

論文

섬유강화복합재의 성형시 발생하는 내부응력의 예측을 위한 점탄성 모델링

유 원 재*

Visco-Elastic Approach for Prediction of the Process Induced Internal Stresses in Polymeric Composites

Won J. Yu*

ABSTRACT

Dimensional instability during the manufacture of polymer composites is due to the property mismatch of constituent materials, as well as processing factors. Behind this are the internal stresses, built up by generation and relaxation process in which the intrinsic viscoelastic characteristics of the polymer material plays an important role. This paper describes a linear viscoelastic approach taking account of the fundamental mechanisms to predict the internal stress development. Material behaviour during the manufacture of polymer composites are reviewed to investigate the applicability of a linear viscoelastic approach. An efficient finite element algorithm is proposed based on three recurrence formulae to account for the material viscoelasticity. It is shown that further efficiency can be achieved using a scheme dividing the cooling phase into three separate regimes by examining the reduced times at each time step.

초 록

섬유강화복합재 구조물의 성형시 발생하는 치수불안정의 문제는 그 구성 소재의 물성의 이질성과 공정조건에 의해 연유되며, 보다 직접적으로는 내부응력에 기인한다. 내부응력은 발생과 이완이라는 두 기구에 의해 재료 내에 축적되고, 이 과정에서 재료의 점탄성 특성이 중요한 역할을 하게 된다. 본 논문에서는, 복합재 성형시의 내부응력 축적과정을 해석하고 정량적으로 예측하기 위해 시도한 점탄성적 접근 과정과, 그에 따른 유한요소해석의 algorithm에 대해 기술하였다. 본 연구에서는, 내부응력 형성에 관련된 복합재 성형과정에서의 물리/화학 현상에 대한 모델링과 해석의 편의성을 종합적으로 고려하여 선형 점탄성적 접근을 하였다. 수치해석에 있어서는, 순차식의 사용과 더불어, 온도에 따른 점탄성재료의 응력이완 속도의 변화를 감안하여 응력발생의 측면에서 가장 중요한 냉각과정을 3 단계로 분리함으로써 효율성을 제고할 수 있는 방안을 제안하였다.

1. 서 론

섬유강화복합재의 내부응력은 그 제작과정중의 변화하는 온도 환경 하에서 보강재와 기지가 상이

한 열변형 특성을 가지는데 기인하여 발생한다. 열변형의 원인은 물리적인 요인과 화학적 요인의 것으로 대별할 수 있는데, 보강재와 기지의 열팽창/축소 등은 전자에, 기지의 결정화(crystallization) 나

* (주)대한항공 항공기술연구원

cross linking 에 따른 기지의 미세조직 변화는 후자에 속한다[1]. 반면, 성형과정 중 복합재는 mold 등에 의한, 또한 적층판내 인접층간의 방향 또는 물성의 비균질성에 의한 외적/내적인 제약 (constraint) 하에 있으므로 앞의 열변형 요인이 자연스럽게 부피의 증감으로 이어질 수 없다. 결과적으로, 그 제약되는, 즉 자연스런 부피증감으로 이어지지 못한 만큼의 strain과, 그 당시 재료강성 (stiffness)과의 곱의 크기로 내부응력(internal stresses)이 생성하게 된다. 한편, 재료의 강성은 성형중의 온도와 기지 조직의 변화에 따라 지속적으로 변화하고, 기지는 그 과정에서 심각한 점탄성적 응력이완현상을 수반하므로, 이에 대한 종합적인 고려가 필요한 내부응력의 계산에 있어서는 복잡한 모델링과 해석이 필요하다. 내부응력은 재료가 성형/냉각되는 중 발생(generation)과 이완(relaxation)의 메카니즘에 의해 그 크기가 계속 변화하는데, 결국 냉각이 완료되고 탈형(demould)이 이루어진 이후까지 재료 내부에 잔류하는 그 최종치를 잔류응력(residual stresses)이라 부른다. 복합재의 탈형 시에는 그 직전까지 형성, 축적된 그러나 mould에 의한 구속조건하에서 자체평형(self equilibrium)을 이루지 못하고 있던 내부응력이 새로운 구속조건하에서 자체평형을 이루는 과정에서 때때로 칫수불안정의 문제가 발생한다.

내부응력에 대한 정확한 예측 또는 계산을 더욱 어렵게 만드는 현실적인 요인들이 있다. 그 중 한 예가 프리프레그(prepreg)내의 기지/섬유 분포의 비균질성이다. 일반적으로 프리프레그의 표면층에서는 내부 층에서보다 기지함유비가 높고, 이런 프리프레그를 차례로 적층할 경우, 중립 면에 대한 정확한 대칭조건을 유지할 수 없으며 대칭조건을 가정하여 해석할 때 그에 상응하는 오차가 유발될 것이다. 또 한 예는 적층판을 이루는 각 프리프레그내의 섬유방향각의 오차(misalignment)이다. 일반적인 프리프레그내의 섬유방향에 대한 허용공차 범위가 $\pm 1^\circ$, 적층공정시의 허용공차 역시 정밀부품의 경우 $\pm 1^\circ$ 정도가 일반적이나, 곡율이 있는 실용 적층판의 경우 이 적층공정상의 허용범위를 맞추기가 극히 어려운 반면, $\pm 2 \sim 3^\circ$ 의 섬유각 오차에 의해 심각한 정도의 굽힘, 뒤틀림 등의 치수불안정성의 결과가 초래될 수 있다[2]. 섬유각 오차는 성형시 압력에 의한 기지의 유동(squeeze flow)과 섬유간의 interlocking 현상에 의해 더욱 악화될

수도 있다. 열가소성수지(thermoplastic) 복합재의 경우, 400°C 이상의 고온, 프레스성형(press forming)에 따른 고압, 높은 냉각속도와 부품내의 큰 온도구배는 내부응력의 측면에서 큰 부담이 되고 있다. 이들을 포함한 복합재 내부응력발생의 기본적인 원인에 대한 분석은 Kim[2], Barnes[3], Radford[4] 등의 연구에서 찾을 수 있다. 한 편, Krumweide[5]는 적층판 및 그 공정 설계의 측면에서, 내부응력의 발생을 최소한으로 억제하기 위한 공학적(engineering) 방안을 제시하고 있다.

