

論文

압축 성형에서의 충전 과정에 관한 수치 해석적 연구

유영은* · 신수호* · 이우일*

A Numerical Study on the Mold Filling Process in Compression Molding

Yeong-Eun Yoo*, Su-Ho Shin* and Woo-Il Lee

ABSTRACT

For simulating mold-filling processes during compression molding with thin parts, generalized Hele-Shaw model has been used. As the flow front predictions based on the Hele-Shaw model do not agree well with experiments as the parts become thick, the model developed by Barone and Caulk gives good results for thick parts. In this study, two different flow simulation programs based on Hele-Shaw model and Barone-Caulk model were developed using Control Volume Finite Element Method and Penalty Finite Element Method. From the local filled fraction for control volume, moving flow front could be traced effectively without regenerating meshes. The programs developed here were applied to the planar mold with different material properties. The flow patterns from both models were compared.

초 록

두께가 얇은 제품의 압축 성형에 있어서 충전 과정을 해석하는 경우 Generalized Hele-Shaw 모델이 널리 이용된다. 그러나, Generalized Hele-Shaw 모델을 이용하여 제품의 두께가 비교적 두꺼운 제품의 유동을 예측하는 경우 실제 유동 형태와는 차이를 보이게 된다. 따라서 두께가 두꺼운 제품의 압축 성형에 대한 보다 정확한 유동 예측을 위하여 Barone과 Caulk가 제시한 유동 모델을 사용하여야 한다. 본 연구에서는 Generalized Hele-Shaw 모델과 Barone과 Caulk에 의한 모델에 대하여 각각 검사 체적 유한 요소법과 벌칙 유한 요소법을 이용하여 유동 예측 프로그램을 작성하였다. 두 경우 모두 검사 체적에 대한 충전 분율을 정의하여 변화하는 유동 영역을 격자의 재생성 없이 효과적으로 결정하였다. 다른 물성치를 가지는 몇 가지 재료에 대하여 평판 금형에서의 유동을 각각의 모델을 이용하여 예측하고, 그 결과를 비교하였다.

1. 서 론

복합 재료 성형의 여러 기법 중 압축 성형(Compression Molding)은 원하는 최종 제품 모양의 금형 내에 기지 재료인 고분자 재료와 강화 섬유가 혼합되어 있는 성형 재료를 놓고 압축하여 제품을 생산하는 생산 공정이다. [그림 1] 압축 성

형을 이용하면 섬유 함유율을 높이고 장섬유를 사용할 수 있어 양호한 기계적, 물리적 성질의 제품을 얻을 수 있다. 또한, 부품의 일체화가 용이하며 치수 안정성이 좋고 가공 공정이 간단하여 성형 시간이 짧다는 잇점이 있다.

압축 성형 공정 과정은 장입재의 장착, 압축, 경화, 탈형의 과정[그림 1]으로 이루어지는데, 이때

* 서울대학교 기계공학과

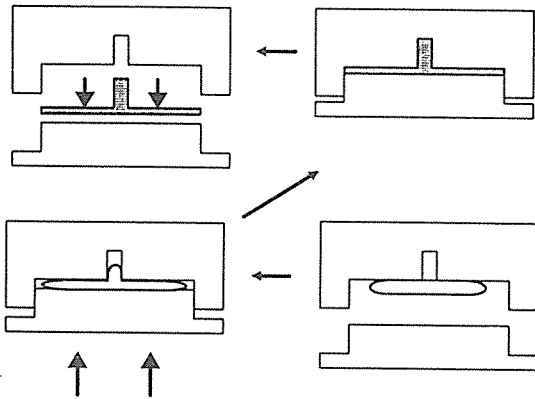


그림 1. 압축 성형 공정도.

재료의 유동이 형성되어 금형이 충전되는 압축 과정은 생산성 및 제품의 기계적 성질 등의 결정에 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 생산성 향상 및 기계적 성질의 개선을 위해 압축 과정에 영향을 미치는 공정 변수들에 대한 최적화가 이루어져야 하고, 충전 과정을 예측하는 것이 필요하다.

대부분의 압축 성형은 평면 방향의 크기에 비하여 두께 방향의 길이가 작은 경우에 적용되므로 유동을 이차원으로 가정하여 많은 연구가 진행되어 왔다. Tucker[1]는 Generalized Hele-Shaw(GHS) 모델을 개발하여 등은 금형에서 SMC를 뉴턴 유체와 점도가 멱법칙을 따르는 비뉴턴 유체로 생각한 경우에 대해서 유한 요소법(FEM)을 이용하여 계산하여 두 결과를 비교하였다. 그 후 Tucker와 Osswald [2] 는 등은 금형에서 뉴턴 유체로 본 SMC의 유동을 경계 요소법(BEM)으로 해석하였다. 또 Lee[3]등은 검사 체적 유한 요소법을 이용하여 비등온 과정에 대해 해석하였다. 그러나 Generalized Hele-Shaw (GHS) 모델의 경우 재료의 두께의 영향을 고려하지 못하며, 재료의 두께가 두꺼울 때에는 실제 유동 현상과 차이를 보이게 된다. Barone과 Caulk[4]는 재료와 금형면 사이에 미끄러짐이 발생하는 것을 실험을 통해 관찰한 후 두께 방향으로의 속도 분포가 균일하다고 가정하여 유동에 대한 모델링을 수행하였다.(Barone-Caulk Model) 이러한 유동 모델에 대해 Barone과 Osswald[5]는 등은 조건에서의 유동을 BEM으로 해석하였으며, Liang 과 Tucker[6]는 유한 요소법

을 이용하여 등은 조건에서의 유동을 해석하였다.

이러한 충전 과정의 해석에서는 매 시간 변화하는 자유 표면의 위치를 결정하는 것이 중요한데, 이에 대한 방법으로는 계산 영역의 변화에 따라 계산 격자가 움직이는 Lagrangian 방법과 금형 내부나 혹은 관심있는 영역에 미리 격자를 나누고 고정시킨 격자를 이용하는 Eulerian 방법으로 크게 나눌 수 있다[7].

