

論文

회전하는 직교보강 복합재료원통셸의 진동해석

이영신* · 김영완**

Vibration Analysis of the Rotating Composite Cylindrical Shells with Orthogonal Stiffeners

Young-Shin Lee* and Young-Wann Kim**

ABSTRACT

The analytical solutions for the free vibration of the rotating composite cylindrical shells with axial stiffeners(stringers) and circumferential stiffeners(rings), that is orthogonal stiffeners, are presented using the energy method. The cylindrical shells are stiffened with uniform interval and the stiffeners have same material and geometric properties. The Hamilton principle is applied to derive the governing equation of the rotating shell with stiffeners. The effect of the parameters such as the stiffener's height-to-width ratio, the shell thickness-to-radius ratio and the shell length-to-radius ratio is studied. By comparison with the previously published analytical results for the rotating composite shell without stiffener and the orthogonally stiffened isotropic cylindrical shells, it is shown that natural frequencies can be determined with adequate accuracy.

초 록

길이방향 보강재(스트링거) 및 원주방향 보강재(링)로 보강된 즉, 직교보강된 회전하는 복합재료원통셸에 대해 에너지법을 이용하여 진동해석결과가 제시되었다. 복합재료원통셸은 동일한 재료물성 및 기하형상을 갖는 보강재로 균일 간격으로 보강되었으며, 원통셸은 복합재료로 다층 적층되었고, 각각의 보강재는 일방향적층만을 고려하였다. Hamilton 원리가 보강재를 갖는 회전원통셸의 지배방정식을 유도하는데 적용되었다. 보강재의 높이 대 폭의 비, 셸의 두께 대 반경 비, 셸의 길이 대 반경비 등에 따른 영향이 고찰되었으며, 해의 검증을 위해 비보강된 회전복합재료원통셸 및 직교보강된 등방성원통셸에 대한 기존 연구 결과와 비교하였다.

1. 서 론

회전하는 셸구조물은 가스터빈 엔진의 로타(rotor) 시스템이나, 전기모터, 로터리 킬른, 원심분리기 같은 기계장치류에 중요하게 응용되고 있다. 회전하는 셸 구조물들은 재료의 강도에 의해 설계된 속도보다 훨씬 더 낮은 속도에서 피로크랙을 유발하는 경우가 있다. 따라서 이러한 구조물의 강성

을 증가시키기 위해 보강을 필요로 하게 되며, 이러한 시스템에 대하여 진동특성을 연구하는 것이 필요하다.

Egle과 Sewall[1] 다양한 경계조건을 갖는 링/스트링거보강 등방성원통셸에 대해 내평면관성을 무시하여 자유진동연구를 하였으며, ESDU[2](Engineering Science Data Unit)에서는 직교보강 등방성셸에 대한 computer program을 개발하

* 정회원, 충남대학교 기계설계공학과 교수

** 정회원, 충남대학교 기계설계공학과 대학원

였다. 그리고 Mustafa와 Ali(3)는 링보강, 스트링거보강 및 직교보강된 등방성 원통셀에 대해 에너지법을 이용하여 고유진동수를 찾아냈다. 한편 복합재료에 대해서는 Reddy와 Starnes(4)은 링 또는 스트링거로 보강된 복합재료원통셀에 대해 좌굴해석을 수행하였으며, Schokker등(5)은 내압을 받는 링보강 복합재료셀에 대해 좌굴에 관련된 동적 안정성문제를 연구하였다. Goswami 등(6)은 유한요소법을 이용하여 보강판넬에 대해 기하학적 비선형을 고려한 탄성 과도응답을 연구하였다. 그리고 이영신과 김영완(7)은 확산보강이론을 적용한 길이 방향으로 보강된 복합재료원통셀에 대해 자유진동 연구를 하였으며, 이들은 또한 직교보강복합재료 원통셀에 대해 이산이론을 적용하여 직교보강재가 고유진동수 및 좌굴하중에 미치는 영향을 연구하였다(8).

한편 회전원통셀에 대해서는 비교적 많은 연구가 있다. Macke(9)는 비행기 제트엔진의 응축기 케이싱에서 피로파괴를 발생시키는 이동모드진동에 대해 연구를 하였다. Kim and Lee(10)는 유한요소법을 이용하여 Coriolis 효과를 고려한 회전셀에 대해 진동특성을 제시하였고, Huang과 Soedel(11)은 단순지지된 등방성원통셀에 대해 자유/강제 진동특성을 연구하였다. 수년 동안 복합재료의 급속한 발전에 따라 회전하지 않는 복합재료원통셀에 대한 진동연구가 광범위하게 연구되고 있다. 최근에 이르러 회전하는 복합재료원통셀에 대해 연구되기 시작하였다. Igawa 등(12)은 전단변형을 고려하여 회전하는 이방성셀에 대한 자유진동을 연구하였고, Lam 등(13)은 여러가지 셀이론을 이용하여 GFRP 복합재료원통셀에 대한 진동특성을 연구하였다. 그리고 이영신과 김영완(14)은 회전하는 혼합적층원통셀에 대해 비선형진동해석을 하였으며, Ritz-Galerkin 법을 적용하여 비선형진동수 방정식을 유도하였다.

위에서 언급한 모든 연구는 비회전 보강이나 비보강 회전 원통셀에 대한 연구로서 회전과 보강을 동시에 고려한 연구는 거의 없는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 Love의 셀이론과 보강재에 대해서는 이산보강이론을 적용하였으며, 회전하는 직교보강 복합재료원통셀의 지배방정식을 Hamilton 원리를 이용하여 유도하였다. 셀은 복합재료로 적층되었으며, 보강재는 일방향적층을 고려하였다. 또한 보강재의 높이 대 폭의 비, 셀의 두께 대 반경,

셀의 길이 대 반경비에 따른 거동을 연구하였다. 그리고 비보강 회전하는 복합재료원통셀에 대한 결과와 직교보강 등방성원통셀에 대한 결과를 기존의 문헌과 비교하였다.

