

論文

미시 좌굴해석에 의한 복합재료 압축강도의 계산

정일섭*

A Micro-Buckling Analysis for Compressive Strength of Composite Materials

Il-sup Chung*

ABSTRACT

Classical micro-buckling approach is employed to calculate the compressive strength of unidirectional fiber-reinforced composites. The influences of initial waviness and misalignment of fibers and nonlinear shear property of matrix are considered. The novel feature of this study is to include imperfection band inclination angle and randomly distributed fiber spacing in the analysis. Through the finite difference analysis of the nonlinear governing equation, the premature yielding of matrix is shown to be a significant cause of remarkable knock-down from Rosen's solution. A post-buckling deflection shape is found to have similarity to the form of kink band, which indicates that kink formation is nothing but a mode of post-micro-buckling failure. Also, the nonuniform spacing is found to reduce the strength by about 10% from the uniform counterpart.

초 록

본 연구에서는 단방향 강화섬유 복합재료의 압축강도를 계산하기 위하여 미시적 좌굴해석을 수행하였다. 강화섬유의 굴곡, 불완전 정렬, 초기결합 밴드의 경사각, 강화섬유의 불균일 분포 등의 기하적 초기 결함과 기지재료의 비선형 전단거동 등을 포함한 지배방정식을 유도한 뒤, 이에 대한 유한차분법 수치해석을 통하여 압축거동을 계산하였다. 꺾임띠형상의 초기결합에 대하여 탄성 이론해를 유도하였으며, 굴곡과 경사각에 따라 압축강도가 감소함을 확인하였다. 수치해석을 통하여 기지재의 비선형성이 미치는 영향이 현저함을 보았으며, 좌굴발생후의 변형 모우드가 실험적으로 관찰되는 꺾임띠의 형상과 유사함을 알 수 있었다.

이 결과를 통하여 복합재료 압축파손에 대한 두 가지의 접근방법, 즉 미시적 좌굴해석과 꺾임띠 해석의 상호 보완적 설명이 가능해 진다고 생각된다. 또한, 강화섬유의 불균일 분포는 특정 복합재료의 압축강도를 약 10% 정도 감소시킴을 알 수 있었다.

1. 서 론

고기능 복합재료의 개발과 응용이 본격화된지 30여

년이 지났으나, 현재까지도 기본적 물성치 가운데 하나라 할 수 있는 압축강도에 관한 논의가 진행되고 있음은 흥미로운 일이나, 최근 선진국에서는 복합재료를 해

*영남대학교 기계공학부

저 구조물에 사용하려는 시도를 하고 있어, 압축강도에 관한 연구가 다시 관심을 모으고 있다. 이 분야에 관하여 많은 연구결과가 발표되었으며, Shuart[1], Camponeschi[2], Guynn 등[3]의 논문을 통해 다수의 참고 문헌이 소개되어 있다.

이들을 통하여 내릴 수 있는 일반적 결론은 강화섬유 및 기지재의 성질, 강화섬유 함유율 및 내재된 초기결함 등에 의하여 복합재료의 압축강도가 결정된다는 점이다.

일찍이 Rosen[4]은 복합재료의 구조를 단순화하여 탄성한도내의 미시 좌굴(micro-buckling) 해석을 수행하였으며, 이로부터 압축강도를 예측한 바 있다. 그러나 Rosen의 결과는 실제 복합재료의 압축강도를 과대평가하고 있어, 그 후의 많은 미시적 좌굴해석 연구에서는 모델을 수정, 개선함으로써 보다 현실적 예측을 하고자 노력하여왔다. Wang[5], Lin과 Zhang[6], Guynn 등[3], Highsmith 등[7] 등은 기지재의 비선형성, 강화섬유의 초기 굴곡(waviness) 등의 영향을 연구하였고, Davis[8]는 강화섬유의 전단변형에 의한 영향을 고려하였으며, 이들의 연구를 통하여 현실적인 압축강도의 예측이 어느 정도 가능하여졌다. 그러나, 이와 같은 미시적 좌굴 해석방법은 압축강도의 계산에만 초점을 맞추어 왔을뿐, 압축시험편에서 관찰되는 꺾임띠(kink band)의 형성을 설명하지는 못하였다.

한편, Budiansky[9]에 이어 Fleck 등[10], Christensen과 DeTeresa[11] 등의 연구에서는 꺾임띠에 대한 해석을 통하여 압축강도와 꺾임띠의 기하적 파라미터를 예측하고자 하였다. 특히 초기결함인 불완전 정렬(misalignment)을 요인으로 하여 압축파손이 발생하는 꺾임띠의 경사각과 꺾임띠의 폭 등을 계산하였다. 그러나, 예를 들어 Couque 등[12]의 실험결과에서 알 수 있듯이 꺾임띠는 매우 복잡한 기하적 양상으로 형성되어 있으며, 그 폭 뿐만 아니라 경사각은 위치에 따라 크게 변하고 있다. 따라서 꺾임띠의 경사각은 재료의 이론적 성질로부터 계산할 수 있는 값이라기 보다는 임의적 초기결함에 의하여 결정되는 값으로 봄이 적절하다고 생각된다. 또한, 압축파손 이전에는 존재하지 않았을 꺾임띠가 어떠한 메커니즘을 통하여 생성되어 전파되는지에 대한 설명은 구할 수 없다는 것이 이들의 해석방법의 단점이라 여겨진다.

