 분리보들 사이의 종방향 변위간의 계수관계식, 횡방향 변위간의 계수관계식 및 종방향과 횡방향 변위사이의 계수관계식이 유도되었으며, 진동수 방정식은 영역간의 기하학적 및 역학적 연속조건식을 적용함으로써 구하였다. 층간분리가 있는 외팔보의 진동실험을 수행하였으며, 이론해석결과와 비교하여 제시하였다. 그 결과는 서로 잘 일치하였으며, 이러한 결과로부터 보의 적층순서, 층간분리부의 크기, 위치 및 경계조건 등이 고

*홍익대학교

**홍익대학교 대학원

***삼성중앙연구소

유진동수에 미치는 영향을 조직적으로 연구하였다. 이러한 결과는 구조물의 결함을 찾는 비파괴 검사법으로 활용가능하다.

1. 서 론

복합재료는 중량에 대한 고강도(high strength), 고강성(high stiffness) 및 경량성(light weight)을 갖는 기계적 성질과 내구성(durability), 설계의 용이성(design flexibility)때문에 항공 및 자동차 등의 첨단 분야와 일반산업분야에서 사용이 급격히 증가하고 있다. 특히 적층복합재료와 같은 고등 복합재료는 내충격성, 내피로특성, 내부식성, 치수안정성 등의 우수한 기계적 성질을 가지고 있다. 그러나 적층 복합재료의 파괴 양상중의 하나인 층간분리(delamination)가 발생하게 되면 강성, 강도, 좌굴하중 및 피로수명 등의 구조적 성능이 현저히 저하되게 된다.

이러한 층간분리가 있는 구조물의 진동에 대한 해석적인 연구를 살펴보면, Wang[1]등은 오일러-베르누이 보이론을 사용하여 등방성 보의 단일 층상균열이 고유진동수에 미치는 영향을 알기 위한 해석적 방법 및 단일 층상균열의 크기 및 위치변화에 따른 고유진동수의 변화를 고찰하였다. Han[2, 3]등은 등방성 및 적층보 내부에 한 개의 층간분리가 고유진동수에 미치는 영향을 해석적인 방법으로 제시하였으며, 해석결과가 구조물내부의 비파괴검사 방법으로 활용될 수 있음을 제시하였다. Shen[4]등은 변분론을 사용하여 층간분리가 있는 적층보의 자유진동에 관하여 연구하였으며, 내부 층간분리가 고유진동수와 모드형상에 미치는 영향을 해석적 및 실험적으로 평가하였다. 이 해석에서 횡방향과 종방향 진동의 연성효과가 적층보의 고유진동수와 모드형상에 상당한 영향을 준다는 사실을 제시하였다. Wang[5]등은 기존에 발표한 논문에서 이어서 등가굽힘강성의 개념으로 다층 층간분리된 보와 판의 자유진동 해석을 수행하였으나, 모든 층간분리면들이 서로 접촉되어 있다고 가정함으로써 해석이 구속모드에 한정되었다.

한편, Hanagud[6]등은 층간분리가 고유진동수에 미치는 영향을 유한요소모델을 사용하여 연구하였으며, 다층층간분리가 있는 적층보의 동적특성을 연구하는데 있어서는 기존의 해석적 모델보다 간단하고 용도가 넓은 해석방법이라고 언급하였다. Gummadi[7]등은 다층 층간분리가 적층복합재의 동적 특성에 미치는 영향

을 연구하기 위해 고차이론으로 유한요소해석을 수행하였으며, 다층 층간분리를 갖는 보 구조물의 모드형상과 고유진동수를 층간분리가 없는 결과와 비교하여 제시하였다. Luo[8]등은 티프론 테이프를 사용하여 층간분리가 있는 glass/epoxy적층판을 제작하였으며, 제작된 시편으로 모드해석시험을 수행하여 층간분리모드가 있음을 실험적으로 규명하였다.

본 연구에서는 내부에 층간분리가 있는 복합재 적층보의 진동특성을 제시하고자 한다. 이때 적층방법에 따라 포아송 효과가 강성에 미치는 영향을 함께 고려하였으며, 본 연구에서 제시한 이론의 타당성을 검증하기 위하여 외팔보 진동실험을 실시하였다. 시험편의 길이가 두께에 비하여 상당히 큰 경우이므로 오일러 보이론을 사용하여 이론식을 전개하였다. 층간분리의 크기/위치와 고유진동수변화의 상관성을 수치적으로 제시하였으며, 이 때 적층순서와 경계조건에의 영향도 함께 고려하여 제시하였다. 그리고 얻어진 결과로부터 진동특성의 변화와 층간분리의 위치/크기의 상관성을 규명함으로써 구조물의 건전성을 비파괴적인 방법으로 평가할 수 있는 기초를 구축하고자 한다.

2. 진동해석

층간분리부의 길이가 증가하면 진동모드 중 층간분리부에서 상부보와 하부보가 벌어지는 개구모드(opening mode)도 발생할 수 있지만, 진동시 보는 항상 접촉되어 있다고 가정하여 이론식을 전개하였다. 적층보는 Fig. 1에서 보듯이 다수의 영역요소, 즉 양단과 내

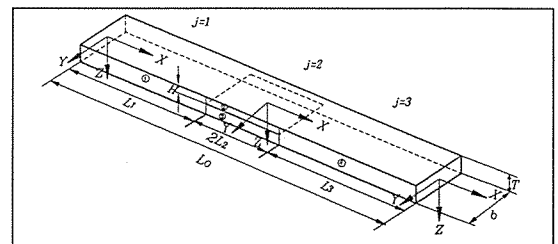


Fig.1. Geometry and sign convention of through-the-width delaminated beam.

부($j=1,3$), 그리고 층간분리부가 존재하는 부분과 존재하지 않는 부분의 영역($j=2$)으로 구별된다. 좌표축은 양단 영역들에서는 끝단에 원점이 존재하며, 내부영역들에 대한 원점은 중앙에 위치한다.

