

## 論文

### 다층 충간분리된 복합재 적층판의 좌굴 및 좌굴후 해석

경우민\* · 김천곤\* · 홍창선\* · 전승문\*\*

### Buckling and Postbuckling Analysis of Composite Laminates with Multiple Delaminations

W. M. Kyoung\*, C. G. Kim\*, C. S. Hong\* and S. M. Jeon\*\*

#### ABSTRACT

In this study, buckling and postbuckling analysis was conducted for the composite cross-ply laminates with multiple delaminations under compressive loading. The geometries of multiple delaminations are one-dimensional through-the-width types and two-dimesional embedded circular types. The compressive behavior was studied for more realistic damage types in the laminated composite structures than ever before. The effects of stacking sequence, delamination size, and type of distribution are investigated. In a nonlinear finite element formulation, the updated Lagrangian description and modified arc-length method were adopted. For a finite element modeling of composite laminates, the eight-node degenerated shell element was used. To avoid the overlapping between delaminated layers, the contact node pair was defined by use of virtual beam element. Numerical results showed that multiple delaminations lower buckling loads and load carrying capacities in the postbuckling region.

#### 초 록

본 연구에서는 다층 충간분리가 존재하는 복합재 적교적층판의 좌굴 및 좌굴후 거동에 대해 유한요소법을 이용하여 해석을 수행하였다. 다층 충간분리의 형상은 1차원 형상인 관통된 충간분리와 2차원 형상인 내재된 원형 충간분리에 대해 실제적으로 발생하는 충간분리의 분포형상을 근사하여 모델링하였으며, 분포형상과 충간분리의 크기, 적층각을 변화시키면서 각각의 영향을 고찰하였다. 유한요소해석은 updated Lagrangian 수식화 기법을 사용하였고, 8절점 응축쉘요소와 강체보요소를 조합하여 충간분리된 적층판을 모델링 하였으며, 각 충간분리층의 겹침을 방지하기 위해 가상의 보요소를 도입하였다. 이를 통하여 다층 충간분리는 좌굴하중을 저하시키고, 그 분포에 따라 좌굴후 하중지지도가 크게 달라짐을 알 수 있었다.

#### I. 서 론

복합재료의 손상 중 충간분리는 충간파괴의 형태를 지닌 손상모드로, 균열이 적층판을 이루는 단

층과 단층의 경계에서 형성되는 것을 말한다. 충간분리의 발생원인은 항공기 동체 등 외피에 가해지는 저속충격, 제작과정 중의 결합, 복합재 구조물의 자유경계에 나타나는 응력집중 등이 있다. 복합재

\* 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과  
\*\* 정회원, 국방과학연구소

적층판에 위와 같은 외부적 원인이 존재하면, 층(layer)과 층 사이의 굽힘강성의 불일치로 충간분리가 발생한다고 알려져 있다[1]. 따라서 직교 적층판이나 준동방성 적층판 등의 복합재 적층판에서는 적층각이 다른 인접층이 여러 층에 존재하므로, 저속충격 등으로 인해 나타나는 충간분리는 여러 층에서 발생하게 된다. 충간분리는 대개 아래층의 적층각을 따라서 나타나게 되고, 그 형상과 크기는 적층면에서 땅콩형상(peanut-shape)으로 적층수 적면에서 우산형태(umbrella-shape)나 항아리형태(barrel-shape)의 분포를 지니는 것으로 알려져 있다[2]. 실제 저속충격 실험을 수행한 직교적층판에 나타나는 충간분리의 형상[3]을 그림 1에 나타내었다.

이러한 충간분리가 구조물에 존재하면, 전체적인 강성과 강도가 저하되고, 대칭 적층판의 구조물에서도 충간분리 영역은 국부적인 비대칭 형태가되어 굽힘·인장 연계강성(bending-extension coupling)이 존재하여 기하학적인 비선형 거동을 유발한다. 이로 인해 적층판의 좌굴하중이 감소되고 설계하중보다 낮은 하중에서 전체적인 파손이 야기될 수 있다. 그러므로, 충간분리가 야기된 복합재 적층판의 좌굴과 좌굴후 거동을 예측하는 것은 구조물의 안전성과 신뢰성을 확보하기 위해 매우 중요하다.

이에 대한 연구는 처음으로 Chai 등[4]이 관통된 충간분리가 있는 일차원 보에 대해 오일러-기둥이론(Euler-column theory)과 그리피스의 파괴기준(Griffith's fracture criterion)을 이용하여 해석했다. 이후 관통된 충간분리와 내재된 충간분리가 있는 복합재 구조물에 대한 해석이 해석적인 방법과 유한요소법 등의 다양한 방법으로 수행되어왔다. Simitses 등[5]은 오일러 보이론을 이용하여 동방성, 직교이방성 일차원 보에 대해 충간분리의 크기, 위치, 두께가 임계하중에 미치는 영향을 조사하였다. Shrivakumar와 Whitcomb[6]은 두꺼운 준동방성 적층판에서 표면에 존재하는 타원형 충간분리를 Rayleigh-Ritz법과 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 그러나, 이러한 해석은 실제적으로 나타날 수 있는 충간분리의 형상이나 특성을 고려하지 않고 단층 충간분리와 같은 형태로 단순화하여 수행함에 따라, 실제 구조물에 발생한 충간분리의 영향이 충분하게 고려되지 못하였다. 또한 대부분 충간분리의 위층에 대한 국부적인 안정성(local sta-

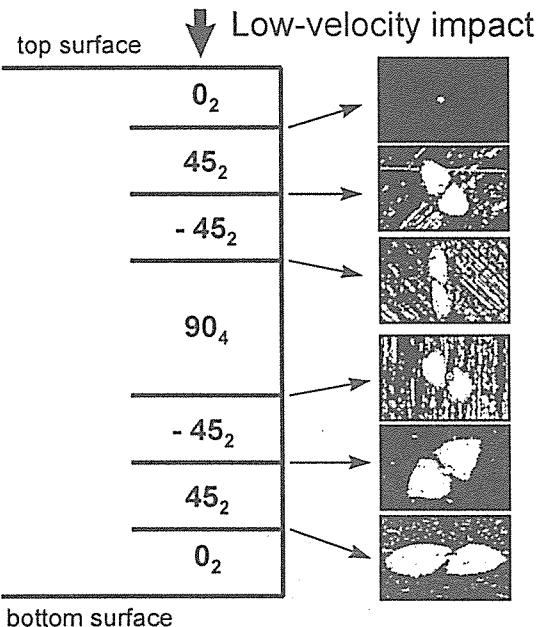


Fig. 1. Delamination area of graphite/epoxy laminated specimen after low-velocity impact [3].

bility)을 평가하는데 중점을 두었기 때문에, 구조물이 충간분리좌굴 이후에도 안정을 유지하면서 하중을 계속 지지하는 과정을 충분히 묘사하지 못하고 있다. 따라서 저속충격 등으로 인해 발생하는 충간분리가 적층판의 좌굴 및 좌굴후 거동에 미치는 영향을 보다 실제적으로 평가하기 위해서는 충간분리가 여러 층에 존재하는, 다층 충간분리(multiple delaminations)에 대한 해석이 필요하게 된다.

Wang 등[7,8]은 SMC-R50 복합재 일차원보에 충간분리가 좌우, 상하 대칭으로 존재하는 모델에 대한 고유치 문제 해석을 통해 다층 충간분리의 좌굴해석을 단순화하여 수행했다. Lim과 Parsson[9]은 Rayleigh-Ritz법을 이용한 일차원보에 대한 다층 충간분리 좌굴해석을 수행하였고, 충간분리의 개수에 따라 좌굴하중과 좌굴모드가 변화함과 좌굴해석에서 반드시 접촉을 고려해야 함을 보였다. 또한 Adan[10] 등은 인접층 사이의 접촉조건을 고려하지 않은 perturbation 기법으로 closed form

solution을 유도하여 좌굴하중을 해석하였고, 이후 연구에서 접촉을 고려한 해석이 필요함을 밝혔다. 이에 따라 Lee 등[11, 12]은 층별변위 평판이론(layer-wise plate theory)을 이용한 유한요소해석을 수행하였고, 인접층의 겹침을 배제하기 위해 두께방향의 변위를 제한하였다. 이를 통해 충간분리 개수의 영향과 기하학적 초기결합의 영향을 조사하였으며, 좌굴하중은 여러 층의 충간분리가 존재하면 단층에 비해 크게 감소함을 보였다.

그러나, 기존의 다층 충간분리에 대한 좌굴 및 좌굴후 거동해석은 1차원 형상의 단순한 모델에 대해 수행되고 있어, 실제적인 형태의 다층 충간분리에 대한 해석이 요구되고 있다. 본 연구에서는 복합재 적교적층판에 충간분리가 여러 층에서 발생한 경우에 대해 다양한 적층순서와 여러 가지 형태의 충간분리 형상으로 모델링하여, 저속충격 등으로 인해 발생한 충간분리가 복합재 구조물의 좌굴 및 좌굴후 거동에 미치는 영향을 규명하고자 한다. 이를 위해 복합재 적층판에 다층 충간분리(multiple delaminations)가 존재하는 경우에 대하여 충간분리층들 사이의 접촉을 고려한 유한요소해석을 수행하였다. 유한요소해석은 updated Lagrangian 수식화 기법을 사용하였고, 요소는 8-절점 응축 웨일요소(8-node degenerated shell element)를 사용하였다. 이 요소는 전체 적층판과 충간분리로 나뉘어지는 충간분리층을 각각의 중립면을 기준으로 묘사하도록 적용하였고, 이 요소를 연결하고 충간분리선단(delamination front)에서 기하학적 적합조건을 만족시키기 위해 강체보 요소(rigid beam element)를 도입하였다. 또한 인접한 각 충간분리층의 겹침을 방지하기 위해 가상의 보요소(virtual beam element)를 도입하여 각 충간분리층을 연결하였다. 응력 및 변형률 텐서로는 2nd Piola-Kirchhoff 응력 텐서와 Green 변형률 텐서를 사용하였다. 비선형 평형경로에서 하중증분과 반복계산을 위한 수치기법으로 호길이법(arc-length method)을 사용하였다.