2. 수식화

본 연구에서 고려된 직교보강재를 갖는 회전원통셀에 대한 형상을 Fig. 1에 제시하였다. 여기서 R, L 과 h 는 각각 셀의 반경, 길이 및 두께를 나타내며, Ω 는 회전속도를 나타낸다. 셀의 좌표계는 축방향을 x , 원주방향을 ϕ , 수직방향을 z 로 표현하였으며, 좌표계의 원점은 셀 끝단의 임의의 지점에 위치한다. 그리고 각 방향에 대한 변위성분을 u, v, w 로 표현하였다. 한편 원통셀은 축방향 보강재인 스트링거와 원주방향 보강재인 링으로 보강된 직교 보강재로 보강되었으며, $d_{S(orr)}, b_{S(orr)}$ 는 보강재의 높이 및 폭을 나타내고, 아래첨자(s, r)는 스트링거와 링을 나타낸다.

고려된 복합재료 원통셀에 대한 변형에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_c = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{2\pi} \int_0^L [N_x \epsilon_x + N_\phi \epsilon_\phi + N_{x\phi} \epsilon_{x\phi} + M_x \kappa_x + M_\phi \kappa_\phi + M_{x\phi} \kappa_{x\phi}] R dx d\phi dz \quad \dots\dots (1)$$

여기서 $N_x, N_\phi, N_{x\phi}$ 는 합응력을 나타내고, $M_x, M_\phi, M_{x\phi}$ 는 합모멘트를 나타낸다.

Love의 셀이론으로 부터 변형률 및 곡률은 다음

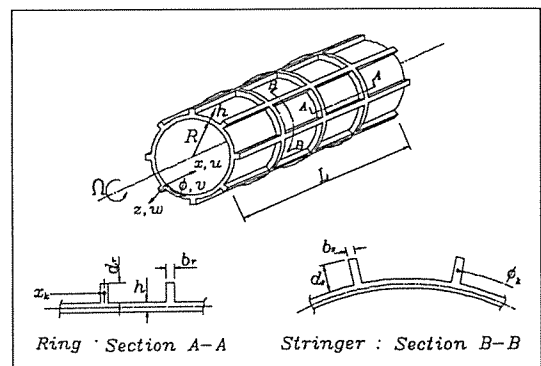


Fig. 1. Coordinate system and stiffener cross section area for the rotating and orthogonally stiffened cylindrical shell.

과 같이 표현된다.

$$\varepsilon_x = u_{,x} \quad \varepsilon_\phi = \frac{1}{R} (v_{,\phi} + w) \quad \varepsilon_{x\phi} = \frac{u_{,\phi}}{R} + v_{,x} \quad (2a)$$

$$\kappa_x = -w_{,xx} \quad \kappa_\phi = \frac{1}{R^2} (w_{,\phi\phi} - v_{,\phi})$$

$$\kappa_{x\phi} = -\frac{1}{R} (2w_{,x\phi} - v_{,x}) \quad (2b)$$

여기서 (,) 공간에 대한 미분을 나타낸다.

셀의 중앙면으로부터 z 만큼 떨어진 보강재의 임의 지점에서의 변형은 다음과 같이 주어진다.

$$u_s = u - zw_{,x} \quad v_s = v - \frac{z}{R} w_{,\phi} \quad w_s = w \quad (3)$$

이산보강이론을 이용하면, 스트링거에 대한 변형에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_s = \sum_{k=1}^s \frac{E_{ks}}{2} \int_0^L \int_{A_s} \varepsilon_{ks}^2 dA_s dx$$

$$+ \sum_{k=1}^s \frac{G_s J_s}{2} \int_0^L \left(\frac{w_{s,x\phi}}{R} \right)^2 dx \quad (4)$$

여기서

$$\varepsilon_{ks} = u_{s,x} = u_{,x} - z w_{,xx} \quad (4a)$$

ε_{ks} 는 스트링거의 축방향변형률을 나타내며, $G_s J_s$ 와 A_s 는 각각 스트링거의 비틀림 강성 및 단면적이다. 한편 링에 대한 변형에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$U_r = \sum_{k=1}^r \frac{E_{kr}}{2} \int_0^{2\pi} \int_{A_r} \varepsilon_{kr}^2 R dA_r d\phi + \sum_{k=1}^r \frac{G_r J_r}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{R} w_{r,\phi}^2 d\phi \quad (5)$$

$$\varepsilon_{kr} = \frac{1}{R} (v_{r,\phi} + w_r) = \frac{1}{R} \left(v_{,\phi} - \frac{z}{R} w_{,\phi\phi} + w \right) \quad (5a)$$

여기서 ε_{kr} 는 링의 원주방향변형률을 나타내며, $G_r J_r$ 및 A_r 는 링의 비틀림 강성과 단면적이다. 셀의 중앙면에서 z 만큼 떨어진 곳에서의 링에 대한

변형도 스트링거에 대한 변위식과 같은 표현식을 갖는다.

원통셀에 대한 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_c = \frac{1}{2} \rho_t \int_0^{2\pi} \int_0^L \left[\dot{u}^2 + (\dot{v} + R\Omega + w\Omega)^2 + (\dot{w} - \Omega v)^2 \right] R dx d\phi \quad (6)$$

$$\rho_t = \sum_{k=1}^N \rho_k h_k \quad (6a)$$

여기서 (·)는 시간에 대한 미분을 나타낸다.

그리고 스트링거 및 링에 대한 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_s = \frac{1}{2} \rho_s \int_0^L \int_{A_s} \left[\dot{u}_s^2 + (\dot{v}_s + R\Omega + w_s\Omega)^2 + (\dot{w}_s - \Omega v_s)^2 \right] dA_s dx \quad (7)$$

$$T_r = \frac{1}{2} \rho_r \int_0^{2\pi} \int_{A_r} \left[\dot{u}_r^2 + (\dot{v}_r + R\Omega + w_r\Omega)^2 + (\dot{w}_r - \Omega v_r)^2 \right] dA_r d\phi \quad (8)$$

여기서 ρ_s, ρ_r 는 스트링거 및 링의 밀도이다.