적층판의 평형방정식에 고전적 보의 가정을 적용하고 보의 두께대 길이의 비가 작은 경우에는 회전관성과 전단변형 효과를 무시할 수 있으며, 이 때의 운동방정식은 다음과 같다[9].

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{.....(1a)}$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + q = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad \text{.....(1b)}$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = Q_x \quad \text{.....(1c)}$$

여기서 u 와 w 는 각각 x 와 z 방향의 변위, N_x , M_x , Q_x 는 각각 길이방향의 면내 합력(resultant force), 합모멘트(resultant moment) 및 전단력 성분, q 는 분포하중, h 는 적층보의 두께 그리고 ρ 는 밀도를 의미한다. 합력 및 합모멘트와 중립면에 대한 변형률(ϵ_x^0 , ϵ_y^0 , ϵ_{xy}^0) 및 곡률(χ_x , χ_y , χ_{xy})의 관계는 다음과 같다[10].

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \epsilon_{xy}^0 \\ \chi_x^0 \\ \chi_y^0 \\ \chi_{xy}^0 \end{pmatrix} \quad \text{..... (2)}$$

여기서, A_{ij} , B_{ij} , 및 D_{ij} 는 각각 신장강성(extensional stiffnesses), 연성강성(coupling stiffnesses) 및 굽힘강성(bending stiffnesses)을 의미한다. 식 (2)에서 강성계수들은 다음과 같이 정의된다.

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, z, z^2) dz, \quad i, j=1, 2, 6 \quad \text{.....(3)}$$

여기서 Q_{ij} 는 재료상수이다. 식 (2)를 행렬형태로 표시하면 다음과 같다.

$$N = A \epsilon^0 + B \chi \quad \text{.....(4a)}$$

$$N = B \epsilon^0 + D \chi \quad \text{.....(4b)}$$

여기서, ϵ^0 는 중립면의 변형률성분(ϵ_x^0 , ϵ_y^0 , ϵ_{xy}^0)을, χ 는 중립면의 곡률변화율성분(χ_x , χ_y , χ_{xy})을 나타낸다. 식 (4)는 ϵ^0 와 χ 가 연성된 식이므로 식 (4b)의 양변에 D^{-1} 을 곱한 후 얻어지는 χ 를 식 (4a)에 대입한 후 정리하면 다음과 같은 비연성된 식을 얻을 수 있다.

$$N = [A - BD^{-1}B] \epsilon^0 + BD^{-1}M \quad \text{.....(5)}$$

식 (5)에서 N , M 은 외력성분이므로 임의의 적층순서를 갖는 적층판에 축방향 하중만이 작용하는 경우 축방향 합력과 중립면의 변형률사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$N = [A - BD^{-1}B] \epsilon^0 \quad \text{.....(6)}$$

일반적으로 일차원적인 적층보의 해석에서는 식 (6)의 (N_y , N_{xy})항은 무시할 수 있으나, 변형률 성분(ϵ_y^0 , ϵ_{xy}^0)은 무시할 수 없으므로 이를 고려한 적층보의 축방향 하중과 변형률의 관계는 다음과 같다.

$$N_x = \bar{A}_{11} \epsilon_x^0 \quad \text{.....(7)}$$

$$\bar{A}_{11} = a_{11} - \frac{a_{12}^2}{a_{22}} + \frac{(a_{12}a_{26} - a_{16}a_{22})^2}{a_{22}(a_{26}^2 - a_{22}a_{66})}$$

여기서 $a_{ij} = A_{ij} - B_{ij}D_{ij}^{-1}B_{ij}$, $i, j=1, 2, 6$ 이다. 마찬가지로 임의의 적층순서를 갖는 축방향 하중이 무시된 적층판의 모멘트와 곡률 간의 관계식은 식 (4a)의 양변에 A^{-1} 을 곱한 후 얻어지는 ϵ^0 를 식 (4b)에 대입한 후 정리함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$M = [(D - BA^{-1}B)] \chi \quad \text{.....(8)}$$

마찬가지로 식 (8)에서 (M_y , M_{xy})항을 무시하고, 곡률(χ_x , χ_{xy})을 고려한 적층보의 모멘트와 곡률 관계는 다음과 같다.

$$M_x = \bar{D}_{11} \chi_x \quad \text{.....(9)}$$

$$\bar{D}_{11} = D_{11} - \frac{\Delta_{12}^2}{\Delta_{22}} + \frac{(\Delta_{12}\Delta_{26} - \Delta_{16}\Delta_{22})^2}{\Delta_{22}(\Delta_{26}^2 - \Delta_{22}\Delta_{66})}$$

여기서 $\Delta_{ij}=D_{ij}-B_{ij}a_{ij}B_{ij}$, $i, j=1, 2, 6$ 이다.

한편, 층간분리부가 있는 영역에서는 각각의 상부적층보와 하부적층보에 대한 종방향 진동이 고려되어야 한다.[1] 적층보의 종진동 운동방정식은 보의 중립축에 대한 종방향변위와 변형률의 관계를 이용함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u^0}{\partial x} \dots\dots\dots (10)$$

식 (7)과 (10)을 식 (1a)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 적층보의 종방향 운동방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 u_0}{dx^2} = c^2 \frac{d^2 u_0}{dt^2} \dots\dots\dots (11)$$

여기서 $c^2=\rho h / \bar{A}_{11}$ 이다. 식 (11)을 변수 분리한 후 적층보의 길이로 지배방정식의 종방향 변위와 x 좌표를 무차원화하여 표시하면 다음과 같다.