## II. 비선형 유한요소 해석

### 2-1. 유한요소 수식화

임의의 하중단계 내에서  $n+1$ 번째 계산단계에서 가상 일의 정리(principle of virtual work)는 다음

과 같이 쓸 수 있다.

$$\iiint_{V^{n+1}} \sigma_{ij}^{n+1} \delta e_{ij}^{n+1} dV = \iiint_{V_i^{n+1}} f_i^{n+1} \delta u_i^{n+1} dV + \iint_{S_i^n} T_i^n \delta u_i^{n+1} dS \quad (1)$$

식 (1)에서  $\sigma_{ij}$ ,  $e_{ij}$ ,  $f_i$ ,  $T_i$ ,  $u_i$  는 각각 Cauchy 응력, 미소변형률, 체적력(body force), 표면력(surface traction) 및 변위이고,  $\delta$ 는 변분기호(variational operator)를 의미한다. 체적력이 없을 경우, 식 (1)을 Cauchy 응력과 미소변형률 대신 2nd Piola-Kirchhoff 응력,  $S_{ij}$ 와 Green 변형률,  $\varepsilon_{ij}$ 를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\iiint_{V^n} (\sigma_{ij}'' + \Delta S_{ij}) \delta (\Delta e_{ij}) dV - \iint_{S_T^n} (T_i'' + \Delta T_i) \delta (\Delta u_i) dS = 0 \quad (2)$$

Green 변형률  $\Delta e_{ij}$ 은 선형성분  $\Delta e_{ij}$ 와 대변형으로 인한 비선형성분  $\Delta \eta_{ij}$ 로 나누어질 수 있다.

$$\Delta e_{ij} = \Delta e_{ij} + \Delta \eta_{ij} \quad (3)$$

(2)식에 (3)식을 대입하고 미소량의 2차항을 제거하여 정리하고, 응력-변형률 관계식을 텐서식으로 대입하면 다음 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\iiint_{V^n} \delta(\Delta e_{ij}) D_{ijkl}^n \Delta e_{kl} dV + \iiint_{V^n} \sigma_{ij}'' \delta(\Delta u_{k,i}) \Delta u_{k,j} dV = \iint_{S_T^n} (T_i'' + \Delta T_i) \delta(\Delta u_i) dS - \iiint_{V^n} \sigma_{ij}'' \delta(\Delta e_{ij}) dV \quad (4)$$

유한요소의 절점자유도와 절점하중을 이용해서 나타내기 위해 각 절점에서 절점자유도-변형률과 절점자유도-미분변위의 관계를 요소의 형상함수와 절점에서 단위벡터를 이용하여 아래와 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \{\Delta e\} &= [B_L^n] \{\Delta U_n\} \\ \{\Delta u_{ik}\} &= [B_{NL}^n] \{\Delta U_n\} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $[B_L^n]$ 과  $[B_{NL}^n]$ 의 각 성분은 참고문헌 [17]에 설명되어 있으며,  $\{\Delta e\}$ 와  $\{\Delta U_n\}$ 은 각각 변형률 벡터와 절점자유도 벡터이다. 식 (5)를 식 (4)에 대입하면 다음과 같은 최종적인 유한요소 방정식을

유도할 수 있다.

$$([K_L] + [K_{NL}]) \{ \Delta U_n \} = -\{ \Delta P \} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

여기서 선형 유한요소 강성행렬  $[K_L]$ , 초기 응력 (initial stress) 성분의 기여에 의한 비선형 유한요소 강성행렬  $[K_{NL}]$ 과 불평형 힘  $\{ \Delta P \}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [K_L] &= \iiint_V^n [B_L^n]^T [D^n] [B_L^n] dV \\ [K_{NL}] &= \iiint_V^n [B_{NL}^n]^T [\bar{\sigma}^n] [B_{NL}^n] dV \\ \{ \Delta P \} &= \iiint_V^n [B_L^n]^T \{ \sigma^n \} dV - \{ F_n \} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

위 식에서  $\{ F_n \}$ 은 절점하중 벡터를 의미하고,  $\{ \sigma \}$ ,  $[\bar{\sigma}]$ ,  $[\sigma]$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\{ \sigma \} = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{yz} \ \tau_{xz} \ \tau_{xy}]^T \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

$$[\bar{\sigma}] = \begin{bmatrix} [\sigma] & 0 & 0 \\ 0 & [\sigma] & 0 \\ 0 & 0 & [\sigma] \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

유한요소 방정식의 반복계산 과정에서 하중증분을 제어하는 방법으로 호길이법을 사용하였다

## 2-2. 층간분리 유한요소 모델링

층간분리가 여러 층에 존재하는 경우, 복합재 적층판의 기하학적 형상은 그림 2에서와 같이 층간분리를 기준으로 하여, 층간분리가 없는 전전층 (sound layer)과 층간분리영역에 위치하는 여러 개의 층간분리층 (delaminated layer)으로 나뉜다.

복합재 적층판의 길이는  $L$ , 두께는  $H$ , 폭은  $W$ 이고, 변형 전의 적층판 길이 방향과 평행하게 길이가  $a_i$ 인, 또는 지름이  $D_i$  층간분리가 폭방향으로 관통되어  $k$ 개 있다. 층간분리는 길이 방향으로 좌우 대칭형태로, 깊이 방향으로 윗면에서 각각  $h_i$  만큼 떨어져 위치해 있으며, 각 층간분리층의 두께는  $t_i$ 이다. 따라서 전체 적층판은 모두  $k+3$ 개의 영역

으로 나뉘어진다. 층간분리의 형상을 나타내기 위하여 다음과 같은 무차원화된 변수를 정의한다.

- sublayer thickness :  $\bar{t}_i = t_i/H, i = 1, \dots, k+1$
- delamination depth :  $\bar{h}_i = h_i/H, i = 1, \dots, k$
- delamination length :  $\bar{a}_i = a_i/L, i = 1, \dots, k$
- delamination diameter :  $\bar{D}_i = D_i/L, i = 1, \dots, k$

본 연구에서 사용한 유한요소 모델링은 전전층과 층간분리층을 각각의 중립면을 따라서 8절점 응축쉘 요소로 모델링 하여 층간분리로 인한 3차원 형상의 적층판에 대해 좌굴과 좌굴후 거동을 해석하도록 하였다.

층간분리선단에서 변형은 그림 3에 나타낸 바와 같이, 층간분리층과 전전층의 연결부위에서 중립면에 수직인 직선은 변형 후에도 직선을 유지하고 두께 방향의 변위와 회전은 같다고 가정하여, 다음과 같은 적합관계식 (compatibility relation)을 만족하도록 했다.

$$\begin{aligned} w &= w_1 = w_2 = \dots = w_k = w_{k+1}, \\ \theta_y &= \theta_{y1} = \theta_{y2} = \dots = \theta_{yk} = \theta_{yk+1}, \\ u_1 &= u - z_1 \theta_y, u_2 = u - z_2 \theta_y, \dots, u_k = u - z_k \theta_y, u_{k+1} \\ &= u - z_{k+1} \theta_y. \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

여기서  $u, w$ 는  $x-, z-$ 축 방향의 변위를 나타내고,  $\theta_y$ 는  $y$ -축에 대한 회전을,  $z_i$ 는 중립면으로부터 각 층간분리층의 중립면까지의 거리를 나타낸다.

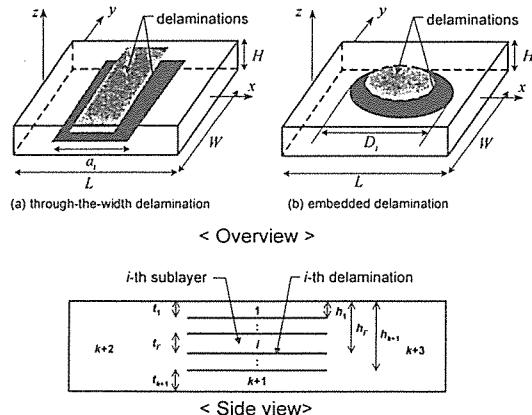


Fig. 2. Geometry of the multiply delaminated laminates.

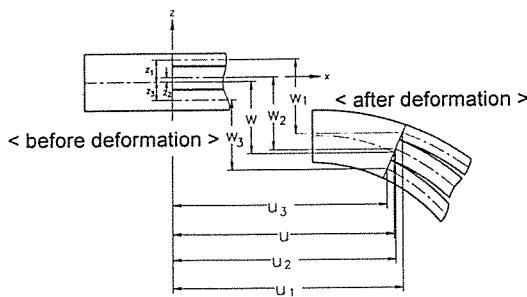


Fig. 3. Deformed configurations at the delamination front with multiple delaminations.

아래 첨자  $i$ 는 충간분리가 있는 영역에서의 각  $i$ 번째 충간분리층을 나타내고, 첨자가 없는 것은 충간분리가 없는 전전층을 의미한다. 이러한 적합관계식을 만족시키기 위하여 충간분리의 경계에 강체 보요소를 도입하여 충간분리층과 전전층을 연결한다.

또한 좌굴후 영역에서 수치적으로 발생할 수 있는 각 충간분리층 사이의 겹침을 방지하기 위해 가상의 보요소를 충간분리영역에 도입하였다. 이를 통하여 각 충간분리층은 겹침이 나타나는 경우  $z$ -축 방향의 변위가 구속을 받게 되어 물리적으로 불가능한 모드가 나타나는 것을 방지하게 된다.

강체보 요소는 그림 4에 나타낸 바와 같은 2-절점 보요소이다. 이 요소는 2개의 절점에서 충간분리층을 구성하는 응축셀 요소와 같은 5개의 자유도를 각각 갖는다. 보요소의 국부좌표계에서 힘-변위 관계식은 다음과 같다.

$$\{p_b\} = [K_{bl}]\{u_b\} \quad (13)$$

$$\{p_b\} = [p_{b1} \ p_{b2} \ p_{b3} \ p_{b4} \ p_{b5}]$$

$$\{u_b\} = [u_{b1} \ u_{b2} \ u_{b3} \ u_{b4} \ u_{b5}]$$

여기서  $[K_{bl}]$ 은 강성행렬로서 부록에 나타냈다.

보요소의 국부좌표계에서 강성행렬을 변환행렬을 이용하여 전체좌표계로 변환하면 다음과 같다.

$$[K_b] = [T_3]^T [K_{bl}] [T_3] \quad (14)$$

여기서,  $[T_3]$ 는 변환행렬로, 충간분리 경계에서 적합관계식 (12)를 만족시키기 위해 보요소의 강성에 임의의 큰 값을 주어 강성행렬  $[K_b]$ 를 전체강성

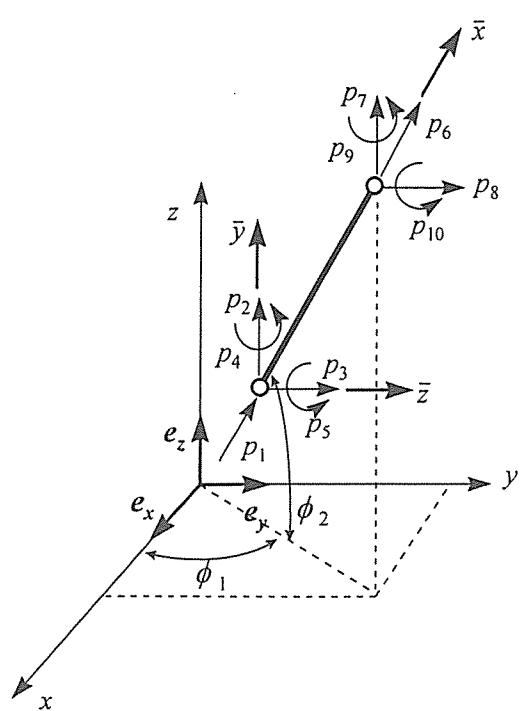


Fig. 4. Nodal degrees of freedom and coordinate system of beam element.