위에서 언급한 미시적 좌굴 해석방법과 꺾임띠 해석방법은 동일한 주제에 대한 상이한 접근방법으로서, 전자는 꺾임띠에 관한 설명을 하지 못하는 반면, 후자는

꺾임띠형성 이전의 과정에 대하여 설명하지 못한다는 측면에서 상호 보완을 필요로 한다. 본 연구에서는 미시적 좌굴해석 모델에 강화섬유의 굴곡과 불완전 정렬 및 결함 밴드의 경사각 등의 기하적 초기결함과 기지재의 비선형성 등을 포함시켜 해석을 수행하였으며, 또한 강화섬유의 불균일 분포를 확률함수로 표현하여 압축강도에 미치는 영향을 연구하였다. 수치해법을 이용하여 압축거동을 계산하였으며, 좌굴 발생후의 변형 모우드를 살펴봄으로써 미시적 좌굴해석을 통한 꺾임띠형성의 설명을 시도하였다.

2. 지배방정식

Rosen[4]은 단방향 섬유강화 복합재료를 2차원 구조로 단순화하여 강화섬유층과 기지층이 반복되는 다층의 층상구조로 모델링하였다. 이로부터 좌굴강도를 계산하였고, 복합재료의 압축강도를

$$\sigma_{Rosen} = G_{composite} = \frac{G_o^m}{(1 - V_f)} \dots\dots\dots (2.1)$$

로 제시하였다. 그러나, 실제의 복합재료의 압축강도는 이보다 매우 낮은 값으로 측정, 보고되었으며, 그 후 많은 미시적 좌굴 연구에서 Rosen의 모델을 수정, 개선하여 현실적인 압축강도값을 예측하고자 하였다. 이들의 연구는 주로 복합재료에 내재되어 있는 미시적 초기결함으로 강화섬유의 굴곡 또는 불완전 정렬 등을 포함하였으며, 이에 더하여 기지재의 비선형 거동을 고려하였음은 앞절에서 언급한 바와 같다.

본 연구에서는 Rosen의 모델을 근간으로 하되, Fig.1과 같이 강화섬유의 굴곡, 불완전 정렬 등의 초기결함과 아울러 결함띠(band)의 경사각, 강화섬유간의 불균일한 배열 등의 영향을 해석에 포함하였다. Budi-

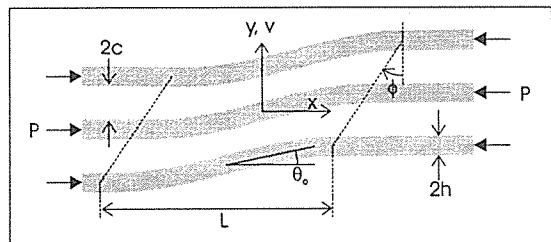


Fig.1. Schematic for micro-buckling model

ansky 등의 꺾임띠 해석에서는 경사각 ϕ 를 재료의 성질로부터 결정되는 좌굴의 결과치로 간주하고 있으나, 실제 실험결과가 산포값을 보이며, 재료별 고유치를 보이지는 않고 있다. 따라서, 본 연구에서는 이 경사각을 성형시에 이미 내재되어 있는 일종의 초기결함으로 간주하였다. 한편, 미시적 관찰을 통하여 강화섬유의 배열이 불규칙하며, 이로 인하여 국부적으로는 강화섬유의 함유율이 위치에 따라 상이함은 잘 알려진 사실이다. 기지층의 변형률이 강화섬유 함유율의 함수임에 착안하여 국부적 강화섬유 함유율을 확률론적으로 해석에 포함하였다. Fig. 1에서 섬유층의 두께는 $2h$, 기지층의 두께는 $2c$ 라 할 때, 강화섬유 함유율은 $V_f = h/(h+c)$, 기지층 함유율은 $V_m = c/(h+c)$ 이며, V_m 과 V_f 는 국부적으로 변화하는 임의변수(random variable)로 취급한다.

강화섬유의 축방향 변형은

$$u'(x,y) = u'_0 + \frac{1}{2} \int_x \left[\left(\frac{dv}{dx} + \frac{dv_0}{dx} \right)^2 - \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \right] dx - y \frac{dv}{dx} \dots (2.2)$$

으로 나타내어진다. 이는 압축하중에 따른 강화섬유의 압축변형, 굽힘변형에 의한 전체 길이의 변화 및 오일러-베르누이(Euler-Bernoulli) 보의 단면회전에 따른 변위 등의 총합이다. 여기서 v 는 강화섬유의 굽힘량, v_0 는 성형과정에서 발생되어 복합재료에 내재되어 있는 초기굽힘량을 의미한다.

Rosen[4]은 고성능 구조용 복합재의 압축파손시 동기화(modulated)된 강화섬유의 변형과 이에 따라 결정되는 기지층의 전단변형이 주된 변형 메카니즘이라는 것을 보였으며, 이에 따라 본 연구에서도 기지층의 전단변형률을 그 상하에 접착되어 있는 강화섬유의 변

형장으로부터 유도한다. Fig.2에서 기하적 관계로부터 $AB = 2c(1 - \tan\phi \tan\theta_0)$ 임을 이용하면,

$$\begin{aligned} (\gamma_{xy})_c &\approx \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{dv}{dx} \right)_{A'} + \left(\frac{dv}{dx} \right)_{B'} \right\} + \frac{(u'_A - u'_B)}{AB} \\ &= \left(1 + \frac{V_f}{1 - V_f} \frac{\cos\theta_0}{1 - \tan\phi \tan\theta_0} \right) \frac{dv}{dx} \\ &= g(V_f, \theta_0, \phi) \frac{dv}{dx} \dots (2.3) \end{aligned}$$

