

## 論文

## F/W-압력용기의 구조해석에 대한 연구

도영대\* · 황태경\* · 손영일\* · 조원만\* · 정 발\*

Study on the Structure Analysis of F/W  
Composite Pressure VesselYoung-Dae Doh\*, Tae-Kyeong Hwang \*, Young-Il Son\*  
Won-Man Joh and Bal Jung

## ABSTRACT

Structural analysis and testing of a Carbon/Epoxy Composite Vessel for Pressure Loadings were Performed. The objective of this paper is to show that a reliable analytical method to predict the deflections of F/W T300-Carbon/Epoxy pressure vessels. This paper presents the development of the 3-D effective modulus theory in order to use axi-symmetric solid element of finite element analysis. The analytical results agree well with experimental results. But the dome parts have the difficulties of analysis, which are caused by the variation of thickness and winding angle along the dome contour. To improve further the correlation between calculated and measured deflections, it was found necessary to include the effects of the non-linear mechanical behavior of the dome parts.

## 초 록

본 논문은 내압을 받는 Carbon/Epoxy 복합재 F/W 압력용기의 구조해석과 실험을 수행하였다. 이 논문은 F/W T300 Carbon/Epoxy 압력용기의 변형을 예측할 수 있는 효과적인 해석방법을 제시하는 것을 목적으로 하며, 효과적인 F/W 복합재의 압력용기의 해석을 위해 3-D effective modulus 이론을 도입하여 유한요소법의 축대칭 요소(axi-symmetric solid element)에 적용해본 결과 계산 소요시간이 비교적 짧고, 실험값과 비교하여 좋은 결과를 얻을수 있었다. 그러나 dome 부위는 공정상의 여러 요인이 존재하고 두께와 winding angle의 변화로 인하여 이곳의 해석은 많은 어려움이 존재하였다. 그리고 곡면부위의 실험과 계산과의 차이를 개선하기 위해서는 비선형 거동효과를 고려한 해석이 따라야 한다.

\* 정회원, 국방과학 연구소

## 1. 서 론

현재 필라멘트 와인딩(F/W) 압력용기는 항공기나 rocket motor case, 산소통과 같은 무게의 경량화를 요구하는 곳에 이용된다. 이 F/W 법은 섬유에 수지를 함침시켜 인장력을 가하며, 형(mandrel) 위에 감아 제품을 생산하는 것으로 주로 압력용기 제작에 이용되고 있다. 이러한 F/W 압력용기는 원통부(cylinder)와 곡면부(dome) 사이의 불연속 부위가 없이 일체 제작됨으로서 이 부분의 취약점을 감소시키게 된다.

이러한 F/W 공법은 일반공법에 비해 비강도, 비강성이 뛰어나므로 많이 이용되는 방법으로 이렇게 제작된 압력용기는 주로 실험과 해석에 의해 그 거동을 예측하게 되는데, 일반 prepreg 제작 적층과는 다른 복잡한 여러 인자(factor)들로 인해 그 거동 예측해석에 많은 난점을 갖게 된다.

특히, 압력용기인 경우 주로 내압에 의해 변형을 하게 되는데 주로 이용되는 해석방법은 netting 해석, shell theory, FEM 등으로서 shell theory는 제한된 경계조건과 원통부위 등 국부적으로 이용되고 있으므로 인해 일반적으로 FEM이 많이 사용된다.

이때 이용되는 FEM은 하중 및 기하학적 형상이 축대칭인 경우 axi-symmetric solid element나 axi-symmetric shell element[9]를 이용하는 데 이러한 경우 3-D layered composite shell element를 이용하는 것에 비해 시간과 자료처리면에 있어서 큰 효율성을 갖게 된다. 이러한 axi-symmetric solid element를 이용할 때는 두께방향의 물성치(modulus)가 필요하여 두께방향 등방성(transversely-isotropic)이라는 가정아래 주로 동종 재료(material)나 적층각도별로 요소(element)를 나누어 inplane effective modulus를 이용하였다[8, 9].