행렬에 더해준다.

## 2-4. 겹침방지 알고리즘

충간분리의 위, 아래에 존재하는 각 충은 좌굴 이후 하중이 증가함에 따라 겹침이 나타날 수 있다. 이는 충간분리의 기하학적 형상, 적층판의 적층 각 등에 따라 다르게 나타나는데, 이러한 겹침은 물리적으로 불가능한 좌굴모드로, 실제로는 위, 아래층이 접촉하여 좌굴후 거동이 진행될 것으로 예상된다. 따라서 이러한 겹침을 방지하기 위해 본 연구에서는 접촉절점짝(contact node pair)을 정의하여, 접촉이 일어나는 짹(pair)에 보요소를 삽입해서 충간분리층의 두께 방향으로 변위를 제한하도록 하여 인근 충간분리층의 겹침을 방지하였다.

본 연구에서 정의한 접촉절점짝은 그림 5에 나타낸 것과 같이 인접층(neighboring layer)의 접촉

은 각 층간분리층을 구성하는 셀요소의 절점에서 일어난다고 가정하여,  $x-y$  평면에서 같은 지점에 위치한 인접층의 절점을 가상의 보요소(virtual beam element)로 연결한 것이다. 하중이 가해지지 않은 초기단계에서는 가상의 보요소에 강성을 0으로 하여 연결된 절점의 거동에 구속을 가지지 않도록 한다. 이후 반복계산을 수행하는 과정에서 매 하중단계마다 각 절점짝을 구성하는 인접 절점 사이의 거리를 계산하여, 이 값이 변형전 형상에서의 두 절점사이의 거리, 즉 인접하고 있는 층간의 두께보다 작아지면 해당 절점짝을 구성하는 보요소에 강성을 부여하였다. 이 단계에서 겹침이 여러 곳에서 나타나는 경우, 겹침이 가장 크게 발생하여 절점짝의 절점 사이 거리가 가장 가까워지는 절점짝의 보요소에만 강성을 가지게 했다. 보요소에 강성을 가지게 한 후, 새로 삽입된 보요소를 포함하는 강성행렬을 새롭게 구성하여 반복계산을 재수행하도록 하였다. 다시 반복계산을 수행하는 동안 겹침이 발생하면, 위의 과정을 주어진 하중단계에서 겹침이 나타나지 않을 때까지 반복하도록 한다. 또한 이후의 하중을 증가시키는 반복계산 과정에서, 전 단계에서 접촉이 발생하여 강성을 부여한 보요소의 반력이 인장이 되는 경우, 이를 층간분리층의 접촉이 다시 분리되는 것으로 고려하여 보요소의 강성을 제거하여 반복계산을 수행하였다. 위의 반복계산과정을 정리하면 다음과 같다.

#### a. 층간분리 인접층의 인접절점(neighboring

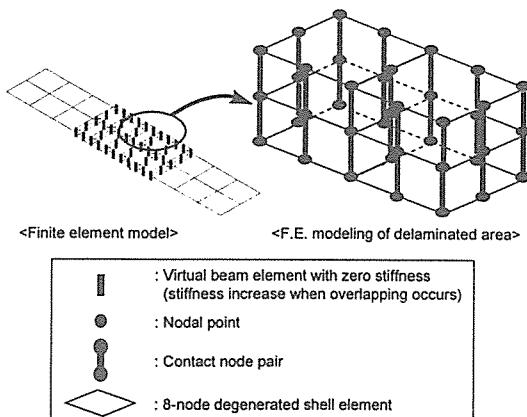


Fig. 5. Finite element modeling of delaminated area by using virtual beam element.

nodes)을 연결하는 가상의 보요소를 절점짝(node pair)으로 정의한다.

- b. 하중증분을 시작하면 각 반복계산 단계에서 각 절점짝에서 겹침이 일어나는지를 확인한다.
- c. 겹침이 없으면 계속해서 반복계산을 수행하고, 겹침이 일어나면 각 절점짝 가운데 겹침이 가장 크게 나타나는 절점짝을 확인한다.
- d. 겹침이 가장 크게 나타나는 절점짝의 가상 보요소에 강성을 가지게 한다.
- e. 반복계산을 처음부터 다시 수행한다.
- f. 위의 b-e 과정을 겹침이 일어나지 않을 때까지 반복한다.
- g. 반복계산이 수행되어 하중단계에서 수렴을 하면 이미 접촉이 이루어져 강성이 부여된 절점짝에 분리가 나타나는지를 확인한다.
- h. 분리가 나타나는 절점짝의 강성을 제거한 후 반복계산을 처음부터 다시 수행한다.
- i. 더 이상 접촉과 분리가 나타나지 않고 수렴을하게 되면 다음 하중단계로 넘어간다.

### III. 수치해석 및 결과분석

#### 3-1. 기존의 수치해석 결과와의 비교

먼저 본 해석에서 사용한 유한요소 모델링의 타당성을 검증하기 위하여 단층 층간분리가 있는 경우에 대한 해석을 수행하여, 유한요소해석[12]과 해석적인 방법[13]을 이용하여 얻은 기존 결과와 비교하였다. 참고문헌의 해석은, 해석적인 해의 경우 직교이방성 보(orthotropic beam)에 대해 일차 전단변形이론에 기초한 에너지 변분이론으로 해석한 결과이다. 그리고, 유한요소해석의 경우는 층별 변위 판요소(layer-wise plate element)를 사용하였으며, 층과 층 사이의 상대열림변위(relative opening displacement)를 구속하는 방식으로 각층에 겹침을 방지하여 좌굴 및 좌굴후 해석을 수행한 결과이다.

해석 대상은 복합재 적층판에 일차원 형상의 폭방향 관통 단층 층간분리가 존재하는 양단이 고정지지된 T300/5208 graphite/epoxy 일방향 적층보이다. 재료상수는  $E_{11} = 181.0 \text{ GPa}$ ,  $E_{22} = 10.3 \text{ GPa}$ ,  $G_{12} = G_{13} = 7.17 \text{ GPa}$ ,  $\nu_{12} = \nu_{13} = 0.28$ 이다. 고려한 형상은 길이( $L$ )는 400.0 mm, 폭( $W$ )은 20.0 mm, 두께( $H$ )는 1.0 mm으로, 층간분리는 길이

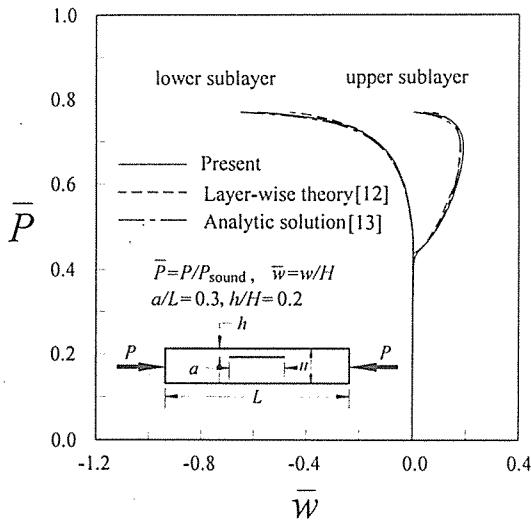


Fig. 6. Load-deflection curve of the composite beams with single delamination.

(a)  $120.0 \text{ mm}^{\circ}$  고, 위로부터( $h$ )  $0.2 \text{ mm}$ 에 위치하고 있다. 따라서  $\bar{a}(=a/L) = 0.3$ ,  $\bar{h}(=h/H) = 0.2$ 가 된다. 좌굴 및 좌굴후 해석 결과를 그림 6에 하중-횡방향 변위로 나타내었다. 여기서 하중 및 변위는 각각 같은 형상과 물성치를 지니는 적층보에 충간분리가 없을 경우의 좌굴하중과, 적층보의 두께로 무차원화 하였다. 좌굴 및 좌굴후 거동은 본 논문의 해석과 참고문헌의 결과가 잘 일치하고 있다. 모두  $0.4$ 정도의 하중에서 좌굴이 나타나고 있으며, 좌굴이후 충간분리의 위층과 아래층은 분리되는 방향으로 변형이 진행되고 있다.

### 3-2. 다층 충간분리의 기하학적 형상 설정

저속충격 등에 의하여 발생하는 충간분리의 크기와 형태는 충격에너지, 적층각, 충격체(imactor)의 형태와 적층판의 재료상수 등 여러 가지 변수에 따라 크게 달라진다. 그러나, 일반적으로 충간분리는 2차원 형상을 가지고 발생하며, 그 크기는 충격위치에 가까운 면에서는 크지 않지만, 아래로 갈수록 커지는 특징을 지닌다. 따라서 실제적인 충간분리의 영향을 평가하기 위해서는 이와 같은 분포형태가 고려된 해석이 요구된다.

최익현 등[14]은 CU-125NS Graphite/epoxy 복합재료 직교적층판에 대한 저속충격실험을 다음과 같이 수행하였다. 직교적층판의 적층순서는  $[0_4/90_4]_S$ ,  $[0_2/90_2]_{2S}$ ,  $[0/90]_{4S}$ 이며, 길이는  $10\text{cm}$ , 폭은  $10\text{cm}$ 이며, 두께는  $1.776\text{mm}$ 이고, 경계조건은 사면 고정지지이다. 중량나하식 저속충격기를 이용하여  $3.86\text{J}$ 의 충격을 가하였으며, 저속충격으로 인한 충간분리는  $0^\circ$ 층과  $90^\circ$ 층의 사이층에서 발생하여 이를 적층분리기법을 이용하여 충간분리 영역을 검사하였다. 이를 통하여 측정된 결과, 충격면에 가까운 위층의 충간분리가 아래층보다 작게 발생하였으며, 특히  $[0_2/90_2]_{2S}$ ,  $[0/90]_{4S}$ 의 경우 맨 위층에서는 충간분리가 발생하지 않았다. 가장 큰 충간분리는 제일 아래층 또는 바로 위층에 나타나며, 그 보다 위층의 충간분리는 비슷한 크기로 발생했다.

