

論文

핏치계 중공형 탄소섬유의 제조 및 특성 (Ⅱ) 구조 및 기계적 물성

이영석* · 김종필** · 김태진*** · 이보성*

Preparation and Characteristics of Pitch-based Hollow Carbon Fibers
(Ⅱ) Structure and mechanical properties

Y. S. Lee*, J. P. Kim**, T. J. Kim*** and B. S. Rhee*

ABSTRACT

Structural characteristics and mechanical properties of pitch based hollow carbon fibers(HCFs) were investigated. HCFs were split along the axial rather than radial direction in the similar way of the fracture of bamboo by external stress. In comparison with the results of tensile testing for general performance round CFs, the mechanical properties of HCFs were improved except isotropic pitch based HCFs. Tensile strengths of pitch based HCFs depend on the gauge length irrespective of the kinds of carbon fibers. Theoretical values in mechanical properties extrapolated from the data of the manufactured isotropic and mesophase pitch based HCFs were 470.02 kgf/mm^2 and 709.13 kgf/mm^2 at 0.1 mm gauge length, respectively.

초 록

핏치계 중공 탄소섬유(HCFs, Hollow Carbon Fibers)의 구조적 특성과 기계적 물성을 관찰하였다. 메조페이스 핏치계 HCFs는 외력(stress)에 의해 대나무의 쪼개짐처럼 반경 방향보다는 축 방향을 따라서 쪼개짐이 일어났다. 범용 원형 탄소섬유와 비교하면 등방성 핏치계 HCFs의 인장 강도를 제외하고는 모두 그 값이 증가하였다. 핏치계 HCFs의 인장 강도는 탄소섬유의 종류와 관계없이 측정 길이(gauge length)에 의존하였다. 등방성 핏치계와 메조페이스 핏치계 HCFs의 인장강도 자료를 측정길이 0.1 mm 로 외삽한 이론적 인장강도값은 각각 470.02 kgf/mm^2 , 709.13 kgf/mm^2 이었다.

1. 서 론

탄소섬유(carbon fiber; CF)는 일반적으로 전구체(precursor)에 따라 rayon계, PAN계, 핏치계 및 벤젠, 고온에서 메탄 등으로부터 유도된 기상 성장 탄소섬유로 분류될 수 있다. 이중 핏치계 탄소섬유는 등방성계와 메조페이스(이방성) 핏치계로 나뉘는데 범용 탄소섬유인 등방성 핏치계 탄소섬유는

값이 저렴하고 공정이 용이하여 다량으로 요구되는 건축물, 교량, 및 그 밖의 구조물 등에 쓰이고 고성능 탄소섬유인 메조페이스 핏치계 탄소섬유는 결정성이므로 탄성율이 매우 높아 우주 항공, 군사, 자동차, 및 그 밖의 특수 목적에 쓰이고 있다[1,2]. 그러나, 메조페이스 핏치계 탄소섬유는 광범위한 응용을 위해서 해결해야 할 중요한 문제들이 남아 있다[3,4]. 고성능 핏치계 탄소섬유는 여전히 고가

* 충남대학교 화학공학과

** 삼성화학 페인트(주)

*** (주)쌍용양회 중앙연구소

로 여겨지고 있고, PAN계 탄소섬유에 비해 탄성을 제외하고는 그 특성이 나쁘다[1]. 따라서 최근의 연구는 고강도 빚치계 CF를 제조하는데 중점을 두고 있다. Edie 등[5]은 비원형 방사 노즐을 이용하여 non-circular 섬유를 방사하고, 고강도의 탄소섬유를 얻고자 C-shaped, trilobal, octalobal CF 등을 제조하여 구조 및 형태를 관찰하였고, Fortin 등[6]은 thin, slit형 탄소섬유를 제조하여 그 구조와 물성을 관찰하였으며, 비원형 섬유가 보통의 원형 방사 노즐로부터 얻어진 원형 섬유에 비해 높은 인장 강도를 나타냄을 보고하였다. 이 등[7]도 C-형 탄소섬유의 제조를 통하여 인장 강도와 탄성률이 증가되었음을 보고하였다.

한편, PAN계 탄소섬유와는 달리 빚치계 탄소섬유는 다양한 미세구조를 가지고 있는데, radial, random, onion형의 배열은 빚치계 탄소섬유의 단면에서의 주요 패턴으로 잘 알려져 있으며, 이 배열은 방사 조건에 따라 다르게 형성될 수 있다[8]. 또한, 탄소섬유의 물리적, 기계적 특성은 그 구조, 특히 횡배열에 크게 의존한다[6]. Mochida [9]등은 비원형 방사 노즐을 이용하여 탄소섬유 제조시, 방사 공정에 있어서 섬유의 횡단면의 분자 배열에 관한 조절과 최적화는 기계적 물성을 향상시키는 데 대단히 중요하다고 보고하였다. 이런 인장 강도의 증가는 탄소섬유의 단면적에서 개선된 횡배열의 결과라고 믿어진다. 이처럼 미세구조뿐만 아니라 섬유의 형태 변화로 섬유의 기계적 물성을 변화시킬 수 있다[8]. 따라서 본 연구에서는 앞서의 연구 (Part I, [10])에서 coaxial two cylinder 모양의 annular type 방사기를 이용하여 빚치로부터 안정화, 탄화 후에 최적화 조건으로 균일하게 제조한 중공 탄소섬유(HCF, hollow carbon fiber)의 구조, 배향, 물성 및 섬유의 형태에 대한 특성을 알아보고자, 중공 탄소섬유의 형태학적 구조와 조직을 관찰하고 기계적 물성을 측정하였다. 또한, weibull distribution 식을 이용한 인장 강도의 측정 길이에 따른 failure분석을 하였다.