다음으로 회전에 의한 셀 및 보강재의 한 일(work done)을 정의해야 한다. 먼저 셀에 대한 한 일은 다음과 같다.

$$W_c = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \bar{N}_\phi \varepsilon_{\phi\phi}^2 R dx d\phi \quad (9)$$

$$\varepsilon_{\phi\phi}^2 = \frac{1}{R^2} \left[u_{,\phi}^2 + (v_{,\phi} + w)^2 + (w_{,\phi} - v)^2 \right] \quad (9a)$$

여기서 \bar{N}_ϕ 와 $\varepsilon_{\phi\phi}$ 는 각각 원심력에 의한 원주방향 초기인장력과 원주방향변형률을 나타내며, 원주방향 초기인장력 $\bar{N}_\phi = \rho_t \Omega^2 R^2$ 로 정의 된다.

같은 방법으로 스트링거 및 링에 대한 한 일은 다음과 같은 표현식을 갖는다.

$$W_s = \frac{\bar{N}_s \phi}{2R^2} \sum_{k=1}^s \int_0^L \int_{A_s} \left[(u_{,\phi} - z w_{,x\phi})^2 + \left(v_{,\phi} - \frac{z}{R} w_{,\phi\phi} + w \right)^2 + \left(w_{,\phi} - v - \frac{z}{R} w_{,\phi} \right)^2 \right] dA_s dx \quad (10)$$

$$W_r = \frac{\bar{N}_{r\phi}}{2R^2} \sum_{k=1}^r \int_0^{2\pi} \int_{A_r} \left[\left(u_{,\phi} - z w_{,x\phi} \right)^2 + \left(v_{,\phi} - \frac{z}{R} w_{,\phi\phi} + w \right)^2 + \left(w_{,\phi} - v - \frac{z}{R} w_{,\phi} \right)^2 \right] R dA_r d\phi \quad (11)$$

여기서 $\bar{N}_{s\phi} = \rho_s \Omega^2 R^2$, $\bar{N}_{r\phi} = \rho_r \Omega^2 R^2$ 이다.

고려된 원통셀의 경계조건은 양단 단순지지로 다음과 같이 수학식으로 표현될 수 있다.

$$v = w = M_x = N_x = 0 \quad \text{at } x = 0, L \quad (12)$$

단순지지 경계조건을 만족하는 변위식을 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= U_{mn} \cos \alpha x (\cos n \phi \cos \omega_{mn} t - \sin n \phi \sin \omega_{mn} t) \\ v &= V_{mn} \sin \alpha x (\sin n \phi \cos \omega_{mn} t + \cos n \phi \sin \omega_{mn} t) \\ w &= W_{mn} \sin \alpha x (\cos n \phi \cos \omega_{mn} t - \sin n \phi \sin \omega_{mn} t) \\ \alpha &= \frac{m\pi}{L} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 U_{mn}, V_{mn}, W_{mn} 는 각 방향에 대한 최대진폭을 나타내며, ω_{mn} 는 (m, n) 진동모드에서의 각진동수를 나타낸다.

유도된 에너지식에 Hamilton 원리를 적용하면 다음과 같이 회전하는 직교보강복합재료원통셀에 대한 운동방정식을 구할 수 있다.

$$L_x^c(u, v, w) + L_x^s(u, v, w) + L_x^r(u, v, w) + R_x^c(u, v, w) + R_x^s(u, v, w) + R_x^r(u, v, w) = 0 \quad (14a)$$

$$L_\phi^c(u, v, w) + L_\phi^s(u, v, w) + L_\phi^r(u, v, w) + R_\phi^c(u, v, w) + R_\phi^s(u, v, w) + R_\phi^r(u, v, w) = 0 \quad (14b)$$

$$L_z^c(u, v, w) + L_z^s(u, v, w) + L_z^r(u, v, w) + R_z^c(u, v, w) + R_z^s(u, v, w) + R_z^r(u, v, w) = 0 \quad (14c)$$

여기서 $L_i^j, R_i^j (i=x, \phi, z, j=c, s, r)$ 는 부록에 제시되었다.

가정된 변위식을 이용하면 지배방정식은 다음과 같이 행렬형태로 이루어 진다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{bmatrix} - \omega_{mn}^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{bmatrix} = 0 \quad (15)$$

여기서 K_{ij}, M_{ij} 는 강성 및 질량요소이며, 식(15)는 다음과 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} \\ \bar{C}_{31} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{Bmatrix} = 0 \quad (16)$$

여기서 계수 $\bar{C}_{ij} (i, j=1, 2, 3)$ 는 식(15)의 각 요소를 합한 형태를 갖는다. 식(16)에 대한 유용해를 얻기 위해서는 식(16)의 행렬식이 다음과 같이 0이 되어야 한다.

$$\begin{vmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} \\ \bar{C}_{31} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (17)$$

식(17)을 전개하면 회전하는 직교보강 복합재료원통셀에 대한 진동수방정식을 다음과 같이 대수방정식형태로 얻을 수 있다.

$$\alpha_6 \omega^6 + \alpha_5 \omega^5 + \alpha_4 \omega^4 + \alpha_3 \omega^3 + \alpha_2 \omega^2 + \alpha_1 \omega + \alpha_0 = 0 \quad (18)$$

회전을 하지 않는 보강 복합재료원통셀에 대해서는 $\Omega=0$ 이기 때문에 식(18)에서 각진동수 ω 의 우함수는 나타나지 않으며, 회전하는 비보강 복합재료원통셀에 대해서는 ω^5 항이 나타나지 않는다.