본 연구에서는, 복합재 제작 중의 내부응력 형성을 예측하는 데 있어서의 제반 고려 사항들에 대한 고찰을 통해, 점탄성 모델링의 필요성, 모델링에 대한 선형 점탄성이론의 적용가능성을 도출해 내었으며, 더 나아가 점탄성 해석에서 문제가 되는 계산 부담을 줄일 수 있는 해석 기법을 제안하였다. 즉, 고분자 기지 재료의 특성인 점탄성 특성을 모델링에 포함시키되, 그 해석과정에서는 온도에 따른 재료의 응력이완 속도의 변화를 감안하여 점탄성해석이 반드시 필요한 부분만을 추출해내고, 그 외 영역에서는 재료의 점성요소에 의한 응력발생분을 모델링 단계에서 제외시키거나 또는 점성요소의 응력이완을 모델링에서 제외시키는 방법을 사용, 탄성해석으로 대체할 수 있도록 함으로써 계산 효율성을 향상시킬 수 있도록 하였다.

2. 이 론 - Thermoviscoelastic Analysis

2-1. 점탄성 모델링

복합재 내부응력의 형성배경에는, (1) 성형과정 전반에 걸친 재료의 부피변화 요인과, (2) 이를 억제하는 재료 내, 외부의 제약조건, (3) 재료의 점탄성 거동에 따른 응력이완현상 등 세 가지의 기본적인 기구(mechanism)가 있다.

복합재 내부응력의 예측에 있어서 해석상의 편의를 위해 채택되어온 열탄성(thermoelastic)적 접근방식은 위의 세 가지 기구를 해석에 직접적으로 포함시킬 수 없다는 단점이 있었다. 이 경우, 내부응력 발생/축적의 기구를 간접적으로 모델링 하는 과정에서의 가정과 단순화에 무리가 있었으며, 그 중 한 예가 'stress free 온도'의 도입이다[6]. 성형 후 냉각과정중의 변화하는 온도환경에서 기지의 응력이완 특성도 변하게 된다. 즉, 고온에서는 이완

현상이 우세하고 T_g 이하의 저온에서는 이완현상은 거의 무시할 수 있는 정도가 되는데, 열탄성 해석에서는 그 경계점이 되는 온도를 stress free 온도라고 정의하고, 그보다 낮은 온도에서만 응력이 발생하는 것으로 간주, 응력이완현상을 단순화하여 해석을 수행한다[6,7]. 그러나, stress free 온도는 재료상수가 아니므로, 어느 한 조건에서 실험적 관찰을 통해 이를 결정하더라도, 냉각속도와 이력 등의 공정변수와 적층판의 적층구조 등의 조건이 상이한 경우에 대해서 일률적으로 정의할 수 없다. 또한, 열탄성 모델링에서는 중요한 process parameter 인 압력 등의 외력조건과 냉각속도의 효과를 해석에 반영할 수 없다는 심각한 결점이 있다. 즉, 내부응력의 예측에 있어서 기본이 되는 위 세 가지 기구와 그 상호간의 역학관계를 적절하게 고려하기 위해서는 점탄성 모델링이 반드시 필요하다.

그러나, 복합재 성형시 수반되는 현상 중에는, 모델링이 비교적 간단한 선형 점탄성이론의 범위를 벗어나는 요소들이 있을 수 있다. 열가소성수지(semicrystalline 수지의 경우) 경우에서의 crystallinity와 열경화성 기지의 crosslinking(또는 cure)에 따른 재료특성변화가 그 예이다. 열경화성기지(thermoset) 복합재의 경우, 경화 단계에서 crosslinking에 따라 degree of cure가 변화하고, thermoplastic 복합재의 경우에는 초기 cooling 단계(Fig. 1에서 cooling stage I)에서 crystallinity가 생성하게 되는데, 이들로 인해 재료 부피의 변화와 더불어 재료의 조직변화에 따른 물성의 변화가 함께 초래된다. 그러나, 재료 조직의 변화에 의해 초래되는 relaxation function 변화가 비선형 점탄성적으로 응력의 발생/이완과정에 연관될 때 이 현상을 적절히 다룰 수 있는 모델링 또는 해석 기법은 아직 없다. TRS (Thermo-Rheologically Simple) 재료에 대해 적용되는 시간-온도 중첩원리(time-temperature superposition principle)와 유사한 개념으로, reduced time의 계산시 degree of cure의 영향을 함께 고려에 넣음으로써, 시간-온도 및 degree of cure 중첩을 통해 thermoset 기지의 cure 과정에서의 응력 변화 추이를 해석하려는 시도[8]가 있었으나, 그 타당성이 아직 검증되지 않은 단계이고, 한편 thermoplastic 재료의 crystallinity 영향에 대한 해석 시도는 없었다. 이와 별도로, crystallinity 또는 degree of cure의 변화에 따른 재료의 물성, 즉 relaxation function 변화

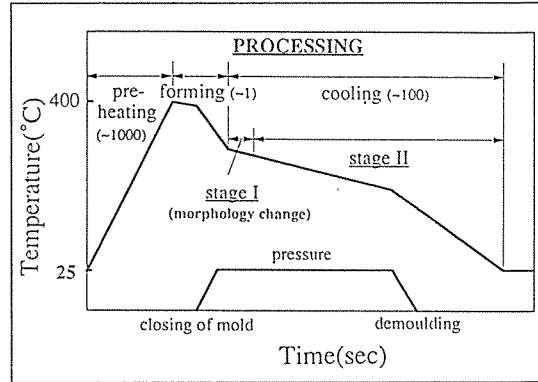


Fig. 1. Schematic diagram for the press forming processing for thermoplastic composites. Numbers in the blanket are typical duration times(in second) for each of the processing stage.