이때, 각 강화섬유는 동기화된 변형을 한다고 가정하므로 A' 과 B' 의 굽힘량 v 는 동일하며, 축방향으로는 굽힘에 의한 강화섬유단면의 회전에 의한 변형량만큼 상이하다. A와 B의 축방향변위는 A' 과 B' 의 변위로부터 테일러 급수 전개를 이용하여 계산된다. 여기서 초기좌굴곡에 의한 기울기 θ_0 는 초기굽힘량 v_0 에 따라 정하여 지는 x 의 함수이며, ϕ 는 Fig.1에 보인 바와 같이 초기결함띠의 경사각이다.

압축하중하의 복합재료에 대한 지배방정식은 가상일 원리를 이용하여 유도된다. 강화섬유는 압축 및 굽힘 모두, 기지층은 전단모우드로 변형한다는 가정으로부터

$$\begin{aligned} &\int_f \sigma_x' \delta \epsilon_x' dV' + \int_0^L p(c) \left(\int_m \tau_{xy}'' \delta \gamma_{xy}'' dV'' \right) dc \\ &+ P \left\{ \delta u \left(\frac{L}{2} \right) - \delta u \left(-\frac{L}{2} \right) \right\} = 0 \dots (2.4) \end{aligned}$$

윗 식에서 $p(c)$ 는 강화섬유간의 불균일한 분포를 통계적으로 고려하기 위한 확률밀도 함수로서 이에 대한 설명은 다음 절로 미루기로 한다. P 는 강화섬유에 작용하는 압축하중이며, 초기결함띠의 길이는 L 이다. 구성방정식(constitutive equation), 식(2.2), 식(2.3)을 대입하여 정리하면, 첫째 적분항은

$$\begin{aligned} &[N \delta u_f'']^2_{\frac{L}{2}} + \left[M \delta \left(\frac{dv}{dx} \right) \right]_{\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} - \int_x \left[\frac{dN}{dx} \delta u_f' \right. \\ &\left. - N \frac{\partial(v+v_0)}{\partial x} \delta \left(\frac{dv}{dx} \right) + \frac{dM}{dx} \delta \left(\frac{dv}{dx} \right) \right] dx \end{aligned}$$

이며, 두 번째 적분항은

$$\int_x \int_0^L 2cp(c) G_m'' F(g \frac{dv}{dx}) g dc \delta \left(\frac{dv}{dx} \right) dx$$

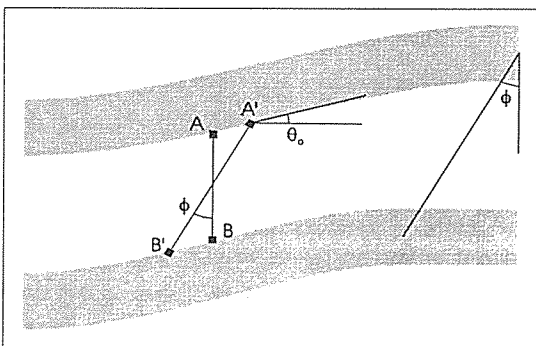


Fig. 2. Geometric consideration to derive matrix shear strain

로 유도된다. N 과 M 은 강화섬유에 작용하는 섬유방향 인장력과 굽힘 모멘트를 각각 의미한다. 기지층의 전단변형-변형률관계는 비선형적 거동을 나타내기 위하여 $\tau_{xy} = G_o''' F(\gamma_{xy}'')$ 으로 하였으며, G_o''' 은 전단탄성계수 이므로 선형문제인 경우 함수 F 는 전단 변형률과 같다. 경계조건으로

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dx} &= 0 & \text{at} & \quad x = \pm \frac{L}{2} \\ v &= 0 & \text{at} & \quad x = 0 \end{aligned}$$

을 적용하고, $\delta u_a'$ 에 관한 항들을 정리하면

$$N = -P = -\frac{2h}{V_f} \sigma_c \dots \dots \dots (2.5)$$

를 얻게된다. 위에서 \bar{V}_f 는 평균 강화섬유 함유율이며,

σ_c 는 강화섬유에 작용하는 압축응력이다. 또한 $\delta \left(\frac{dv}{dx} \right)$

에 관한 항들을 정리하고 여기에 식(2.5) 및 굽힘모멘트와 굽힘광과의 관계식을 이용하면 아래와 같은 지배방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} + \lambda^2 (Y + Y_0) - \int_0^1 \alpha^2 \hat{p}(V_f) \frac{1 - V_f}{V_f} g F(gY) dV_f = 0 \dots \dots (2.6)$$

여기서 X 는 x/L , Y 는 $\frac{dv}{dx}$ 를 뜻하며, 무차원수

$$\lambda^2 = \frac{3L^2 \sigma_c}{V_f E h^2}$$

$$\alpha^2 = \frac{3L^2 G_o'''}{E h^2}$$

를 도입하였다. $\hat{p}(V_f)$ 는 식 (2.4)의 $p(c)$ 를 국부적 강화섬유 함유율에 대한 식으로 변환한 확률밀도함수이다. 특별히 재료의 특성이 선형적이고 강화섬유의 배열이 균일한 경우에 대하여는 아래와 같은 간단한 선형 2차 미분방정식으로 줄일 수 있다.