3. 수치예 및 토의

본 해의 유용성을 검토하기 위해 먼저 회전하는 비보강 복합재료원통셀에 대해 Lam 등[13]의 결과와 비교하였고, 두 번째로는 회전하지 않는 직교보강 등방성원통셀에 대해 ESDU[2] 및 Mustafa [3]의 결과와 비교하였다. Table 1은 Lam 등[13]이 이용했던 glass/epoxy 복합재료의 재료물성과 적층방법이 제시되었다.

Table 1. Material properties and stacking sequence of the composite cylindrical shell (Lam[13])

Layer	Orientation	h (mm)	Material Properties
Inner	0°	$h/3$	$E_{11} = 19.0$ GPa
Middle	90°	$h/3$	$E_{22} = 7.6$ GPa
Outer	0°	$h/3$	$G_{12} = 4.1$ GPa
			$\nu_{12} = 0.26$
			$\rho = 1643 \text{ kg/m}^3$

 $h = 2 \text{ mm}$

Table 2에서는 본 해와 Lam 등[13]의 진동수 매개변수 $\bar{\omega} = \omega \sqrt{\rho R^2 / E_{22}}$ 를 비교하였다. Lam 등[13]은 여러 가지 셀이론을 이용하여 해를 제시하였으며, 이중에서 Sanders 셀이론을 이용한 결과만을 비교하였다. 표로부터 본 해가 Lam 등[13]의 결과보다 약간 작은 값을 보여주고 있으나, 전반적으로 서로 잘 일치한다.

다음으로는 회전을 하지 않는 직교보강 등방성 원통셸에 대한 진동수를 참고문헌[2,3]과 비교하였다. 원통셸은 20개의 스트링거, 13개의 링으로 보강되었으며, Table 3에 기하 자료와 재료물성을 나타내었다. 셸의 길이 대 반경 비(L/R)는 2.52, 셸의

Table 2. Non-dimensional frequency parameter $\bar{\omega} = \omega \sqrt{\rho R^2 / E_{22}}$ for a $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ rotating composite cylindrical shell without stiffener ($h/R = 0.002$, $L/R = 1$)

Ω (rev/s)	$m = 1$ n	Ref.[13]-Sanders theory		Present-Love theory	
		Backward	Forward	Backward	Forward
0.4	1	1.061862	1.060705	1.061850	1.060693
	2	0.804695	0.803414	0.804691	0.803410
	3	0.598913	0.597760	0.598912	0.597759
	4	0.450657	0.449663	0.450658	0.449664
	5	0.345718	0.344864	0.345719	0.344866
	6	0.271198	0.270459	0.271200	0.270461
	7	0.218017	0.217370	0.218020	0.217373
1.0	1	1.062727	1.059836	1.062716	1.059825
	2	0.805665	0.802463	0.805660	0.802457
	3	0.599817	0.596934	0.599814	0.596931
	4	0.451509	0.449023	0.451506	0.449019
	5	0.346587	0.344452	0.346583	0.344448
	6	0.272188	0.270340	0.272182	0.270334
	7	0.219257	0.217639	0.219248	0.217631

Table 3. Properties of an orthogonally stiffened isotropic cylindrical shell

Properties			
E (GPa)	207	L (m)	0.813
ν	0.3	R (m)	0.203
ρ (kg/m ³)	7430	h (m)	0.00204
No. of stringer/ring	20/13	b_s/b_r (m)	0.006/0.004
		d_s/d_r (m)	0.008/0.006

반경 대 두께 대 반경 비(R/h)는 대략 370이다. Table 4에서는 ESDU[2]와 이산보강이론을 이용한 Mustafa[3]의 결과와 본 해의 결과를 비교하여 제시하였다. 표에 제시된 것처럼 ESDU[2]와의 차이는 2.5%미만으로 나타났으며, 최대 차이는 $(m, n) = (1, 2)$ 모드에서 2.26%이다. 그리고 Mustafa[3]와 본 해와의 차이는 3.5%미만으로 $(m, n) = (1, 3)$ 모드에서 최대 3.19% 차이를 보여 주고 있다. 전반적으로 모든 모드에 대해 본 해의 결과가 참고문헌의 결과보다 약간 크게 나왔으나, 좋은 일치를 보여 주고 있다.

앞으로 제시될 모든 수치예에 이용된 복합재료는 탄소보강복합재료(T300/LY556/HY917)로 다음과 같은 재료특성을 갖는다.

$$E_{11} = 139.4 \text{ GPa} \quad E_{22} = 8.35 \text{ GPa} \quad G_{12} = 3.1 \text{ GPa} \\ \nu_{12} = 0.268 \quad \rho = 1542 \text{ kg/m}^3$$

Table 5에서는 비보강 및 보강된 회전하지 않는 복합재료원통셸에 대한 고유진동수를 나타내고 있다. 고려된 축방향모드 m 은 1이고, 원주방향모드는 1, 2, ..., 6이다. 표에서 (+/-)부호는 보강을 함으로써 비보강셸보다 고유진동수가 증가 또는 감소한 것을 의미한다. $n = 1$ 모드에 대해 모든 경우에서

Table 4. Natural frequencies of a non-rotating and orthogonally stiffened isotropic cylindrical shell

$m = 1$		Natural frequencies(Hz)			
n	Present	Ref.[2]	Discp. (%)	Ref.[3]	Discp. (%)
1	944	938	0.64	942	0.20
2	453	443	2.26	439	3.19
3	345	348	0.86	337	2.37
4	489	492	0.61	482	1.45
5	750	745	0.67	740	1.35

Discp. : discrepancy

Table 5. Comparisons of the natural frequencies for the non-rotating composite cylindrical shell without/with stiffeners ($R = 0.2m, L/R = 5, h = b = 2mm, d/b = 6$)