의 실험적 측정 역시 현실적으로 큰 난제이다. 결과적으로, 이 부분에 대한 이론적 모델링, 즉 crystallinity 생성, cross linking 또는 degree of cure 변화에 의한 응력발생을 해석에 통합, 직접적으로 반영시키기 위해서는 앞으로 많은 연구가 더 필요한 것으로 보인다.

그러나, 성형시 내부응력 발생의 환경에 대한 자세한 관찰을 통해 이상의 복잡함을 우회할 수 있다. 본 연구에서는, crystallinity 또는 crosslinking 등 재료의 미세조직 변화와 이에 따른 relaxation function의 변화는 복합재의 성형 공정 중 고온영역에서 일어난다는 점에 주목하였다. 열가소성기지 재료에서의 crystal 조직은 forming 공정후의 cooling 단계의 초기에, 즉 온도 환경이 재료의 T_g 보다 상당히 높은, 따라서 재료강성이 상대적으로 낮으며 응력이완현상이 지배적인 상황에서 생기므로, 이 영역에서의 응력 발생분은 그 이후의 cooling 전 과정에서 생기는 전체응력에 비해 매우 작을 것으로 추정할 수 있다. 열경화성기지의 경우에도 역시, cure 및 crosslinking이 진행되는 영역에서는 재료는 강성이 덜 발달된 상태이며 또한 고온하의 응력이완현상이 지배적인 환경이므로, 이 영역에서 발생, 유지되는 응력 역시 크지 않다고 할 수 있다. 따라서 이 과정에 대한 모델링과 해석에 있어서 근사적 해법을 사용하더라도 그 영향은 전체 해석의 정밀도 측면에서 무시할 수

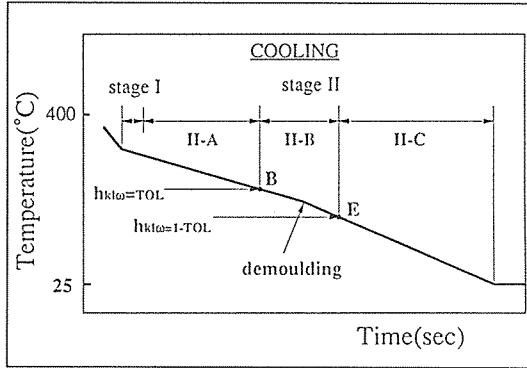


Fig. 2. Division of the cooling stage into 4 different regimes, i. e. stage I, stage II-A, II-B, and II-C. When the cooling history is heterogeneous, B and E represent the moments when the function h across the laminate becomes smaller than TOL, and when the function h across the laminate becomes bigger than 1-TOL, respectively.

있을 만큼 충분히 작을 것으로 보인다. 이 관점에서, 우선 first order approximation 을 한다면 crystallinity 나 degree of cure 가 시작시점과 완성시점의 사이에서의 진행과정에서는 그 최종 완성치의 $1/n$ ($n \sim 2$)로 일정하다고 가정할 수 있다. crystallinity 나 degree of cure 가 그 대표치로 일정하다고 가정하면, 그에 해당하는 재료 relaxation function 은 이 영역에서 불변이므로 선형점탄성이론을 적용할 수 있다. 보다 현실적으로, 이 영역에 대한 해석은 탄성이론으로 가능하다. 상세한 설명은 3.2 절의 계산효율의 향상을 위한 고찰에 나타나 있으나, T_g 보다 상당히 높은 온도조건하에서는 응력이완에 소요되는 시간, 즉 relaxation time 이 극히 짧아지고, 탄성성분의 응력만이 남기고 이완 가능한 점성성분의 응력은 모두 순간적으로 소멸되므로, 이 영역에서의 점성성분의 응력은 모델링 단계에서부터 무시할 수도 있다.

그 이후 단계, 즉 crystal 생성 또는 cure 가 완료된 이후의 cooling 과정에서의 해석에서는 crystallinity 또는 degree of cure 는 일정하므로 선형점탄성이론적 해석에 있어 무리가 없다.

2-2. 점탄성 구성방정식(Constitutive Equations)

내부응력발생의 관점에서 전체 성형 공정 중 가장 중요한 Fig. 1 의 stage II 의 cooling 과정에서 발생/이완하는 응력을 linear superposition 에 의한 Boltzmann 식을 사용, 모델링하기로 한다면, 어느 순간 time = t 에서의 응력 상태는 초기부터 그 시점까지 재료에 부하된 strain 과 relaxation function, C_{ij} 로 표현되어지는 재료의 점탄성 특성 함수의 적분형태로 표시된다. 즉,

$$\sigma_i = \int_0^t C_{ij}(T, X, t - \tau) \frac{\partial \epsilon_j^{eff}}{\partial \tau} d\tau, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

여기서, σ_i 는 stress, C_{ij} 는 재료의 relaxation function, T 와 t 는 각각 온도와 시간, τ 는 시간을 표시하는 dummy 인수이다. X 는 재료의 조직상태를 나타내는 parameter로 재료에 따라 달라질 수 있다. 즉 열가소성 기지의 경우에 crystallinity를, 열경화성 기지의 경우에는 degree of cure를 나타낼 수 있다. X 는 앞의 2-1절에서 설명한 바와 같이 stage I, II 각 단계에서 일정하다고 가정한다. 직교이방성(orthotropic) 재료의 경우, 재료의 점탄성적 거동은 9 개의 relaxation function 으로 표현될 수 있다. 그러나 transverse isotropy 가정이 성립되는 unidirectional prepreg등, 특별한 직교이방성(special orthotropic) 재료의 경우에는, 4 개의 C_{ij} 로 거동해석이 가능하다.

