

## 論文

## 금속라이너-복합재 적층 압력 용기의 최적설계

하성규\* · 이동건\*\*

## Optimal Design of Composites Laminated Pressure Vessels with Metallic Liners

Sung Kyu Ha\* and Dong Gun Yi\*\*

## ABSTRACT

A method is presented to design the multilayered pressure vessel of a aluminium liner for the dome and cylinder with the composite materials wrapped around the cylinder. A finite element method considering the nonlinear deformation of the axisymmetrically multilayered shell is used to calculate the stresses in each layer. The calculated on-axis stresses are then used for the failure analysis (Tsai-Wu failure criterion). The optimum design of the pressure vessels with the design variables, i.e., the layer angles along the cylinder and the thickness of the composite materials are then performed together with the stress analysis. For that purpose, the sensitivities of the design variables are derived and implemented into the optimum design. As a result, the distribution of layer angles and the thickness of the composite materials is optimally found for the multilayered pressure vessel maximizing performance factor without any failures.

## 초 록

알루미늄 liner에 실린더 부분을 복합재로 적층시키는 다층구조 복합재 압력용기의 제작을 위한 설계 방법이 제시되었다. 축대칭 다층 구조 셸구조의 비선형적인 변형을 고려한 유한요소 해석방법을 이용하여 각 층에서의 응력을 계산하였다. 계산된 on-axis 응력들은 파손이론에 쓰여지게 된다(Tsai-Wu failure criterion). 압력용기의 최적설계를 설계변수로 실린더를 따라 변화하는 복합재 적층각도, 복합재의 적층 두께, 그리고 압력이 쓰였으며, 응력해석과 함께 수행되고 있다. 이런 목적을 위하여 설계변수들의 민감도가 구해 졌고 최적설계시 사용되었다. 결론으로, 파손이 일어나지 않는 범위내에서 성능 지수가 최대가 되는 다층구조 복합재 압력용기의 최대 압력, 적층각도의 분포, 적층두께의 최적값들이 구해졌다.

## 1. 서 론

최근 공해에 대한 대책의 일환으로 자동차나 항공기등의 대체연료에 대한 관심이 고조됨에 따라, 대체연료로서 공해물질의 배출이 적은 천연가스

사용에 대한 연구가 활발해지고 있다. 천연가스는 저온, 고압의 상태로 저장 사용되며, 이러한 고압 천연가스(CNG)를 자동차나 항공기의 연료로서 저장.탑재하기 위해서는 높은 내압강도와 기밀성을 가지며 동시에 경량용기의 개발이 필요하다. 그러

\* 한양대학교 기계공학과

\*\* 한양대학교 기계설계학과

나 현재 주로 사용되고 있는 철재용기는 내압강도의 유지에 필요한 용기의 두께로 인하여 그 중량비가 매우 높아 사용이 비효율적이다.

그러한 단점을 보완하고자 CNG용기는 알루미늄-복합재료의 다층구조로 제작을 하게된다[1]. 내부의 알루미늄층은 가스의 누출을 막기 위한 기밀성을 유지하며, 동시에 노즐의 부착을 용이하게 한다. 알루미늄층의 외부는 주로 filament winding 공법을 이용하여 복합재료층을 형성하며, 이 복합재료층은 필요한 내압강도를 유지한다.