고정 격자를 이용하는 Eulerian 방법으로는 대표적으로 VOF(Volume of Fluid) 방법을 들 수 있는데, VOF 방법은 임의의 셀(혹은 검사 체적, 요소)에서의 유체가 차지하는 비율을 정의하고, Hirt and Nichols의 SOLA-VOF[8]와 같이 식 (1)의 전달 현상 방정식을 풀어서 영역을 전진시키는 방법이다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla F = 0 \dots\dots\dots (1.1)$$

이 방법은 자유 표면의 진행 과정이 식(1.1)의 해를 구하는 것으로 대체되므로, 자유 표면 형상의 변화가 많아도 표현이 가능하다는 Eulerian 격자의 장점과 아울러 유한 요소법, 유한 체적법 등의 수치 해석 방법에 관계없이 기존의 코드에 쉽게 적용 가능하다는 점 때문에 이동하는 자유 표면을 갖는 유동 문제의 해석에 있어서 광범위하게 적용되고 있다[9-12].

압축 성형의 경우 GHS Model에 대하여는 VOF 방법을 이용하여 격자의 재생성 없이 유동 영역의 변화를 결정하는 방법으로 많은 연구가 진행되어왔으나, Barone-Caulk Model에 대해서는 적용되지 못하고 있다.

본 연구에서는 유동장의 계산시 GHS Model의 경우 검사 체적 유한 요소법을, Barone-Caulk Model에 대해서는 벌칙 유한 요소법을 사용하여 계산을 수행하였으며, 유동 선단의 전진은 두 경우 모두 격자의 재생성 없이 검사 체적에 대한 충전 분율 값을 정의하는 Local Filled Fraction을 이용하였다.

2. 본 론

2-1. Generalized Hele-Shaw Model

압축 성형에서는 성형 재료의 평면 방향의 크기에 비하여 두께 방향의 크기가 보통 매우 작기 때문에 금형 충전 과정을 이차원으로 가정할 수 있다 [그림 2]. 또한 보강재인 섬유가 무배향인 경우 점도는 유동 평면 방향에서 등방성의 성질을 보인다. 따라서 재료를 비압축성이라 하면 연속 방정식은 다음과 같다[1].

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = \frac{\dot{h}}{h} \quad (2.1)$$

여기서

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u dz, \quad \bar{v} = \frac{1}{h} \int_0^h v dz \quad (2.2)$$

운동량 방정식에서는 관성 항을 무시하면 압력 변화율 항과 전단 응력의 두께 방향으로의 변화율 항이 지배적으로 된다. 따라서 운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad (2.4)$$

여기서 전단 응력은 다음과 같다.

$$\tau_{iz} = \eta \dot{\gamma}_{iz}, i = x, y \quad (2.5)$$

이때

$$\eta = \eta(\tau, T, \alpha) \quad (2.6)$$

$$\dot{\gamma}_{iz} = \frac{\partial V_i}{\partial z}, i = x, y \quad (2.7)$$

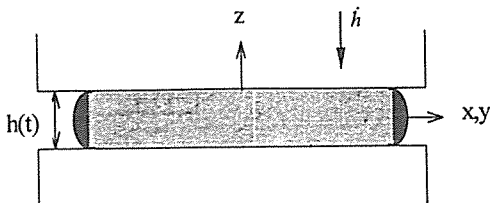


그림 2. 두께가 얇은 경우의 유동 단면.

로 나타낼 수 있다. 식 (2.3), (2.4) 의 양변을 z 에 대해 적분하면

$$\tau_{xz} = \frac{\partial p}{\partial x} (z - \lambda) \quad (2.8)$$

$$\tau_{yz} = \frac{\partial p}{\partial y} (z - \lambda) \quad (2.9)$$

이 된다. 여기서 λ 는 응력이 0이 되는 z 값이다. 대칭인 경우 $\lambda = \frac{h}{2}$ 이고 비대칭의 경우 λ 는 다음으로 구해질 수 있다.

$$\lambda = \frac{\int_0^h \frac{z dz}{\eta}}{\int_0^h \frac{dz}{\eta}} \quad (2.10)$$

또, 식 (2.5), (2.7), (2.8), (2.9) 의 관계에서 $z=0$ 에서의 no slip 조건을 적용하면

$$u = \frac{\partial p}{\partial x} \int_0^z \frac{(z - \lambda)}{\eta} dz \quad (2.11)$$

$$v = \frac{\partial p}{\partial y} \int_0^z \frac{(z - \lambda)}{\eta} dz \quad (2.12)$$

이고, 이를 식 (2.2)에 대입하면, 평균속도는

$$\bar{u} = -\frac{S}{h} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \bar{v} = -\frac{S}{h} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.13)$$

으로 표현된다. 여기서 S 는 유동도(Flow Conductance)로, 다음과 같이 정의된다.

$$S \equiv \int_0^h \frac{(z - \lambda)^2 dz}{\eta} \quad (2.14)$$

식 (2.13) 을 연속방정식 (2.1)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{S}{h} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{S}{h} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\dot{h}}{h} \quad (2.15)$$

재료를 뉴우튼 유체라 가정하고 등은 유동일 경우 식 (2.14)로부터 유동도(Flow Conductance) S

는 다음으로 표현된다.