Natural Frequency (Hz)					
$m = 1$ n	Unstiffened Shell	Stringer 10	Ring 5	Orthogonal(stringer/ring) 10/5 20/10	
1	413.02	408.16(-)	399.99(-)	396.41(-)	383.49(-)
2	175.44	179.21(+)	<u>192.40(+)</u>	<u>194.66(+)</u>	<u>203.31(+)</u>
3	<u>101.72</u>	<u>105.25(+)</u>	242.54(+)	236.25(+)	282.90(+)
4	107.90	107.36(-)	419.31(+)	403.59(+)	492.57(+)
5	155.30	146.39(-)	660.17(+)	611.05(+)	774.70(+)
6	222.64	213.92(-)	956.27(+)	917.37(+)	1120.6(+)

Underlined values are the fundamental frequencies
(+/-) sign mean the stiffening effect for frequency

보강을 함으로써 진동수는 감소를 하나, $n > 1$ 이상이 되면 진동수는 반대로 증가하는 경향을 갖는다. 이러한 현상은 보강재에 의한 강성 및 질량효과가 보강셸의 진동수에 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 만일 강성효과가 질량효과에 비해 크게 작용한다면 진동수는 증가할 것이며, 그 반대의 경우에는 진동수가 감소할 것이다. 그리고 밑줄 친 값은 고려된 원통셸에 대한 최저차 고유진동수, 즉 기본진동수를 나타내는 것으로 보강에 의해 기본진동수는 증가를 한다. 보강재의 증가는 진동수를 증가시

키며 다른 보강셸에 비해 직교보강셸이 가장 큰 진동수를 갖는다. 그러나 스트링거에 의한 길이 방향 보강셸에 대해서는 진동수 측면에서 보강효과가 나타나지 않으며, 비보강셸의 진동특성과 거의 같은 거동을 한다.

Fig. 2는 회전속도에 따른 직교보강 및 비보강셸에 대한 고유진동수의 변화를 보여 주고 있다. 직교보강셸의 고유진동수는 비보강셸의 고유진동수보다 크며, 후퇴파 고유진동수는 회전속도에 비해 비례적으로 증가를 하나, 전진파에 대해서는 감소를 하다 다시 증가하는 거동을 한다. 이러한 현상은 회전에 의해 각각 비보강셸의 강성증가가 보강셸의 강성증가보다 크기 때문에 나타나는 현상으로 보강셸은 이미 보강에 의해 강성이 크게 증가하여 회전에 의해 보강셸의 강성증가는 보강에 의한 강성증가보다 매우 작게 영향을 미치기 때문이다. 그리고 그림에 나타난 것처럼 어느 임의의 회전속도에서의 전진파 및 후퇴파에 대한 고유진동수는 다르게 나타나며, 회전에 의한 원심력에 의해 항상 후퇴파의 진동수가 전진파의 진동수보다 크게 나타나고 있다.

Fig. 3에서는 보강재의 높이 대 폭 비(d/b)에 따른 직교보강셸의 기본진동수 변화를 제시하였다. 여기서 스트링거 및 링보강재의 폭 $b_{s(r)}$ 는 모두

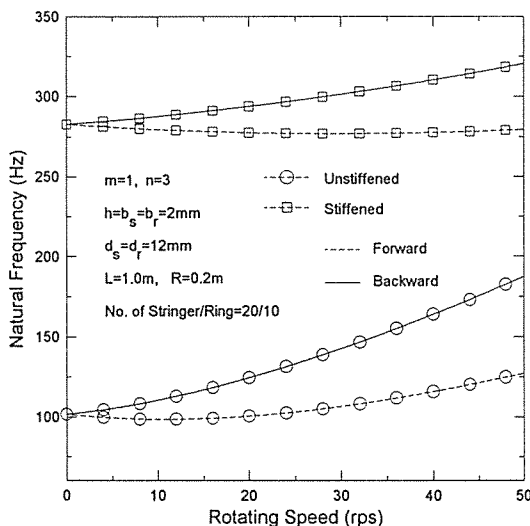


Fig 2. Variation of the natural frequencies for the orthogonally stiffened and unstiffened composite cylindrical shells with the rotating speed.

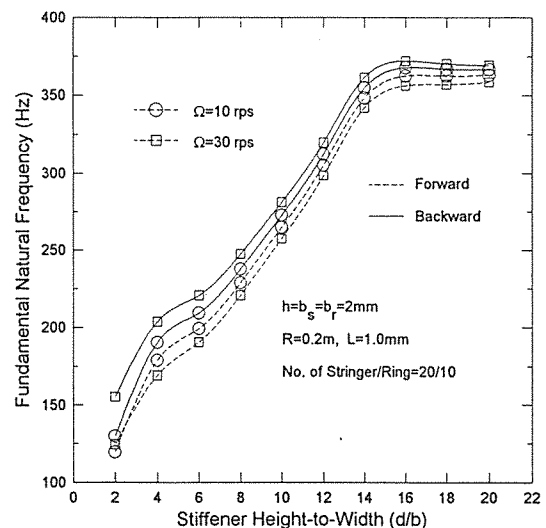


Fig 3. Variation of the fundamental frequencies (Hz) for the non-rotating and orthogonally stiffened cylindrical shells with the stiffener height-to-width ratio.

2mm이다. 그림에 나타난 것처럼 기본진동수는 보강재의 높이 대 폭 비 (d/b)에 따라 처음에는 크게 증가를 하다가 어느 비($d/b=16$) 이상이 되면 거의 일정한 값으로 접근을 한다. 이러한 현상은 어느 d/b 비 이상이 되면 보강에 의한 강성 및 질량효과가 셀에 거의 같게 작용하기 때문이다. 그리고 보강재의 높이 대 폭의 비 d/b 가 커질 수록 전진파와 후퇴파간의 차이는 작아진다.