$$U(\xi)_{;\xi\xi}+C_i^4 U_i(\xi)=0, \quad (i=2, 3) \dots\dots\dots (12)$$

여기서 하첨자 i 는 적층보의 번호, ξ 는 적층보의 길이로 무차원화 된 x 방향 좌표, (\quad) , ξ 는 ξ 에 대한 미분, 보의 영역 길이로 무차원화된 종방향 변위 U_i 는 $(u_0/L)_i$, 진동수 파라미터 C_i^4 는 $[(\rho h / \bar{A}_{11})L^2\omega^2]_i$ 를 각각 의미한다. 식 (12)의 일반해는 다음과 같이 표현된다.

$$U(\xi)_i=H_{1i}G_{1i}(\xi)+H_{2i}G_{2i}(\xi), \quad (i=2, 3) \dots\dots\dots (13)$$

여기서 H_{1i} , H_{2i} 는 경계조건과 연속조건들로부터 결정되는 미지수를 의미하며, $G_{1i}(\xi)$, $G_{2i}(\xi)$ 는 각각 $\sin C_i^2\xi$, $\cos C_i^2\xi$ 이다. 만약 층간분리가 보의 경계에 존재하면, 이 영역에서는 경계조건에 따라 다음과 같은 형태의 해를 갖는다.

$$U=HG(\xi) \dots\dots\dots (14)$$

또한 적층보의 횡진동에 대한 운동방정식을 구하기 위해서는 다음과 같은 곡률과 횡방향 변위와의 관계식을 사용한다.

$$\chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \dots\dots\dots (15)$$

식 (1c)를 x 에 대해 미분한 후 식 (1b)대입하고 이 식에서 축방향 합력 및 분포력에 관계하는 항을 무시한 후 식 (15) 및 식 (9)를 대입하고 정리하면 적층보의 횡진동에 대한 운동방정식을 다음과 같이 얻는다.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -(\rho h / \bar{D}_{11}) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \dots\dots\dots (16)$$

식 (16)을 변수 분리한 후 얻어지는 공간변수에 대한 지배방정식에서 횡방향 변위와 x 좌표를 적층보의 길이로 무차원화 하면 다음과 같다.

$$W_i(\xi)_{;\xi\xi\xi\xi}-K_i^4 W_i(\xi)=0 \dots\dots\dots (17)$$

여기서 $W_i = w_i / L$ 이고, 진동수 파라미터는 $K_i^4 = [(\rho h / \bar{D}_{11})L^4\omega^2]_i$ 이다. 식 (17)의 일반해는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$W_i = \sum_{k=1}^4 \Gamma_{ki} F_{ki}(\xi) \dots\dots\dots (18)$$

여기서 Γ_{ki} , ($k=1\sim 4$)는 임의 상수이며, $F_{ki}(\xi)$, ($k=1\sim 4$)는 다음과 같다.

$$F_{1i}(\xi)=\sin K_i \xi, F_{2i}(\xi)=\cos K_i \xi, \\ F_{3i}(\xi)=\sinh K_i \xi, F_{4i}(\xi)=\cosh K_i \xi$$

한편, $i=1, 4$ 의 보는 경계조건을 포함하게 되므로, 이러한 보에서 식 (18)은 경계조건에 따라 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$W_i=B_{1i}(F_{1i}-F_{3i})+B_{2i}(F_{2i}-F_{4i}) : \text{고정} \dots\dots\dots (19)$$

$$W_i=B_{1i}(F_{1i}+F_{3i})+B_{2i}(F_{2i}+F_{4i}) : \text{자유} \dots\dots\dots (20)$$

$$W_i=B_{1i}(F_{1i}+F_{3i})+B_{2i}(F_{1i}-F_{3i}) : \text{단순지지} \dots\dots\dots (21)$$

또한 층간분리가 계의 경계에 존재하는 경우에는 경계조건에 따라 다음과 같은 해의 형태를 갖는다.

$$W_i = \sum_{k=1}^2 S_{ki} F_{ki}(\xi) \dots\dots\dots (22)$$

한편, 층간분리가 적층보의 고유 진동수에 미치는 영향을 조사하기 위해서는 층간분리부에서의 각 적층보간의 횡방향 변위에 대한 기하학적 연속조건 및 종방향 진동과의 연성관계가 필요하다. 첫 번째로 층간분리부에서 상하부 적층보 사이의 횡방향 변위에 대한 기하학적 연속조건은 다음과 같다.

$$W_2 = W_3 \dots\dots\dots (23)$$

$$W_{2,\xi} = W_{3,\xi} \dots\dots\dots (24)$$

층간분리가 있는 내부영역의 양단경계($\xi = \pm 1$)에서 식 (23)과 식 (24)의 연속조건을 적용하면, 내부영역 보들 사이의 횡방향 변위에 대하여 다음과 같은 계수간의 관계식을 구할 수 있다.

$$\{F_k\}_{i=2} = [S_{kl}]_{23} \{F_l\}_{i=3}, \quad (k, l=1, 2, 3, 4) \dots\dots\dots (25)$$

여기서,

$$[S_{kl}] = \begin{bmatrix} F_1(-1) & F_2(-1) & F_3(-1) & F_4(-1) \\ F_1(+1) & F_2(+1) & F_3(+1) & F_4(+1) \\ F_{1,\xi}(-1) & F_{2,\xi}(-1) & F_{3,\xi}(-1) & F_{4,\xi}(-1) \\ F_{1,\xi}(+1) & F_{2,\xi}(+1) & F_{3,\xi}(+1) & F_{4,\xi}(+1) \end{bmatrix}_{i=2}$$

$$\begin{bmatrix} F_1(-1) & F_2(-1) & F_3(-1) & F_4(-1) \\ F_1(+1) & F_2(+1) & F_3(+1) & F_4(+1) \\ F_{1,\xi}(-1) & F_{2,\xi}(-1) & F_{3,\xi}(-1) & F_{4,\xi}(-1) \\ F_{1,\xi}(+1) & F_{2,\xi}(+1) & F_{3,\xi}(+1) & F_{4,\xi}(+1) \end{bmatrix}_{i=3} \dots\dots\dots (26)$$