그러나 적층판인 경우 두께방향 등방성이라는 가정은 실제 물성치와 많은 차이를 보임으로 인해 해석과 실험결과의 많은 차이를 나타내었다. 그러므로 본 논문은 "3-D effective modulus"[6]를 이용하여 압력용기의 원통부위와 곡면부위의 재료 물성치를 결정하여 실제 물성치와의 차이를 최소화 시켜

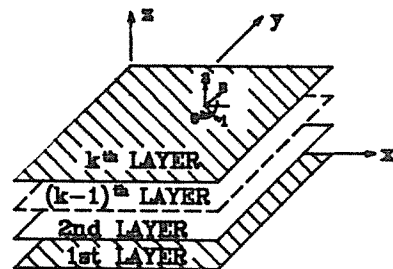
해석하였다. 이 결과를 수압 실험값과 비교 검토하였고, 압력용기의 안정성 평가는 Tsai-wu strain 파손이론을 이용하였다. 또한, 곡면부위는 boss 부위부터 원통부 경계까지 기하학적 형상의 변화와 winding 각도변화를 고찰하였다.

## 2. 이론적인 배경

본 해석에 요구되는 물성치는 평면내 뿐만 아니라 두께방향 물성치이므로 각 한층이 두께방향 등방성(transversely isotropic)이라는 가정아래 3-D effective modulus를 아래와 같이 결정하였다.

적층판은 많은 층의 sublaminate로 구성이 되어 층 적층판의 두께는 한층의 두께에 비해 상당히 크다는 가정아래 적층판은 3차원 homogeneous anisotropic solid로서 modeling되어 유효 물성치(effective modulus)가 유도된다. 이때 macro-stress, strain은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{ij} &= \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dv \dots\dots\dots (1) \\ \bar{\epsilon}_{ij} &= \frac{1}{V} \int_V \epsilon_{ij} dv \quad \begin{matrix} i, j=x, y, z \\ V: \text{Volume of Laminate} \end{matrix}\end{aligned}$$



여기서 각 층의 평면규격(inplane dimension)은 일정하다는 가정과 각 층의 경계에서의 응력과 변형량의 연속상태로부터 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{ij} &= \sum_{k=1}^n \nu_k \sigma_{ij}^{(k)} \\ \bar{\epsilon}_{ij} &= \sum_{k=1}^n \nu_k \epsilon_{ij}^{(k)} \\ \sigma_k &= \frac{t^k}{h} \\ \epsilon_{ij}^{(k)} &= \bar{\epsilon}_{ij} \quad (i, j=x, y) \\ \sigma_{zz}^{(k)} &= \bar{\sigma}_{zz}, \sigma_{yz}^{(k)} = \bar{\sigma}_{yz}, \sigma_{xz}^{(k)} = \bar{\sigma}_{xz}\end{aligned}$$

이러한 적층판의 응력과 변형도의 관계는 다음과 같  
이 macro-stress, macro-strain 의 effective  
constant 로 요약될 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{xx} \\ \bar{\sigma}_{yy} \\ \bar{\sigma}_{zz} \\ \bar{\sigma}_{yz} \\ \bar{\sigma}_{xz} \\ \bar{\sigma}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{13} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & \bar{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{36} & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\epsilon}_{xx} \\ \bar{\epsilon}_{yy} \\ \bar{\epsilon}_{zz} \\ \bar{\gamma}_{yz} \\ \bar{\gamma}_{xz} \\ \bar{\gamma}_{xy} \end{Bmatrix}$$

이때 임의 각도의 xz, yz 평면에서의 응력과 변형도  
의 관계로부터

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} C_{44}^{(k)} & C_{45}^{(k)} \\ C_{45}^{(k)} & C_{55}^{(k)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix}_k$$

$$\bar{C}_{44} = \left[ \sum_{k=1}^n \nu_k C_{44}^{(k)} / \Delta_k \right] \frac{1}{\Delta}$$

$$\bar{C}_{45} = \left[ \sum_{k=1}^n \nu_k C_{45}^{(k)} / \Delta_k \right] \frac{1}{\Delta}$$

$$\bar{C}_{55} = \left[ \sum_{k=1}^n \nu_k C_{55}^{(k)} / \Delta_k \right] \frac{1}{\Delta}, \quad \Delta_k = C_{44}^{(k)} C_{55}^{(k)} - C_{45}^{(k)2}$$

$$\Delta = \left( \sum_{k=1}^n \nu_k C_{55}^{(k)} / \Delta_k \right) \left( \sum_{k=1}^n \nu_k C_{44}^{(k)} / \Delta_k \right) - \left( \sum_{k=1}^n \nu_k C_{45}^{(k)} / \Delta_k \right)^2$$