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} + \lambda^2 (Y + Y_0) - \alpha^2 \frac{1 - V_f}{V_f} g^2 Y = 0 \dots \dots \dots (2.6a)$$

그러나, 여기서도 g 는 $\theta_o(X)$ 의 함수이므로 일반적으로 그 풀이는 수치적 방법을 도입하여야 할 것이다.

3. 강화섬유의 불균일 배열 (nonuniform spacing)

미시적 관찰을 통하여 복합재료내의 강화섬유간 간격이 균일하지 않음은 잘 알려진 사실이며, Paluch[13]는 이를 실험적으로 측정하여 그 통계적 데이터를 발표한 바 있다. 본 연구에서는 Fig.1의 층상 구조모델에 대하여 이와 같은 불균일한 강화섬유간 간격의 효과를 고려하기 위하여, 기지층의 두께 c 및 강화섬유 함유율에 대하여 확률론을 적용하였다.

강화섬유의 위치가 Poisson 분포를 따른다고 가정하고, 이에 더하여 인접한 두 개의 강화섬유가 서로 중첩되어 위치할 수 없다는 조건을 적용하면, 강화섬유 중심간의 간격 z 가 ζ 보다 클 확률은

$$P(z \geq \zeta) = e^{-\mu(\zeta - 2h)} \dots \dots \dots (3.1)$$

이다. 위식으로부터 z 의 평균값 \bar{z} 는

$$\bar{z} = - \int_{2h}^{\infty} \zeta \frac{dP}{d\zeta} d\zeta = \frac{1}{\mu} + 2h$$

이다. 이로부터 μ 를 식(3.1)에 대입하고, 강화섬유 중심간 간격과 섬유함유율의 관계, 즉 $z = 2h/V_f$ 및 $\bar{z} = 2h/\bar{V}_f$ 를 이용하여 국부적 섬유함유율 \tilde{V}_f 이 V_f 과 같을 확률을 구하면,

$$\hat{p}(\tilde{V}_f = V_f) = \frac{dP(\tilde{V}_f \leq V_f)}{dV_f} = \frac{V_f}{1 - V_f} \frac{1}{V_f} \exp \left[-\frac{\bar{V}_f}{1 - \bar{V}_f} \left(\frac{1}{V_f} - 1 \right) \right] \dots (3.2)$$

Paluch는 단방향 섬유강화 복합재료에 대하여 섬유간 거리의 분포를 실험적으로 측정하였으며, 이에 대한 Weibull 분포 파라미터의 값들을 보고하였다. 원형단면의 강화섬유가 정육각형(hexagonal) 배열을 이룬다는 가정하에 이 파라미터 값들로부터 국부적 강화섬유 함유율의 분포를 계산할 수 있으며, 이를 위의 모델과 비교하여 Fig.3에 보였다. Paluch의 측정 결과인 평균 강화섬유 함유율이 0.52인 경우의 분포가 본 모델의 예측과 상당히 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 0.8이

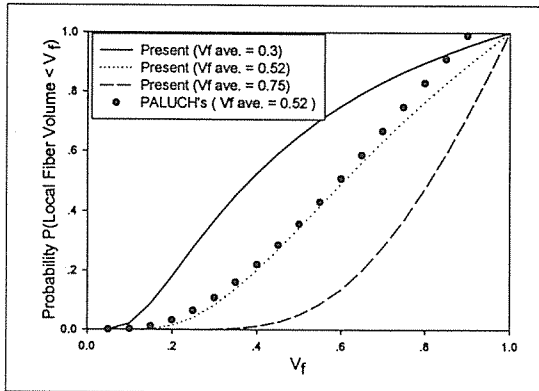


Fig.3. Probability of \tilde{V}_f to be lower than V_f

상의 고섬유함유율 영역에서 차이를 보이고 있는 이유는 본 연구에서 사용하는 층상구조 모델에서는 섬유간의 완전 접촉이 가능하므로 국부적 강화섬유 함유율이 1에 이를 수 있는 반면, 정육각형 배열에서는 인접한 3개의 강화섬유가 최단간격에 이르더라도 일정량의 기지재를 포함할 수 밖에 없기 때문이다.

본 연구에서 계산에 사용한 복합재료는 강화섬유 함유율 0.69의 상온 T300 15k/976 [14]로서, 측정된 압축강도는 $1.50GPa$, 전단강성은 $6.27GPa$ 이다. 식 (2.1)에 따르면, 압축강도는 $6.27GPa$ 이어야 하나, 측정치는 이의 24%에 불과하다. 각 구성재료의 특성은 혼합비 법칙(rule of mixture)을 사용하여 역산하였으며, 강화섬유의 탄성계수는 E 는 $218GPa$, 기지재의 전단탄성계수 G_o^m 는 $1.94GPa$ 로 하였다. 강화섬유층의 두께 $2h$ 는 일반적 고성능 탄소섬유의 전형적인 지름이라 할 수 있는 $7\mu m$ 으로 하였다. 초기결합의 길이 L 은 Paluch가 유사 복합재료에 대하여 측정한 평균값 $900\mu m$ 을 사용하였다.