$$S = \frac{h^3}{12\mu} \quad (2.16)$$

그리고 유동 영역에대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\text{고체벽면} : \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{\text{wall}} = 0 \quad (2.17)$$

$$\text{자유표면} : p \Big|_{\text{front}} = 0 \quad (2.18)$$

2-2. Barone and Caulk Model

Barone 과 Caulk는 실험을 통하여 금형 면과 재료 사이에 매우 얇은 수지의 윤활 층이 존재하게 되어 금형면과 재료 사이에 미끄러짐이 발생하는 것을 관찰하였다. 따라서 유동 선단의 단면 모양은 직선에 가까운 형태를 보인다[그림 3]. 이러한 관찰 결과를 바탕으로 다음과 같이 유동 방정식을 유도할 수 있다[4,5]. 우선, 연속 방정식은 GHS 모델의 경우와 같이

$$v_{i,i} - \frac{\dot{h}}{h} = 0 \quad (2.19)$$

로 표시된다. 운동량 방정식에서 관성항을 무시하면

$$\tau_{ij,j} = 0 \quad (2.20)$$

이 되고, 이를 두께 방향으로 적분하면

$$\int_0^h \tau_{ij,j} dz = 0 \quad (2.21)$$

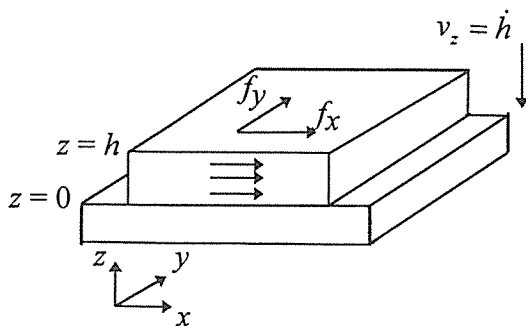


그림 3. 두께가 두꺼운 경우의 유동 단면.

이 된다. 여기서

$$\tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \sigma_{ij} \quad (2.22)$$

이므로, 적분식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left[\int_0^h -p dz \right]_i \left[\int_0^h \sigma_{ij} dz \right]_j + \left[\sigma_{iz} \right]_0^h = 0 \quad (2.23)$$

이때

$$P = \int_0^h p dz, \quad n_{ij} = \int_0^h \sigma_{ij} dz, \quad f_i = \sigma_{iz} \Big|_{z=h} = \sigma_{iz} \Big|_{z=0} \quad (2.24)$$

로 정의하면

$$-P_i + n_{ij,j} + 2f_i = 0 \quad (2.25)$$

이 된다. 이때 f_i 는 금형면과 재료 사이의 마찰력을 의미하는데, 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$f_i = -k_H v_i \quad (2.26)$$

여기서 k_H 는 수력학적 마찰 계수(hydrodynamic friction coefficient)이다[4].

유동 영역에 대한 경계 조건은 다음과 같다.

$$\text{자유 표면} : (-p \delta_{ij} + n_{ij})x_j = 0 \quad (2.27)$$

$$\text{고체 벽면} : v_i x_i = 0$$

$$: n_{ij} x_j \lambda_i = 0 \quad (2.28)$$

로 나타난다. 여기서 x_j 와 λ_i 는 각각 경계에서의 법선과 접선 단위 벡터이다.

위의 지배 방정식에서 속도 성분을 구하기 위해서 응력에 대한 구성 방정식이 필요한데, 금형 충전 과정 중 섬유의 무배향 분포가 유지 된다고 가정하면 재료를 등배성 물질로 생각할 수 있고, 이 경우 응력은 변형율에 대한 선형 함수로 나타낼 수 있다. 변형율은

$$d_{ij} = \frac{1}{2} \left(v_{i,j} + v_{j,i} \right) \quad (2.29)$$

로 표시되므로, 응력은 다음과 같이 표시된다.

$$n_{ij} = h(\lambda d_{kk} \delta_{ij} + 2\mu d_{ij}) \quad (2.30)$$

따라서 지배 방정식은

$$-P_{,i} + h\lambda d_{kk,i} + 2h\mu d_{ij,j} - 2k_H v_i = 0 \quad (2.31)$$

이 되고, 등방성 물질인 경우 이므로 위의 지배 방정식은 다음과 같다.

$$-P_{,i} + h\mu(d_{kk,i} + 2d_{ij,j}) - 2k_H v_i = 0 \quad (2.32)$$

2.3. Barone-Caulk Model의 GHS Model 근사

Barone-Caulk Model에서 점성력과 마찰력의 영향을 알아보기 위하여 다음과 같은 무차원 변수를 정의한다[6].

$$\tilde{x}_i = \frac{x_i}{L}, \tilde{t} = \log \left[\frac{h(0)}{h(t)} \right], \tilde{v}_i = \frac{D\tilde{x}_i}{D\tilde{t}}, \tilde{P} = \frac{Ph}{k_H h L^2} \quad (2.33)$$

이를 식(2.32)에 대입하면 다음과 같은 무차원화된 방정식을 얻을 수 있다.

$$-\tilde{P}_{,i} + \psi \tilde{v}_{i,jj} - 2\tilde{v}_i = 0 \quad (2.34)$$

여기서 ψ 는 점성력과 마찰력의 비를 나타내는 무차원 변수로 다음과 같이 정의된다.

$$\psi = \frac{\mu h}{k_H L^2} \quad (2.35)$$

$\psi \ll 1$ 인 경우 점성력은 무시할 수 있으므로 식(2.34)는

$$\tilde{P}_{,i} + 2\tilde{v}_i = 0 \quad \text{즉, } v_i = \frac{-h}{2k_H} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.36)$$

이 된다. 이를 연속 방정식에 대입하면

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = -\frac{2k_H}{h^2} \dot{h} \quad (2.37)$$

이 되어 GHS Model과 같은 형태의 방정식을 얻을 수 있다. 여기서의 값을 사용할 경우 두 모델에 대하여 같은 결과를 얻을 수 있다.

3. 수치 해석

3-1. Generalized Hele-Shaw Model

GHS모델을 이용하여 유동장을 해석하기 위하여 검사 체적 유한 요소법(Control Volume Based Finite Element Method, CVFEM)을 이용하였다. 지배 방정식을 유한 요소식으로 나타내기 위하여 식(2.15)를 검사 체적에 대해 적분하면[13]

$$\int_{c.v.} \nabla \cdot \left(\frac{S}{h} \nabla p \right) dV = \int_{c.v.} \frac{\dot{h}}{h} dV \quad (3.1)$$

이 되고, 여기에 Green's divergence theorem을 적용하면

$$\int_{c.v.} \frac{S}{h} \nabla p \cdot \hat{n} d\Gamma = \int_{c.v.} \frac{\dot{h}}{h} dV \quad (3.2)$$

로 표현될 수 있다.