2. 실험

2-1. 실험 재료 및 방법

실험에 사용한 빚치계 중공 탄소섬유는 전보[10]에서 보고한 대로, 정유 공장의 납사 분해 잔유물

(naphtha cracking bottom oil)로부터 개질하여 얻은 방사성이 좋은 등방성 빚치와 콜타르 빚치를 열처리하여 제조한 메조페이즈(이방성) 빚치를 이중 원통형 방사기(two cylinder annular type spinnerette)로 용융방사하여 중공 빚치섬유를 얻은 후, 일반 탄소섬유 제조시와 같은 안정화, 탄화 공정을 거쳐 만들었다. 이렇게 얻어진 섬유 단면의 형태 관찰과 단면적 측정을 위해 광학현미경 관찰을 하였다. 관찰에 사용된 편광현미경(polarized light, microscope)은 Leitz Orthoplan-Pol이 사용되었다. 시편은 폴리에스테르 수지에 섬유를 함침시켜 경화시킨 후 200, 600, 1200, 1500 sand paper 순으로 연마한 후 형검위에 2~3 μ m 입자의 알루미나 분말과 함께 마무리 연마하여 준비하였다. 섬유 단면의 조직 관찰과 단면적 측정을 위하여 주사전자현미경(SEM; scanning electron microscope, Topcon Co., Japan)을 사용하였다. 시편은 섬유 다발을 작게 자른 아크릴 판 사이에 끼우고 고정시켜 gold coating한 후 관찰하였다.

2-2. 기계적 물성 측정

기계적 물성 중에서 섬유의 직접적인 기준치를 제공해 줄 수 있는 인장측정(tensile testing)을 하였으며, 인장강도 σ , 인장탄성률 M , 그리고 신도 E 를 구하여 이들의 관계를 알아보았다. 사용된 장치는 Instron 4302였으며, 단섬유 인장측정법[11] (single filament tensile testing method)을 이용하였다. 시편은 미리 준비된 종이 위에 단섬유를 측정 길이(gauge length) 25.4mm로 테이프에 고정시키고 접착제로 고정하였다. Instron의 아래와 위의 holder에 섬유의 양끝을 고정시킨 다음, 가위로 자른 후 시험을 행하였다. 이때 chart speed는 200mm/min.였고, head speed는 2mm/min.이었다. 시험에 측정된 단섬유들의 인장 강도, 탄성률, 신도 등의 물성치의 평균을 내어 계산하는 방법(ASTM D3379-75)을 이용하였다[11].

2-3. 섬유의 단면적 측정

단섬유의 단면적은, 인장 특성, 압축특성 등을 측정하기 위하여 필요하다. 단면적 측정에는 여러 가지 방법이 있으나, 본 실험에서는 광학 현미경을 이용하는 방법과 SEM을 이용하는 방법(JIS R

7601)으로 측정하였다[12]. 폴리에스테르 수지에 수지를 함침하여 고정한 후 수직면을 연마하여 현미경내에서 측정하였다.

2-4. weibull 해석

단섬유 시료의 인장강도는 측정 길이에 크게 의존하므로, weibull distribution 식을 이용하여 측정 길이에 따른 인장강도의 다른 파괴(failure) 분석을 하였다. 측정 길이를 5, 10, 25, 40으로 각각 측정하여 그 분포를 히스토그램(histogram)으로 나타내었고, 파괴(failure)의 확률 F , 척도 변수(scale parameter) σ_0 , 결함의 분산 변수 m 를 구하고, 파괴 빈도(failure frequency) f 를 구하였다. 또한, 이들로부터 구한 이론적 평균 강도 σ 를 구하여 실제 측정치와 비교하였으며, 이들의 값을 구하는 방법은 appendix에 나타내었다.

3. 결과 및 고찰

3-1. 구조적 관찰

3-1. 중공 탄소섬유의 구조

Fig. 1에 등방성과 메조페이스 핏치계 중공 탄소섬유의 단면을 편광현미경 사진으로 나타내었다. 등방성 핏치계 (a)와는 달리 메조페이스 핏치계 (b) 섬유는 편광을 주었을 때 일정한 방향으로만 빛이 나타나 명암의 대조(contrast)가 잘 이루어짐을 알 수 있으며, 외부의 불포화아세트 수지가 중공 내부로 침투하지 못하여 중공이 그대로 유지됨을 관찰할 수 있다. 이로 미루어 보아 중공 섬유를 이용하여 복합 재료(composite)를 제조하였을 경우 재료벽을 통과하는 미세한 터널(tunnel)들이 형성되리라 예측된다. 따라서 더 가벼워지고, 외부 충격에 대한 흡수가 용이하며 선택적으로 물질을 통과시키는 분리 공정에도 이용되고, 다공성 재료를 요구하는 원료 전지의 전극, 촉매담체, 흡착제 등으로 이용될 수 있을 것이다.