이다. 두 번째로 횡방향변위와 종방향변위의 계수간의 관계식을 얻기 위해서는 다음과 같은 기하학적 연속조건식이 적용된다.

$$(b\bar{A}_{11})_2 U_{2,\xi} + (b\bar{A}_{11})_3 U_{3,\xi} = 0 \dots\dots\dots (27)$$

$$U_2 = U_3 - \delta_{23} W_{3,\xi} \dots\dots\dots (28)$$

여기서 δ_{23} 는 요소의 중립축간의 거리를 층간분리가 있는 영역의 길이로 무차원화한 값이다. 식 (27)과 (28)의 연속조건을 층간분리가 있는 내부영역의 양단경계($\xi = \pm 1$)에 적용하면, 다음과 같은 종방향과 횡방

향 변위에 대한 계수간의 관계식을 구할 수 있다.

$$\{H_k\}_{i=2} = [R_{kl}]_{23} \{F_l\}_{i=3}, \quad (k, l=1, 2, 3, 4) \dots\dots\dots (29)$$

여기서

$$[R_{kl}]_{23} = -\delta_{23} [A]^{-1} \begin{bmatrix} F_{1,\xi}(-1) & F_{2,\xi}(-1) & F_{3,\xi}(-1) & F_{4,\xi}(-1) \\ F_{1,\xi}(+1) & F_{2,\xi}(+1) & F_{3,\xi}(+1) & F_{4,\xi}(+1) \end{bmatrix}$$

$$[A] = \left[[G_{mn}]_{i=2} + \frac{(\bar{A}_{11})_2}{(\bar{A}_{11})_3} [G_{mn}]_{i=3} [G_{mn,\xi}]_{i=3}^{-1} [G_{mn,\xi}]_{i=2} \right]$$

, $(m, n=1, 2)$

$$[G_{mn}]_i = \begin{bmatrix} G_1(-1) & G_2(-1) \\ G_1(+1) & G_2(+1) \end{bmatrix}_i, \quad (i=2, 3) \dots\dots\dots (30)$$

이다. 한편 층간분리가 있는 영역과 없는 영역의 경계에서는 다음과 같은 연속조건이 만족되어야 한다.

$$\begin{Bmatrix} W_j L_j \\ W_{j,\xi} \\ M_j \\ V_j \end{Bmatrix}_{\xi=1} = \begin{Bmatrix} W_{j+1} L_{j+1} \\ W_{j+1,\xi} \\ M_{j+1} \\ V_{j+1} \end{Bmatrix}_{\xi=-1}, \quad (j=1, 2, 3) \dots\dots\dots (31)$$

여기서 M_j 와 V_j 는 각각 굽힘모멘트와 전단력성분을 나타낸다. 층간분리가 존재하는 영역에서의 굽힘모멘트와 전단력 성분은 다음과 같다.

$$M = (b\bar{D}_{11}/L)_2 W_{2,\xi\xi\xi} + (b\bar{D}_{11}/L)_3 W_{3,\xi\xi\xi} + e_{23} b\bar{A}_{11} U_{2,\xi} \dots\dots\dots (32)$$

$$V = (b\bar{D}_{11}/L^2)_2 W_{2,\xi\xi\xi\xi} + (b\bar{D}_{11}/L^2)_3 W_{3,\xi\xi\xi\xi} \dots\dots\dots (33)$$

층간분리가 존재하지 않는 영역에서는 다음과 같다.

$$M = [(b\bar{D}_{11}/L)]_i W_{i,\xi\xi\xi}, \quad (i=1 \text{ or } 4) \dots\dots\dots (34)$$

$$V = [(b\bar{D}_{11}/L^2)]_i W_{i,\xi\xi\xi\xi}, \quad (i=1 \text{ or } 4) \dots\dots\dots (35)$$

층간분리가 있는 영역과 양단 경계영역과의 관계식을 구하기 위해 식 (32)와 (33)을 식 (31)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\{\Gamma_k\}_{i=3}=[Q^L_{kl}]\{B_l\}_{i=1}, \dots \dots \dots (36)$$

$$\{\Gamma_k\}_{i=3}=[Q^R_{kl}]\{B_l\}_{i=4} (k=1,2,3,4, l=1,2) \dots \dots \dots (37)$$

식 (36)과 식 (37)을 등가 시키면 다음과 같은 네 개의 선형연립방정식을 얻을 수 있다.

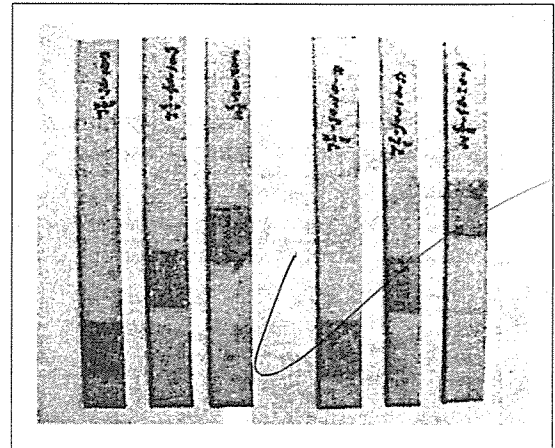
$$[[Q^L_{kl}][Q^R_{kl}]]\begin{Bmatrix} \{B_l\}_{i=1} \\ \{B_l\}_{i=4} \end{Bmatrix}=0 \quad (k=1,2,3,4, l=1,2) \dots \dots \dots (38)$$

진동수방정식은 식 (38)의 행렬식을 영으로 함으로써 구할 수 있다.