이때 각 층의 나머지 계수들을 재 배열하여 정리하  
면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{zz} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} C_{11}^{(k)} & C_{12}^{(k)} & C_{16}^{(k)} & C_{13}^{(k)} \\ C_{12}^{(k)} & C_{22}^{(k)} & C_{26}^{(k)} & C_{23}^{(k)} \\ C_{16}^{(k)} & C_{26}^{(k)} & C_{66}^{(k)} & C_{36}^{(k)} \\ C_{13}^{(k)} & C_{23}^{(k)} & C_{36}^{(k)} & C_{33}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{zz} \end{bmatrix}_k$$

$$\sigma_{ij}^{(k)} = [A^k] \epsilon_{ij}^{(k)} + [B^k] \epsilon_{zz}^{(k)}$$

$$\sigma_{zz}^{(k)} = [B^k] \epsilon_{ij}^{(k)} + [C^k] \epsilon_{zz}^{(k)}$$

i, j = x, y

이때 macro-strain, stress 관계를 나타내기 위하  
여 아래와 같이 전개한다.

$$\epsilon_{zz}^{(k)} = \frac{1}{[C^k]} \sigma_{zz}^{(k)} - \frac{[B^k]}{[C^k]} c_{ij}^{(k)}$$

$$\sigma_{ij}^{(k)} = \left\{ [A^k] - \frac{[B^k][B^k]^T}{[C^k]} \right\} + \frac{[B^k]}{[C^k]} \sigma_{zz}^{(k)}$$

이 식을 위의 가정아래 전개하여 정리하면 다음과  
같다.

$$\bar{C}_{33} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \nu_k \frac{1}{[C^k]}}$$

$$\bar{C}_{13} = \sum_{k=1}^n \nu_k \left\{ \frac{C_{13}^{(k)}}{C_{33}^{(k)}} \right\} \bar{C}_{33}$$

$$\bar{C}_{23} = \sum_{k=1}^n \nu_k \left\{ \frac{C_{23}^{(k)}}{C_{33}^{(k)}} \right\} \bar{C}_{33}$$

$$\bar{C}_{36} = \sum_{k=1}^n \nu_k \left\{ \frac{C_{36}^{(k)}}{C_{33}^{(k)}} \right\} \bar{C}_{33}$$

$$\bar{C}_{11} = \sum_{k=1}^n \nu_k C_{11}^{(k)} + \sum_{k=1}^n \nu_k (\bar{C}_{13} C_{13}^{(k)} - C_{13}^{(k)2}) / C_{33}^{(k)}$$

$$\bar{C}_{12} = \sum_{k=1}^n \nu_k C_{12}^{(k)} + \sum_{k=1}^n \nu_k (\bar{C}_{13} C_{23}^{(k)} - C_{13}^{(k)} C_{23}^{(k)}) / C_{33}^{(k)}$$

$$\bar{C}_{16} = \sum_{k=1}^n \nu_k C_{12}^{(k)} + \sum_{k=1}^n \nu_k (\bar{C}_{13} C_{36}^{(k)} - C_{13}^{(k)} C_{36}^{(k)}) / C_{33}^{(k)}$$

$$\bar{C}_{22} = \sum_{k=1}^n \nu_k C_{22}^{(k)} + \sum_{k=1}^n \nu_k (\bar{C}_{23} C_{23}^{(k)} - C_{23}^{(k)2}) / C_{33}^{(k)}$$

$$\bar{C}_{26} = \sum_{k=1}^n \nu_k C_{26}^{(k)} + \sum_{k=1}^n \nu_k (\bar{C}_{23} C_{36}^{(k)} - C_{23}^{(k)} C_{36}^{(k)}) / C_{33}^{(k)}$$

$$\bar{C}_{66} = \sum_{k=1}^n \nu_k C_{66}^{(k)} + \sum_{k=1}^n \nu_k (\bar{C}_{36} C_{36}^{(k)} - C_{36}^{(k)2}) / C_{33}^{(k)}$$