Fig. 2는 두꺼운 등방성 및 메조페이스 중공 탄소섬유의 SEM사진이다. 등방성 핏치계 중공 탄소섬유 (a)를 살펴보면, 내부에는 미산화되어 탄화시 메조페이스로 전환된 것으로 외부의 구조와 약간 틀린 모습을 나타내었다. (b)는 메조페이스 핏치계 탄소섬유로서 외부 산화된 shell형태의 부분을 알

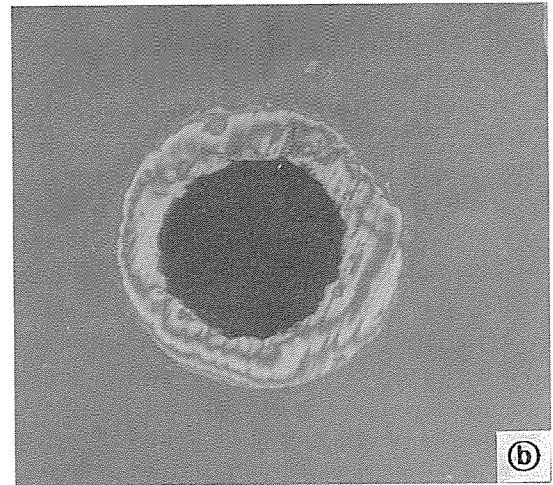
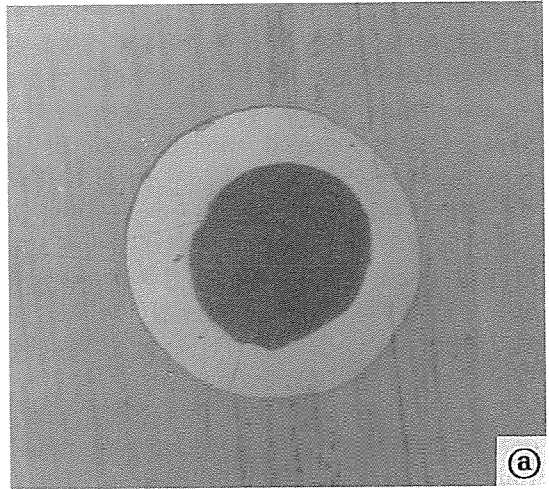
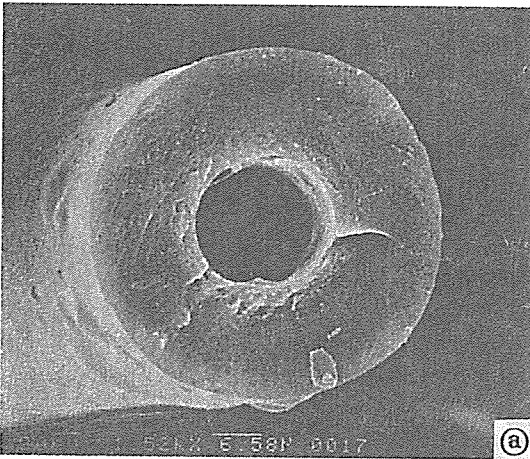


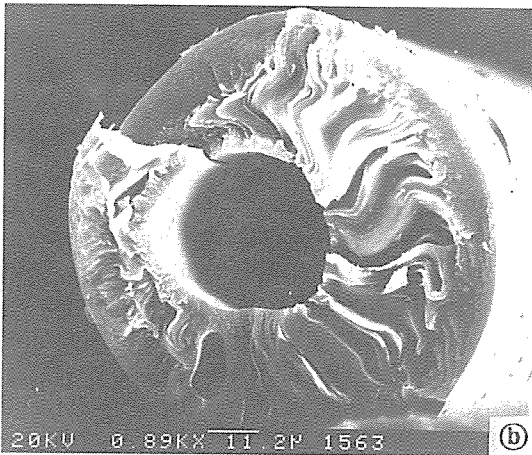
Fig. 1. Polarized micrographs of carbonized fiber (a) isotropic hollow fiber, (b) mesophase hollow fiber.

아볼 수 있으며, 내부 미산화된 부분은 탄화시 저비점 성분이 밖으로 나간 흔적이 갈라짐으로 나타났다. 배향이 thin hollow섬유보다 느슨하게 되었고, 세공(pore)도 관찰되었다. 이러한 형태는 용융 방사시 내부 N_2 gas 흐름이 적고 권취속도가 매우 느린 까닭으로 사료된다.