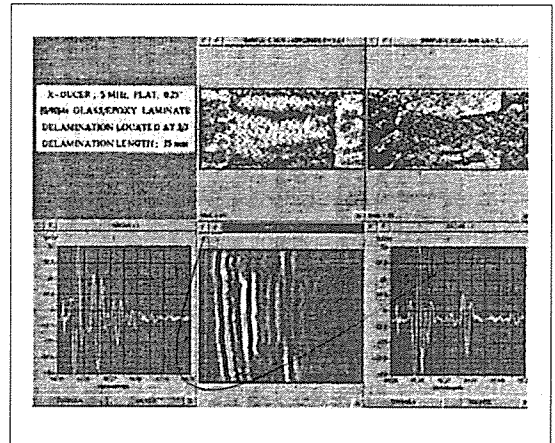
3. 시편 제작 및 실험방법

층상균열이 등방성보의 진동특성에 미치는 영향에 대한 해석 및 실험을 통하여 본 연구자는 진동특성에 의한 비파괴 건전성 시험방법의 신뢰성을 보였다[3]. 이러한 해석방법을 복합재 적층보에 적용하기 위하여 이론식을 유도하였으며, 실험으로 검증하였다. 층간분리부가 있는 적층보 시편 제작에 사용된 복합재료는 glass/epoxy이며, 그 물성치는 $\rho=1990 \text{ kg/m}^3$, $E_{11}=40.7 \text{ GPa}$, $E_{22}=9.75 \text{ GPa}$, $G_{12}=4.65 \text{ GPa}$, $\nu_{12}=0.30$ 이다. 시편 제작을 위해 삼성중앙연구소의 미니클레이브를 사용하였으며, 층간분리부가 있는 적층보 시편을 제작하기 위해 프리프레그 16장을 적층하여 먼저 적층판을 제작하였다. 이 때 인공적으로 층간분리를 형성하기 위해 목적에 맞는 위치에 테프론 테이프를 삽입하였으며, 제작된 적층판으로부터 절삭기를 사용하여 적층보 시편을 취득하였다. 층간분리가 있는 적층보의 진동해석에서 결함 및 포아송 효과가 고유진동수에 미치는 영향을 보기 위해 적층순서는 $[\pm 45]_{4S}$, $[0/90]_{4S}$ 의 두 종류로 하여 제작하였다. 층간분리부가 정확히 형성되었는지를 확인하기 위해 초음파 탐상기(c-scan 등)를 이용하여 확인하였으며, 그 결과를 Fig. 2 (b)에서 보여주고 있다.

한편 Fig. 2 (a)는 본 실험에서 사용한 시편을 보여주고 있으며, 기하학적 형상은 $L=0.220\text{m}$, $b=0.025\text{m}$, $T=0.002\text{m}$ 가 되도록 제작하였다. 그림에서 보듯이 본 연구에서 사용한 복합재료가 glass/epoxy 이므로 층간분리부의 형상을 육안으로 확인할 수 있었다. 그러나 탄소섬유와 같은 복합재료를 사용하는 경우



(a)



(b)

Fig. 2. Photo of manufactured delaminated composite specimens and result of c-scan for delaminated composite beam

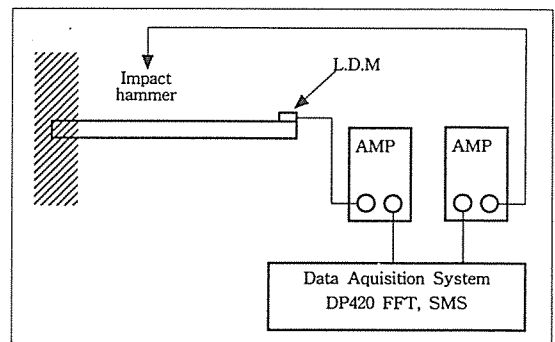


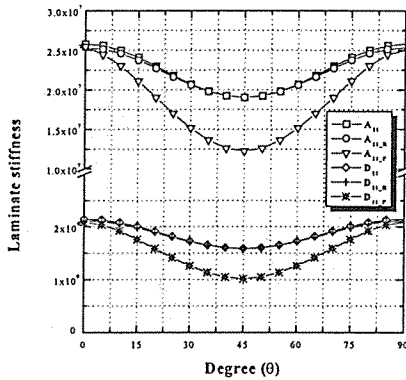
Fig. 3. Experimental setup for vibration test of delaminated composite beams

는 층간분리부의 형상을 육안으로 확인하는 것이 불가능하게 되므로 c-scan 등과 같은 비파괴검사 방법을 이용하여 확인하는 것이 필요하다.

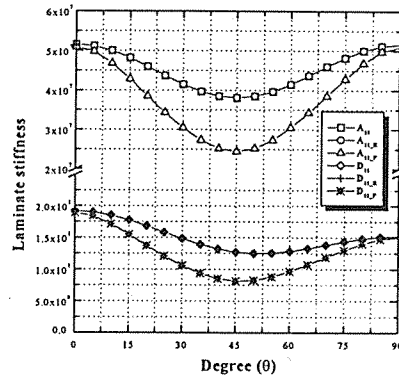
한편, 실험에 사용된 장비의 구성은 Fig. 3에서 보여주고 있으며, 제작된 복합재 시편이 상당히 경량이므로, 실험에는 레이저 변위 측정기(Laser Displacement Meter: L.D.M.)를 센서로 사용하여 질량추가 효과를 제거하였다. 임팩트해머로 가진 되어 발생한 신호와 변위센서로부터 나온 신호는 증폭기를 거쳐 신호 분석기(FFT)로 보내진 후 처리된다.