이를 검사 체적에 대해 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.[5]

$$\sum_e \left[\int_a^o \bar{J} \cdot \hat{n} dS + \int_o^c \bar{J} \cdot \hat{n} dS - \int_{iaoc} S_a dV \right] + B.C. = 0 \quad (3.3)$$

하첨자 i, e, o, a, c는 그림 4의 명명법을 따른다.

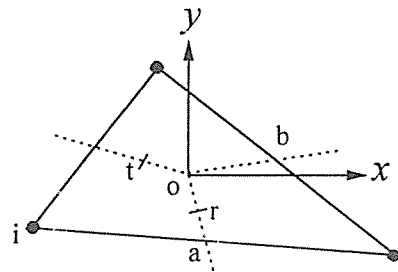


그림 4. CVFEM의 격자 및 검사 체적.

이때 \bar{J} 는

$$\bar{J} = \frac{S}{h} \nabla p \quad (3.4)$$

이고, S_ϕ 는 다음과 같다.

$$S_\phi = \frac{\dot{h}}{h} \quad (3.5)$$

p 에 대해서는 다음과 같은 선형 보간 함수를 사용한다.

$$p = Ax + By + C \quad (3.6)$$

이상으로부터 검사 체적 i 의 영역중 0격자에 포함된 부분에 대한 이산화된 구성 방정식은 다음과 같다.

$$\int_a^o \bar{J} \cdot \hat{n} dS + \int_o^c \bar{J} \cdot \hat{n} dS - \int_{iaoc} S_\phi dV = C_1 p_1 + C_3 p_3 + B_1 \quad (3.7)$$

이를 검사 체적 i 의 다른 격자들에 대해 적용하면, 다음과 같은 이산화 방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{j=1}^N D_{ij} p_{ij} = -E_i \quad (3.8)$$

3-3. Barone-Caulk Model

Barone-Caulk Model의 경우 유동장은 벌칙 유한 요소법을 이용하여 계산한다. 벌칙 유한 요소법에서는 운동량 방정식에서 압력항을 소거하기 위하여 연속 방정식을 이용하여 다음과 같이 근사시킨다.[6]

$$P = -\zeta h \left(v_{i,j} - \frac{\dot{h}}{h} \right) \quad (3.9)$$

여기서 ζ 는 벌칙 상수로서 매우 큰 양의 실수이다. 이를 이용하여 식(2.32)를 변분함수(Variation Functional)식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\Psi(v_i) = \int_{\Omega} \left[\frac{h\mu}{2} (d_{kk} \delta_{ij} + 2d_{ij}) d_{ij} + k_H v_i v_i + \frac{\zeta h}{2} \left(v_{i,j} - \frac{\dot{h}}{h} \right)^2 \right] \Omega \quad (3.10)$$

속도를 다음과 같이 형상 함수를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$v_i = \sum_{k=1}^n \Psi_k \hat{v}_i^k \quad \text{또는} \quad \mathbf{v} = \Psi \hat{\mathbf{v}} \quad (3.11)$$

또한 변형율, 응력 및 속도 구배항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_1^{(k)} \\ \hat{v}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{v}} \quad (3.12)$$

$$v_{i,j} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_1} & \frac{\partial \Psi_k}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_1^{(k)} \\ \hat{v}_2^{(k)} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_p \hat{\mathbf{v}} \quad (3.13)$$

$$\begin{bmatrix} n_{11} \\ n_{22} \\ n_{12} \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} \\ d_{22} \\ d_{12} \end{bmatrix} = h \mathbf{D} \mathbf{B} \hat{\mathbf{v}} \quad (3.14)$$

이를 이용하여 식(3.10)의 일차 변분식(First Variation)을 유한 요소식으로 표현하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.[6]

$$\mathbf{K} \hat{\mathbf{v}} \equiv (\mathbf{K}_D + \mathbf{K}_F + \mathbf{K}_C) \hat{\mathbf{v}} = \mathbf{F}_C \quad (3.15)$$

여기서

$$\mathbf{K}_D = \int_{\Omega} h (\mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B}) d\Omega \quad (3.16)$$

$$\mathbf{K}_F = \int_{\Omega} 2k_H \Psi^T \Psi d\Omega \quad (3.17)$$

$$\mathbf{K}_C = \int_{\Omega} \zeta h (\mathbf{B}_p^T \mathbf{B}_p) d\Omega \quad (3.18)$$

$$F_C = \int_{\Omega} \zeta \bar{B}_F d\Omega \quad (3.19)$$

4. 유동 영역의 결정

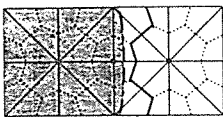
금형 충전 과정은 자유 표면이 있는 이동 경계 문제이므로 매 시간마다 유동 영역을 새로이 정의할 필요가 있다. 이때 새로 정의된 유동 영역에 대해서 매번 격자를 재생성하는 것은 계산 시간이 길어지고 복잡한 형상의 금형 충전에의 적용에 어려움이 생긴다. 따라서, 본 연구에서는 Volume of Fluid (VOF) [14] 기법을 응용하여 유동 영역에 대한 격자의 재생성 없이 유동 선단의 변화를 해결하였다. 이 방법은 고정된 검사 체적에 대한 유체의 점유 상태에 따라 0과 1사이의 값을 가지는 충전 부피 분율 F 를 도입하여 유동 영역을 정의하는 방법으로, 유동 영역은 충전 부피 분율 F 에 따라 다음과 같이 3가지로 구분된다. [그림 5]

$$f(\vec{x}, t) = \frac{\text{volume of fluid}}{\text{volume of element}} = \begin{cases} 1 & : \text{filled} \\ > 0 \& < 1 & : \text{partially filled} \\ 0 & : \text{empty} \end{cases} \quad (4.1)$$

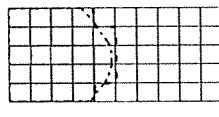
비압축성 유동이고 유체의 질량은 보존되므로 시간 진행에 따른 계산 영역의 변화와 자유 표면의 이동은 앞서 언급한 바와 같이 식(1.1)의 해를 구하는 것으로 대체된다.