Fig. 4는 원주방향반파수의 변화에 따른 직교보강원통셸의 고유진동수 변화를 도시한 것이다. 그림에서처럼 회전하는 직교보강원통셸의 일반적인 진동거동은 진동수가 원주방향반파수에 따라 초기에는 감소를 하다가 최소값에 도달한 후 다시 증가하는 거동을 한다. 이와 같은 거동은 회전 및 보강을 고려하지 않은 원통셸의 거동과 유사하다. 그리고 회전속도의 영향은 큰 반파수보다는 작은 반파수에 더 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

Fig. 5는 직교보강 복합재료원통셸의 길이 대 반경 비(L/R)변화에 따른 기본진동수의 거동을 나타낸 것으로 셸의 두께 및 반경은 2mm, 500mm이다. 보강재의 폭 및 높이는 2mm, 12mm로 스트링거 및 링은 20/10개로 보강되었다. 고려된 모든 회전속도에 대해 전진파 및 후퇴파 모두 L/R 의 변화

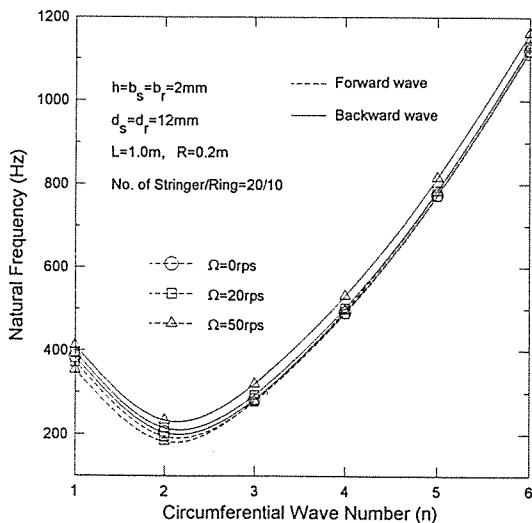


Fig. 4. Variation of the natural frequencies for the rotating and orthogonally stiffened composite cylindrical shell with the circumferential wave number n .

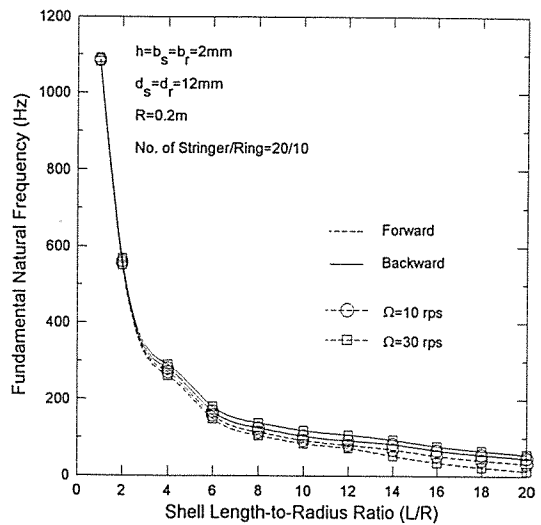


Fig. 5. Variation of the natural frequencies for the rotating and orthogonally stiffened composite cylindrical shell with the L/R ratio.

에 따라 급격히 진동수가 감소한 후 거의 일정한 값으로 접근을 한다. 이와 같이 L/R 의 변화(셸의

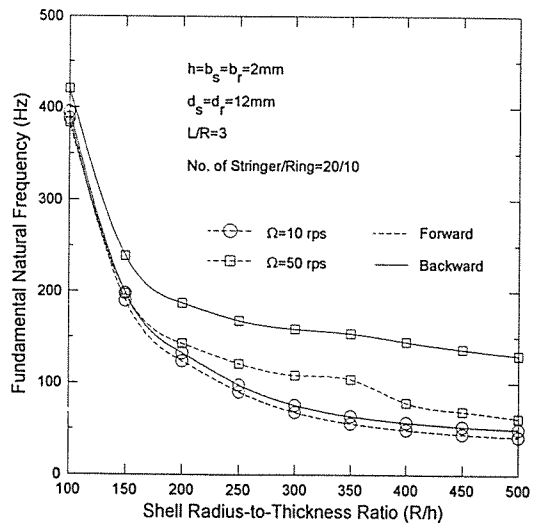


Fig. 6. Variation of the natural frequencies for the rotating and orthogonally stiffened composite cylindrical shell with the R/h ratio.

길이변화)에 따라 진동수가 급격히 변화하는 것은 기본 진동수에 미치는 영향이 셀의 특성은 사라지고 빔의 거동으로 전환하는 것으로 셀의 길이가 짧을 때는 셀의 거동 즉, 원주방향의 진동모드가 진동수에 지배적으로 작용을 하며, 셀의 길이가 큰 L/R 에 대해서는 셀의 거동보다는 빔거동에 의해 진동수가 지배를 받기 때문에 나타나는 현상이다. 한편 회전속도의 영향이 작은 L/R 에서 보다는 큰 L/R 에서 크게 작용하여 회전속도에 의한 진동수간의 차이가 크게 나타나고 있다.

한편 셀의 반경 대 두께 비(R/h)의 변화에 따른 기본진동수거동을 Fig. 6에 제시하였다. 여기서 보강재는 Fig. 5에서 이용된 것과 같은 조건을 가지며, 셀의 길이 대 반경비 (L/R)는 3을 고려하였다. 고려된 모든 회전속도에 대해 전진파 및 후퇴파 모두에서의 기본진동수는 R/h 에 따라 급격히 감소를 하며, 회전속도의 영향은 작은 R/h 에서 보다는 큰 R/h 에서 크게 작용하며, 회전속도가 클 수록 전진파와 후퇴파진동수간의 차이가 크게 발생되고 있다.