위의 결과를 이용하여 여러 층에 존재하는 충간분리가 복합재 적층판의 좌굴 및 좌굴후 거동에 미치는 영향을 평가하기 위하여 다음과 같은 세가지 형태의 모델을 설정하였다. 동일한 적층각과 형상을 갖는 복합재 적층판에 각각의 크기가 균일한 형태로 여러 층의 충간분리가 존재하는 경우(type 1)와 크기가 다른 충간분리가 여러 층에 존재하는 경우(type 2), 그리고 단층 충간분리의 경우(type 3)로 모델링을 하였다.

### 3-3. 관통된 충간분리가 존재하는 직교적층판

복합재 직교적층판에 폭방향으로 관통된 충간분리가 여러 층에 존재하는 경우에 대한 해석을 수행하였다. 고려한 형상은 길이( $L$ )가  $150.0 \text{ mm}$ , 폭( $W$ )이  $30.0 \text{ mm}$ , 두께( $H$ )가  $1.776 \text{ mm}$ 이고, 양단이 고정지지 된 일차원 복합재 적층보에 충간분리가 좌우대칭으로 존재하는 경우이다. 적층각은  $[0_4/90_4]_S$ ,  $[0_2/90_2]_{2S}$ ,  $[0/90]_{4S}$ 로 충간분리는 각각의  $0^\circ$ 층과  $90^\circ$ 층 사이에 존재한다. 해석에 사용한 재료상수는 표 1에 나타내었다. 각각의 적층각에 대하여 제일 아래 인접층에 존재하는 충간분리의 길이를 기준으로 하여  $30\text{mm}$ ,  $60\text{mm}$ 의 두 경우로 변화시켜 해석을 수행하였다. 충간길이분포가 같은 type 1의 경우에 좌굴을 유도하기 위해 적층판의 두께에 대해  $0.1\%$ 의 크기를 지니는 코사인(cosine) 형태의 초기결함을 주었으며, type 2와 type 3의 경우는 기하학적 형상의 비대칭성으로 인해 초기

Table 1. Material properties of CU-125NS graphite/epoxy.

Property	Value	Property	Value
$E_1$	130.0 GPa	$X_T$	1933 MPa
$E_2, E_3$	10.0 GPa	$X_C$	1051 MPa
$G_{12}, G_{13}$	4.85 GPa	$Y_T$	51 MPa
$G_{23}$	3.62 GPa	$Y_C$	141 MPa
$\nu_{12}, \nu_{13}$	0.31	$S$	61 MPa
$\nu_{23}$	0.52		

결합을 가하지 않았다. 하중은 일정변위로 가해주었으며, 각각의 경우에 대해 하중-횡방향변위 선도와 변형형상으로 결과를 나타내었다. 하중은 동일한 형상의 충간분리가 없는 적층판의 좌굴하중으로, 변위는 적층판의 두께로 무차원화하여 표시하였다.

[0<sub>4</sub>/90<sub>4</sub>]S의 적층판의 경우는 아래층의 충간분리 길이( $a_2$ )를 30, 60mm로 하여 모델링 하였고( $\bar{a}_2 = 0.2, 0.4$ ), 각각을 충간분리의 분포 형상에 따라 type1-30, 2-30, 3-30, type1-60, 2-60, 3-60으로 표기하였다. Type1-30과 type1-60의 경우는 위로부터  $h_1=0.444\text{mm}$ ,  $h_2=1.332\text{ mm}$ 에 있는 0°층과 90°층의 인접층 두 곳에 각각 30mm, 60mm의 충간분리가 존재하며([0<sub>4</sub>/90<sub>8</sub>/0<sub>4</sub>]T), type2-30, type2-60은 같은 위치에 각각 15, 30mm와 30, 60mm의 충간분리가 존재하는 경우이다. 또한 type3-30, type3-60은 위로부터  $h_2=1.332\text{ mm}$ 에 길이 30mm, 60mm의 충간분리가 위치한 모델이다. 따라서 [0<sub>4</sub>/90<sub>4</sub>]S의 적층판의 경우 모두 여섯 가지 모델에 대한 해석을 수행하였다.

[0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]2S의 적층판은 충간분리가 존재할 수 있는 0°와 90°의 인접층이 모두 여섯층이다. 따라서 type1-30, type1-60의 경우는 각각의 인접층에 30mm와 60mm의 충간분리가 모두 여섯층 존재하는 형상이다([0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>/90<sub>4</sub>/0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>]T). 또한 type2-30, type2-60은 맨 위의 0/90 인접층에는 충간분리가 존재하지 않고, 맨 아래의 0/90 인접층에는 각각 30mm, 60mm의 충간분리가, 나머지 인접층에는 15mm, 30mm의 충간분리가 존재하는 형상이다([0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>/90<sub>4</sub>/0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>]T). 또한 type3-30, type3-60의 경우는 맨 아래 0/90 인접층에 30mm, 60mm의 충간분리가 존재한다([0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>/90<sub>4</sub>/0<sub>2</sub>]T).

[0/90]4S의 적층판은 충간분리가 존재할 수 있는 0°와 90°의 인접층이 모두 열네층으로 type1-30, type1-60의 경우는 각각의 인접층에 30mm와 60mm의 충간분리가 모두 열네층 존재하는 형상이다([0//90//0/90//0//90//0/90//0/90//0]T). Type2-30, type2-60는 맨 위의 0/90 인접층에는 충간분리가 존재하지 않고, 제일 아래로부터 네 층의 0/90 인접층에는 각각 30mm, 60mm의 충간분리가, 나머지 인접층에는 15mm, 30mm의 충간분리가 존재하는 형상이다([0/90//0/90//0//90//0//90//0/90//0]T). 또한 type3-30, type3-60의 경우는 맨 아래 0/90 인접층에 30mm, 60mm의 충간분리가 존재한다([0/90/0/90/0/90/0/90<sub>2</sub>/0/90/0/90//0]T). 각각의 적층각에 대한 해석모델을 정리하여 다음의 표 2와 그림 7에 나타내었다.

### 3-3-1. [0<sub>4</sub>/90<sub>4</sub>]S의 경우

[0<sub>4</sub>/90<sub>4</sub>]S 적층판일 때 그림 8에 나타낸 하중-횡변위 선도와 변형형상은  $a_2=30\text{mm}$ 인 경우이다. 충간분리의 길이가 전체 적층보 길이의 20%로 충간분리가 적층보의 좌굴거동에 큰 영향을 나타내지 않는다. 좌굴하중은 type1-30의 경우 약 0.88정도 이지만, type2-30, 3-30의 경우는 하중이 약 0.95정도로 나타난다. 좌굴모드도 전체적인 변형만이 나타나는 전체좌굴모드(global buckling mode)로 나타난다. 그림 9에서는  $a_2=60\text{mm}$ 의 모델에 대한 해석결과를 나타내고 있다. 충간분리의 길이가 길어짐에 따라 좌굴하중이 크게 저하됨을 알 수 있다. 세 type 모두 약 0.25정도의 좌굴하중을 나타내고 있다. 변형형상은 초기에는 아래 [0<sub>4</sub>]T층에서의 국부적인 좌굴이 일어나고 하중이 증가함에 따라 적층보의 전체적인 변형이 발생하는 혼합좌굴모드(mixed buckling mode)의 변형이 나타나고 있다. 그러나, type1-60의 경우에는 충간분리 영역의 변형이 국부좌굴 직후 상부의 [0<sub>4</sub>]T층과 [90<sub>8</sub>]T층이 접촉하여 거동하여 충간분리가 없는 경우와 유사한 거동을 나타내지만, 바로 접촉이 분리되어 변형이 상하 대칭형태로 나타나고 있다.

위의 두 결과를 보면 여러 층에 충간분리가 존재하는 경우 좌굴하중은 가장 큰 충간분리의 길이에 따라 변화함을 알 수 있다. 즉, 충간분리의 투영된 면적에 따라 좌굴하중은 변화하고 있다. 그러나, 좌

Table 2. The lengths of through-the-width multiple delaminations in cross-ply laminates.

(a) [0 <sub>4</sub> /90 <sub>4</sub> ] <sub>8S</sub> , unit [mm]			(b) [0 <sub>2</sub> /90 <sub>2</sub> ] <sub>2S</sub> , unit [mm]										
	[0 <sub>4</sub> // a <sub>1</sub> 90 <sub>8</sub> // 0 <sub>4</sub> ) <sub>T</sub>	a <sub>2</sub>		[0 <sub>2</sub> // 90 <sub>2</sub> // a <sub>1</sub> a <sub>2</sub> 0 <sub>2</sub> // 90 <sub>4</sub> // a <sub>3</sub> a <sub>4</sub> 0 <sub>2</sub> // 90 <sub>2</sub> // a <sub>5</sub> a <sub>6</sub> 0 <sub>2</sub> // 90 <sub>2</sub> // a <sub>7</sub> a <sub>8</sub> 0 <sub>2</sub> // 90 <sub>4</sub> // a <sub>9</sub> a <sub>10</sub> 0 <sub>2</sub> // 90 <sub>2</sub> // a <sub>11</sub> a <sub>12</sub> 0 <sub>2</sub> // 90 <sub>4</sub> // a <sub>13</sub> a <sub>14</sub> 0 <sub>2</sub> ) <sub>T</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>10</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>14</sub>		
Type 1-30	30.0	30.0		Type 1-30	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0		
Type 2-30	15.0	30.0		Type 2-30	0.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	30.0		
Type 3-30	0.0	30.0		Type 3-30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	30.0		
Type 1-60	60.0	60.0		Type 1-60	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0		
Type 2-60	30.0	60.0		Type 2-60	0.0	0.0	30.0	30.0	30.0	60.0	60.0		
Type 3-60	0.0	60.0		Type 3-60	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	60.0		

(c) [0/90] <sub>4S</sub> , unit [mm]														
	[0 // 90 // a <sub>1</sub> a <sub>2</sub> 0 // 90 // a <sub>3</sub> a <sub>4</sub> 0 // 90 // a <sub>5</sub> a <sub>6</sub> 0 // 90 // a <sub>7</sub> a <sub>8</sub> 0 // 90 // a <sub>9</sub> a <sub>10</sub> 0 // 90 // a <sub>11</sub> a <sub>12</sub> 0 // 90 // a <sub>13</sub> a <sub>14</sub> 0)T	a <sub>2</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>10</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>14</sub>	a <sub>16</sub>	a <sub>18</sub>	a <sub>20</sub>	a <sub>22</sub>	a <sub>24</sub>	
Type 1-30	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	
Type 2-30	0.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	30.0	30.0	30.0	30.0	
Type 3-30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	30.0	
Type 1-60	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	60.0	
Type 2-60	0.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0	60.0	60.0	60.0	60.0	
Type 3-60	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	60.0	

굴후 거동은 충간분리의 분포형상에 따라 차이를 나타내고 있다. 특히  $a_6=60\text{mm}$ 인 경우, 충간분리가 상하 대칭 형태로 분포된 type1-60은 type2-60, 3-60에 비해 좌굴 이후 하중의 증가가 매우 작아 좌굴 후 하중지지능력이 매우 작음을 알 수 있다. 즉, type2-60, 3-60의 경우 충간분리로 인한 비대칭 적층영역이 발생하여, 이 영역에서의 굽힘-인장 연계강성이 초기 국부좌굴 이후 전체적인 양의 방향으로 변형을 나타내며 하중을 지지하지만, type1-60의 경우는 비대칭 영역은 존재하지 않으나 국부적인 굽힘강성의 저하가 다른 두 경우보다 크기 때문에 하중이 증가하지 않고 변형이 발생한다.