4. 압축 변형 및 강도의 계산

4.1. 강화섬유가 균일분포된 결함의 탄성해

본 모델에서 초기결합의 경사각 $\theta_o(X)$ 를 상수로 놓고 이에 따라 초기결합을 $v_o = \theta_o x$ 로 놓을 경우, 이것은 꺾임띠와 유사한 형상의 초기결합 문제가 되며, 식 (2.6a)의 지배방정식에 대한 이론해를 구할 수 있다. 이로부터 기지층의 전단변형률은

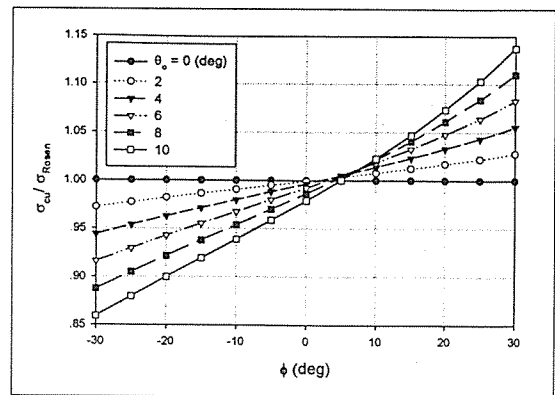


Fig.4. Ratio of compressive strength to Rosen's solution ($V_f=0.69$)

$$\gamma_{xy}'' = gY = \frac{g\lambda^2\theta_o}{\chi^2} \left(1 - \frac{\cosh\chi X}{\cosh\chi/2} \right) \dots\dots\dots (4.1)$$

로 구하여 지며, 여기서

$$\chi = \sqrt{\alpha^2 \frac{1 - \bar{V}_f}{\bar{V}_f} g^2 - \lambda^2}$$

이다. 이때 χ 를 0으로 하는 λ 로부터 압축강도를 구하면

$$\sigma_{cu} = G_o^m (1 - \bar{V}_f) \left(1 + \frac{\bar{V}_f}{1 - \bar{V}_f} \frac{\cos\theta_o}{1 - \tan\phi \tan\theta_o} \right)^2 \dots\dots (4.1)$$

초기결합이 존재하지 않을 때, 즉 θ_o 가 0인 경우에 윗 식은 식(2.1)에 표시한 σ_{Rosen} 과 정확히 일치한다. 강화섬유함유율 0.69에 대하여 식(4.1)로부터 계산되는 값을 σ_{Rosen} 으로 단위화(normalize)한 결과를 Fig.4에 도시하였다. 탄성영역에서 파손 꺾임띠의 경사각이 0일 때 압축강도가 최소값에 이른다는 Budiansky의 해석과는 달리 ϕ 가 작아질수록, 또한 초기결합의 경사각이 클수록 압축강도가 감소함을 알 수 있다. 특히, (-)의 ϕ 값은 실험을 통하여 관찰되는 꺾임띠의 모양과 일치하고 있다. 그러나, Fig.4의 해석에 사용된 θ_o 와 ϕ 값이 실제 복합재료에서 발견할 수 있는 결함의 범위에 있는 반면, 이들 결함으로 인한 압축강도의 감소량 약 15%로는 실험적으로 측정된 매우 낮은 압축강도를 설명하기에 충분치 않다.

Fig.5는 θ_o 가 4° 인 경우의 꺾임띠에 대하여 압축하

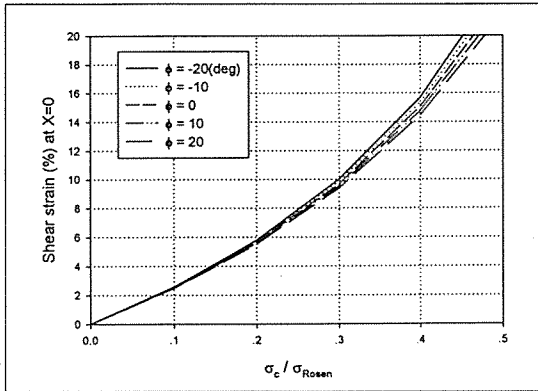


Fig.5. Maximum shear strain along the kink span due to compression loading

중의 증가에 따른 전단변형률 최대치의 변화를 보이고 있다. 압축응력이 σ_{Rosen} 의 30%에 이르렀을 때, 전단변형률이 이미 10%에 달하여, 조기에 기지재의 선형적 거동 및 파손강도의 범위를 벗어나고 있음을 짐작할 수 있다. 따라서, 이와 같은 기지재의 과다한 전단변형이 복합재료의 압축강도를 저하시키는 중요한 원인으로 판단된다.

4.2. 불균일분포/비선형성을 고려한 수치해

강화섬유의 초기결합을 수학적으로 표현하기 위하여 삼각함수 파형이 일반적으로 사용되며, 본 연구에서는 꺾임띠와 유사한 형태를 나타내기 위하여 $v_0 = \delta \sin(\pi x/L)$ 라 가정하였다. 이때 식(2.6)의 g 가 X 의 함수가 되므로 수치해법이 필요해진다. 또한, 강화섬유의 불균일 분포를 고려하기 위한 확률밀도함수의 국부적 강화섬유 함유율에 대한 적분이 해석을 복잡하게 하며, 4.1절에서 언급한 바와 같이 비교적 낮은 압축하중에서도 기지재의 전단변형이 탄성영역을 벗어나므로 비선형 거동을 고려하여야 한다는 점 등으로 인하여 수치해석을 수행하게 되었다. 기지재의 비선형성은 Budiansky, Christensen 등과 같이 탄성-완전소성(elastic-perfectly plastic) 거동을 가정하였으며, 항복 전단변형률은 10%로 하였다.