여기서 compliance matrix 정의에 의해 3-D eff-  
ective modulus 가 다음과 같이 결정된다.

$$[\bar{S}] = [\bar{C}]^{-1}$$

$$\bar{E}_x = \frac{1}{\bar{S}_{11}}, \bar{E}_y = \frac{1}{\bar{S}_{22}}, \bar{E}_z = \frac{1}{\bar{S}_{33}}$$

$$\bar{\nu}_{yz} = -\frac{\bar{S}_{23}}{\bar{S}_{22}}, \bar{\nu}_{xz} = -\frac{\bar{S}_{31}}{\bar{S}_{11}}, \bar{\nu}_{xy} = -\frac{\bar{S}_{12}}{\bar{S}_{11}}$$

$$\bar{G}_{yz} = \frac{1}{\bar{S}_{44}}, \bar{G}_{xz} = \frac{1}{\bar{S}_{55}}, \bar{G}_{xy} = \frac{1}{\bar{S}_{66}}$$

이때 이와 같이 결정된 두께방향의 물성치는 Fig. 1  
에서 참고문헌[5]와 두께방향의 포와송 비를 비교하  
였다.

Fig. 1에서 보듯이 대칭각도 적층판(angle ply  
symmetric laminate)에 대해 0°-90° 구간에서 좋  
은 일치를 보이고 있다.

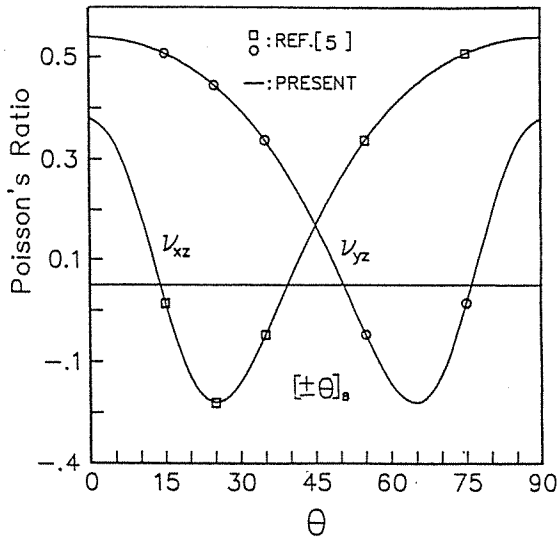


Fig. 1 Comparison of 3-dimensional modulus for angle ply symmetric laminate.

### 3. 수치해석

본 해석은 2절에서 구한 물성치를 각 부위(cylinder, dome, skirt)에 적용하여 유한요소법 프로그램인 NISAI-PC를 이용하였다. 이때 압력용기의 제원과 적층각도는 Table 1과 같다.

Fig. 2와 같이 축대칭 요소(axi-symmetric solid element)를 이용하여 총 요소갯수 138개, 총 자유도 1,146개로서 dome 부위인 경우 필라멘트와 인딩 되면서 두께와 와인딩 각도가 반경의 함수로

존재하게 된다. 이러한 변수들은 참고문헌[8]에 의해 다음과 같이 수식화 하여 dome 부위를 해석하였다.

$$t = \frac{\cos \alpha_c t_c}{\rho \cos \alpha}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{R_o}{R}$$

$$\rho = \frac{R}{R_c}$$

$\alpha_c, t_c$ : winding angle and thickness of cylinder part

$R_o, R_c$ : radius of boss and cylinder parts

$\alpha, t$ : winding angle and thickness for a arbitrary radius(R)

원통부위는 내, 외부 각 2부분으로 요소를 분할하여 계산하였는데, 이때 각 요소는 effective modulus를 따로 대입하였다.

### 4. 실험 및 결과 고찰

본 실험에 이용한 압력용기는 carbon/epoxy로써 한국화이바에서 F/W 공법으로 제작되었다.