3-2. 배향과 fracture



(a)



(b)

Fig. 2. Thick hollow carbonized carbon fiber.
(a) isotropic, (b) mesophase

메조페이스 핏치로부터 제조된 중공 탄소섬유의 배향된 형태와 사진을 Fig. 3에 나타내었다. 내부 중공 영역과 외부로부터 중심선보다 약간 안쪽 선을 따라서 folded-sheets 형태로 배향된 모습이 관찰되었다. 이것은 용융방사시 capillary내의 벽으로부터 전단응력 (shear stress)를 받아서 핏치 속도는 중심선보다 약간 안쪽이 최고 속도이고, 벽부근의 속도가 매우 느린 형태로 이루어진 까닭이다. 최고 속도의 위치가 중심선이 아니고 중심선보다 약간 안쪽인 원인은 내부 실린더로부터 받은 전단

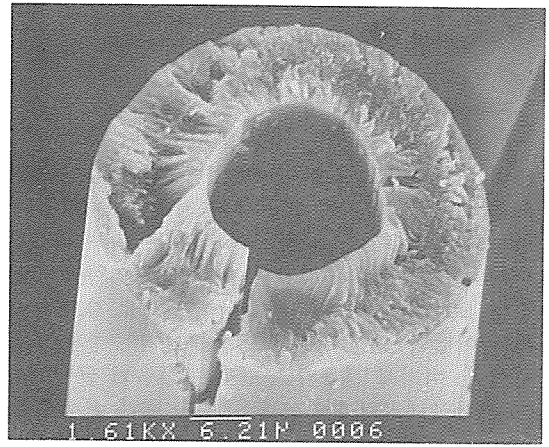


Fig. 3. Cross-sectional structure of a hollow mesophase carbon fiber.

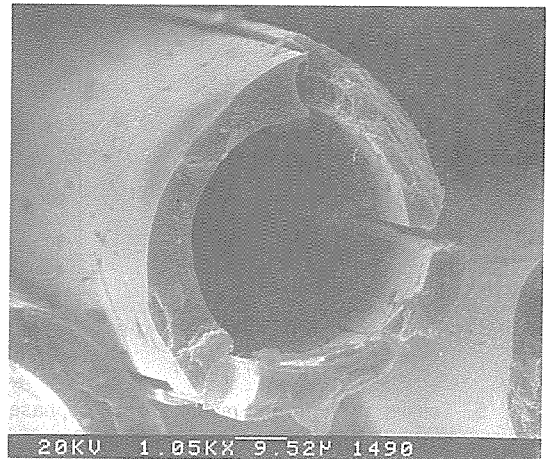


Fig. 4. Cross-sectional structure of a fractured hollow mesophase carbon fiber along the axis.

응력보다 외부 실린더 벽으로부터 받는 전단응력이 크기 때문으로 판단된다.

Fig. 4는 중공 탄소섬유의 찢어진 모습을 SEM으로 관찰한 것이다. 섬유가 절단될 때 외부로부터 응력을 받으면 lamella층간에 힘의 전달이 이루어져 축방향으로 찢김이 일어나 강인함을 보여주었

다. 반경 방향(radial direction)의 결함보다 축방향 꼬임이 강도와 탄성률에 더 좋은 영향을 주는 것으로 판단된다.

3-3. 기계적 물성

안정화 시간에 따른 HCF의 인장 강도와 탄성률과의 관계를 Fig. 5에 나타내었다. 인장 강도와 탄성률 모두 산화 시간 60분에서 최고 값을 가졌다. 미산화된 섬유, 즉 0, 30분의 섬유는 내부 미산화 층의 변형이 일어나 강도의 저하에 큰 영향을 주었으며, 90분의 섬유는 과산화된 영향으로 강도 저하가 일어났다. 인장 강도와 탄성률이 비슷한 경향을 보였다. 여기서 섬유의 단면적은 섬유가 균일하다고 가정하고 편광현미경과 SEM을 통하여 섬유 filament 30개의 단면적 평균값으로 강도를 계산하였다. 중공 섬유의 인장 강도와 탄성률을 Table

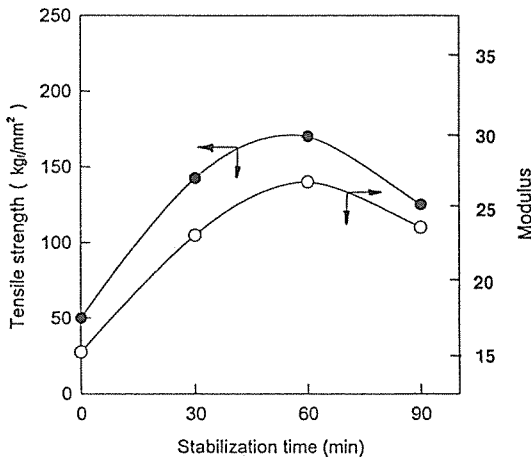


Fig. 5. Tensile strength and modulus of mesophase HCFs as function of stabilization time.

Table 1. Mechanical properties of carbonized round and hollow fibers at 1000°C

Pitches	Fiber type	Tensile Strength (kg/mm²)	Tensile Modulus (ton/mm²)
Isotropic	Round	95	5.5
	Hollow	84	6.1
Mesophase	Round	151	15.5
	Hollow	188	21.6

1에 나타내었다. 본 실험실에서 제조한 원형 탄소 섬유와 비교할 때[13], 등방성의 경우 인장 강도가 12%정도 감소하였으나 탄성률은 10% 정도 증가하였으며, 메조페이스인 경우는 인장 강도가 24.5%, 탄성률이 39.4%씩 각각 증가하였다. 이것은 원형탄소섬유에 비해 중공탄소섬유의 탄성률은 내부의 중공으로 인하여 등방성 핏치계와 메조페이스 핏치계 모두 증가되고, 인장강도는 메조페이스 핏치계인 경우 내부에 중공이 있음에도 불구하고 분자구조가 축방향으로 배향되어 증가되고 등방성인 경우는 내부 중공이 구조 결함을 가져와 인장강도가 떨어진 것으로 생각된다. 이 결과로부터 중공의 효과가 등방성 섬유보다는 메조페이스 섬유일 경우가 크게 나타남을 알 수 있다.