한편, ϵ_j^{eff} 는 다음과 같은 유효 strain 을 나타내고,

$$\epsilon_j^{eff} = \epsilon_j - \epsilon_j^{eigen} \quad (2)$$

여기서, $\epsilon_j, \epsilon_j^{eigen}$ 는 각각 total strain 과 eigen strain, 즉 mechanical strain 외의 열팽창/축소나 조직변화 등의 부피증감 요인에 의한 strain 성분을 나타낸다. 식 (2)를 음미해 보면, 만약 변형이 완전히 억제된 상황에서 재료의 냉각이 이루어진다면, total strain ϵ_j 는 0, 이때의 유효 strain 은 열축소(thermal shrinkage)에 해당하는 만큼의 인장 strain 이 될 것이고, 이에 따라 재료 내부에는 인장응력이 유도되리라는 것을 알 수 있다.

온도에 따른 relaxation function 의 변화는 시간-온도 중첩(time-temperature superposition) 원리를 이용하여 단순화시킬 수 있고, 다음의 식(3)

으로 정의되는 reduced time 을 사용하여 식 (1)의 C_{ij} 를 대표온도인 $T=T_0$ 에서 정의된 적분 식으로 간략화 할 수 있다. 여기서 reduced time, ζ 는,

$$\zeta(t) = \int_0^t \frac{ds}{A(T(s))} \dots\dots\dots (3)$$

식 (3)에서 $A(T(s))$ 는 shift function 이다. 고분자재료에 대해서 shift function 으로 WLF 방식이 주로 사용되는데, 이에 의하면 shift function 은 온도만의 함수가 된다. 복합재의 점탄성 거동은 기지재료의 거동에 따라 좌우되고, 기지 자체는 등방성임을 감안하면, shift function 과 reduced time 이 방향에 관계없이 온도만의 함수인 것으로 가정하는데 있어 큰 무리는 없는 것으로 보인다. 실제, thermoset 기지의 Glass/Epoxy[9,10] 와 thermoplastic 기지의 PEI/glass 복합재[11]에 있어서, 이들의 shift function 이 섬유방향에 따라 달라지지 않고, 온도만의 함수임을 보여주는 실험적 관찰이 있다. 그러나, 문제를 보다 일반적으로 취급하기 위하여, shift function 이나 또는 결과적인 reduced time 을 각각의 relaxation function, C_{ij} 에 있어서 독립적으로 정의한 경우도 있었다[12].

기지의 미세조직이 변하지 않을 경우 reduced time 이 온도만의 함수인 것으로 가정, 식(1)의 지배방정식을, 온도 T_0 에서, reduced time 을 사용하여 다시 쓰면,

$$\sigma_i = \int_0^t C_{ij}(T_0, X, \zeta(t) - \zeta(\tau)) \frac{\partial \epsilon_j^{eff}}{\partial \tau} d\tau, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \dots\dots\dots (4)$$

여기서, ζ' 는 τ 에 대한 reduced time 이고, 식 (3) 으로부터 적분구간을 t 대신 τ 로 대체함으로써 구할 수 있다.

3. 수치 모델링(Numerical Modelling Procedure)

수치해석모델링은 섬유강화복합재의 점탄성 거동을 표현키 위한 relaxation function 을 정의하는 것으로부터 출발하기로 한다. 고분자(polymer) 재료를 기지로 한 섬유강화복합재의 점탄성거동에 대해 동원되어온 여러 기법들 중, Prony series, 즉

몇 개의 Maxwell 모델을 평행하게 결합시킨 모델은 구성 Maxwell 요소의 개수를 조절함으로써 재료거동에 대한 모델링의 정밀도를 용이하게 조절할 수 있다는 점에서 장점을 갖고 있다. 이 방법의 또 다른 큰 강점은, 대단히 효율적인 해석 algorithm 이 이와 연관되어 Taylor 등[13] 에 의해 개발되어 있다는 점이다. 이를 사용, relaxation function 을 표현하면, 온도 T_0 에서,

$$C_{ij}(T_0, X, \zeta) = C_{ij0} + \sum_{\omega=1}^N C_{ij\omega} \exp\left(-\frac{\zeta}{\lambda_{ij\omega}(T_0)}\right) \dots\dots\dots (5)$$

여기서, C_{ij0} 는 재료의 relaxed modulus, 즉 탄성 성분의 탄성률, $C_{ij\omega}$ 는 unrelaxed modulus 즉 점성 성분의 순간 탄성률, $\lambda_{ij\omega}$ 는 각각의 점성 성분의 순간 탄성률에 상응하는 relaxation time 을 나타낸다. N 은 재료의 점탄성 거동의 모델링에 사용된 점성 요소의 개수이다. 식 (5)는 온도가 T_0 일 경우에 대해 쓴 것이며, 이 경우 reduced time, ζ 는 real time, t 와 동일하므로, ζ 를 t 로 대체할 수도 있다.