이때 사용한 carbon과 epoxy는 T300/9405로서 물성치와 강도를 알기 위하여 ASTM 실험법에 의해 실험을 수행한 결과 Table 1, 2와 같은 재료 물성치와 강도를 구하였다. 이때 전단 물성치는 시편 제작상의 문제로 rail-shear 방법으로 구하였으며, Table 1의 두께방향의 물성치는 두께방향 단면

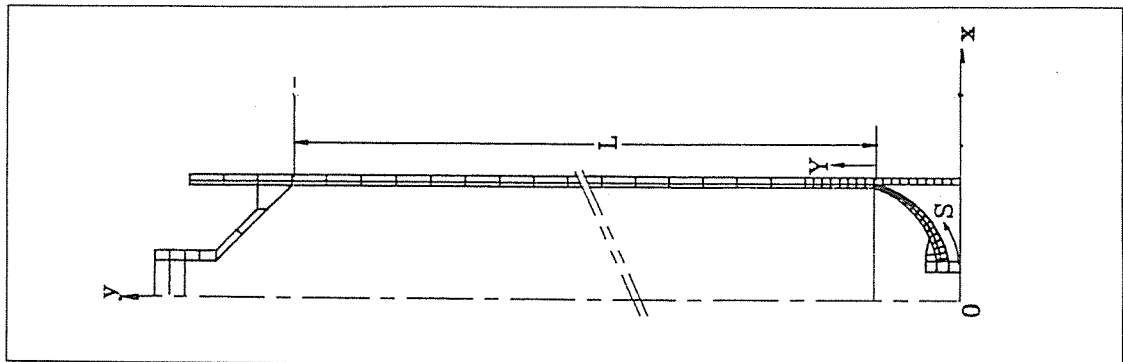


Fig. 2 F.E.M Mesh.

Table 1. Material property of laminar (T300/9405j 3K-fabric)

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$\nu_{23}$	$\nu_{13}$	$\nu_{12}$	$G_{23}$	$G_{13}$	$G_{12}$
T300/9405	132,106	8,179	8,179	0.49	0.33	0.33	5.0	5.0	5.0
3K-Fabric	60,146	60,146	8,179	0.33	0.33	0.0392	12.0	12.0	12.0

Table 2. The strength of material (T300/9405, 3K-fabric)

	X	X'	Y	Y'	S
T300/9405	1416,595	1020.0	33,655	141,205	70
3K-Fabric	542,303	304.93	542,303	304.93	70

X, X' : Longitudinal strength of tension, compression  
Y, Y' : Transverse strength of tension, compression  
S : Shear strength

Table 3. Dimension of F/W pressure vessel

Thickness		Angle	
Dome	Cylinder	Dome	Cylinder
2.5	3.5	$(\pm 18)_2 / (3K)_2 / (\pm 18)_2$	$[90 / (\pm 18)_4 / (90) / (3K)_3 / (90)_4 / (3K)_3 / (90)_4]$

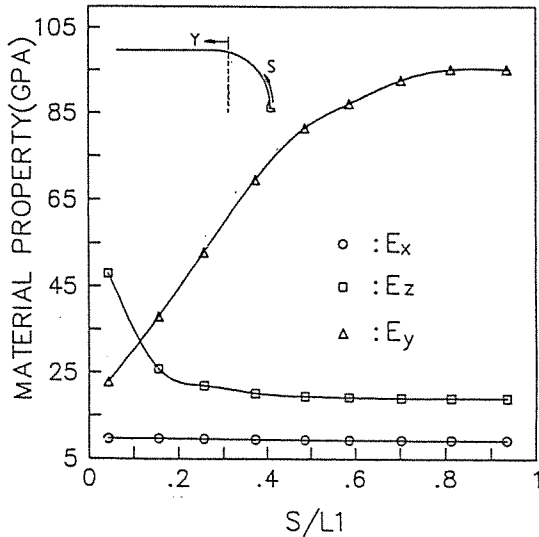


Fig. 3 The variation of material property along the dome contour.