3-4. weibull failure분석

일반적으로 단섬유 시료를 이용해서 얻어진 인장 강도는, 분산 표준편차가 크다는 것과 시료의 측정 길이 의존성이 크다는 것이 특징이다. 이것은 탄소섬유가 파괴시, 강도가 결함에 지배되기 때문이라고 설명되고 있다[11]. 본 실험에서는 등방성 및 메조페이스 핏치로부터 제조된 중공 탄소섬유의 인장 강도는 5~40mm범위에서 측정 거리의 함수로써 측정되었다. 등방성 핏치계와 메조페이스 핏치계 섬유가 각각 측정되었으며 250Kg/mm²이 넘는 평균 강도는 5mm 측정 거리에서 측정되었다. 인장 강도는 weibull equation으로부터 두 개의 변수를 구하여 측정 거리에 따라서 분석하였다. Fig. 6은 등방성 핏치로부터 제조된 중공형 탄소섬유의 인장 강도 분포를 나타낸 것으로 측정 길이가 짧아 질수록 인장 강도 분포의 중심점이 오른쪽 즉, 큰 값으로 이동하는 것으로 쉽게 알 수 있다. Fig. 7은 메조페이스 핏치계 중공 탄소섬유의 weibull 분포를 나타낸 것으로 측정 길이가 짧을수록 강도가 큰 것으로 나타났다. 측정된 load값으로부터 측정 길이에 따른 평균값을 Table 2에 나타냈다. 등방성의 경우 평균 인장 강도는 25mm를 제외하고 40mm인 경우 77.7Kg/mm²에서, 5mm인 경우 140.3Kg/mm²까지의 분포로 측정 길이에 따라 반비례하였다. 메조페이스계 탄소섬유의 인장 강도는 4가지 모두 40mm일 때 166.4Kg/mm²에서부터 5mm, 257.6Kg/mm²까지 측정 길이 감소에 따라 증가하였다. 등방성계는 모두 40개씩의 시편을 측정하였으며, 메조페이스계는 20-55개를 측정하여 데이터 처리에 이용하였다.

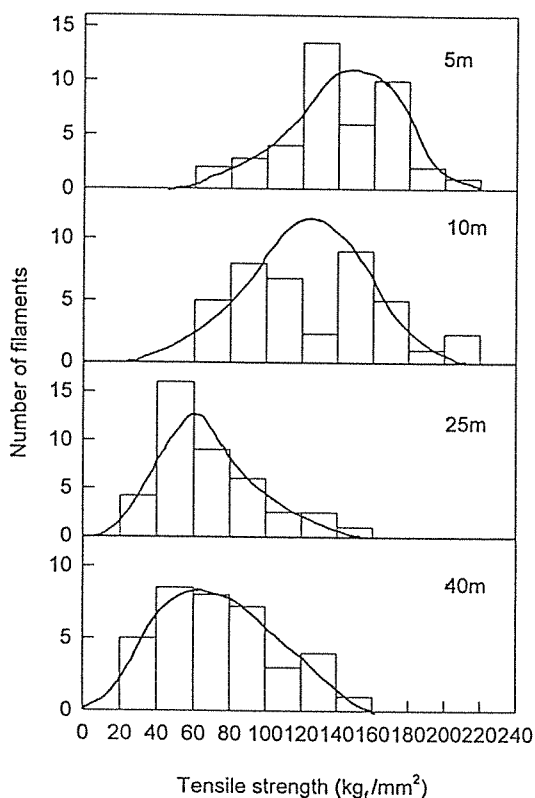


Fig. 6. Tensile strength distributions for various gauge lengths of filaments from isotropic hollow carbon fibers.

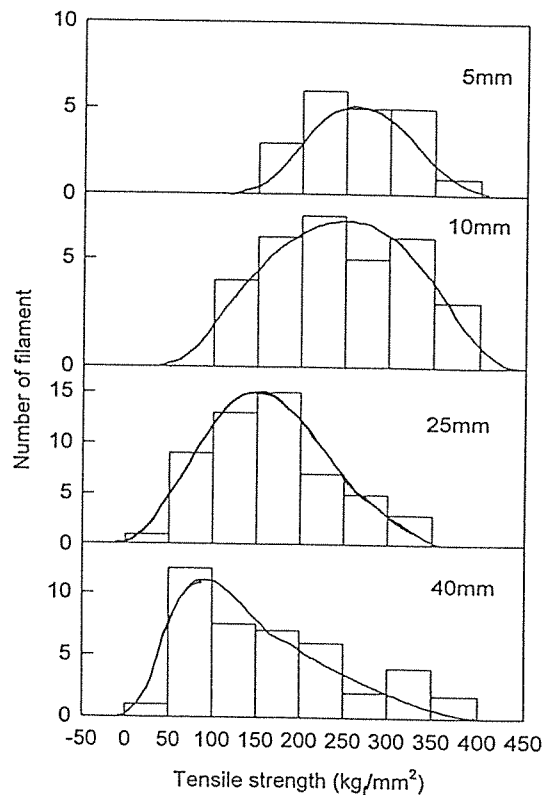


Fig. 7. Tensile strength distributions for various gauge lengths of filaments from mesophase hollow carbon fibers.