수치모델링의 출발점으로, variation 방법을 통하여 Hwang [12] 에 의해 유도된 유한요소 평형방정식을 이용하였다. Fig. 3에서 보는 바와 같이, 임의의 섬유 방향각을 갖고 있는 평면요소(2-D finite element)에 대해 이를 다시 쓰면, 시간 t 에서

$$\iint_{v \in \Omega} B_{im}^T \bar{C}_{ij}(T_0, X, \zeta - \zeta') B_{jn} \frac{\partial u_n(\tau)}{\partial \tau} d\tau dv = R_m^{eigen}(t) + R_m^{ext}(t) \dots\dots\dots (6)$$

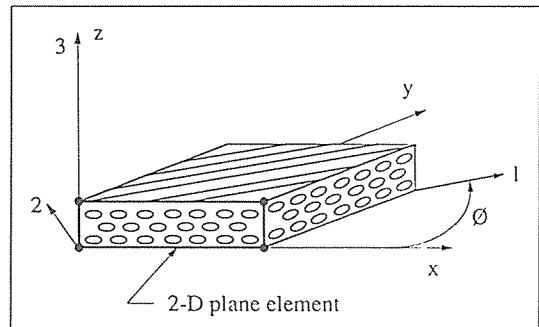


Fig. 3. Two dimensional finite element for modeling of the cross section of uni-directional layer.

여기서 m, n 은 요소의 자유도를 나타내는 지수이고, v 및 u 는 각각 요소의 부피와 절점의 변위벡터, B 는 요소내의 strain 과 절점변위 u 간 관계식, $\epsilon = Bu$ 에서의 변환 행렬이다. $R_m^{ext}(t)$ 는 외부하중을 나타내고, $R_m^{eigen}(t)$ 는 재료의 부피증감요인, 즉 eigen strain 에 의한 하중이며 다음과 같이 주어진다.

$$R_m^{eigen}(t) = \int \int_v B_{im} \overline{C_{ij}}(T_0, \zeta - \zeta) \frac{\partial \epsilon_j^{eigen}(\tau)}{\partial \tau} d\tau dv \quad \dots\dots\dots (7)$$

위의 식 (7), (8)에서 relaxation function $\overline{C_{ij}}$ 위의 bar 는 이들이 xyz 축 좌표계에서 정의된 것임을 나타내며, 이는 변환 행렬 η 을 이용, 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\overline{C_{ij}} = \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \eta_{ijkl} C_{kl} \quad \dots\dots\dots (8)$$

변환 행렬 η 에 대한 상세한 내역에 대해서는 참고문헌 [12] 을 참조할 수 있다. 식 (7)의 평형방정식에 대한 수치 해석적 접근을 위해, time step 에 대한 축차 형식으로 표시하기로 하고, 이를 위해 각각의 time step 내에서 절점변위 u 는 선형적으로 변한다고 가정하면,

$$\frac{\partial u_n(t)}{\partial t} = \frac{\Delta u_n(t_s)}{\Delta t_s} \quad \text{at } t_{s-1} \leq t \leq t_s \quad \dots\dots\dots (9)$$

단, 여기서 $u_n(t_0) = u_n(t_s) - u_n(t_{s-1})$, $u_n(t_0) = 0$ 이고, s 는 time step 를 나타내는 index 이다. 이를 이용, 우선 평형방정식 (6)의 좌측 항을 정리하면,

$$LHS = \sum_{s=1}^p \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 [C_{kl0} B_{mnkl} \Delta u_n(t_s) + \sum_{\omega=1}^N C_{kl\omega} B_{mnkl} \exp(-\frac{\zeta_p - \zeta_s}{\lambda_{kl\omega}}) h_{kl\omega}(t_s) \Delta u_n(t_s)] \quad \dots\dots (10)$$

여기서 사용된 geometry 만의 함수 B_{mnkl} 은,

$$B_{mnkl} = \int_v B_{im} \eta_{ijkl} B_{jn} dv \quad \dots\dots\dots (11)$$

복합재의 냉각 중 발생하는 warping 등 첫수불

안정의 정도가 적층판의 다른 치수에 비해 비교적 작다면, 즉 기하학적 선형(geometrical linear)의 가정이 성립되면, B_{mnkl} 은 전 time step 에 걸친 계산과정 중 변하지 않는다. 한편, 각 time step 에서의 재료의 relaxation function 을 구성하는 각각의 점성 성분 요소의 이완 정도를 나타내는 함수 h 는 다음과 같이 정의된다.

$$h_{kl\omega}(t_s) = \frac{1}{\Delta t_s} \int_{t_{s-1}}^{t_s} \exp(-\frac{\zeta_s - \zeta}{\lambda_{kl\omega}}) d\tau \quad \dots\dots\dots (12)$$

위의 식 (10)과 (12) 에서, $\zeta_p = \zeta(t_p)$, $\zeta_s = \zeta(t_s)$, $\Delta t_s = t_s - t_{s-1}$ 이다. 여기서, 첨자 p 또는 시간 t_p 는 현재(present) 시간을 의미한다.

3-1. 순환 공식(Recursive Formulae)

재료가 점탄성 특성을 가진다는 것은, stress-strain 관계식인 재료의 구성방정식이 시간의 함수가 되는 것을 의미한다. 이 경우, 어느 한 시점에서의 재료의 거동이 바로 그 시점에서의 역학적 상황에 의해서만 결정되는 것이 아니라, 그 이전에 재료에 가해졌던 요인이 여기에 계속 영향을 주고 있다는 것이다. 이러한 재료의 기억 효과의 영향을 위의 수치모델링의 과정에서 찾으면, 식(6)과 식(10)에서 알 수 있듯이, 현재 즉 $t = t_p$ 에서의 절점변위 $u_n(t_p)$ 가 그 이전의 전과정의 time step 에서의 절점변위들과 모두 연계되어 있다는 것이다. 이를 직접 풀고자 할 경우, 계산의 소요시간 및 요구되는 computer memory 는 대체로 time step 수의 제곱에 비례하게 되고 따라서 time step 수가 많아질수록 계산의 부담이 누진적으로 커지게 된다.