### 3-3-2. [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>2S</sub>의 경우

그림 10, 11에는 [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>2S</sub>의 적층판에 충간분리가 존재하는 경우에 대해 각각  $a_6=30, 60\text{mm}$ 인 모델에 대한 해석결과를 나타내고 있다.  $a_6=30\text{mm}$ 의 경우 좌굴하중은 약 0.8으로 type2-30, 3-30은 맨 아래 [0<sub>2</sub>)<sub>T</sub>의 층에서 국부적인 좌굴이 발생했다. 국부좌굴 이후 계속 하중을 지지하여 약 0.7

정도의 하중에서 적층판 전체적인 좌굴이 발생한다. Type1-30은 국부적인 좌굴이 각각의 충간분리 층에서 모두 발생하여 하중이 더 이상 증가하지 않으며, 상하대칭 형상으로 변형이 급격히 증가한다.  $a_6=60\text{mm}$ 의 경우는 좌굴하중이 약 0.08로 크게 저하된다. 좌굴형상은  $a_6=30\text{mm}$ 의 경우와 유사한 형태로 나타난다. 그러나, 길이가 다른 충간분리가 분포되어 있는 type2-60의 경우에는 초기 국부좌굴 이후, 하중이 약 0.35에서 상부 충간분리층의 국부적인 좌굴이 발생한다. 즉, 두번째 인접층에서 다섯 번째 인접층에 위치하는 다층 충간분리로 인해 좌굴하중이후 하중을 지지하는 영역의 국부적인 굽힘강성 저하가 유기되어 이 영역에서의 국부좌굴이 발생한다. [0<sub>4</sub>/90<sub>4</sub>]<sub>S</sub> 적층판의 경우에서와 마찬가지로 충간분리로 인한 비대칭성으로 유기되는 연계강성보다 굽힘강성의 저하가 하중지지도에 더 큰 영향을 주어 좌굴후 거동을 좌우한다.

### 3-3-3. [0/90]<sub>4S</sub>의 경우

[0/90]<sub>4S</sub> 적층판의 경우는 충간분리가 발생할 수

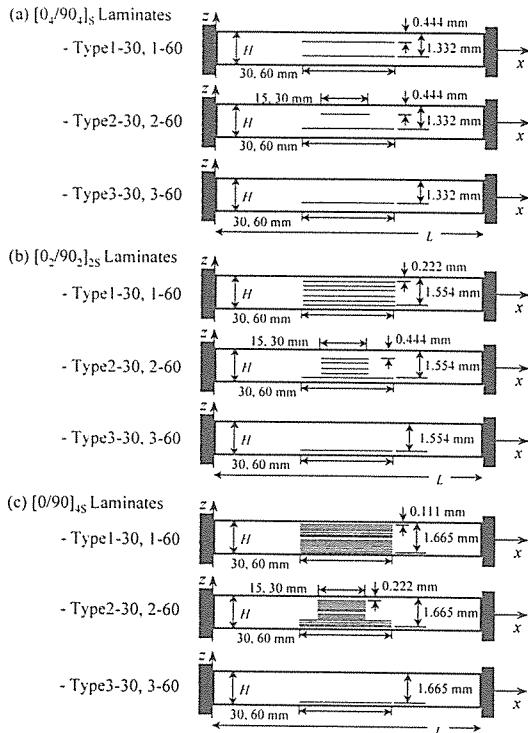


Fig. 7. Geometry of the cross-ply laminates with through-the-width multiple delaminations.

있는 0와 90의 교차층이 모두 14층으로 각각의 층에 충간분리가 있을 경우 국부적인 굽힘강성의 저하는 매우 클 것으로 예상된다.  $a_{14}=30\text{mm}$ 의 경우에 좌굴하중은 약 0.1정도로 나타난다(그림 12). Type1-30의 경우는 국부적인 좌굴만이 심화되어 나타나서 좌굴하중 이후의 하중증가가 전혀 나타나지 않는다. 그러나, type3-30의 경우는 초기 국부좌굴 이후에도 충간분리가 없는 영역이 하중을 충분히 지지하여 약 0.8정도의 하중까지 변형이 계속 진행된다. 즉, 충간분리로 인해 분리된 영역([0/90]<sub>4</sub>/(90/0)<sub>3</sub>/90]<sub>17</sub>)의 굽힘강성저하가 미소하여 충간분리가 없는 적층판의 좌굴거동과 유사한 거동을 나타내고, 이 영역의 기하학적 비대칭성으로 인한 굽힘-인장 연계강성이 초기결합의 형태로 작용하여 약 0.7정도의 하중에서부터 완만한 변형을 나타낸다. Type2-30은 약 0.3의 하중에서 국부적인

좌굴이 발생하고 있다. 아래층의 충간분리의 길이가 60mm인 경우의 결과는 그림 13에 보는 바와 같이  $a_{14}=30\text{mm}$ 의 경우와 유사한 거동을 나타낸다. 그러나, type2-60의 경우는 아래층 영역의 초기 좌굴 이후 충간분리영역의 국부적인 좌굴이 발생하며 비대칭 형상으로 변형이 진행된다. 비대칭 형상은 다층 충간분리가 내재된 구조물에서 나타나는 특징적인 좌굴모드로 국부적인 전단강성의 저하에 의한 현상으로 알려져 있다. 위의 해석결과에서 알 수 있듯이, 다층 충간분리가 존재하는 구조물에서 충간분리가 매우 작은 경우는 그 영향이 작아 좌굴하중과 모드에 영향을 주지 못하고, 충간분리의 크기가 큰 경우에는 국부적인 좌굴이 유기되어 좌굴하중은 크게 낮아진다. 그런데, 이 두 모드의 천이영역에 해당하는 크기의 충간분리가 존재할 경우, 굽힘강성이 저하된 충간분리층의 상호 작용에 의해 이와 같은 비대칭 좌굴형상이 발생하게 된다.

이와 같이 직교적층판에 관통된 다층 충간분리가 존재하는 경우 좌굴하중은 투영된 충간분리의 크기에 따라 달라진다. 또한 충간분리로 인한 국부적인 굽힘강성의 저하는 좌굴후 거동에 영향을 주어, 이에 따라 충간분리의 분포 형태는 적층판의 하중지지도를 결정한다.

### 3-4. 내재된 원형 충간분리가 존재하는 직교적층판

복합재 직교적층판에 원형의 충간분리가 내재되어 있는 경우에 대한 해석을 수행하였다. 고려한 적층판의 형상은 길이( $L$ )가 100.0mm, 폭( $W$ )이 100.0mm, 두께( $H$ )가 1.776mm이고, 사면의 경계 조건은 모두 고정지지이다. 적층각은 [0/90]<sub>s</sub>, [0<sub>2</sub>/90]<sub>2s</sub>으로, 충간분리는 0°층과 90°층 사이에 적층판의 중심에 존재한다. 해석에 사용한 재료는 CU125-NS graphite/epoxy이며 재료상수는 표1에 나타내었다. 각각의 적층판에서 제일 아래 인접층에 존재하는 충간분리를 기준으로 하여 충간분리의 거리를 적층판 길이의 0.2와 0.4에 해당하는 20mm와 40mm의 두 경우에 대해 해석을 수행하였다. 다층 충간분리의 형상은 관통된 충간분리에 대한 형상과 마찬가지로 동일한 거리를 지니는 충간분리가 여러 층 존재하는 경우(type1), 거름이 다른 충간분리가 여러 층 존재하는 경우(type2), 그리

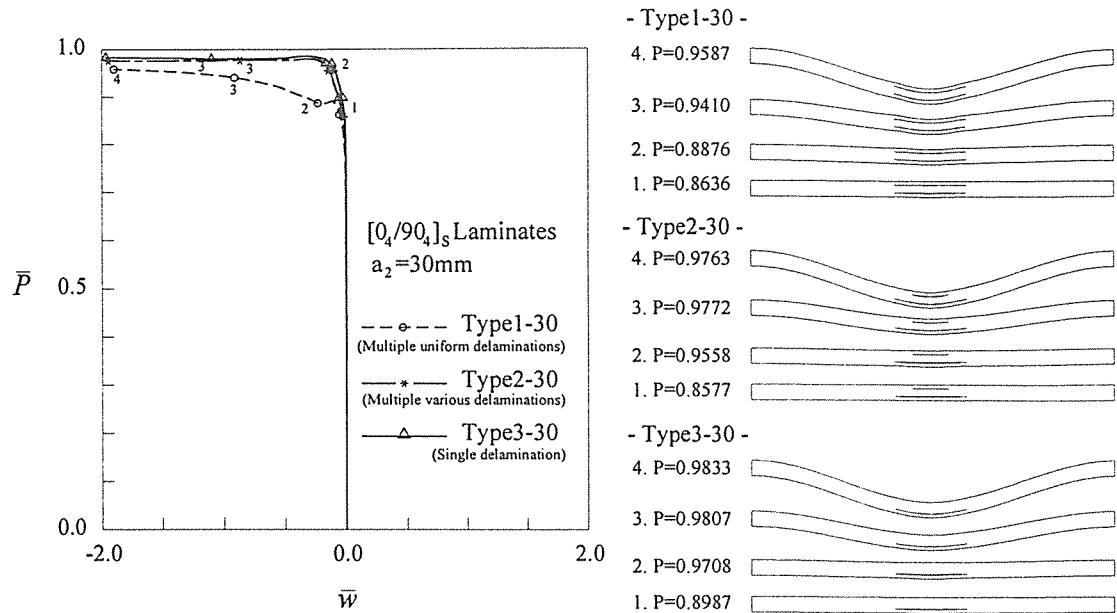


Fig. 8. Buckling and postbuckling behavior of  $[0_4/90_4]_S$  laminates with through-the-width delaminations( $a_2=30\text{mm}$ ).