Table 2. Properties of Hollow Carbon Fibers

Pitches	Experimental Data			Weibull Calculation			
	G L (mm)	No. of Breaks	Avg. Tensile Strength	m	B	$\bar{\sigma}$	σ_0
Isotropic	5	40	140.34	4.451	153.90	140.47	220.84
	10	40	125.76	2.296	139.31	124.28	306.07
	25	40	68.61	1.698	73.96	65.92	493.25
	40	40	77.74	2.404	86.41	76.61	526.56
Mesophase	5	20	257.65	4.586	281.56	257.94	400.03
	10	31	249.97	3.019	275.06	245.58	590.05
	20	54	171.24	2.351	190.34	168.65	747.76
	40	42	166.32	1.643	183.45	164.10	1737.2

m : flow dispersion parameter $\bar{\sigma}$: calculated mean strength
 G.L. : gauge length σ_0 : scale parameter
 B : equivalent value to σ at $F = 63\%$ in the weibull plot of the strength

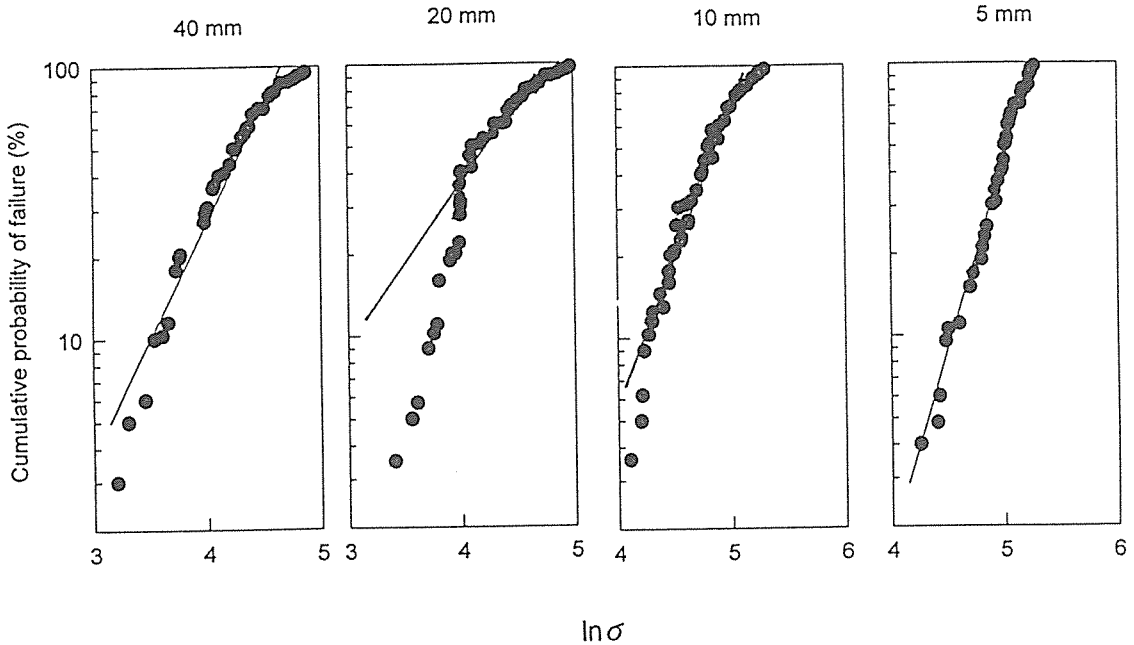


Fig. 8. Weibull plots strength distribution at various gauge lengths for filaments in isotropic hollow carbon fibers.

Fig. 8에 등방성 핏치계 중공 탄소섬유의 강도와 확률에 대한 weibull plots를 나타내었다. 25mm를 제외하고는 10% 파괴 확률 이상의 데이터를 이용하였다. 이것은 낮은 파괴 확률 이상에서는 많은 결함이 강도에 영향을 주기 때문에 weibull 변수의 계산에 대해 적절하다. Table 2의 m 과 B 는 그래프보다는 수치적 데이터로부터의 계산에 의해 직접 구해졌다. 20mm를 제외하고는 m 값과 B 값 모두 일정한 경향을 가졌는데 결함 분산 분포인 m 값은 2.0 ~ 4.5 까지, B 값은 86.4 ~ 153.8까지의 변화를 보였다. 메조페이스 핏치계 중공 탄소섬유의 weibull plots를 Fig. 9에 나타내었다. 4가지 모두 10% failure 확률 이상에서 모두 계산되었으며, 수치적 데이터로부터 계산된 결함 분산 계수 m 및 B 값을 Table 2에 나타냈는데 측정 길이가 감소할수록 m 및 B 값이 증가하였다. m 은 1.6 ~ 4.6, B 값은 183.5 ~ 281.6으로 나타내었다. 이는 Fig. 9에서 측정 길이가 감소할수록 기울기가 큰 것과 같은 뜻을 내포하고 있다. Table 2에서 보는 바와 같이 계산된 평균 인장 강도 값 σ 는 시험 의해 측정된 값