이러한 점탄성 문제를 효율적으로 풀기 위한 algorithm 개발을 위한 노력이 있어 왔다. Euler 방법 에 의한 반복계산(iterative) 방식이 상용 프로그램인 ABAQUS에 사용[14] 되는 한편, Matsumoto 등[15] 은 응력이완 효과를 전체 time step 모두에 걸쳐 계산에 포함하는 대신, 초기의 몇 time step 에서만 고려에 넣고 그 외 time step 에서는 이를 무시하는 근사적 방법을 제시하기도 하였다. 이러한 여러 방법 중, Taylor 등 [13] 에 의해 제안된 순환 공식(recursive formula)을 사용한 방식은 programming 의 용이성 및 efficiency 측면

에서 특히 우수하다. 따라서 본 연구에서도 이를 도입, 사용하였으며, 순환 공식을 사용하여 식 (10)을 다시 정리하고, 이를 평형 방정식 (6)에 대입하면 다음과 같은 새로운 형태의 평형방정식을 유도할 수 있다.

$$\sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 [C_{kl0} + \sum_{\omega=1}^N C_{kl\omega} B_{mkl} h_{kl\omega}(t_p)] \Delta u_n(t_p) = R_m^{eigen}(t_p) + R_m^{ext}(t_p) - \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 [\sum_{s=1}^{p-1} C_{kl0} B_{mkl} \Delta u_n(t_s) + \sum_{\omega=1}^N g_{mkl\omega}(t_s)] \quad (13)$$

여기서 순환공식(recursive formula), $g_{mkl\omega}$ 는,

$$g_{mkl\omega}(t_p) = \exp\left(-\frac{\Delta \zeta_p}{\lambda_{kl\omega}}\right) [g_{mkl\omega}(t_{p-1}) + C_{kl\omega} B_{mkl} h_{kl\omega}(t_{p-1}) \Delta u_n(t_{p-1})] \quad (14)$$

여기서, $\Delta \zeta_p = \zeta_p - \zeta_{p-1}$ 이다.

위와 같은 기법을 식 (7)의 하중벡터의 계산에도 확장, 적용하면,

$$R_m^{eigen}(t_p) = \sum_{s=1}^p \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 C_{kl0} B_{mkl} \Delta \varepsilon_j^{eigen}(t_s) + \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \sum_{\omega=1}^N f_{mkl\omega}(t_p) \quad (15)$$

여기서 가정한 geometry 함수 B_{mkl} 는,

$$B_{mkl} = \int_v B_{im} \eta_{ijkl} dv \quad (16)$$

기하학적 선형(geometrical linear)의 가정이 성립되면, B_{mkl} 는 B_{mkl} 과 마찬가지로 전 time step에 걸친 계산과정 중 변하지 않는다. 또한, 이 경우의 순환 공식인 $f_{mkl\omega}$ 는,

$$f_{mkl\omega}(t_p) = \exp\left(-\frac{\Delta \zeta_p}{\lambda_{kl\omega}}\right) f_{mkl\omega}(t_{p-1}) + C_{kl\omega} h_{kl\omega}(t_p) B_{mkl} \Delta \varepsilon_j^{eigen}(t_p) \quad (17)$$

위의 방식으로, 현재 시간 즉 time = t_p 에서의 절점변위 $u_n(t_p)$ 를, 그 이전의 전체 time step에서의 절점변위들과의 연계성을 해지시킬 수 있고, 이를 이용, 각 time step에서의 절점변위 $u_n(t_s)$ 를 용이하게 구할 수 있다.

이상의 과정으로 구한 각 time step에서의 절점변위 $u_n(t_s)$ 로부터 응력을 계산할 수 있다. 각 time step에서의 응력 역시, 식(1)을 위의 방식으로 축차적으로 계산할 수 있으며, 이 경우에도 순환식을 유도하여, 계산을 간략화 할 수 있다. 즉,

$$\sigma_i(t_p) = \sum_{s=1}^p \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 C_{kl0} \eta_{ijkl} \Delta \varepsilon_j^{eff}(t_s) + \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \sum_{\omega=1}^N s_{ijkl\omega}(t_p) \quad (18)$$

여기서, 순환식으로 유도된 $s_{ijkl\omega}$ 는

$$s_{ijkl\omega}(t_p) = \exp\left(-\frac{\Delta \zeta_p}{\lambda_{kl\omega}}\right) s_{ijkl\omega}(t_{p-1}) + C_{kl\omega} \eta_{ijkl} h_{kl\omega}(t_p) \Delta \varepsilon_j^{eff}(t_p) \quad (19)$$

3-2. 계산효율의 향상을 위한 고찰 (Scheme for Further Simplification)

앞 절의 모델링과정과 더불어 cooling 단계에서의 재료거동의 특성에 대한 분석을 통해, 계산의 부담을 효율적으로 줄이기 위한 방안을 추론해 낼 수 있다. 이를 위해, Fig. 1의 stage II 단계를 Fig. 2에서 보는바와 같이 다시 재료의 Tg를 기준으로 고온의 stage II-A, Tg 주위의 stage II-B 영역, 저온의 stage II-C로 나누어 고찰하기로 한다.