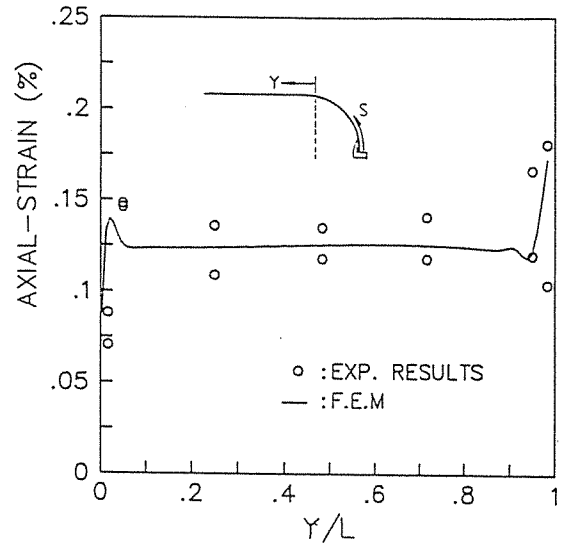


Fig. 4 Comparison of axial strain along the cylinder length, P=2000Psi.

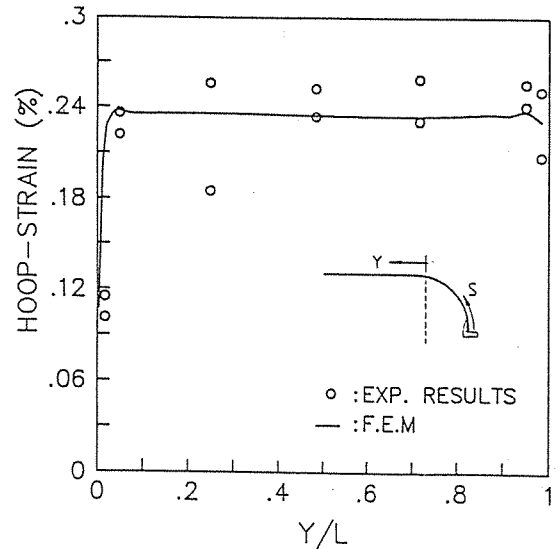


Fig. 5 Comparison of hoop strain along the cylinder length, P=2000Psi.

이 등방성이라는 가정으로 구하였다. 또한 3-K fabric은 carbon으로 직조된 평직을 의미한다.

압력용기는 Table 3과 같은 적층으로 제작이 되며, 기밀유지를 위해 NBR을 liner로 하고, 보스는 steel(SCM4)로 제작하였다.

이와 같이 제작된 압력용기는 모두 30 channel의

strain gage를 부착하여 수압실험을 수행하였는데, 이때 변형도 측정은 system 4000을 이용하였다.

이때 원통(cylinder) 부위에는 모두 24 channel, 폭면(dome) 부위에는 협소한 관계로 중심부근에만 6 channel strain gage를 부착하여 실험을 수행하였다. 여기서 이용된 압력용기는 모두 4개로 0-3,

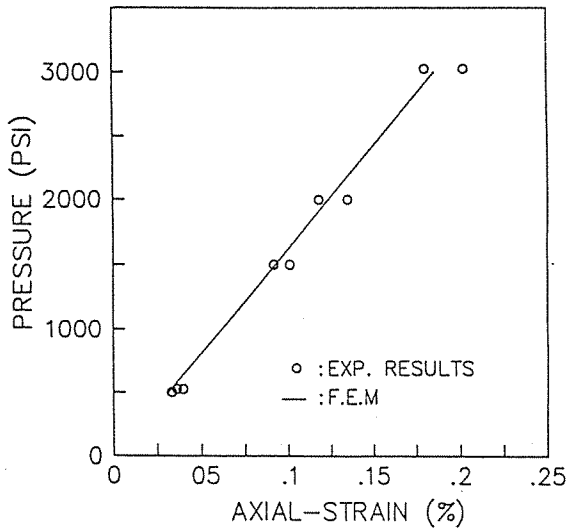


Fig. 6 Comparison of axial strain at cylinder center point ( $Y/L=0.5$ ),  $P=2000$ Psi.