식 (2.6)으로부터

$$Q(X, Y) = -\lambda^3(Y + Y_0) + \int_0^1 \alpha^2 \hat{p}(V_f) \frac{1 - V_f}{V_f} g F dV_f$$

를 정의하고 (i) 번째 반복계산에 대한 오차를

$$\phi^{(i)} = \frac{d^2 Y^{(i)}}{dX^2} - Q(X, Y^{(i)})$$

라 하면 $(i+1)$ 번째 반복계산의 오차는 테일러 급수 전개로부터

$$\phi^{(i+1)} = \phi^{(i)} + \frac{\partial \phi^{(i)}}{\partial Y} (Y^{(i+1)} - Y^{(i)}) + \frac{\partial^2 \phi^{(i)}}{\partial Y^2} \left(\frac{d^2 Y^{(i+1)}}{dX^2} - \frac{d^2 Y^{(i)}}{dX^2} \right)$$

여기에, 오차 $\phi^{(i)}$ 와 $\phi^{(i+1)}$ 가 0라는 조건과 ϕ 의 정의로부터 Y 및 $d^2 Y/dX^2$ 에 대한 편미분을 구하여 대입하면 다음과 같이 선형화된 미분방정식을 얻게 된다.

$$\frac{d^2 Y^{(i+1)}}{dX^2} - \frac{\partial Q^{(i)}}{\partial Y} Y^{(i+1)} = Q(X, Y^{(i)}) - \frac{\partial Q^{(i)}}{\partial Y} Y^{(i)}$$

위 식을 유한차분 표현으로 나타내어 정리하면,

$$\begin{bmatrix} b_1 & 1 & & & 0 \\ 1 & b_2 & 1 & & \\ & 1 & b_3 & 1 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & 1 & b_{N-1} & 1 \\ 0 & & & & 1 & b_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_{N-1} \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_{N-1} \\ r_N \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$b_j = -2 - \Delta X^2 \frac{\partial^2 Q^{(i)}}{\partial Y^2}$$

$$r_j = \Delta X^2 \left\{ Q(X_j, Y_j^{(i)}) - \frac{\partial Q^{(i)}}{\partial Y} Y_j^{(i)} \right\}$$

식(4.2)로부터 LU 분리법(decomposition)을 사용하여 Y 를 계산한다. 하중은 단계적으로 점증되며, 각 하중단계에 대하여 100회 이상의 반복계산을 수행하여 Y 의 수렴값을 찾는다. 수렴여부는

$$\sum \frac{|Y_j^{(i+1)} - Y_j^{(i)}|}{N} \leq \text{tolerance}$$

로 판단한다. ΔX 는 -0.5로부터 0.5까지의 결합구간을 200개로 나누어 0.005로 하여 계산하였다. 하중이 임계치에 도달하면 변형모우드에 갑작스러운 변화가 일어나며, 이때의 응력값이 압축강도이다. 각 하중단

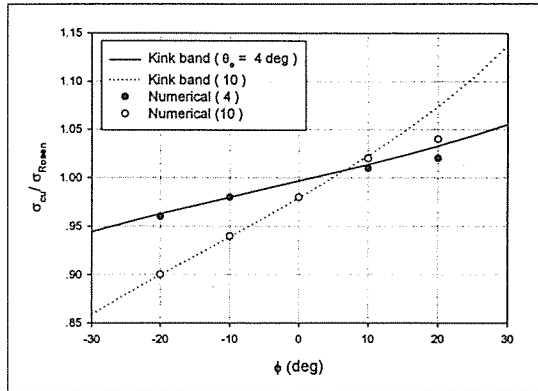


Fig.6. Validation of numerically analyzed compressive strength

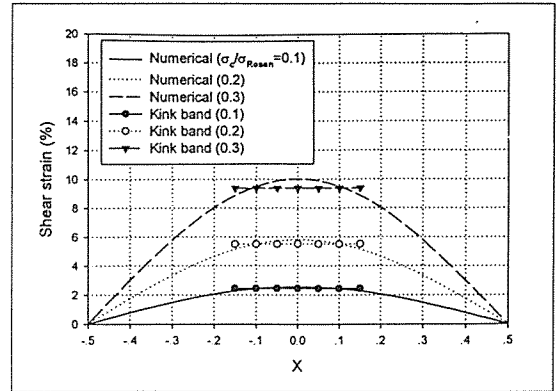


Fig.7. Shear strains from numerical analysis and kink band analysis

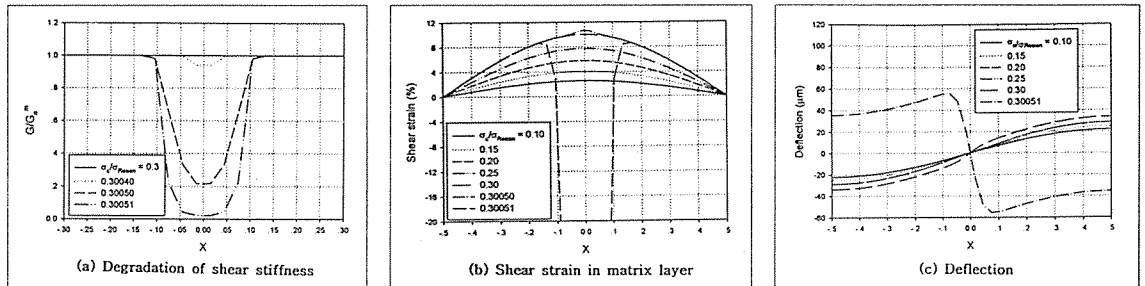


Fig.8. Compressive behavior of uniformly spaced fiber composites taking nonlinear matrix property into consideration

계마다 전단변형률을 계산하여 기지재의 항복여부를 판단한 뒤, 총 전단변형률(total shear strain)이 항복변형률을 넘어서는 경우에는 탄성-완전소성거동식에 따라 강성을 변화시켜 α 를 최신화(update)한다.