식(1.1)에 연속 방정식을 대입하여 적분을 취한 후 divergence theorem을 적용하고, 시간에 대해 전방 차분하면 다음과 같은 형태의 식이 유도된다.

$$F^{new} = F^{old} + \frac{\Delta t}{\int_{\Omega_i} d\Omega} \times \left[- \int_{\Gamma_i} (F \bar{V} \cdot \bar{n}) d\Gamma \right]$$



(a) CVFEM



(b) Penalty FEM

그림 5. 유동 영역의 분류.

$$\dots\dots\dots (4.2)$$

식(4.2)는 시간 간격 Δt 동안 요소 내의 유체의 체적 증가량은 요소 내로 순 유입된 유체의 체적과 같다는 의미이고, 식(4.2)의 우변 두 번째 항인 $\int_{\Gamma_i} (F \bar{V} \cdot \bar{n}) d\Gamma$ 는 요소 경계면에서의 유체의 체적 플럭스를 나타내는데, 계산 영역 내에 있는 임의의 요소의 경계면에서의 체적 플럭스는 요소의 체적 비율과 경계면을 공유하는 주변 요소들의 체적 비율에 따라 달라진다. 일반적으로 임의의 요소의 경계면에 대하여 체적 전달율 F_r 은 다음과 같이 정의한다.

$$F_{r_{ik}} = \frac{\text{fluid volume transferred}}{\text{total volume transferred through } \Gamma_{ik}} \quad (4.3)$$

여기서, i 는 요소를, k 는 i 번째 요소의 k 번째 경계를 나타낸다.

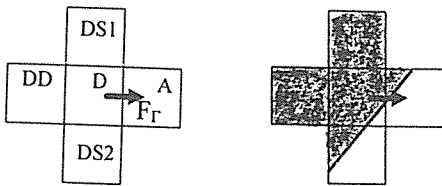
경계면에서의 체적 전달율의 결정은 VOF 방법의 핵심적인 부분으로 다음과 같은 의미를 갖는다. 물리적으로 볼 때 자유 표면은 유체가 서로 명확하게 분리되어 있는 경계면으로써, 식(4.1)의 표현으로는 step function이 될 것이다. 그러나, 고정 격자 상에서는 앞서 언급한 바와 같이 체적 비율이 0과 1 사이의 값을 갖는 영역이 존재한다. 이러한 경계 영역은 가급적이면 적은 수의 요소 내에 있어야 비교적 정확한 자유 표면의 형상을 나타낼 수 있다. 그런데, 식(1.1)에는 대류항만이 존재하는데, 단순한 이산화로는 수치적인 확산을 일으키고 이에 따라 경계 영역의 폭이 점점 넓어지게 된다. 이는 체적 비율이 0과 1 사이의 값을 갖는 요소의 수가 점점 증가한다는 것으로 정확한 자유 표면의 위치를 결정하기가 곤란해진다. 그러므로, VOF 방법에서는 경계면에서의 체적 전달율을 결정할 때는 수치적인 확산을 방지하는 기법이 요구된다[8,15].

압축 성형의 경우 대류항의 영향이 매우 작으므로 유동 방향은 압력의 주 구배 방향으로 형성되게 된다. 따라서, 본 연구에서는 단순화된 형태의 Donor-Acceptor 기법을 사용하여 유동 영역을 효과적으로 결정하고자 한다. 4점 유한 요소를 바탕으로 체적 비율을 정의하고, 면을 이웃하는 4개의 요소의 충전 비율을 고려하여 요소 내에서의 자유 표면의 개략적 형상을 파악하여 이를 토대로 요소

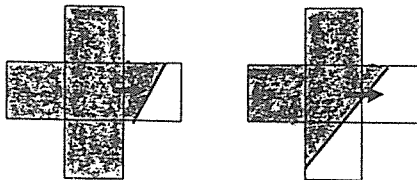
측면의 F_r 를 정한다. 그림 6에서는 대표적인 몇 가지 경우에 대한 예를 나타내었는데, 경계면을 끼고 있는 두 요소 중 속도를 기준으로 상류쪽의 요소를 Donor, 하류쪽의 요소를 Acceptor로 정의한다. F_r 의 값은 그림에서 보는 바와 같이 수치 확산을 방지하기 위하여 Donor 및 Acceptor의 충전 상태에 따라 Donor 혹은 Acceptor의 충전 비율 중의 하나로 정하였다. 요소 내에서 자유 표면의 형상을 결정하기 위한 함수를 구하거나 별도의 계산을 수행하지 않고, 경계면에서의 체적 전달율을 Donor나 Acceptor 요소의 체적 비율을 사용하는 것으로 단순화하였다. 이와 같이 단순화된 알고리즘은 불규칙 배열된 사각형 요소에도 적용이 가능하다.

이러한 과정을 거치면 전 영역에서 요소 경계를 통한 체적 유입량이 결정되고, 계산 시간 간격이 주어지면 식(4.2)에 의해 체적 비율이 결정된다. 그런데, 주어진 시간 간격이 어느 정도 이상 크면 요소가 완전히 차거나 비는 등의 변화가 발생하므로, 임의의 요소를 완전히 차거나 비우는데 소요되는 최소 시간을 계산하고, 결정된 시간 간격 만큼 식(4.2)에 따라 계산하면, 각 요소에 대해 새로운 체적 비율이 정해진다.

$$\Delta t = \frac{hA(1-f)}{\dot{V} + \dot{h}A \cos \gamma} \quad (4.4)$$



(a) Definition for donor and acceptor (b) Cases of $F_r = F_A$



Element volume fraction Imaginary free surface

Fig. 6. Determination the ratio of fluid volume transferred between donor and acceptor element.