4. 결과 및 검토

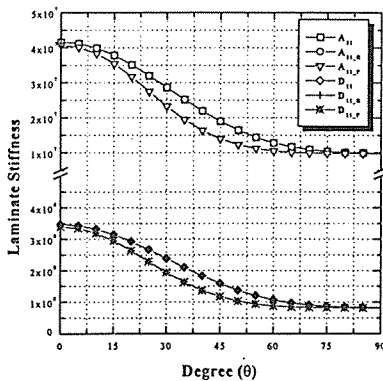
적층보의 종방향 및 횡방향 자유진동해석시 사용되는 신장강성값과 굽힘강성값은 고전 적층판 이론으로부터 얻어지는 A_{11} 과 D_{11} 의 값이 적용되어 왔다. 그러나 적층보의 경우 적층순서에 따라 포와송 효과를 무시할 수 없게 되며 이러한 결과를 Fig. 4에서 보여주고 있다. 그림에서 ()_R 및 ()_P는 각각 환원강성[11]과 본 연구에서 사용된 강성값을 의미하며, 환원강성의 경우는 식 (2)의 행렬성분중 11성분들만을 사용하여 계산된 강성값을 나타낸다. 그림에서 보듯이 각각의 적층순서에서 각도가 변함에 따라 강성값이 차이를 보이



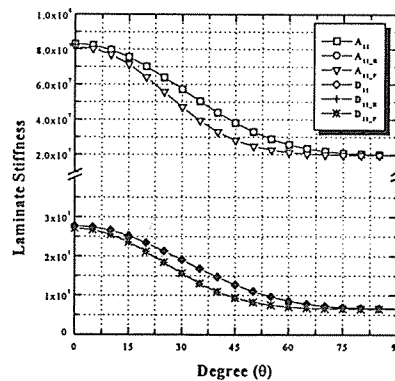
(a) $[[\theta/(90-\theta)]_4]_T$



(b) $[\theta/(90-\theta)]_{4S}$



(c) $[(\theta/-\theta)_4]_T$



(d) $[\theta/-\theta]_{4S}$

Fig. 4. Comparisons of extensional and bending stiffnesses of laminate with various stacking sequences

$$(A_{11-R} = (A_{11} D_{11} - B_{11}^2) / D_{11}, D_{11-R} = (A_{11} D_{11} - B_{11}^2) / A_{11})$$

고 있음을 볼 수 있으며, 고전 적층판 이론으로부터 얻어진 강성값과 포아송 효과를 고려한 본 연구에서 사용된 강성값은 45° 부근에서 상당한 차이를 보이고 있음을 볼 수 있다. 따라서 특정 적층순서에 있어서는 고전 적층판 이론으로부터 얻어진 강성값을 사용하여 적층보의 진동해석을 수행하면 실제 고유진동수 보다 높게 평가되게 된다.

한편, 적층보 내부에 층간분리가 있게 되면 구조물의 전체 강성에 영향을 주게 되어 층간분리의 크기 및 위치에 따라 고유진동수가 변하게 된다. 층간분리가 있는 적층 외팔보에 대한 본 연구의 수치결과 및 실험결과 비교를 각각 Fig. 5와 6에 제시하였다. 각각의 그림은 적층보의 적층순서가 $[\pm 45]_{4S}$ 및 $[0/90]_{4S}$ 인 경우이고, 그림에서 d 는 층간분리부들, c 는 적층외팔보의 고정단으로부터 층간분리부의 중심까지 길이를 적층 복합재 보의 전체 길이로 무차원화한 값을 의미한다. 또한 각각의 그림은 적층외팔보 내부에 중립면을 따라 일정길이($d=0.1545$)의 층간분리부의 위치가 이동함에 따른 고유진동수 변화를 보여주고 있으며, 각각 4차 모드까지의 고유진동수변화를 표시하였다. 적층순서가 $[\pm 45]_{4S}$ 인 경우에는 포아송 효과를 고려한 경우의 고유진동수 변화 값이 이를 고려하지 않은 경우의 고유진동수 변화 값과 큰 차이를 보임을 알 수 있으며, 실험치가 본 연구에 좀 더 근접함을 알 수 있다. 이러

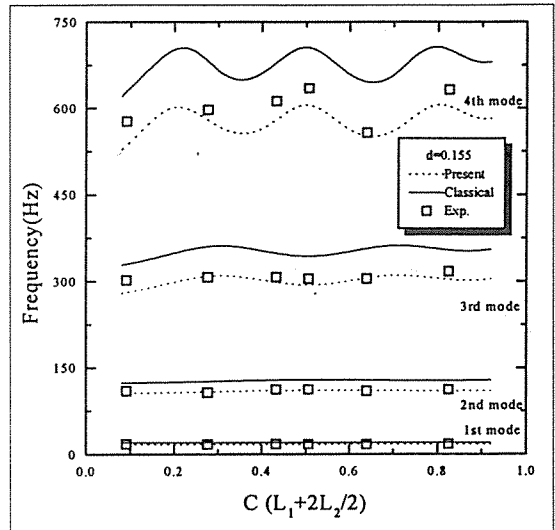


Fig. 5. Natural frequency comparisons of experimental and numerical results of delaminated cantilever beams with interior delamination along midplane($[\pm 45]_{4S}$)

한 결과는 Fig. 4(c), (d)의 결과로부터 간접적으로 예측할 수 있으며, $[\pm 45]_{4S}$ 인 적층보의 경우는 포아송 효과가 상당히 큼을 알 수 있다. 반면에 적층순서가 $[0/90]_{4S}$ 인 경우에는 Fig. 4 (c), (d)의 결과에서 보듯이 신장강성과 굽힘강성의 값에 큰 차이가 없음으로

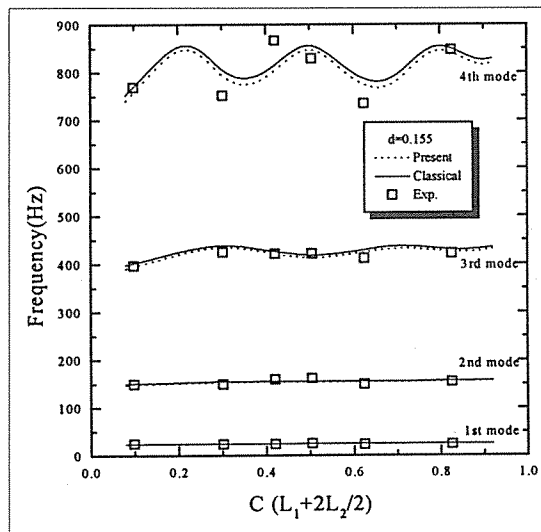


Fig. 6. Natural frequency comparisons of experimental and numerical results of delaminated cantilever beams with interior delamination along midplane($[0/90]_{4S}$)