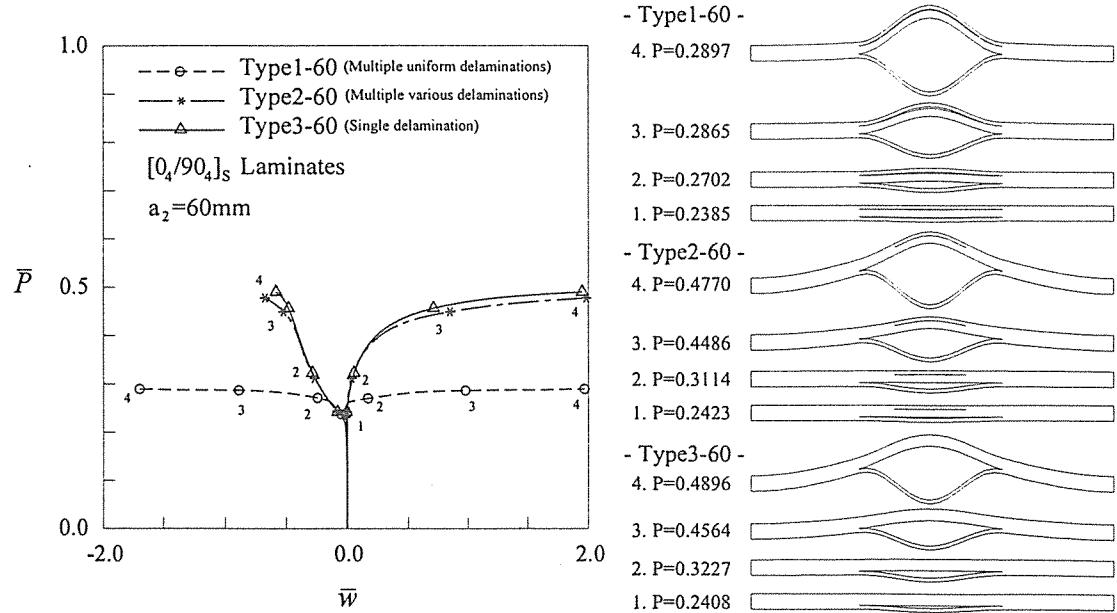


Fig. 9. Buckling and postbuckling behavior of  $[0_4/90_4]_S$  laminates with through-the-width delaminations( $a_2=60\text{mm}$ ).

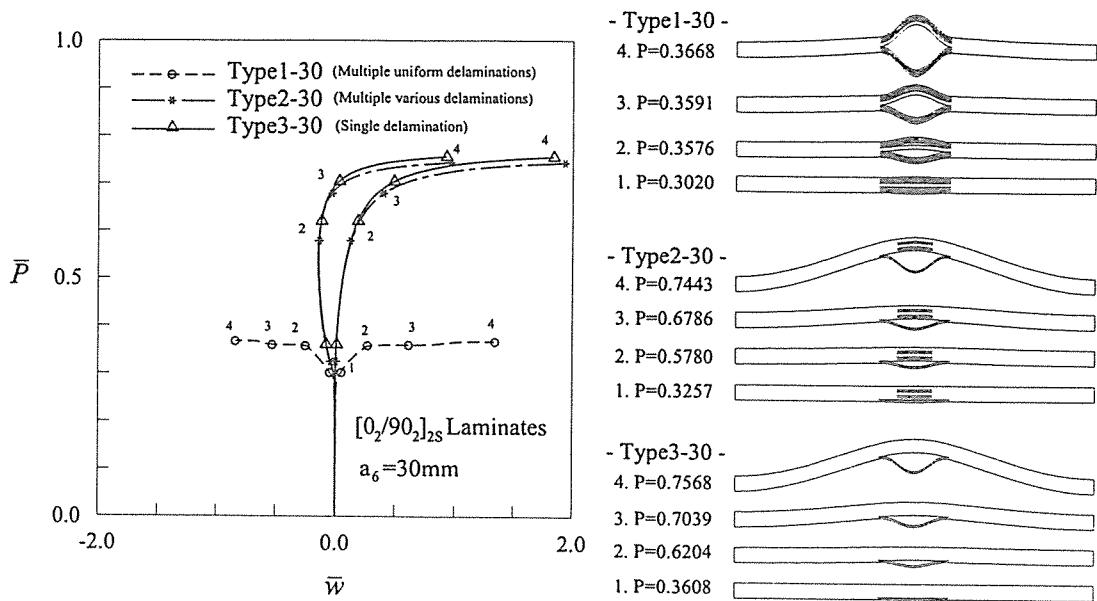


Fig. 10. Buckling and postbuckling behavior of  $[0_2/90_2]_{2S}$  laminates with through-the-width delaminations ( $a_6 = 30\text{mm}$ ).

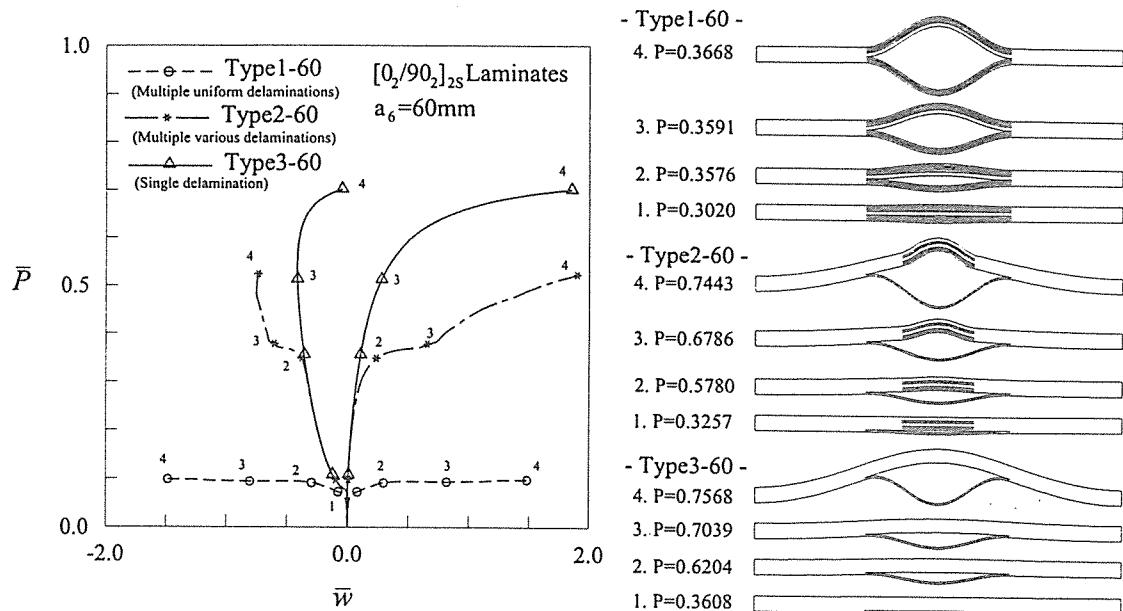


Fig. 11. Buckling and postbuckling behavior of  $[0_2/90_2]_{2S}$  laminates with through-the-width delaminations ( $a_6 = 60\text{mm}$ ).

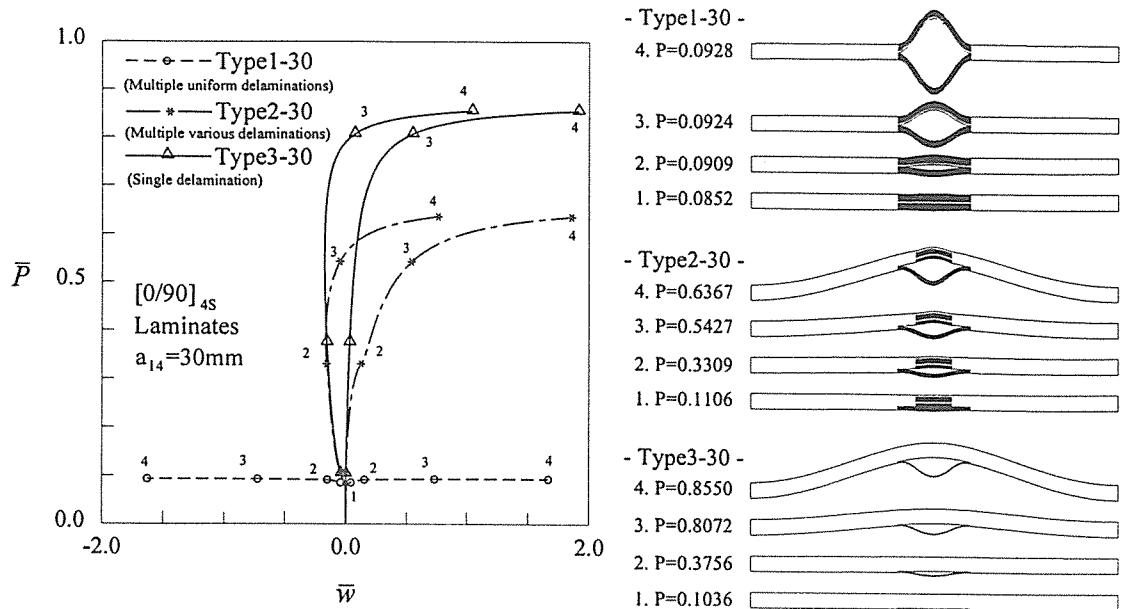


Fig. 12. Buckling and postbuckling behavior of  $[0/90]_{4S}$  laminates with through-the-width delaminations ( $a_{14} = 30\text{mm}$ ).

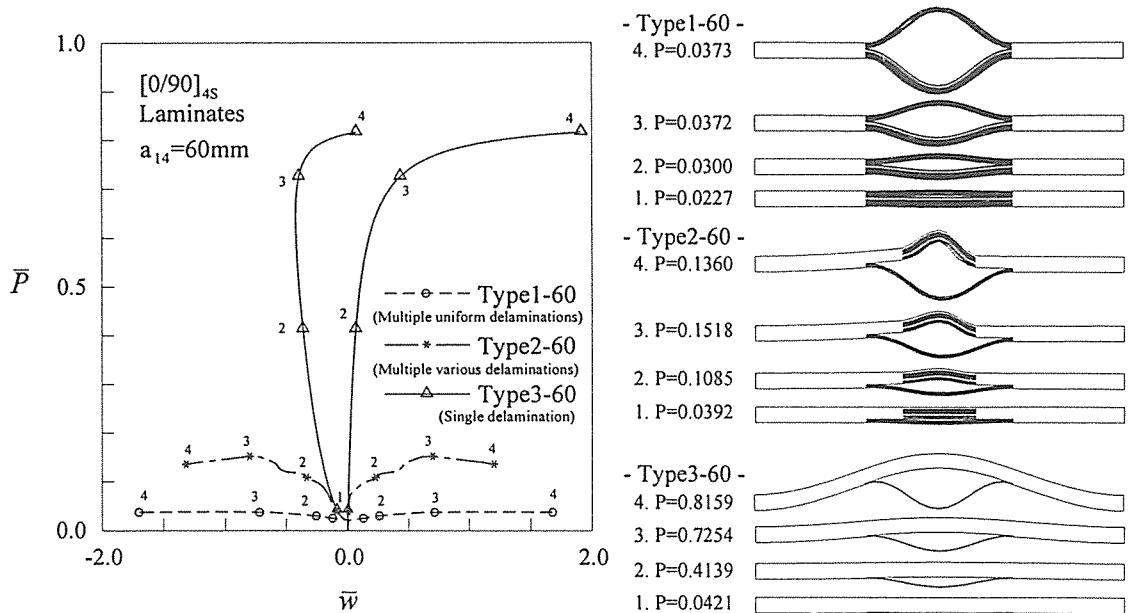


Fig. 13. Buckling and postbuckling behavior of  $[0/90]_{4S}$  laminates with through-the-width delaminations ( $a_{14} = 60\text{mm}$ ).