우선, stage II-A에서는 relaxation 현상이 지배적이 된다. 이는 고온에서 reduced time이 커지기 때문인데 결과적으로 식(12)의 함수 h가 무시할 만큼 작아짐에 따라 식(13)의 평형 방정식에서, 좌변 둘째 항의, 즉 재료강성에 대한 점성성분의 영향은 무시할 수 있게 된다. 함수 h에 대해서, 식(14)의 순환공식에서도 같은 추론을 할 수 있으며, 또한 이는 하중 벡터에 관한 식(15), (17)에 대해서도 역시 마찬가지이다. 즉, 이 영역에서의 각 time step에서 relaxation function을 구성하는 점성 성분은 순간적으로 완전히 이완되는 것이므로, 따

라서 이 영역에서의 재료 거동은, relaxed modulus 만을 사용한 탄성해석으로 충분하다.

한편, 저온 영역인 stage II-C 에서의 경우, relaxation 현상은 거의 무시할 수 있는데, 이는 저온에서 reduced time 이 극히 짧아지기 때문이다. 이 경우, 식(12)의 함수 h 는 1로 근접하게 되는데 따라 식(14) 및 식(17)에서의 점성성분은 거의 100% 유효하게 된다. 그러므로 이 영역에서는 재료거동은 relaxed modulus 와 unrelaxed modulus 를 합한 크기의 탄성률 값을 부여하고, 탄성 해석을 할 수 있다.

이상의 두 영역과는 달리, 그 중간인 stage II-B 의 경우에는 점성성분의 relaxation 이 무시할 수 없을 정도로 일어나게 되므로 반드시 이를 해석에 고려하여야 한다. 즉 이 영역에서의 재료거동은 온전한 점탄성적 해석을 필요로 한다.

본 연구에서는 이상의 추론 즉, cooling 단계를 고온탄성(또는 점성) → 점탄성 → 저온 탄성의 세 영역으로 구분하였다. 이들 영역간의 구분에 있어서는, 각 time step 에서의 해당 유한요소의 온도와 그에 따른 reduced time 을 관찰함으로써 그 천이점을 찾을 수 있다. 더 정확하게는, 식(12)의 함수 h 값을 근거로 영역간의 천이점을 정할 수 있다. 즉,

stage II-A 고온탄성(또는 점성) : $h_{kl\omega}(t_p) < TOL$

stage II-B 점탄성 : $TOL \leq h_{kl\omega}(t_p) \leq 1-TOL$

stage II-C 저온 탄성 : $h_{kl\omega}(t_p) > 1-TOL$

여기서 TOL 은 천이점 결정에 대한 tolerance 이고 0.01 ~ 0.001 내외의 값을 할당할 수 있다. Fig. 4 는 이상의 해석과정을 전산 프로그램화하기 위한 흐름도이다.

열가소성수지 복합재인 glass/PEI 재료의 제작과정중 형성되는 내부응력 및 그 최종적인 잔류응력의 크기를 예측하기 위해, 급냉 및 완냉의 두 가지 냉각조건에 대해서 TOL=0.001의 값으로 3영역 구분하여 단계별 해석을 수행한 결과는 본 기법의 실용성을 입증해 주고 있다[16]. 이 경우, 냉각시간이 330초인 급냉 시에는 초기 36초는 stage II-A, 36 - 61.5초 사이가 stage II-B, 그 이후가 stage II-C로 구분될 수 있음을 보여 준다. 이에 비해, 전체 냉각시간이 4730초인 완냉의 경우에는 초기의 115초는 stage II-A, 115 - 858초 사이가 stage II-B, 그 이후가 stage II-C로 구분되었다.

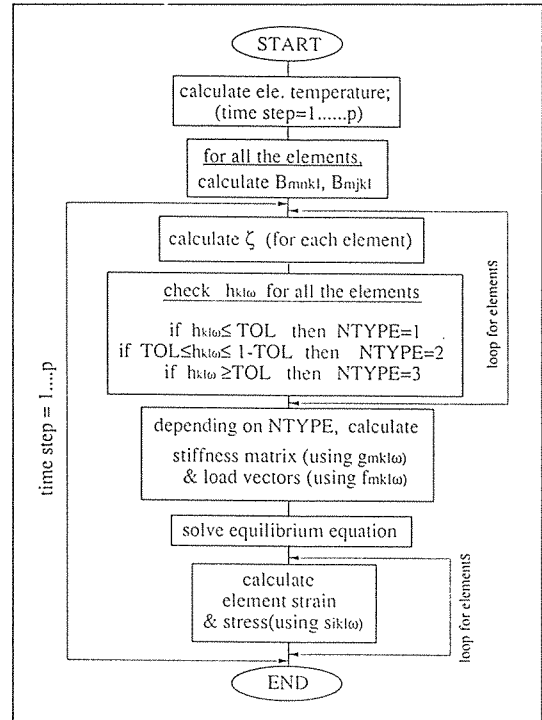


Fig. 4. The flow chart for finite element programming using the recursive formulae. Assumption is made that the transient heat transfer is not coupled with viscoelastic stresses.

즉, 전체 냉각 단계 중 10 - 15% 이내에 대해서만 점탄성 해석을 수행하고, 그 외에 대해서는 탄성해석으로 대체할 수 있음을 시사하고 있고, 이로써 이 방법의 효율성을 입증해 주고 있다. 한편, 상기의 각 영역에서 생성되는 내부응력의 크기는 적층 순서와 냉각조건에 따라 차이는 있으나, stage II-B의 점탄성 단계에서 전체 내부응력의 30% 이상의 응력이 발생함을 나타내고 있고, 이로써 점탄성 해석의 필요성을 확인해 주고 있다. 이 glass/PEI 재료의 경우 비정질 재료이므로, crystallinity의 생성에 의한 microstructure의 변화는 없으므로 이 경우 Fig. 2의 stage I 은 존재하지 않는다.