또한 섬유강화 복합재료의 특징 중 하나는 설계자가 이용할 수 있는 수많은 설계변수들이 존재한다는 점이다. 이러한 복합재료가 제공하는 특징을 최대화시키기 위해서는 설계가 주어진 문제의 특정한 요구조건을 만족하도록 재단(Tailored)되어야 한다. 최적설계는 이러한 목적을 달성하기 위한 효과적인 방법이다. 최적설계를 포함하는 기존의 연구동향을 보면 목적함수로 변형률 에너지를 최소화 하는 방법[2], 압력을 최대화 시키는 방법[3], 무게를 최소화 시키는 방법[3]등이 연구되었으며 구속조건으로는 강성과 강도조건[4], Tsai-Wu 파손조건[5]을 사용하는 방법이 진행중이다. 설계변수는 적층각도와, 적층두께[3,5,6]등이 쓰이고 있다. 또한 최적설계시 민감도해석이 수행되고 있다[7]. 그러나 앞에서 제시된 연구들의 대부분이 응력 해석을 단지 면내이론(membrane solution)만으로 수행하였다. 그러나, 실린더부분과 헤드부분이 만나는 접점부분에서 반경부분의 변위차로 인하여 모멘트와 전단응력이 발생하게 되므로 굽힘과 전단이 고려된 굽힘이론에 의한 해석(bending solution)이 요구된다.

따라서, 본 연구에서는 굽힘과 전단을 고려한 비선형유한요소법의 축대칭 쉘요소를 사용하여 복합재 압력용기를 응력해석하고 이를 기준하여 최대의 성능 지수를 지니도록 최적설계를 수행하고자 한다. 성능지수(performance factor)는 복합재 압력용기의 성능평가를 위해 널리 이용되고 있으며, 압력용기의 효율성을 가리키는 값으로서 압력(P)와 내부부피(V)의 곱을 무게(W)로 나눈 값, 즉,  $\frac{PV}{W}$  을 의미한다. 최적설계시 설계변수로 적층두께, 적층각도, 압력이 쓰였는데 기존의 연구방법이 적층각도가 실린더 방향으로 일정한데 반해 본 연구는 실린더를 따라서 적층각을 변화시킨 특징을

가지고 있다. 또한 본 연구에서는 수렴속도의 향상을 위해 민감도해석이 수행되었다.

## 2. 해석 이론

### 2.1. 비선형 유한 요소 해석

일반적으로 압력 용기는 축대칭 쉘문제이므로 Fig. 1과 같은 2절점, 6자유도의 다층 축대칭 쉘요소를 도입한다[8]. 요소내의 변위  $u$ 는 Fig. 1에서와 같이 3 자유도( $u, \omega, \beta$ )를 가지는 변위벡터이며, 기준 좌표계 변위  $\bar{u}$ 와 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\bar{u} = \begin{Bmatrix} u \\ \omega \\ \beta \end{Bmatrix} = Tu \dots\dots\dots (1)$$

여기서  $T$ 는 좌표변환행렬(부록)이다. 변위  $u$ 는 형상 함수(shape function)를 사용하여 절점 변수(nodal parameter)항으로 정의하면 다음과 같다.

$$u \equiv \begin{Bmatrix} u \\ \omega \\ \beta \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^2 N_i a_i \quad a_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ \omega_i \\ \beta_i \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

$N_i$ 는 각 절점에서의 등매개 형상함수(isoparametric shape function)이며 다음과 같다.

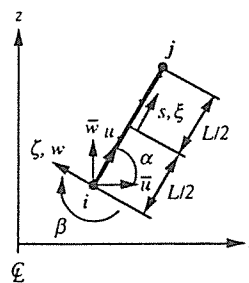


Fig. 1. Axisymmetric shell element, displacements in the local and global coordinate.

$$N_i = (1 + \xi_i \xi) / 2 \quad \xi = 2s/L \quad \xi_i = \pm 1 \dots\dots\dots (3)$$

여기서,  $s$ 는 경선 방향 좌표이다.