고, 제일 아래의 인접층에 단층 충간분리가 존재하는 경우(type3)로 설정하였다. 관통된 충간분리가 존재하는 적층판의 해석과 마찬가지로 type 1에 대해서만 기하학적 초기결합을 주었으며, 하중은 일정변위로 가해주었다. 해석결과는 하중-횡방향 변위 선도와 변형형상으로 나타내었다.

### 3-4-1. [0<sub>4</sub>/90<sub>4</sub>]<sub>S</sub>의 경우

[0<sub>4</sub>/90<sub>4</sub>]<sub>S</sub> 적층판의 경우, 아래층의 충간분리의 지름( $D_2$ )이 20, 40mm인 형상을 충간분리 분포 형태에 따라 type1-20, 2-20, 3-20과 type1-40, 2-40, 3-40으로 구분하여 나타내었다. Type1-20과 1-40의 경우는 지름이 20, 40mm인 충간분리가 0°층과 90°층의 인접층 두 곳에 존재하고, type 2-20, 2-40은 제일 아래 인접층( $h_1=1.332\text{ mm}$ )에는 지름 20, 40mm의 충간분리가, 그 위의 인접층( $h_1=0.444\text{ mm}$ )에는 지름 10, 20mm의 충간분리가 각각 존재하는 경우이다. 즉, type2-20은 지름 10-20mm의 충간분리가, type2-40은 지름 20-40mm의 충간분리가 0/90 교차층에 동일한 중심으로 위치한다. type3-20, 3-40은 제일 아래 인접층에 지름 20, 40mm의 충간분리가 위치하는 형상이다. 각각의 type에 대한 형상을 그림 14와 표 3에 나타내었다.

그림 15에서 나타낸 하중-변위선도는 type1-20,

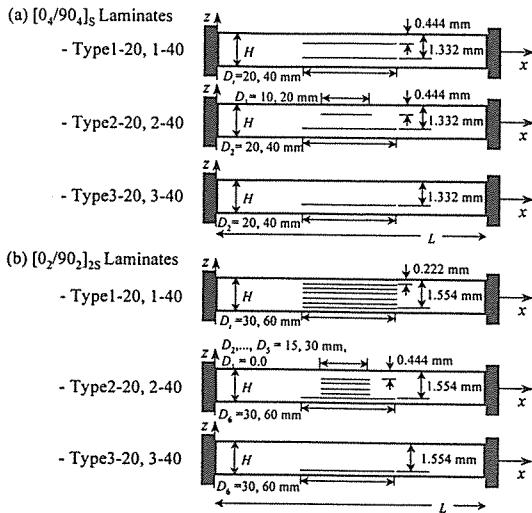


Fig. 14. Geometry of the cross-ply laminates with embedded multiple delaminations.

Table 3. The diameters of embedded multiple delaminations in cross-ply laminates.

(a) [0<sub>4</sub>/90<sub>4</sub>]<sub>S</sub>, unit [mm]

	[0 <sub>4</sub> // $D_1$ ] 90 <sub>8</sub>	// 0 <sub>4</sub> ] <sub>T</sub> $D_2$
Type 1-20	20.0	20.0
Type 2-20	10.0	20.0
Type 3-20	0.0	20.0
Type 1-40	40.0	40.0
Type 2-40	20.0	40.0
Type 3-40	0.0	40.0

(b) [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>2S</sub>, unit [mm]

	[0 <sub>2</sub> // 90 <sub>2</sub> // $D_1$ ] 90 <sub>4</sub> // $D_3$	[0 <sub>2</sub> // 90 <sub>4</sub> // $D_4$ ] 90 <sub>2</sub> // $D_5$	[0 <sub>2</sub> // 90 <sub>2</sub> // 0 <sub>2</sub> ] $D_6$
Type 1-30	20.0	20.0	20.0
Type 2-30	0.0	10.0	10.0
Type 3-30	0.0	0.0	0.0
Type 1-60	40.0	40.0	40.0
Type 2-60	0.0	20.0	20.0
Type 3-60	0.0	0.0	0.0

2-20, 3-20의 경우이다. 각각은 맨 위층과 아래층의 변위를 나타낸 것으로, 세 경우 모두 동일한 결과를 보여주고 있다. 이는 충간분리의 크기가 전체 적층판에 비해 크지 않기 때문에 굽힘강성의 저하에 의한 영향이 작게 나타나기 때문이다. 따라서 충간분리가 없는 경우와 좌굴 및 좌굴 후 거동에서 큰 차이를 나타내지 않는다. 그러나, 충간분리의 지름이 40mm로 커지면 충간분리의 영향이 나타나 좌굴하중은 저하된다(그림 16). 약 7kN정도의 하중에서 아래의 충간분리층([0<sub>4</sub>]<sub>T</sub>)이 국부적으로 분기좌굴(bifurcation buckling) 형태의 좌굴을 나타난다. 아래 충간분리층의 좌굴은 나머지 층에서의 반대방향으로의 변형을 유기하여 약 15kN의 하중 이후 적층판은 전체좌굴 형태의 거동을 나타낸다. Type2-40과 3-40의 경우, 상부의 충간분리층([0<sub>4</sub>/90<sub>8</sub>]<sub>T</sub>)의 비대칭 적층으로 인한 연계강성의 효과가 충간분리층의 변형을 유발한다. Type1-40의 경우는 상부의 충간분리층([0<sub>4</sub>/90<sub>8</sub>]<sub>T</sub>)이 모두 대칭 형태의 적층을 이루어 연계강성의 효과는 나타나지 않는다. 그러나, 가운데 [90<sub>8</sub>]<sub>T</sub>층의 굽힘강성이 위의

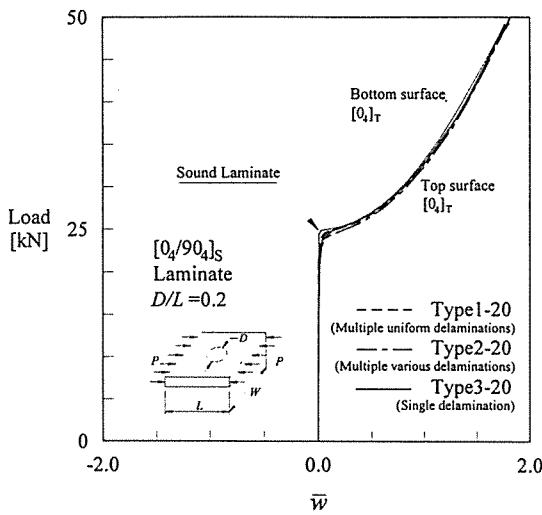


Fig. 15. Load-deflection curves of the  $[0_4/90_4]_S$  laminates with embedded multiple delaminations ( $D_2=20\text{mm}$ ).

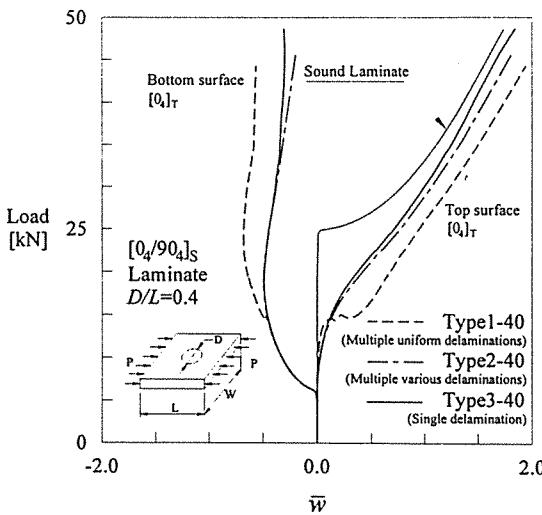


Fig. 16. Load-deflection curves of the  $[0_4/90_4]_S$  laminates with embedded multiple delaminations ( $D_2=40\text{mm}$ ).

속되어 Type2-40, 3-40과 유사한 거동을 나타낸다. 그러나, 하중이 약  $15\text{kN}$  부근에서  $[0_4]_T$ 층에 국부좌굴 형태의 거동이 발생하여 접촉이 분리되며 급격한 변형이 나타난다. 이는 관통된 층간분리가 존재하는 복합재 적층판의 경우에서도 관찰된 현상이다.

### 3-4-2. $[0_2/90_2]_{2S}$ 의 경우

$[0_2/90_2]_{2S}$  적층판의 경우는 층간분리가 존재할 수 있는  $0^\circ$ 층과  $90^\circ$ 층의 인접층이 모두 여섯층이다. 위의 경우와 마찬가지로 층간분리의 크기와 분포형상에 따라 여섯 가지의 모델을 설정하여 해석을 수행하였고, 각각을 type1-20, 2-20, 3-20과 type1-40, 2-40, 3-40으로 구분하였다. Type1-20과 1-40의 경우는 지름이 각각  $20, 40\text{mm}$ 인 층간분리가  $0^\circ$ 층과  $90^\circ$ 층의 인접층 여섯 군데에 모두 존재하는 형상이다. Type 2-20, 2-40은 제일 위 인접층 ( $h_1=0.222\text{mm}$ )에는 층간분리가 없고, 제일 아래 인접층 ( $h_6=1.554\text{mm}$ )에는 지름  $20, 40\text{mm}$ 의 층간분리가, 그 위의 나머지 인접층 ( $h_2=0.444\text{mm}, h_3=0.666\text{mm}, h_4=1.110\text{mm}, h_5=1.332\text{mm}$ )에는 지름  $10, 20\text{mm}$ 의 층간분리가 각각 존재하는 경우이다. 즉, type2-20은 지름  $0-10-10-10-20\text{mm}$ 의 층간분리가, type2-40은 지름  $0-20-20-20-40\text{mm}$ 의 층간분리가 각  $0/90$  교차층에 동심원 형태로 존재한다. type3-20, 3-40은 제일 아래 인접층에 지름  $20, 40\text{mm}$ 의 층간분리가 위치하는 형상이다. 각각의 해석 모델에 대한 형상을 그림 14와 표 3에 나타내었다.