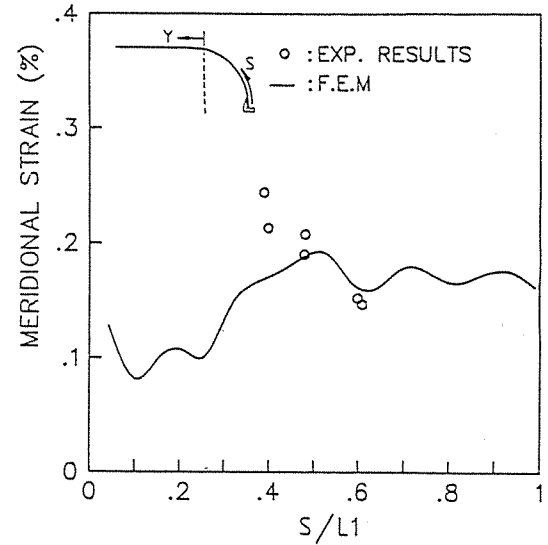


Fig. 8 Comparison of meridional strain along the dome contour,  $P=2000$  Psi.

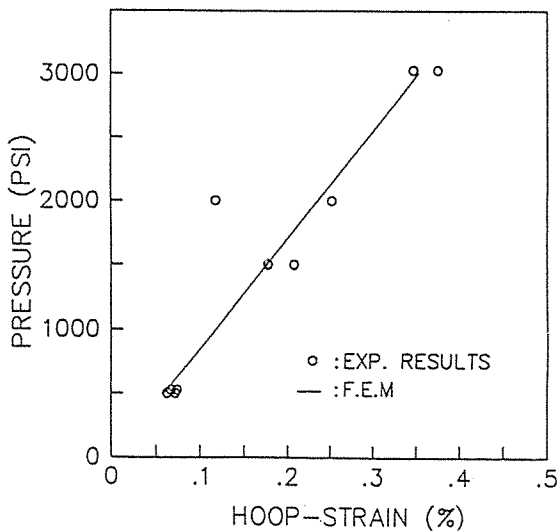


Fig. 7 Comparison of hoop strain at cylinder center point ( $Y/L=0.5$ ),  $P=2000$  Psi.

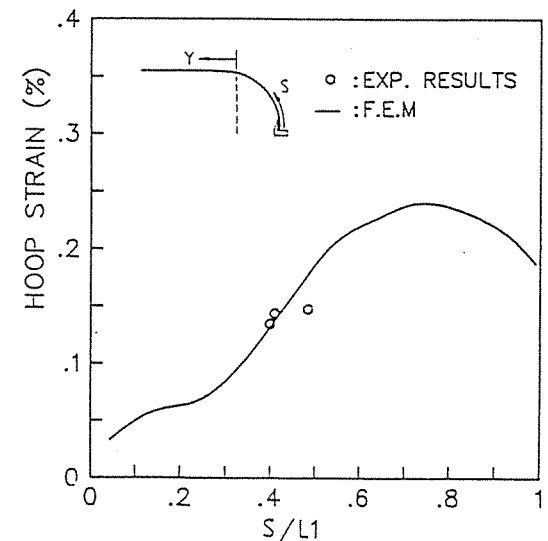


Fig. 9 Comparison of hoop strain along the dome contour,  $P=2000$  Psi.

000psi 까지 압력을 가하여 순간마다 변형도를 구하였다. 이때 시험값들의 정리는 압력에 따른 각 지점마다 최대, 최소값을 구하여 이들 값을 상한, 하한치로 나타내어 이론적인 값들과 비교하였다.

Fig. 4, 5는 압력이 2,000psi 인 경우 원통부위 전 길이에 따른 축방향과 원주방향의 변형도를 비교한 그림이다. 비교적 전 부위에서 실험값과 이론값이 상당히 좋은 일치치를 보이고 있다. 이때  $Y/L=0$  지점은 곡면부위와 경계인 관계로 변형도 값이 매우 작은 값을 나타내는 반면,  $Y/L=1$ 인 지점은 이곳에 수압치구가 존재함으로 인해 매우 큰 축변형도 값을 나타낸다. 또한 원통부위 전 구간에 걸쳐 변형도 분포가 일정함을 알수 있다.