과 거의 일치하였으며 이는 계산이 잘 이루어졌음을 의미하고, 실험에서 측정된 값이 참값에 거의 접근했음을 의미한다. 등방성과 이방성 탄소섬유에 대한 측정 길이의 함수로서 인장 강도를 Fig. 10에 나타내었다. $\ln \sigma$ vs. $\ln L$ 로부터 기울기 $-1/m$ 을 구할 수 있는데 이때 $-1/m$ 값은 등방성이 $-1/28.03$ 이고, 메조페이스가 $-1/56.4$ 이었다. 0.1mm 측정 길이라고 할 때 이 데이터로부터 외삽하여 인장 강도를 구해 보면 등방성 중공 탄소섬유가 470.02 Kg/mm^2 이고, 메조페이스 중공 탄소섬유가 709.13 Kg/mm^2 이었다. 0.1mm 내에 흐름이 없다고 가정한다면, 이 값들은 이론적인 물성값이 된다. 이점들로부터 최소자승법(least square method)을 이용하여 직선을 구하였고, 기울기와 절편값도 데이터를 직접 이용하여 구하였다. 메조페이스 중공 탄소섬유의 m 값을 더 크게 나타냈다.

4. 결 론

등방성 및 메조페이스 핏치를 용융방사하여, 안

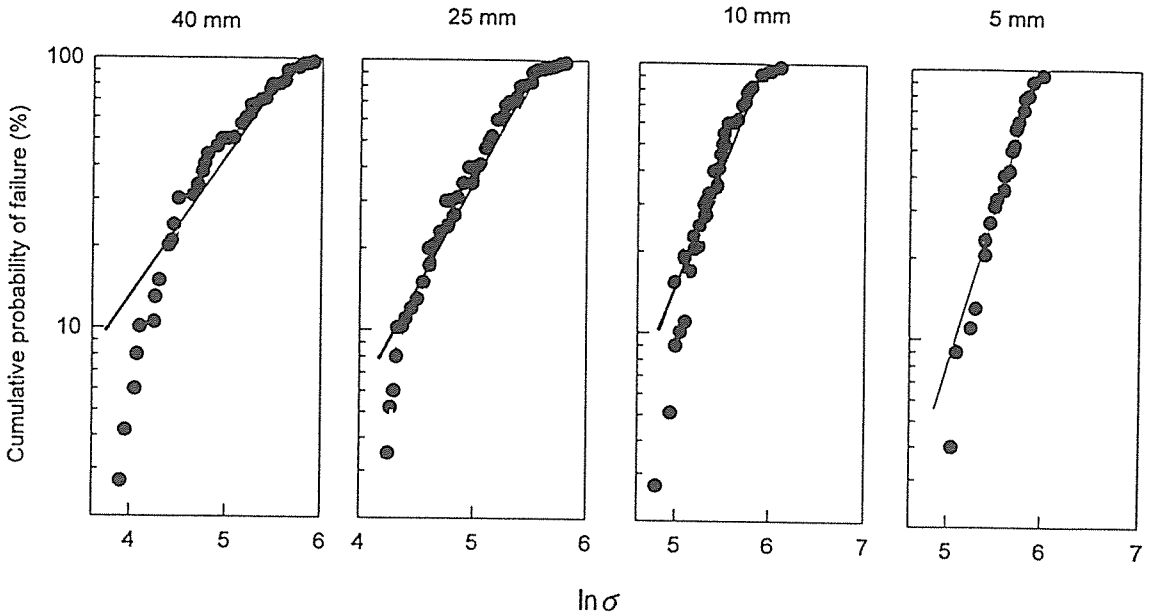


Fig. 9. Weibull plots strength distribution at various gauge lengths for filaments in mesophase hollow carbon fibers.

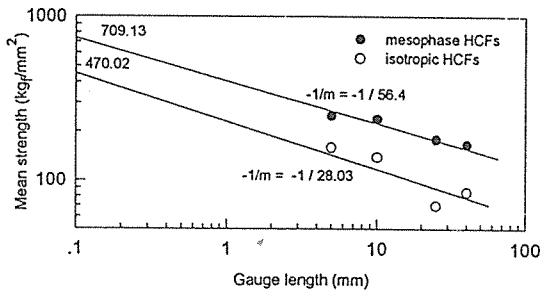


Fig. 10. Tensile strength of hollow CFs as a function of gauge length.

정화, 탄화 후에 중공 탄소섬유(HCF, Hollow Carbon Fiber)의 구조, 배향, 물성 및 섬유의 형태에 대한 특성을 알아보고자, 구조와 조직을 관찰하고 기계적 물성을 측정하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 메조페이스 핏치계 HCF는 용융방사시 최대 속

도에 상응하는 선을 따라서 배향되었으며, HCF가 외력(stress)을 받을 경우 섬유는 대나무의 쪼개심처럼 반경 방향보다는 축방향을 따라서 쪼개짐이 일어났다.