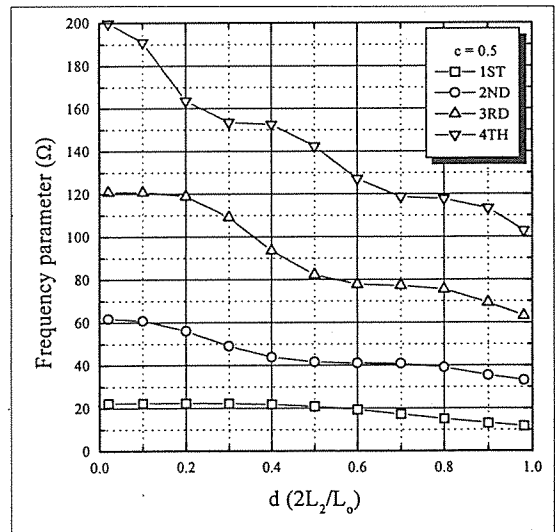
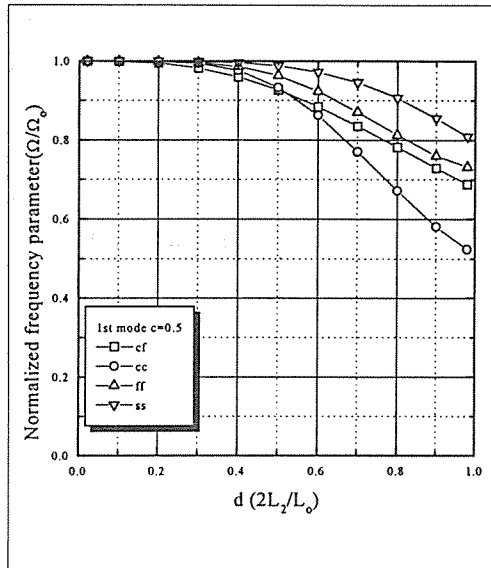


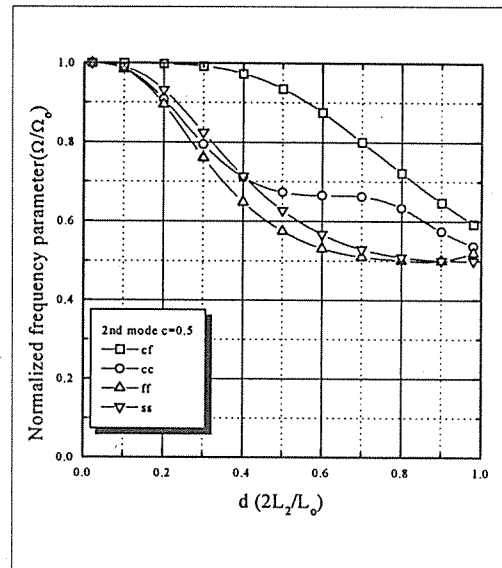
Fig. 7. Frequency parameters vs. normalized delamination length of clamped-clamped delaminated beam with the stacking sequence of $[\pm 45]_{4S}$

본 연구의 수치결과나 고전이론에 의한 해석 결과가 큰 차이가 없게되며, 이러한 결과는 Fig. 6에서 확인할 수 있다. 또한 각각의 적층순서에 대해 일정 층간분리부의 위치변화가 각 모드에 미치는 영향이 상이함을 볼 수 있는데, 이러한 영향력은 고차 모드로 갈수록

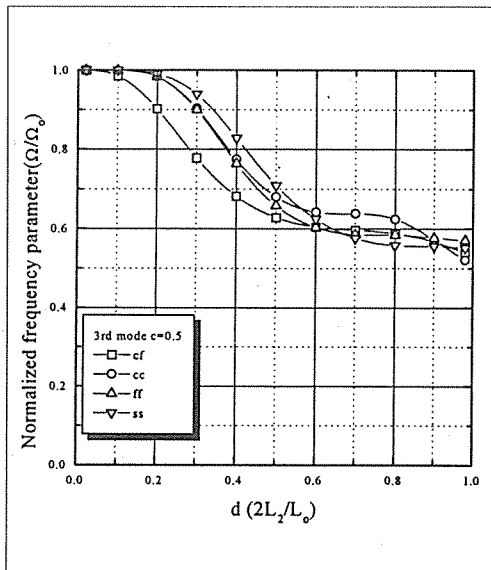
커짐을 볼 수 있으며, 층간분리부가 자유단 부근에 있는 경우는 진동수 변화에 큰 영향을 주지 못하나, 층간 분리부가 고정단 쪽에 있는 경우 진동 특성에 미치는 영향은 증대된다. 또한 각 모드에서 결함에 의한 진동수 변화곡선이 결함이 없는 경우의 진동모드와 유사하



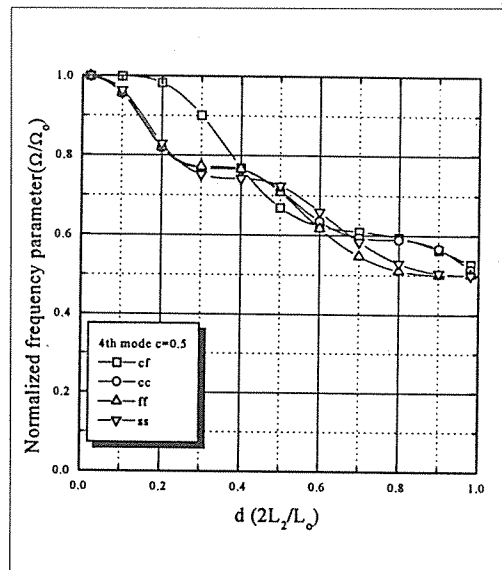
(a) 1st mode



(b) 2nd mode



(c) 3rd mode



(d) 4th mode

Fig. 8. Frequency parameters vs. normalized delamination length of composite beams with delaminated along the miplane($[\pm 45]_{4s}$)