먼저, 프로그램의 유효성을 확인하기 위하여 강화섬유의 균일분포를 가정하고 기지재의 항복강도를 무한대로 하여, 앞절의 꺾임띠 해석결과와 비교하였다. Fig.6는 계산된 압축강도가 앞절의 꺾임띠해석과 비교적 잘 일치함을 보이고 있다. 여기서 θ_0 는 $X=0$ 에서의 초기결함 기울기, 즉 $\pi\delta/L$ 를 의미한다. 또한, Fig.7에서는 $\theta_0=4^\circ$, $\phi=-20^\circ$ 에 대한 전단변형률의 변화를 꺾임띠 해석결과와 비교하였는데, 초기결함의 기울기가 꺾임띠내 강화섬유의 기울기와 동일한 $X=0$ 부근에서 매우 근사한 결과를 나타내고 있다.

동일 프로그램을 사용하여 기지재의 비선형성을 고려한 해석을 수행하였는데, 먼저 강화섬유의 분포가 균일하고 $\theta_0=4^\circ$, $\phi=-20^\circ$ 인 경우의 해석을 통하여 기지재의 비선형 거동의 영향을 살펴보았다. Fig. 8(a)와 (b)는 압축하중의 증가에 따른 기지재의 전단강성과

전단변형률의 변화를 각각 보이고 있다. σ_{Rosen} 의 0.3배에서 항복이 나타나기 시작하여 소성역이 급속히 증대됨에 따라 강성이 감소하고 전단변형률은 급증함을 알 수 있다. 소성역 발생이후의 압축응력 증가분은 $\Delta\sigma/\sigma_{Rosen}=0.00001$ 로 하였으며, 하중비 0.30051에서는 불안정성이 발생되어 $X=0$ 에서의 전단변형률이 약 400%에 도달함을 볼 수 있었다. 소성변형이 일어나는 구간은 $|x/L| < 0.12$ 이다. Fig. 8(c)는 강화섬유의 초기 결함을 포함한 굽힘변형률을 보이고 있는데, 임계하중 0.30051에서 굽힘변형의 모양드가 크게 바뀌어, 압축실험결과 관찰되는 꺾임띠와 유사한 변형양상을 볼 수 있다. 꺾임 영역의 양단에서는 과도한 곡률이 발생되며, 이는 곧바로 강화섬유의 파손을 일으켜 복합재료의 구조적 기능을 상실하게 되는 것이다.

불균일한 강화섬유의 분포에 의한 영향을 고려하기 위하여 식(3.2)을 포함한 수치해석을 수행하였다. 국부적 강화섬유 함유율은 이론적으로는 0부터 1까지 연속적으로 변화하지만, 계산을 위하여 대표값 0.005부터 0.995까지 100개의 구간으로 계수화(digitize)하였다.

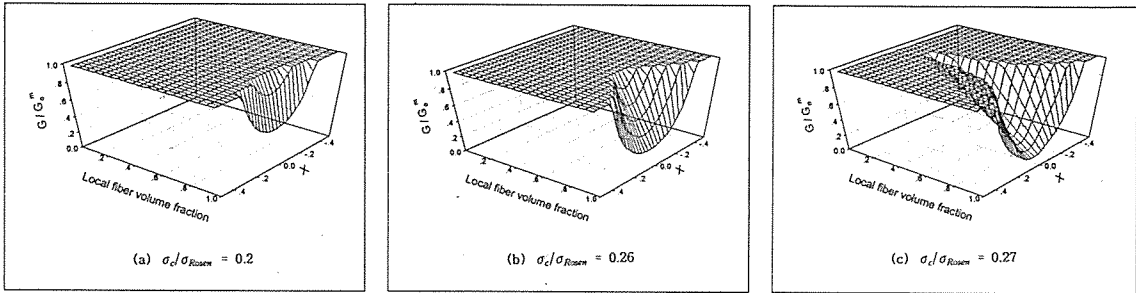
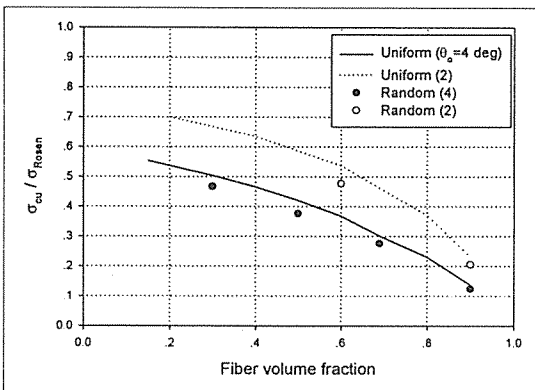


Fig.9. Degradation of matrix shear stiffness for randomly spaced fiber composite

Fig.10. Comparison of knock-down factors from Rosen's solution for uniformly and randomly spaced fiber analyses ($\phi = -20^\circ$)

국부적 강화섬유 함유율이 높은 곳에서는 보다 큰 전단변형이 발생되어 초기에 소성역에 도달하며, 반대로 함유율이 낮은 곳에서는 탄성 변형을 계속한다. Fig. 9는 압축하중이 증가함에 따라 전단강성이 국부적으로 감소함을 보이고 있다. Fig. 9(c)와 같이 압축강도 부근에 도달하면 대부분의 기지층이 탄성한계를 넘어 전단강성이 크게 감소함을 알 수 있다. Fig. 10에서는 평균 강화섬유 함유율에 따라 계산된 압축강도를 균일분포 압축강도에 대하여 비교하고 있으며, 균일분포 계산 결과치에 비하여 약 10%내외의 압축강도의 감소를 보이고 있다.