4. 결 론

복합재의 성형시 발생하는 찢수불안정의 정도와

내부응력의 예측을 위한 모델링과 해석방법의 개발을 목적으로 연구하였다. 그 모델링에 있어서 내부응력 발생/이완의 기본기구(basic mechanism)와 공정조건간의 역학관계를 실체적으로 고려하기 위해서는 점탄성 모델링이 반드시 필요하다는 결론에 도달하였다. 또한, 온도에 따른 재료내 응력이완 속도 변화를 모델링 초기에 감안함으로써, 복합재의 성형과 후냉각과정에 대한 모델링에 있어서, 비교적 간단한 선형 점탄성이론을 적용할 수 있음을 추론하였다.

점탄성 모델링에 대한 해석 측면에서의 뒷받침이라 할 수 있는, 효율적인 유한요소해석 algorithm을 제안하였다. 이는 재료의 기억효과를 효과적으로 수치처리하기 위해 Taylor 등에 의해 제안된 순환공식(recursive formula) 사용 기법을 토대로 한 것이나, 본 연구에서는 이를 하중 벡터 및 응력의 계산에까지 이를 확대적용할 수 있음을 보였고, 내부응력의 관점에서 복합재의 전 성형과정 중 가장 중요한 성형후 냉각과정을 고온탄성(또는 점성) → 점탄성 → 저온 탄성의 세 영역으로 구분함을 통해서, 내부응력 형성에 대한 계산의 효율을 더욱 향상시킬 수 있음을 보였다. 이는, 전 과정에 대한 일률적인 점탄성 해석을 지양, 세 영역 중 고온탄성영역(stage II-A), 및 저온탄성영역(stage II-C)의 경우에 대해서는 점탄성해석대신 탄성해석으로 대체할 수 있기 때문에 가능하다. 각 영역간의 구분에 있어서의 천이점은, 각 time step에서의 유한요소모델 내의 온도에 따른 재료의 reduced time 등을 포함하는 함수 h 를 관찰하고, 그에 적절한 tolerance 값을 부여함으로써 찾을 수 있다.

참 고 문 헌

1. Lawrence, W. E., Seferis, J. C. and Gillespie, JR., J. W., "Material Response of a semicrystalline Thermoplastic Polymer and Composite in Relation to Process Cooling History", *Polymer Composites*, Vol. 13, No. 2, April, 1992.
2. Kim, p., Phillips, R., Toll, S., Manson, J-A. E., "The Dimensional Stability of Composite Laminates: Sensitivity to Gradients in Fibre Content and Misalignment", *Proc. of the International Workshop on Advanced Materials for High Precision Detectors*, Archamps, Haute-Savoie, France, pp.28-30 September 1994.
3. Barnes, J. A. and Byerly, G. E., "The Formation of Residual Stresses in Laminated Thermoplastic Composites", *Composite Science and Technology*, Vol. 51, pp.479-494, 1994.
4. Radford, D. W., "Cure Shrinkage Induced Warpage in Flat Uni-axial Composites", *J. Composite Technology and Research*, Vol. 15, No. 4, 1993.
5. Krumweide, G. C., "Attacking Dimensional Instability Problems in Graphite/Epoxy Structures", *SPIE Vol. 1533 Optomechanics and Dimensional Stability*, 1991.
6. Hahn, H. T., "Residual Stresses in Polymer Matrix Composite Laminates", *J. Composite Materials*, Vol. 10, p.266, 1976.
7. Jeronimidis, G. and Parkyn, A. T., "Residual Stresses in Carbon Fibre-Thermoplastic Matrix Laminates", *J. of Composite Materials*, Vol. 22, May, 1988.
8. Lange, J., Toll, S., Hult, A. and Manson, J-A. E., "Residual Stresses Build-up in Thermoset Films Cured Above Their Ultimate Glass Transition Temperature", *Polymer*, Vol. 35, p.3135, 1995.
9. Morris, D. H., Brinson, H. F. and Yeow, Y. T., "The Viscoelastic Behavior of the Principal Compliance Matrix of a Unidirectional Graphite/Epoxy Composite", *Polymer Composites*, Vol. 1, No. 1, September, 1980.
10. Wang, T. -M, and Daniel, I. M., "Thermoviscoelastic Analysis of Residual Stresses and Warpage in Composite Laminates", *J. of Composite Materials*, Vol. 26, No. 6, 1992.
11. Phillips, R., Kim, P., Sunderland, P. and Manson, J-A., E., "Influence of Processing Parameters on the Dimensional Stability of Polymer Composites", *Proc. of the International Workshop on Advanced Materials for High Precision Detectors*, Archamps, Haute-Savoie, France, pp.28-30 September 1994.
12. Hwang, I. H., "Thermo-Viscoelastic Beha-

rior of Composite Materials", Ph. D Thesis, Dept. of Aeronautics and Astronautics, Univ. of Washington, 1990.

13. Taylor, R. L., Pister, K. S. and Goudreau, G. L., "Thermomechanical Analysis of Viscoelastic Solids", Int'l Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 2, 1970.

14. ABAQUS/Standard User's Manual, Hibbit, Karlsson and Sorenson Inc.

15. Matsumoto, S., Miyano, Y., Sugimori, S, Muki, R. and Kunio, T., "A Simplified Numerical Method for Residual Stress in Thermoviscoelastic Body Caused by Cooling", Journal for the Japanese Society for Mechanical Engineering, Vol. 60, No. 571, 1994.

16. 유원재, "후성형 냉각이력에 따른 Glass/PEI 복합재의 치수불안정 및 잔류응력예측", 한국복합재료학회지 Vol. 10, No. 3, 1997.