여기서 h 는 재료의 두께, A 는 검사 체적의 면적, f 는 충전 분율, \dot{V} 체적 유속, \dot{h} 는 압축 속도, γ 는 검사 체적으로 정의된 면의 압축 방향과의 각도이다.

일반적으로 미리 구성해 놓은 Eulerian mesh는 매 시각 진행하는 자유 표면과는 일치하지 않으므로, 요소의 체적 비율이 0.5 이상인 요소를 계산 영역으로 정하였다.

5. 수치 해석 프로그램의 검증

그림 7과 같은 직사각 형태의 금형에 장입재를 y방향으로의 유동이 생기지 않도록 장입하면 1차원 유동이 형성되어 엄밀해가 존재한다. 따라서 이런 경우에 대한 엄밀해를 구하여 계산 결과와 비교하여 작성된 프로그램을 검증하고자 한다.

5-1. GHS Model

GHS Model에서 1차원 유동이 형성될 경우 식(2.15)는 다음과 같이 변형된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{S}{h} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\dot{h}}{h} \quad (5.1)$$

따라서 압력 분포는 다음과 같이 x 만의 함수로 나타낼 수 있다.

$$p(x) = -\frac{6\mu\dot{h}}{h^3} (x^2 - L^2) \quad (5.2)$$

여기서 L 은 유동면의 x 좌표이다. 이를 유동 영역에 대하여 적분하면 다음과 같이 압축력 $F(L)$ 을 얻을 수 있다.

$$F(L) = \int_0^L p(x) b dx = \frac{4\mu b \dot{h} L^3}{h^3} \quad (5.3)$$

5-2. Barone-Caulk Model

Barone-Caulk Model에서 1차원 유동이 형성될 경우 y 방향의 속도가 없으므로 연속 방정식은(식2.19)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\dot{h}}{h} \quad (5.4)$$

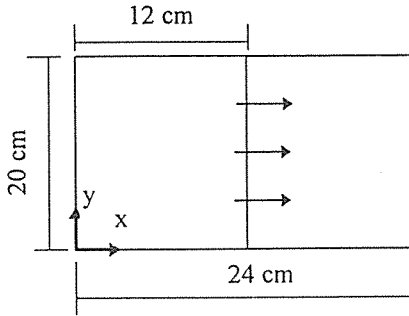


그림 7. 1차원 유동에 대한 금형 및 장입재 위치.

이 되고, $x=0$ 에서 $u=0$ 이므로

$$u = \frac{\dot{h}}{h} x \quad (5.5)$$

이 된다. x 방향 운동량 방정식은

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -2k_H \frac{\dot{h}}{h} x \quad (5.6)$$

이 되고, 이에 대한 경계 조건은 유동 선단 $x=L$ 에서

$$P = 3\mu \dot{h} \quad (5.7)$$

이 된다. 또한

$$P = ph \quad (5.8)$$

이므로, 식(5.6)에 의하여 압력은

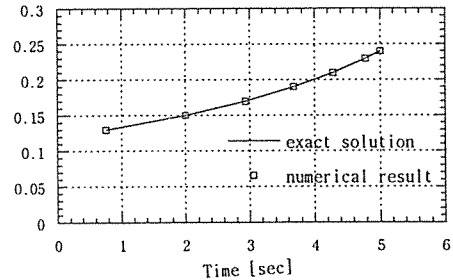
$$p(x) = -k_H \frac{\dot{h}}{h^2} (x^2 - L^2) + 3\mu \frac{\dot{h}}{h} \quad (5.9)$$

로 나타낼 수 있다. 유동 선단의 위치가 $x=L$ 일 때의 압축력은 다음과 같다.

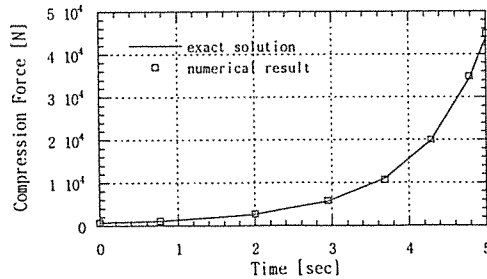
$$F(L) = \int_0^L p(x) b dx = \frac{2}{3} b L^3 k_H \frac{\dot{h}}{h^2} + 3bL \mu \frac{\dot{h}}{h} \quad (5.10)$$

성형 중의 재료의 부피는 초기 부피 V_0 의 값으로 일정하므로 $bLh = V_0$ 이고 압축력은 다음과 같이 나타내어진다.

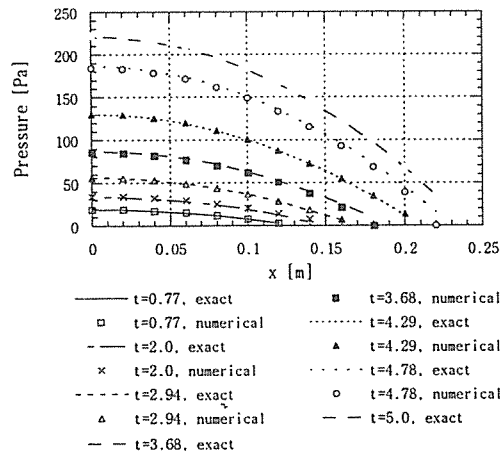
$$F(L) = \frac{2V^3 k_H}{3b^2} \frac{\dot{h}}{h^5} + 3V \mu \frac{\dot{h}}{h^2} \quad (5.11)$$