변형률-변위 관계식은 대 변형의 경우에 비선형의 기하학적 거동을 포함하기 위해 선형의 경선 변형률(meridian strain)  $\epsilon_s$ 에 비선형항이 포함되며 다음과 같다.

$$\bar{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\phi \\ k_s \\ k_\phi \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{du}{ds} + \frac{1}{2} \left( \frac{d\omega}{ds} \right)^2 \\ (u \cos \alpha - \omega \sin \alpha) / r \\ d\beta / ds \\ (\beta \cos \alpha) / r \\ \frac{d\omega}{ds} - \beta \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

여기서  $\epsilon_s, \epsilon_\phi$ 는 경선, 원주방향의 변형률이고  $k_s, k_\phi$ 는 경선, 원주방향의 곡률이며  $\gamma$ 는 횡전단 변형률이다. 그러므로, 변형률-변위 관계식과 식(3)을 이용하면 요소 변형률의 증분  $d\bar{\epsilon}$ 과 변위의 증분  $da_i$  사이에는 다음식이 성립한다.

$$d\bar{\epsilon} = \sum_{i=1}^2 \bar{B}_i da_i \dots\dots\dots (5)$$

여기서 변형률 행렬  $\bar{B}_i$ 는 다음과 같다[8].

$$\bar{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{dN_i}{ds} & \frac{dN_i}{ds} & \frac{d\omega}{ds} & 0 \\ N_i \frac{\cos \alpha}{r} & -N_i \frac{\sin \alpha}{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{dN_i}{ds} & 0 \\ 0 & 0 & N_i \frac{\cos \alpha}{r} & 0 \\ 0 & \frac{dN_i}{ds} & -N_i & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

합응력과 변형률의 관계는 아래와 같다.

$$\bar{\sigma} = \begin{Bmatrix} N_s \\ N_\phi \\ M_s \\ M_\phi \\ Q_s \end{Bmatrix} = \bar{D} \bar{\epsilon} \dots\dots\dots (7)$$

(7)식에서  $N_s, N_\phi$ 는 경선, 원주방향의 합응력이며  $M_s, M_\phi$ 는 이에 대응하는 굽힘 모멘트이며  $Q_s$ 는 횡전단력이다(Fig. 2 참조). 본 연구의 해석 모델인 압력용기의 축대칭형상을 계속 유지하기 위해 위 식에서 비틀림 합응력 및 모멘트항( $N_{s\phi}, M_{s\phi}$ )는 항상 0이다. 이러한 조건은 적절한 적층 순서(layer up sequence)에 의해 만족된다. 이러한 효과를 유지하기 위해서는 적층순서는 직교이방성(orthotropic)의 특성을 가져야 된다. 따라서 행렬  $\bar{D}$ 는 아래와 같이 구성된다.

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & B_{12} & B_{22} & 0 \\ B_{11} & B_{12} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

식(8)에서 행렬  $\bar{D}$ 는 Fig. 3과 같이 요소를 구성하는 각 층에서 물성치를 적분하여 구해진다[9].

$$(A, B, D) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} Q^{(k)}(1, \zeta, \zeta^2) d\zeta \dots\dots\dots (9)$$

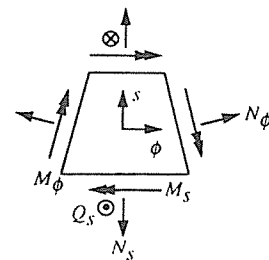


Fig. 2. stress resultants.

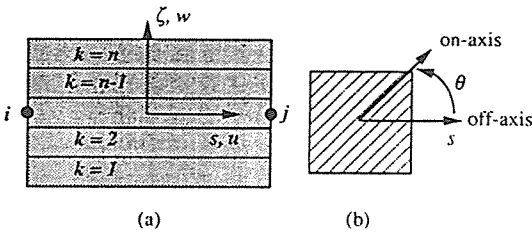


Fig. 3. (a) Layup sequence in the multilayered element. (b) Layup angle  $\theta$  in the on-axis and off-axis coordinate.

$$A_{55} = \frac{5}{4} \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} Q_{55}^{(k)} \left[ 1 - \left( \frac{\zeta}{h/2} \right)^2 \right] d\zeta \dots\dots (10)$$

단,  $Q^{(k)}$ 는  $k$  번째 적층판의 off-axis강성치를 나타내며,  $h_k$  와  $h_{k-1}$ 는  $k$  번째 적층판의 위면과 아래면을 각각 뜻하고,  $h$  는 층의 두께이며  $n$  은 적층된 전체층의 개수를 나타낸다.