4. 결 론

Love의 셀이론과 이산보강이론을 이용하여 회전을 하는 직교보강복합재료원통셀에 대한 진동해석을 하였으며, 기존의 발표된 문헌과의 비교를 통해 본 해의 타당성을 검증하였다. 몇몇의 수치예를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 직교보강을 함으로써 강성증가를 통해 비보강셀보다 진동수를 높게 할 수 있었다.
- 2) 회전에 의해 발생하는 전진파 및 후퇴파진동수에 있어 후퇴파의 진동수가 전진파의 진동수보다 항상 크게 나타났다.
- 3) 보강재의 높이 대 폭의 비가 커질 수록 진동수는 급격히 증가를 하나 어느 이상이 되면 진동수는 거의 일정한 값으로 접근을 한다.
- 4) 회전속도가 커질 수록 모든 진동모드에 대해 후퇴파와 전진파간의 차는 커진다.
- 5) 작은 원주방향반파수에서의 회전속도 영향이 큰 반파수에 대한 영향보다 크다.
- 6) 셀이 길이 대 반경비, 셀의 반경 대 두께비가 커질 수록 진동수는 급격히 감소를 하며, 어느 이상의 비에서는 거의 같은 진동수로 접근을 한다.

후 기

본 연구는 한국학술진흥재단 자유공모과제 (01-E-0297)로서 수행되었으며, 관계자 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. D.M. Egle and J.L. Sewall, "An Analysis of the Free Vibration of Orthogonally Stiffened Cylindrical Shells with Stiffeners Treated as Discrete Elements", AIAA Journal, Vol. 3, 1968, pp.518-526.
2. ESDU, "Free Vibrations of Thin Walled Orthogonally Stiffened Circular Cylindrical Shells", 1982, ITEM No.80040.
3. B.A.J. Mustafa and R. Ali, "An Energy Method for Free Vibration Analysis of Stiffened Circular Cylindrical Shells", Computers and Structures, Vol. 32, No. 2, 1989, pp.355-363.
4. J.N. Reddy and J.H. Starnes, Jr, "General Buckling of Stiffened Circular Cylindrical Shells According to a Layerwise Theory", Computers & Structures, Vol. 49, No. 4, 1993, pp. 605-616.
5. A. Schokker, A. Kasagi and S. Stridharan, "Dynamic Interactive Buckling of Ring-Stiffened Composite Shells", AIAA J., Vol. 33, No. 10, 1995, pp.1956-1962.
6. S. Goswami and M. Muhopadhyay, "Geometrically Non-Linear Transient Dynamic Response of Laminated Composite Stiffened Shells", J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 14, 1995, pp.618-640.
7. 이영신, 김영완, "길이방향으로 보강된 복합재료 원통셀의 자유진동", 대한기계학회논문집, 제20(A)권, 제7호, 1996, pp.2223-2233.
8. 이영신, 김영완, "복합재료원통셀의 고유진동수 및 좌굴하중에 대한 직교보강특성연구", 한국소음진동공학학회논문집, 제6권, 제4호, 1996, pp.279-289.
9. H. J. Macke, "Traveling-Wave Vibration of Gas Turbine Engine Shells," Trans. of

ASME, J. of Engineering for Power, Vol. 88, No. 2, 1966, pp.179-187.

10. H. S. Kim and Y. H. Lee, "Vibration Analysis of Rotating Thin Shells of Revolution by Finite Element Methods," Trans. of the KSME, Vol. 9, No. 4, 1985, pp.487-496.

11. S. C. Huang and W. Soedel, "On the Forced Vibration of Simply Supported Rotating Cylindrical Shells," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 84, No. 1, 1988, pp.275-285.

12. H. Igawa, T. Saito, and M. Endo, "Free

Vibration of Rotating Anisotropic Shells of Revolution," JSME Trans., Series C. Vol. 59, No. 566, 1993, pp.3052-3057.

13. K. Y. Lam and C. T. Loy, "Analysis of Rotating Laminated Cylindrical Shells by Different Thin Shell Theories", Journal of Sound and Vibration, Vol. 186, No. 1, 1995, pp.23-35.

14. 이영신, 김영완, "회전하는 금속-복합재료 혼합적층 원통셸의 진동해석", 대한기계학회논문집, 제20(A)권, 제3호, 1996, pp.968-977.



부 록

식(14)에서의 계수 L_i^j, R_i^j ($i = x, \phi, z, j = c, s, r$)는 다음과 같다.

식(14a)에서

$$\begin{aligned}
 L_x^c &= \int_0^L \int_0^{2\pi} \left(N_{x,x} + \frac{1}{R} N_{x\phi\phi} + \frac{\bar{N}_\phi}{R} u_{,\phi\phi} \right) R \, d\phi \, dx \\
 L_x^s &= - \sum_{k=1}^s E_{ks} \int_0^L \int_{A_s} (u_{,xx} - z w_{,xxx}) \, dA_s \, dx - \frac{\bar{N}_{s\phi}}{R^2} \sum_{k=1}^s \int_0^L \int_{A_s} (u_{,\phi\phi} - z w_{,x\phi\phi}) \, dA_s \, dx \\
 L_x^r &= - \frac{\bar{N}_{r\phi}}{R} \sum_{k=1}^r \int_0^L \int_{A_r} (u_{,\phi\phi} - z w_{,x\phi\phi}) \, dA_r \, d\phi \\
 R_x^c &= - \rho_t \int_0^L \int_0^{2\pi} \ddot{u} \, R \, dx \, d\phi \\
 R_x^s &= - \sum_{k=1}^s \rho_s \int_0^L \int_{A_s} (\ddot{u} - z \ddot{w}_{,x}) \, dA_s \, dx \\
 R_x^r &= - \sum_{k=1}^r \rho_r \int_0^L \int_{A_r} (\ddot{u} - z \ddot{w}_{,x}) \, R \, dA_r \, d\phi
 \end{aligned}$$