Fig. 6, 7은 원통부위의 중심부근인  $Y/L=0.5$ 인 지점에서 압력에 따른 변형도의 변화를 나타내고 있는데, 수치해석과 실험값이 잘 일치하고 있다. Fig. 8, 9는 곡면부위의 변형도 분포를 보이는데  $S/L=0, 1$ 인 지점은 각각 boss 부위와 원통부위 경계지점을 나타낸다. 여기서  $L$ 은 보스 부위부터 자오선 방향으로 실린더 시작 지점까지의 거리를 나타낸다.

이때 실험값과 이론적인 값이 차이를 보이고 있는데, 그 이유는 원통부위가 공정상 winding angle의 변화, 그리고 수지층의 불균일성으로 인하여 차이를 보인다고 생각된다.

특히 자오선 방향 변형도의 분포가 굴곡을 이루고 있는데 이러한 특성들은 Fig. 3에서 보듯이 원통부위의 winding angle의 변화로 각 원통부위 요소마다의 재료 물성치가 변하여 내압에 의한 변형도가 일정치 않게 된다.

특히 자오선 방향의 재료 물성치인  $E_y$ 가 원주방향 재료 물성치인  $E_z$ 에 비해 상당히 큰 변화를 보임으로 인해 변형도 분포의 굴곡을 가져온다.

## 5. 결 론

1. 3-D effective modulus를 이용한 F/W 복합재 압력용기 해석은 시간과 정확도에서 좋은 결과를 얻었다.

2. 3-D effective modulus를 이용할때 원통부위에서 내외부를 각기 같은 물성치를 갖는 요소로 분할하여 계산한 변형도는 내외부가 각기 다른 요소

로 분할한 경우의 변형도 값들의 평균값을 나타낸다. 그러므로 strain gage를 이용한 실험값과 비교하기 위해서는 외부층과 내부층으로 요소를 분할하여 계산하면 더욱 좋은 값을 기대할 수 있다.

3. 곡면부위에서는 두께와 winding angle 변화로 기인되는 여러 인자들로 인해 해석의 어려움이 존재하며, 실험값과도 차이를 보인다. 특히, 자오선 방향의 변형도는 많은 영향을 받음을 알수 있었다. 그러므로 곡면부의 해석은 정확한 winding angle과 두께, 그리고 표면형상의 결정이 매우 중요한 인자가 된다.

4. 본 해석은 선형인 경우에 대하여 해석하였으나 곡면(dome) 부위가 클때 기하학적, 물성적 비선형성(geometric, material nonlinearity)을 고려한 해석을 수행할 예정이다.

## 참고문헌

1. Marvin Knight, "Three-Dimensional Elastic Moduli of Graphite/Epoxy Composites", J. of Composite Materials, Vol. 16, Mar., 1982, pp. 153-159.
2. Sun, C.T., J.D. Achenbach and G. Herrmann. "Continuum Theory for a Laminated Medium", J. Applied Mechanics, 35, 1968, pp.467-475.
3. Enie, R.B. and R.R. Rizzo, "Three-Dimensional Laminate Moduli", J. of Composite Materials, Vol. 4, Jan., 1970, pp.150-154.
4. R.D. Kriz and W.W. Stinchcomb, "Elastic Moduli of a Transversly Isotropic Graphite Fibers and Their Composites", Exp. Mechanics, Feb., 1979, pp.41-49.
5. Carl T. Heracovich, "Composite Laminates with Negative Through the Thickness Poissons's Ratio", J. of Composite Materials, Vol. 18, Sep., 1984, pp.447-455.
6. C.T. Sun and Sijan Li, "Three-Dimensional Effective Elastic Constants for Thick Laminates", J. of Composite Materials, Vol. 22, July, 1988, pp.629-639.
7. R.M. Jones, Mechanics of Composite Materials, McGraw-Hill, New York, 1975.

8. Hisao Fukunaga and Masuji Uemura, "Optimum Design of Filament-Wound Pressure Vessels(Part 1, 2)", 일본 항공우주학회지, 제 9 권, 331 호, 8 월, 1981, pp.432-445.

9. Hajime Iida and Masuji Uemura, "Mechanical Characteristic of Filament-Wound Pressure Vessel(Burst Pressure)", 일본 항공우주학회지, 제 33 권, 381 호, 10 월, 1985, pp.592-600.

---