비선형 해석을 위해 총 라그랑지안 가상일(total Lagrangian virtual work)을 적용한 비선형 평형방정식은 아래와 같다[8].

$$\Psi(a) = \int_{\Omega} \bar{B}^T \bar{\sigma} d\Omega - f = 0 \dots\dots (11)$$

여기서  $\Psi(a)$ 는 불평형력 벡터(residual vector)이며,  $f$ 는 압력에 의한 하중 벡터이다. 비선형의 해를 구하는 과정(부록 4)에서 변위 변화량을 구하기 위해 필요한 탄젠트 강성 행렬(tangent stiffness matrix)  $K_T$  는 (11)으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$K_T \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial a} \dots\dots (12)$$

전체  $K_T$ 와  $f$  는 국부  $\bar{K}_T$ 와  $\bar{f}$ 로부터 다음과 같이 변환식을 이용하여 구할 수 있다.

$$K_T = \bar{T} \bar{K}_T \bar{T}^T \quad f = \bar{T} \bar{f} \dots\dots (13)$$

위 식에서  $\bar{T}$ 는 좌표변환행렬(부록 1)이다. 식 (6)

과 같이 행렬  $\bar{B}$ 는 변위  $a$ 의 선형함수이고, 식(5)와 식(7)으로부터 응력  $\bar{\sigma}$ 는  $a$ 의 비선형 함수가 되므로 국부  $\bar{K}_T$ 와  $\bar{f}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{K}_T &= \int_{\Omega} \frac{\partial \bar{B}^T}{\partial a} \bar{\sigma} d\Omega + \int_{\Omega} \bar{B}^T \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial a} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \frac{\partial \bar{B}^T}{\partial a} \bar{\sigma} d\Omega + \int_{\Omega} \bar{B}^T \bar{D} \bar{B} d\Omega \\ &\equiv \int_{-1}^1 \bar{B}^T \bar{D} \bar{B} 2\pi L d\xi \dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\bar{f} = \int_{-1}^1 N^T p 2\pi L d\xi \dots\dots (15)$$

위에서  $p$ 는 압력에 의한 하중 벡터이다. 비선형 평형방정식 (11)의 해를 구하는 알고리즘은 Newton-Raphson반복법[8]에 기본을 두었다(부록 4).

### 2-2. 응력계산 및 파손이론

파손기준(failure criterion)은 설계, 재료선택 그리고 적층판두께 결정에 중요한 역할을 한다. 파손 해석을 하기 위해서 필요한 on-axis 응력  $\sigma_{on}^{(i)}$ 는 off-axis 변형률  $\epsilon^{(i)}$ 의 좌표변환 행렬을 통하여 구해지고 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{on}^{(i)} = Q_{on}^{(i)} \epsilon_{on}^{(i)} = Q_{on}^{(i)} J^{(i)} \epsilon^{(i)} \dots\dots (16)$$

여기서  $J^{(i)}$ 는 변환행렬(부록 3)이며 변형률  $\epsilon^{(i)}$ 은 다음과 같이 나타낸다.

$$\epsilon^{(i)} = \epsilon^{o(i)} + \zeta k^{(i)} \dots\dots (17)$$

위식에서  $\epsilon^{o(i)}$ 와  $k^{(i)}$ 는 앞서 정의한 식(4)로부터 구하게 된다.