(a) Flow front location



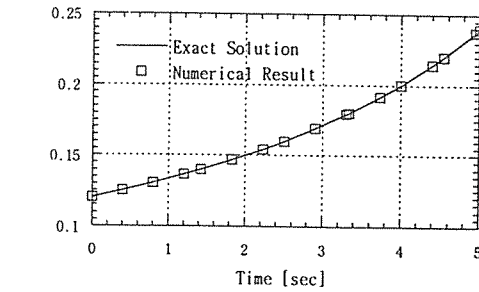
(b) Compression Force



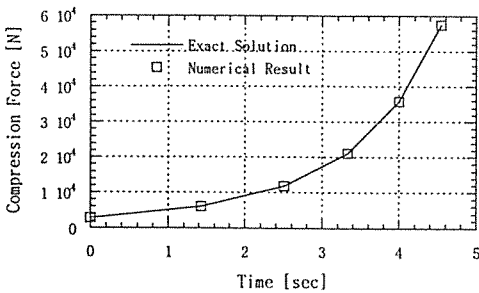
(c) Pressure Distribution

Fig. 8. Comparison of exact & numerical solution for GHS model.

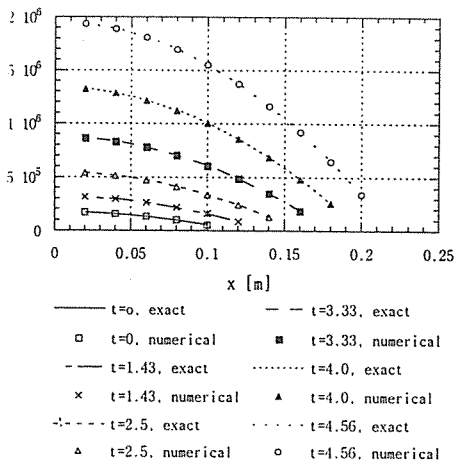
이렇게 구한 엄밀해와 수치 계산 결과를 유동 선단 위치, 압력, 압축력 등에 대해서 그림 8, 9에 비교하였다. 두 모델에 대해서 모두 잘 일치한다는



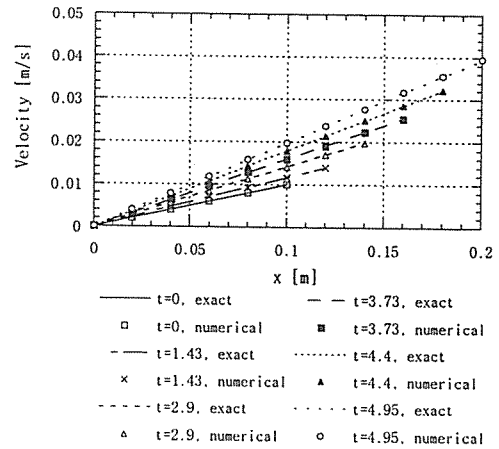
(a) Flow Front Location



(b) Compression Force



(c) Pressure Distribution



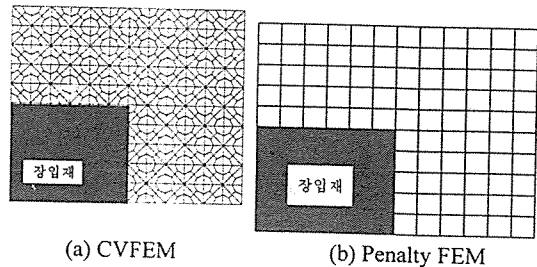
(d) Velocity Distribution

Fig. 9. Continued.

것을 알 수 있다.

6. 결과 및 검토

두 모델에 의한 유동의 차이를 비교하기 위하여 몇 가지 경우에 대하여 계산을 수행하여 비교하였다. 성형 재료의 초기 두께는 1 cm, 크기는 12 cm x 10 cm이고, 금형의 크기는 24 cm x 20 cm 이다 [그림 10]. GHS Model에 대하여 점도는 500 Pa·s의 값을 사용하여 Filling Pattern을 그림 11에 나타내었다. Barone-Caulk Model에서는 마찰 계수 $k_H = 100 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}$ 의 값을 사용하였고, 점

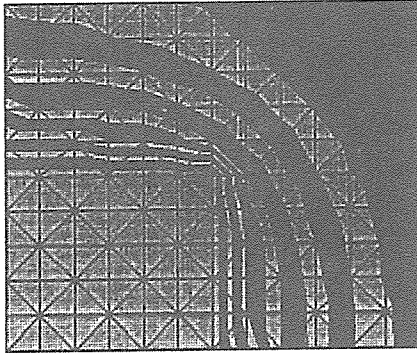


(a) CVFEM

(b) Penalty FEM

Fig. 9. Comparison of Exact & Numerical Solution for B & C Model.

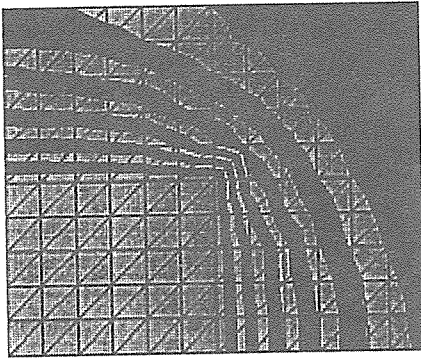
그림 10. 격자 및 장입재 위치.



Fill Time = 7.5 sec, $\Delta t = 0.62$ sec

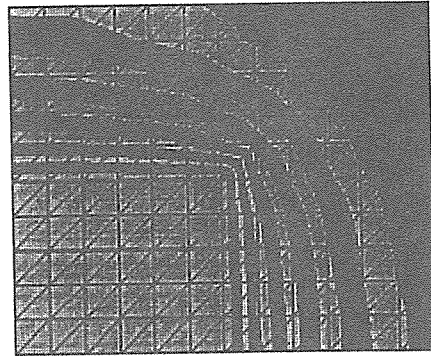
그림 11. 금형 충전 pattern(GHS Model).