게 변함을 볼 수 있는데, 이러한 경향성은 층간분리부가 진동모드의 절점 부근에 있게 되면 고유진동수 변화에 크게 영향을 미치지 않는다는 사실을 간접적으로 알려준다. 그림에서 실험치와 수치결과가 다소 차이가 있는데, 이는 시편 제작상의 문제로부터 기인한 것으로 사료된다. 그러나 그림에서 보듯이 결함의 위치변화에 대한 고유진동수 변화 정도가 어느 정도 잘 일치함을 볼 수 있다.

한편, 층간분리부가 있는 적층보의 진동특성에서 층간분리의 크기, 위치 및 경계조건 등이 고유진동수에 미치는 영향을 조사하기 위해 오일러 보에 가까운 해석모델을 설정하여 수치해석을 수행하였으며, 이때 사용된 모델의 기하학적형상은 $L=1.0\text{ m}$, $b=0.025\text{ m}$, $T=0.002\text{ m}$ 이다. 우선 층간분리부의 크기변화가 적층보의 고유진동수에 미치는 영향은 Fig. 7에서 보여주고 있으며, 그림에서 진동수 파라미터 Ω 는 $(\rho A/bD_{11})^{1/2} L^2 \omega$ 의 값이다. 이때의 적층보의 적층순서는 $[\pm 45]_{4s}$ 이며 경계조건은 양단고정이고, 층간분리는 보의 중앙으로부터 양단부로 진전된다. 각 모드에서 보듯이 층간분리부의 크기가 증가하게 되면 고유진동수는 감소되고 이러한 경향성은 각 모드에서 일정하지 않으므로 이러한 결과는 본 해석 방법이 비파괴 검사방법으로의 활용가능성을 보여준다. 또한 경계조건이 층간분리가 있는 적층보의 고유진동수에 미치는 영향은 Fig. 8에서 4차 모드까지 보여주고 있으며, 그림에서 진동수 파라미터값은 결함이 없는 경우의 적층보의 진동수 파라미터로 무차원화된 값을 나타낸다. 그림에서 보듯이 각 경계조건에 대하여 층간분리가 고유진동수에 미치는 영향이 상이함을 볼 수 있다. 특히 1차 모드의 경우는 양단고정 경계조건에서 결함에 대하여 가장 큰 고유진동수변화 곡선을 보이고 있는 것을 볼 수 있으며, 고차 모드로 갈수록 이러한 변화추이는 진동모드 형상에 관계됨을 볼 수 있다.

5. 결 론

Glass/epoxy 복합재료로 제작된 적층보 시편에 대하여 적층순서를 변화시켜 가면서 층간분리가 진동특성에 미치는 영향을 실험치와 수치결과에 대하여 비교 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 층간분리로 인한 결함은 진동특성에 영향을 끼치게 되고 이에 따라 고유진동수가 변화됨을 알 수 있다.

2. 포아송 효과는 적층방법에 매우 차이를 보이므로 층간분리가 있는 적층보의 진동해석에서 이러한 효과가 고려되어야 한다.

3. 층간분리부의 위치 이동에 따라 각각의 고유진동수에 미치는 영향이 다르다. 따라서 이러한 경향성을 자료화하여 주면, 재료의 건전성을 평가하는 비파괴 검사 방법으로 본 실험방법이 활용될 수 있음을 알 수 있다.

후 기

이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 학술연구 조성비에 의하여 지원되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Wang, J.T.S., Ltu, Y.Y. and Gibby, J.A., "Vibrations of Split Beams", Journal of Sound and Vibration, Vol.4, 1984, pp. 491-502.
2. Han, B.K., Lee S.H., Lee J.W., "Vibration Characteristics of Laminated Composite Beams with Delaminated Zone", International Conference on Composite Engineering, 1994, pp. 829-830.
3. 한병기, 이성희, "층상균열이 있는 보의 진동특성 해석(A Study of Vibration Characteristic Analysis of Beams with Laminar Tear)", 대한기계학회 논문집 제 20 권 1호, 1996, pp. 68-78.
4. Shen, M.-H.H. and Grady, J.E., "Free Vibrations of Delaminated Beams", AIAA, Vol. 30, No. 5, 1992, pp. 1361-1370.
5. Wang, J.T.S. and Lin, C.C., "Vibrations of Beam-Plates Having Multiple Delaminations", AIAA 36th SDM Conference, AIAA-95-1502-CP, 1995, pp. 3126-3133.
6. Nagash Babu, G.A. and Hanagud, S., "Delaminations in Smart Composite Structures : A parametric study on Vibrations", 31st SDM Conference, Long Beach, 1990, pp. 2417-2426.
7. Gumma, L.N.B. and Hanagud, S., "Vibration Characteristics of Beams with Multiple Delamina-

tions", AIAA 36th Conference, 1995, pp. 140-150.

8. Luo, H. and Hanagud, S., "Delamination Detection Using Dynamic Charactersistics of Composite plate", AIAA 36th SDM Conference, AIAA-95-1172-CP, 1995, pp. 129-139.

9. Reddy, J.N. and Miravete, A., "Practical Analysis of COMPOSITE LAMINATES", CRC press, 1995.

10. Stephen W. Tsai and Thomas Hahn, H., "Introduction to Composite Materials", Technomic Publishing Co. Inc., 1980.

11. Vinson, J.R. and Sierakowski, R.L., "The Behavior of Structures Composed of Composite Materials", MARTINUS NIJHOFF PUBLISHERS, Dordrecht, 1986, pp. 119-148.