평면응력(plane stress)상태의 적층판에 대한 Tsai-Wu 파손기준[10]은 다음과 같다.

$$\sigma_{on}^{(i)T} F^{(i)} \sigma_{on}^{(i)} + \tilde{F}^{(i)T} \sigma_{on}^{(i)} R^{(i)} - R^{(i)2} = 0 \dots\dots (18)$$

위 식으로부터 강도비율  $R^{(i)}$ 은 다음과 같다.

$$R^{(i)} = \frac{\tilde{F}^{(i)T} \sigma_{on}^{(i)}}{2}$$

$$-\left[ \left( \frac{\tilde{F}^{(i)T} \sigma_{\theta\theta}^{(i)}}{2} \right)^2 + \sigma_{\theta\theta}^{(i)T} F^{(i)} \sigma_{\theta\theta}^{(i)} \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots (19)$$

여기서  $R^{(i)}$ 은 최대 강도(maximum strength)와 각 층에서 구해진 on-axis 응력  $\sigma_{\theta\theta}^{(i)}$ 사이의 강도비율(strength/stress ratio)로서 각 층에서 1보다 작으면 안전하도록 정의되었다.  $F^{(i)}$ ,  $\tilde{F}^{(i)}$ 은 on-axis 강도변수(strength parameter)로서 직교이방성(orthotropic) 적층판 ( $F_{xs} = F_{ys} = F_s = 0$ )일 경우 단지 6개만 필요하며 부록 (A2), (A3)과 같이 나타난다.

2-3. 최적설계 및 민감도 해석

복합재 압력용기는 주어진 용기의 형상에서 파손이 일어나지 않는 범위내에서 최대의 성능지수를 갖도록 적층각도와 복합재의 적층두께가 설계되어야 한다. 즉 성능지수  $\frac{PV}{W}$ 가 최대가 되도록 목적함수로서 주어지며, 용기의 모든 요소에서 강도비율  $R$ 이 1을 넘지 않도록 구속조건으로 주어지고, 복합재 적층두께  $t_c$ 와 적층각도  $\theta^{(i)}$ 가 설계변수로 도입되게 된다. 설계변수를 Fig. 4에 나타내었고 그 중 설계변수  $\theta^{(i)}$ 가  $s$ 좌표를 따라 변화할 수 있음을 보여주고 있다. 이에 대한 정식화는 다음과 같다.

Minimize  $-\frac{PV}{W}$   
 Subject  $R^{(i)} - 1 \leq 0$

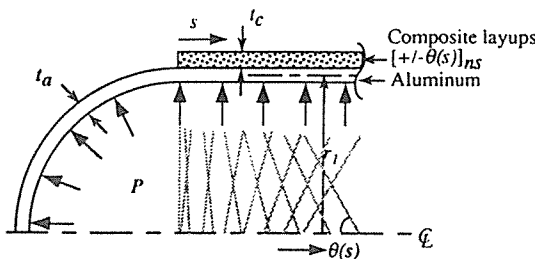


Fig. 4. The cross sectional view of multilayered pressure vessel under the internal pressure  $P$ . Layup angle  $\theta$  can be various along the  $s$  coordinate.

Find  $x_j \dots\dots\dots (20)$

여기서  $i$ 는 1,2,3,...,n 이며,  $n$ 은 요소의 개수에 해당하며  $x_j$ 는 설계변수로서  $P, \theta^{(i)}, t_c$ 를 의미한다.

최적설계에 사용된 알고리즘으로는 수정된 실행 가능 방향법(modified method of feasible direction)이 사용되었으며, 선탐색(line search) 방법으로 다항식 보간(polynomial interpolation) 방법을 이용 하였다. 수렴속도의 향상을 위해 설계 민감도 해석이 수행되었다[11]. 설계변수  $x_j$ 는 식(20)에서 주어진 것 처럼 내압력  $P$ , 적층각도  $\theta^{(i)}$ , 적층두께  $t_c$ 로서 주어지게 된다. 여기서 민감도 해석은 구속조건의 강도비  $R^{(i)}$ 에 대해 수행되었고, 이의 민감도 해석을 위하여 변위에 대한 민감도 해석이 수행되었다.  $i$ 번째 요소의 강도비  $R^{(i)}$ 는 on-axis 응력  $\sigma_{\theta\theta}^{(i)}$ 의 함수가 되며 설계변수  $x_j$ 에 대한 구배(gradient)는 다음과 같이 나타난다.