도를 0, 12, 120, 1200 의 값을 사용하여 초기 식 2.35에서 정의된 ψ 의 초기 값이 0, 0.1, 1, 10인 경우에 대하여 계산하였다[그림 12]. $\psi=0$ 인 경우 GHS Model의 경우와 같은 유동 형태를 보이나 값이 증가함에 따라 초기 장입재의 형태를 유지하며 유동이 형성되는 것을 알 수 있다. 또한 금형 충전 중의 ψ 값의 변화를 그림 13에 나타내었는데 초기 ψ 값이 비교적 크지 않은 경우 충전이 진행됨에 따라 ψ 값이 감소하여 어느정도 금형이 충전된 후에는 GHS Model의 경우와 유사한 유동 형태를 보였다. 그러나 초기 ψ 값이 비교적 큰 경우는 금형 충전이 상당히 진행된 후에도 작지 않은 ψ 값을 유지하므로 충전이 끝날 때까지 장입재의 형상을 유지하는 유동 형태를 보이는 것을 알 수 있다.



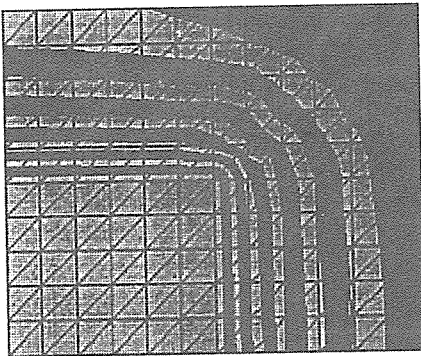
Fill Time = 7.5 sec, $\Delta t = 0.62$ sec

(a) $\psi = 0$



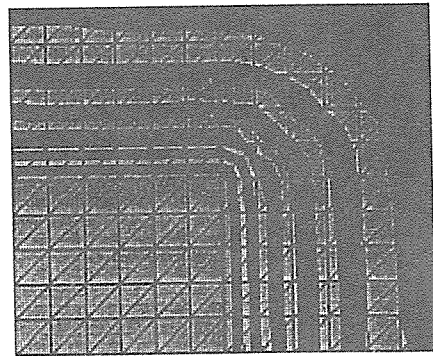
Fill Time = 7.5 sec, $\Delta t = 0.62$ sec

(b) $\psi = 0.1$



Fill Time = 7.5 sec, $\Delta t = 0.62$ sec

(c) $\psi = 1$



Fill Time = 7.5 sec, $\Delta t = 0.62$ sec

(d) $\psi = 10$

그림 12. 금형 충전 Pattern(Barone-Caulk Model).

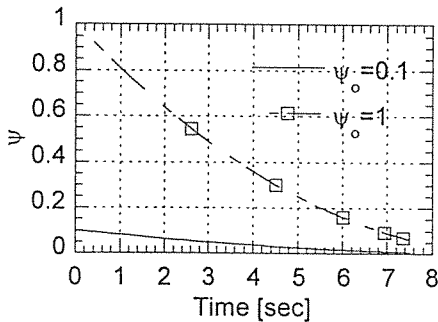


그림 13. 충전 과정 중의 ψ 값 변화.

7. 결 론

압축 성형의 두 모델에 대하여 검사 체적 유한 요소법과 벌칙 유한 요소법을 사용하여 계산된 결과로 유동 형태를 비교하여 보았으며, VOF 개념을 적용함으로써 매 시간 격자의 재생성 없이 변화하는 유동 영역을 처리할 수 있었다.

후 기

본 연구는 1995년도 한국과학재단의 목적기초 연구비 지원(과제번호 : 95-0300-02-03-3)에 의해 이루어졌습니다. 관계자들의 노고에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

1. C. L. Tucker and F. Folgar, *Polymer Engineering Science*, Vol. 23, No. 69 (1983).
2. T. A. Osswald and C. L. Tucker, *Polymer Engineering Science*, Vol. 28, No. 413 (1988).
3. J.-T. Twu, R. R. Hill, T. J. Wang. And L. J. Lee, *Polymer Composites*, Vol. 14, No. 503 (1993).
4. M. R. Barone and D. A. Caulk, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 53, No. 361 (1986).
5. M. R. Barone and T. A. Osswald, *Polymer Composites*, Vol. 9, No. 2 (1988).
6. E. W. Liang and C. L. Tucker III, *Polymer Composites*, Vol. 16, No. 70 (1995).
7. J.M. Floryan and H. Rasmussen, *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 42, pp.323-341, 1989.
8. C.W. Hirt and B.D. Nichols, *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp.201-225, 1981.
9. I.S. Partom, *Inter. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 7, pp.535-550, 1987.
10. G. Dhatt, D.M. Gao and A.B. Cheikh, *Inter. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol. 30, pp.821-831, 1990.
11. A.S. Usmani, J.T. Cross and R.W. Lewis, *Inter. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol. 35, pp. 787-806, 1992.
12. R.W. Lewis, A.S. Usmani and J.T. Cross, *Inter. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 20, pp. 493-506, 1995.
13. Baliga, B. R., Patankar, S. V., "Elliptic Systems: Finite Element Method II", Handbook of Numerical Heat Transfer, John Wiley & Sons, Inc., 1988.
14. C. W. Hirt and B. D. Nichols, *Journal of Computational Physics*, Vol. 39, 1981.
15. C.R. Swaminathan and V.R. Voller, *Appl. Math. Modelling*, Vol. 18, pp.101-108, 1994.
16. Broyer, E., Z. Tadmor and C. Gutfinger, *Israel Journal of Technology*, Vol. 11, No. 189, 1973.
17. Tadmor, Z., E. Broyer and Gutfinger, *Polymer Engineering Science*, Vol. 14, No. 660 (1974).
18. Broyer, E., C. Gutfinger and Z. Tadmor, *Trans. Soc. Rheol.*, Vol. 19, No. 423 (1975).