Type1-20, 2-20, 3-30의 하중-횡변위 선도를 그림 17에 나타내었다. 동일한 지름( $D_2=20\text{mm}$ )의 층간분리가 여섯층에 존재하는 Type1-20의 경우, 약  $7\text{kN}$ 의 하중에서 층간분리 영역의 국부적인 강성 저하로 인한 상하 대칭형태의 국부적인 좌굴이 나타난다. 그러나, 그림 18에서 보는 바와 같이 약  $23\text{kN}$ 의 하중에서 층간분리 영역의 변형이 비대칭으로 발생하며 적층판의 전체적인 변형을 유기한다. 이는 관통된 층간분리가 존재하는 적층판의 좌굴후 거동에서도 관찰된 것으로 다층 층간분리가 존재하는 경우의 특징적인 현상이다. Type2-20과 3-20의 경우도 제일 아래 층간분리층( $[0_2]_T$ )에서 국부적인 좌굴이 나타나지만, 국부좌굴 이후 적층판

$[0_4]_T$ 층에 비해 매우 작아 초기에 급격한 변형이 발생하여  $[0_4]_T$ 층과 접촉하는데, 이로 인해 변형이 구

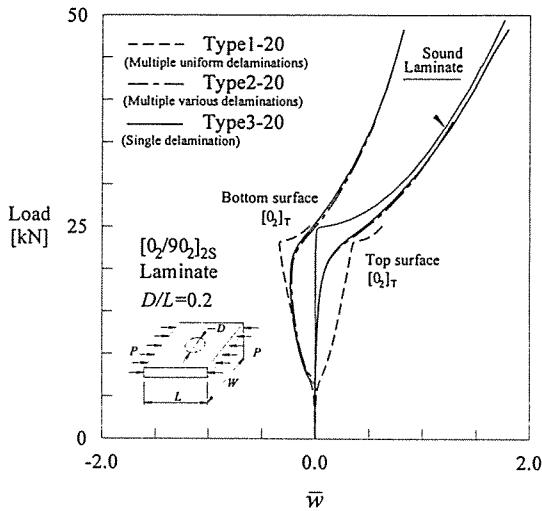


Fig. 17. Load-deflection curves of the  $[0_2/90_2]_{2S}$  laminates with embedded multiple delaminations ( $D_6=20\text{mm}$ ).

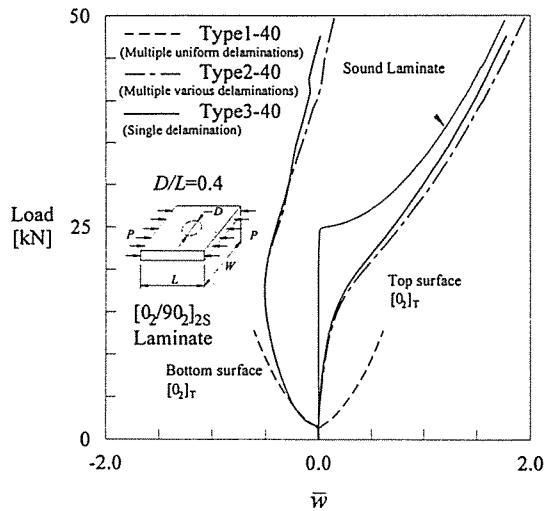


Fig. 19. Load-deflection curves of the  $[0_2/90_2]_{2S}$  laminates with embedded multiple delaminations ( $D_6=40\text{mm}$ ).

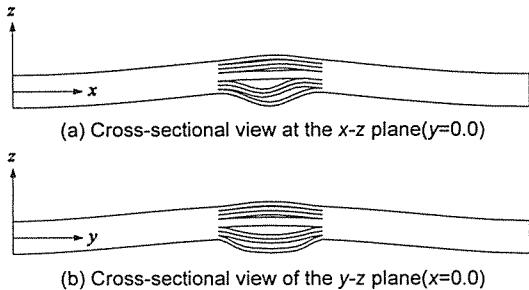


Fig. 18. Unsymmetric deformed shape of the  $[0_2/90_2]_{2S}$  laminates with embedded multiple delaminations ( $D_6=20\text{mm}$ ) at the load of 26kN.

의 나머지 영역이 하중을 지지하여 약 20kN의 하중에서 적층판의 전체적인 좌굴이 발생한다. 최종적인 좌굴형상은 전체좌굴모드에 아래 충간분리층의 국부적인 좌굴이 동반된 혼합좌굴형상을 나타낸다. 또한 type2-20과 3-20의 경우  $[0_2/90_2/0_2/90_4/0_2]_T$ 에 위치한 충간분리의 크기가 작기 때문에 좌굴 후 거동은 큰 차이를 보이지 않는다.

아래층의 충간분리 지름( $D_6$ )이 40mm인 경우에 대한 해석결과는 그림 19에 나타내었다. 충간분리의 크기가 커짐에 따라 좌굴하중은 약 2kN 정도로 매우 낮아졌다. Type1-40의 경우는 위의 경우와 마찬가지로 상하 대칭형태의 좌굴후 거동을 나타내며, type2-40과 3-40의 거동은 초기 좌굴후 거동에서는 큰 차이가 없으나, 하중이 증가함에 따라 type2-40의 하중지지가 낮아진다.

#### IV. 결 론

다층 충간분리가 존재하는 복합재 직교적층판의 좌굴 및 좌굴후 거동을 고찰하기 위해 충간분리층을 모델링한 유한요소해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 여러 층의 충간분리를 가지는 구조물에 대한 좌굴 및 좌굴후 해석에서는 각층 사이의 접촉이 일어나므로 이를 반드시 고려하여야 한다.
- 관통된 다층 충간분리가 존재하는 직교적층판에서는 충간분리로 인해 굽힘강성이 저하되어 낮은 하중에서 좌굴이 발생한다.
- 충간분리의 분포형상은 국부좌굴모드로 발생하

- 는 좌굴하중에는 영향이 없으나, 좌굴후 거동에서는 층간분리층의 국부적인 굽힘강성 저하와 층간분리층의 접촉, 분리로 인해 하중지지도가 크게 낮아진다.
4. 내재된 다층 층간분리가 존재하는 직교적층판의 경우 층간분리의 크기와 개수가 좌굴하중에 영향을 주어 국부적인 좌굴이 낮은 하중에서 발생한다.
  5. 좌굴후 거동에서 층간분리의 분포는 좌굴후 거동에서 하중지지도를 낮추지만, 그 영향은 관통된 층간분리의 경우보다 크지 않다.
  6. 여러층의 층간분리로 인한 국부적인 굽힘강성 저하로 좌굴후 거동에서 비대칭 형태의 변형이 발생한다.

### 참 고 문 헌

1. Liu, D., "Impact-Induced Delamination - A View of Bending Stiffness Mismatching," *J. Composite Materials*, Vol. 22, No. 7, 1988, pp. 674-691.
2. Guynn, E. G., and O'Brien, T. K., "The Influence of Lay-up and Thickness on Composite Impact Damage and Compression Strength," *Proceedings of AIAA/ASME/ASCE/AHS 26th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Orlando, FL, 1985. pp.187-196.
3. 최익현, 최윤록, 홍창선, "Graphite/Epoxy 및 Graphite/PEEK 복합적층판의 저속충격후 잔류 압축강도에 대한 실험적 해석," *한국복합재료학회지*, 제6권, 제2호, 1993, pp.69-79.
4. Chai, H., Knauss, W. G., and Babcock, C. D., "One Dimensional Modeling of Failure in Laminated Plates by Delamination Buckling," *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 17, No. 11, 1981, pp.1069-1083.
5. Simitses, G. J., Sallam, S., and Yin, W. L., "Effect of Delamination of Axially Loaded Homogeneous Laminated Plates," *AIAA J.*, Vol. 23, No. 9, 1985, pp.1437-1445.
6. Shivakumar, K. N., and Whitcomb, J. D., "Buckling of a Sublamine in a Quasi-Isotropic Composite Laminate," *J. Composite Materials*, Vol. 19, No. 1, 1985, pp.2-18.
7. Wang, S. S., Zahlan, N. M., and Suemasu, H., "Compressive Stability of Delaminated Random Short-Fiber Composites, Part I - Modeling and Methods of Analysis," *J. Composite Materials*, Vol. 19, No. 7, 1985, pp.296-316.
8. Wang, S. S., Zahlan, N. M., and Suemasu, H., "Compressive Stability of Delaminated Random Short-Fiber Composites, Part II - Experimental and Analytical Results," *J. Composite Materials*, Vol. 19, No. 7, 1985, pp.317-333.
9. Lim, Y. B., and Parsons, I. D., "The Linearized Buckling Analysis of a Composite Beam with Multiple Delaminations," *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 30, No. 22, pp.3085-3100.
10. Adan, M., Sheinman, I., and Altus, E., "Buckling of Multiply Delaminated Beams," *J. Composite Materials*, Vol. 28, No. 1, 1994, pp. 77-90.
11. Lee, J.-H., Gürdal, Z., and Griffin Jr., O. H., "Layer-wise Approach for the Bifurcation Problems in Laminated Composites with Delaminations," *AIAA J.*, Vol. 31, No. 2, 1993, pp. 331-338.
12. Lee, J.-H., Gürdal, Z., and Griffin, Jr., O. H., "Postbuckling of Laminated Composite with Delaminations," *AIAA J.*, Vol. 33, No. 10, 1995, pp.1963-1970.
13. Chen, H. P., "Shear Deformation Theory for Compressive Delamination Buckling and Growth," *AIAA J.*, Vol. 29, No. 5, 1991, pp.813-819.
14. 최익현, 홍창선, "복합적층판의 저속충격 손상영역 평가," *한국항공우주학회지*, 제22권, 제4호, 1994, pp.78-88.
15. Kim, H.-J., and Hong, C.-S., "Buckling and Postbuckling Behavior of Composite Laminates with an Embedded Delamination," *Proceedings, 10th International Conference on Composite Materials*, Vol. 1, Whistler, Canada, 1995, pp.277-284.

16. Kweon, J.-H., Hong, C.-S., and Lee, I.-C.,  
"Postbuckling Compressive Strength of  
Graphite/Epoxy Laminated Cylindrical Panels  
Loaded in Compression," *AIAA J.*, Vol. 33, No.  
2, 1995, pp.217-222.
17. Bathe, K. J., *Finite Element Procedures  
in Engineering Analysis*, Prentice Hall, New  
Jersey, 1982.



## 부 록

식 (14)에서 보요소의 국부좌표계에서 보요소의 강성행렬  $[K_{bl}]$ 은 다음과 같다.

$$[K_{bl}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$