식(14b)에서

$$\begin{aligned}
 L_\phi^c &= \int_0^L \int_0^{2\pi} \left[N_{x\phi,x} + \frac{1}{R} N_{\phi\phi\phi} + \frac{1}{R} M_{x\phi,x} + \frac{1}{R^2} M_{\phi\phi\phi} + \frac{\bar{N}_\phi}{R} (v_{,\phi\phi} + 2w_{,\phi} - v) \right] R \, d\phi \, dx \\
 L_\phi^s &= - \frac{\bar{N}_{s\phi}}{R^2} \sum_{k=1}^s \int_0^L \int_{A_s} \left(v_{,\phi\phi} - \frac{z}{R} w_{,\phi\phi\phi} + 2w_{,\phi} - v - \frac{z}{R} w_{,\phi} \right) \, dA_s \, dx \\
 L_\phi^r &= - \frac{\bar{N}_{r\phi}}{R} \sum_{k=1}^r \int_0^L \int_{A_r} \left(v_{,\phi\phi} - \frac{z}{R} w_{,\phi\phi\phi} + 2w_{,\phi} - v - \frac{z}{R} w_{,\phi} \right) \, dA_r \, d\phi \\
 &\quad - \sum_{k=1}^r E_{kr} \int_0^L \int_{A_r} \left(\frac{v_{,\phi\phi}}{R} + \frac{w_{,\phi}}{R} - \frac{z}{R^2} w_{,\phi\phi\phi} \right) \, dA_r \, d\phi \\
 R_\phi^c &= - \rho_t \int_0^L \int_0^{2\pi} (\ddot{v} + 2\Omega \dot{w} - \Omega^2 v) \, R \, dx \, d\phi \\
 R_\phi^s &= - \sum_{k=1}^s \rho_s \int_0^L \int_{A_s} \left(\ddot{v} - \frac{z}{R} \ddot{w}_{,\phi} - v \Omega^2 - \frac{z}{R} \Omega^2 w_{,\phi} \right) \, dA_s \, dx \\
 R_\phi^r &= - \sum_{k=1}^r \rho_r \int_0^L \int_{A_r} \left(\ddot{v} - \frac{z}{R} \ddot{w}_{,\phi} - v \Omega^2 - \frac{z}{R} \Omega^2 w_{,\phi} \right) \, R \, dA_r \, d\phi
 \end{aligned}$$

식(14c)에서

$$L_z^c = \int_0^L \int_0^{2\pi} \left[M_{x,xx} + \frac{2}{R} M_{x\phi, x\phi} + \frac{1}{R^2} M_{\phi\phi\phi\phi} - \frac{1}{R^2} M_{\phi\phi} \phi + \frac{\bar{N}_\phi}{R} (w_{,\phi\phi} - 2v_{,\phi} - w) \right] R d\phi dx$$

$$L_z^s = - \sum_{k=1}^s E_{ks} \int_0^L \int_{A_s} z (u_{,xxx} - zw_{,xxx}) dA_s dx + \sum_{k=1}^s \frac{G_s J_s}{R^2} w_{,xx\phi\phi} dx \\ - \frac{\bar{N}_{s\phi}}{R^2} \sum_{k=1}^s \int_0^L \int_{A_s} \left(zu_{,x\phi\phi} - z^2 w_{,xx\phi\phi} + \frac{z}{R} v_{,\phi\phi\phi} - \frac{z^2}{R^2} w_{,\phi\phi\phi\phi} \right. \\ \left. - 2v_{,\phi} - w + w_{,\phi\phi} + \frac{z}{R} v_{,\phi} + \frac{z^2}{R^2} w_{,\phi\phi} \right) dA_s dx$$

$$L_z^r = - \sum_{k=1}^r \frac{E_{kr}}{R} \int_0^{2\pi} \int_{A_r} \left[v_{,\phi} + w - \frac{z}{R} w_{,\phi\phi} - \frac{z}{R} \left(v_{,\phi\phi\phi} + w_{,\phi\phi} - \frac{z}{R} w_{,\phi\phi\phi\phi} \right) \right] dA_r d\phi \\ + \sum_{k=1}^r \frac{G_r J_r}{R} \int_0^{2\pi} w_{,xx\phi\phi} d\phi - \frac{\bar{N}_r}{R} \sum_{k=1}^r \int_0^{2\pi} \int_{A_r} \left(zu_{,x\phi\phi} - z^2 w_{,xx\phi\phi} + \frac{z}{R} v_{,\phi\phi\phi} - \frac{z^2}{R^2} w_{,\phi\phi\phi\phi} \right. \\ \left. - 2v_{,\phi} - w + w_{,\phi\phi} + \frac{z}{R} v_{,\phi} + \frac{z^2}{R^2} w_{,\phi\phi} \right) dA_r d\phi$$

$$R_z^c = -\rho_t \int_0^L \int_0^{2\pi} (\ddot{w} - 2\Omega\dot{w} - \Omega^2 w) R dx d\phi$$

$$R_z^s = - \sum_{k=1}^s \rho_s \int_0^L \int_{A_s} \left(\ddot{w} - z^2 \ddot{w}_{,xx\phi\phi} + \frac{z^2}{R^2} \ddot{w}_{,\phi\phi} - \frac{z}{R} \ddot{v}_{,\phi} + z \ddot{u}_{,x} \right. \\ \left. + \frac{2z}{R} \Omega \dot{w}_{,\phi} - \Omega^2 w + \frac{z^2}{R^2} \Omega^2 w_{,\phi\phi} + \frac{z}{R} \Omega^2 v_{,\phi} \right) dA_s dx$$

$$R_z^r = - \sum_{k=1}^r \rho_r \int_0^{2\pi} \int_{A_r} \left(\ddot{w} - z^2 \ddot{w}_{,xx\phi\phi} + \frac{z^2}{R^2} \ddot{w}_{,\phi\phi} - \frac{z}{R} \ddot{v}_{,\phi} + z \ddot{u}_{,x} \right. \\ \left. + \frac{2z}{R} \Omega \dot{w}_{,\phi} - \Omega^2 w + \frac{z^2}{R^2} \Omega^2 w_{,\phi\phi} + \frac{z}{R} \Omega^2 v_{,\phi} \right) dA_r d\phi$$