5. 결 론

미시적 좌굴 모델을 이용하여 단방향 강화섬유 복합재료의 압축거동에 대한 수치해석을 수행하였다. 2차원 층상구조에 대하여 강화섬유의 굴곡, 불완전 정렬, 강화

섬유의 불균일 분포 등의 초기결함과 기지재의 비선형 거동 등의 영향을 고려하였다. 또한 결함피의 경사각을 일종의 초기결함으로 간주하여 해석하였으며, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 강화섬유의 굴곡, 불완전 정렬이 클수록 압축강도는 감소한다. 또한, 결함피의 경사각이 큰 (-)값을 가질수록 압축강도가 감소한다.

2. 압축거동시 기지재의 전단변형이 초기에 항복점을 넘어서므로, 압축강도의 계산시 이와 같은 기지재의 비선형 거동을 반드시 고려하여야 한다. 특정한 초기결함을 갖는 복합재료에 대하여 계산한 결과, Rosen의 압축강도에 비하여 상당한 감소를 볼 수 있었다.

3. 국부적인 기지재의 항복은 곧 강화섬유의 구조 불안정을 야기하며, 미소 하중을 점증함에 따라, 꺾임띠가 형성됨을 계산을 통하여 확인하였다.

4. 강화섬유는 미시적 관점에서 불균일 분포되어 있으며, 국부적 강화섬유 함유율이 높은 곳에서 기지재의 항복이 시작된다. 이어서, 항복영역은 낮은 강화섬유 함유율 영역으로 확산되며, 임계치에 이르러 전체적인 압축파손에 도달한다. 이때, 특정 복합재료에 대한 압축강도는 균일분포에 비하여 약 10% 정도 낮은 것으로 나타났다.

5. 단방향 강화섬유 복합재료의 압축파손 시나리오는 초기결함에 따른 기지재의 과도한 국부적 전단변형, 이에 따른 불안정성 및 강화섬유의 꺾임띠 형상으로의 변형, 강화섬유의 꺾임과 꺾임띠의 형성 및 복합재료의 압축파손으로 이어짐을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 영남대학교 학술연구조성비 중 1997년

전반기 신입교원 정착연구지원비에 의해 수행되었으며, 연구비 지원을 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Shuart, M.J., "Short-Wavelength Buckling and Shear Failures of Compression-Loaded Composite Laminates," NASA TM 87640.
2. Camponeschi, Jr., E.T., "Compression of Composite Materials : a Review," Composite Materials : Fatigue and Fracture, ASTM STP 1110, 1991, pp.550-578.
3. Guynn, E.G., Ochoa, O.O., and Bradley, W.L., "A Parametric Study of Variables that Affect Fiber Microbuckling Initiation in Composite Laminates : Part I Analyses," Journal of Composite Materials, Vol. 26, 1992, pp.1594-1616.
4. Rosen, B.W., "Mechanics of Composite Strengthening," Fiber Composite Materials, American Society for Metals, 1965, pp.37-75.
5. Wang, A.S.D., "A Nonlinear Microbuckling Model Predicting the Compressive Strength of Unidirectional Composites," ASME Paper 78-WA/Aero-1, 1978, pp.1-8.
6. Lin, K.Y. and Zhang, X.J., "Effect of Fiber Waviness on the Compressive Strength of Laminated Composites," Proc. 2nd Int. Symposium on Composite Materials and Structures, Beijing, China, 1992, pp.120-125.
7. Highsmith, A.L., Davis, J.I. and Helms, K.L.E., "The Influence of Fiber Waviness on the Compressive Behavior of Unidirectional Continuous Fiber Composites," Composite Materials : Testing and Design, ASTM STP 1120, 1992, pp.20-36.
8. Davis, Jr., J.G., "Compressive Strength of Fiber-Reinforced Composite Materials," Composite Reliability, ASTM STP 580, 1988, pp.364-377.
9. Budiansky, B., "Micromechanics," Computers & Structures, Vol. 16, 1983, pp.3-12.
10. Fleck, N.A., Deng, L., and Budiansky, B., "Prediction of Kink Width in Compressed Fiber Composites," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.62, 1995, pp.329-337.
11. Christensen, R.M. and DeTeresa, S.J., "The Kind Band Mechanism for the Compressive Failure of Fiber Composite Materials," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol.64, 1997, pp.1-6.
12. Couque, H., Albertini, C., and Lankford, J., "Failure Mechanisms in a Unidirectional Fiber-Reinforced Thermoplastic Composite under Uniaxial, In-Plane Biaxial and Hydrostatically Confined Compression," Journal of Materials Science Letters, Vol.12, 1993, pp.1953-1957.
13. Paluch, B., "Analysis of Geometric Imperfections Affecting the Fibers in Unidirectional Composites," Journal of Composite Materials, Vol.30, 1996, pp.454-485.
14. MIL-HDBK-17-2D, Polymer Matrix Composites, Vol. 2 Material Properties, 1996.