2. 인장 시험 결과, 보편적인 원형 CF와 비교하면 등방성 섬유의 인장 강도를 제외하고는 모두 그 값이 증가하였으며, 등방성 및 메조페이스 HCF의 인장 강도는 모두 측정 길이(gauge length)에 의존하였다.
3. 데이타로부터 Weibull식에 의해 계산된 평균 강도값과 실험으로부터 구한 값은 잘 일치하였다. 계산된 평균 인장강도값과 측정 길이의 그림에서 0.1mm 측정 길이까지 외삽하면 등방성 HCF 인장 강도는 470.02 kg/mm², 메조페이스 HCF는 709.13kg/mm²이었다.

참 고 문 헌

1. Donnet, J.B., Bansal, R.C., Carbon Fibers 2nd Ed., Maecel Dekker, Inc., New York, 1990,

pp.1-18., 406-440.

2. Otani, S., Okuda, K., and Matsuda, H.S, 炭素纖維, Kindai Pub., Tyoyo, 1983, pp.101-106.

3. Idem., ibid., 1983, pp.134-139.

4. Mochida, I., Toshima, H., Korai, Y., and Matsumoto, T., "Blending mesophase pitch to improve its propeties as a precursor for carbon fibre", J. Mat.. Sci., Vol.23, 1988, pp.670-677.

5. Edie, D. D., Fox, N.K., Barmett, B. C. and Fain, C.C., "Melt spun Non-circular carbon fibers", Carbon, Vol.24, 1986, pp.477-482.

6. Fortin, F., Yoon, S.H., Korai, Y., and Moshida, I., "Structure and propeties of thin, slit-shaped carbon fibers prepared from mesophase pitch", Carbon, Vol. 32, 1994. pp.1119-1127.

7. Rhee, B., Ryu, S.K., In, S.J. and Kim, J.P., "The Mechanical Properties of Round and C-shaped Mesophase Carbon Fibers", International Carbon Conference, Extended Abst-

racts, International Carbon Society, Paris, 1990, pp.178-179.

8. Buckley, J. D., Edie, D.D., Carbon-carbon materials and composites, NOYES, 1991, pp. 42-67.

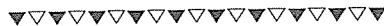
9. Mochida, I., Yoon, S.H., and Korai, Y., " Control of transversal texture in circular mesophase pitch-based carbon fibre using non-circular spinning nizzles", J. Mat. Sci., Vol. 28, 1993, pp.2331-2336.

10. 이영석, 김종필, 이보성, " 핏치계 중공 탄소섬유의 제조 및 특성 (1)", 한국복합재료학회지, Vol. 10(1), 1997 pp.64-72.

11. Matsui, J., 炭素纖維の展開と評價方法 リアライズ社, 東京, 1989, pp.181-188.

12 Idem., ibid., pp.172-179.

13. Rhee, B.S., et al, "On C/C Composites Reinforced with Round and C-shaped Carbon Fibers", 21st Biennial conference on carbon, Extended Abstracts, New York, 1993, pp.74-75.



부 록

weibull statistics calculation

Weibull analysis는 재료 강도의 weakest link theory에 근거를 두고 있다. 임의의 tensile 하에서, 절단된 단면적이 일정한 섬유에 대하여 일반적으로 사용된 weibull equation의 형태는 다음과 같다.

$$F = 1 - \exp[-L(\sigma/\sigma_0)^m] \quad \dots\dots\dots (1)$$

여기서, F = probability of failure

L = fiber gauge length

σ_0 = scale parameter

m = flow dispersion parameter

σ 에 관련 있는 F 의 derivative는 specific stress level에서 failure의 빈도, f 를 제공한다.

$$f = \frac{m}{B} \frac{\sigma^{m-1}}{B^{m-1}} \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{B}\right)^m\right] \quad \dots\dots\dots (2)$$

여기서, $B = \sigma_0 L^{-(1/m)}$ 이다. B 값은 constant gauge length에서 strength data의 weibull plot에서 $F=63\%$ 에서 σ 에 상당한다.

식(1)에서 $\ln\ln(1/(1-F))$ vs. $\ln\sigma$ 는 기울기 m 을 갖는 직선일 것이다. 고정된 gauge length에서 failure의 누적 확률은 가장 강한 값에 대한 가장 약한 값으로부터 그것들을 연속적으로 listing한 것에 의해 n 개 인장값의 순위로부터 측정한다.

특정 강도값의 순위(rank) R 은 이 list에서 그것의 위치이고 f 를 계산하기 위한 함수는

$$F = \frac{R}{n+1} \quad \dots\dots\dots (3)$$

이다.

(1)식에 데이터로부터 least-square fit에 의해 m 과 σ_0 의 값을 얻기 위해 computer를 사용하였다. filament의 mean strength, σ 는 이러한 변수들로부터 다음 식에 의해 계산되었다.

$$\sigma = \sigma_0 L^{-(1/m)} \Gamma(1 + 1/m) \quad \dots\dots\dots (4)$$

gamma function, $\Gamma(1 + 1/m)$ 의 값은 수치적 표에서 찾았다. (4)식은 $\ln\sigma$ vs. $\ln L$ 의 plot가 $-1/m$ 의 기울기를 갖음을 보여준다.