$$\frac{\partial R^{(i)}}{\partial x_j} = \frac{\partial R^{(i)}}{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(i)}} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(i)}}{\partial x_j} \dots\dots\dots (21)$$

여기서,  $\partial R^{(i)} / \partial \sigma_{\theta\theta}^{(i)}$ 는 식(18)으로부터 구해지며 다음과 같이 나타난다.

$$\frac{\partial R^{(i)}}{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(i)}} = \frac{2\sigma_{\theta\theta}^{(i)T} F^{(i)} + \tilde{F}^{(i)T} R^{(i)}}{2R^{(i)} - \tilde{F}^{(i)T} \sigma_{\theta\theta}^{(i)}} \dots\dots\dots (22)$$

식(16)의 on-axis 응력  $\sigma_{\theta\theta}^{(i)}$ 에 대한 구배는 변형률과 좌표변환 행렬의 구배로서 나타나며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(i)}}{\partial x_j} = \frac{\partial Q_{\theta\theta}^{(i)}}{\partial x_j} \epsilon_{\theta\theta}^{(i)} + Q_{\theta\theta}^{(i)} \left( \frac{\partial J^{(i)}}{\partial x_j} \epsilon^{(i)} + J^{(i)} \frac{\partial \epsilon^{(i)}}{\partial x_j} \right) \dots\dots\dots (23)$$

위의 식에서 모듈러스 구배  $\partial Q_{\theta\theta}^{(i)} / \partial x_j$ 와 좌표변환 행렬구배  $\partial J^{(i)} / \partial x_j$ 는 설계변수가 적층각도  $\theta^{(i)}$ 일 때만 존재하며 각각은 부록 (A5), (A6)로부터 구해진다.

또한, 변형률은 식(17)과 같이 나타나고, 이때 변형률 구배는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \epsilon^{(i)}}{\partial x_j} = \frac{\partial \epsilon^{o(i)}}{\partial x_j} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_j} k^{(i)} + \zeta \frac{\partial k^{(i)}}{\partial x_j} \dots\dots\dots (24)$$

여기서  $\partial \zeta / \partial x_j$ 는 설계변수가  $t_c$ 일때만 존재하게 되며  $\partial \epsilon^{o(i)} / \partial x_j$ 와  $\partial k^{(i)} / \partial x_j$ 는 식(5)로부터 구해질 수 있다.

최종적으로, 변형률 구배는 변위구배로부터 구해지게 되며 변위구배  $\partial a / \partial x_j$ 는 식(11)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi}{dx_j} &= \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} + \frac{\partial \Psi}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial x_j} = 0 \\ \frac{\partial a}{\partial x_j} &= -\left[ \frac{\partial \Psi}{\partial a} \right]^{-1} \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} = -K_T^{-1} \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \dots\dots (25) \end{aligned}$$

여기서  $K_T^{-1}$ 는 응력해석에서의 값을 이용하게 되며,  $\partial \Psi / \partial x_j$ 는 식(11)을 이용하여 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} &= \int \frac{\partial \bar{B}^T}{\partial x_j} \bar{\sigma} d\Omega \\ &+ \int \bar{B}^T \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial x_j} d\Omega - \frac{\partial f}{\partial x_j} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

여기서,  $\partial \bar{B}^T / \partial x_j$ 는 주어진 모든 설계변수에 대하여 0이 되며,  $\partial f / \partial x_j$ 는 설계변수  $x_j$ 가 압력  $P$ 일때만 존재하게 되며 그때의 값은 1이다. 또한,  $\partial \bar{\sigma} / \partial x_j$ 는 식(7)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial x_j} \bar{\epsilon} \dots\dots\dots (27)$$

여기서,  $\partial \bar{D} / \partial x_j$ 는 설계변수가 압력  $P$ 일때는 0이며, 설계변수가 적층각도  $\theta^{(i)}$ , 적층두께  $t_c$ 일때는 식(9)를 이용하여 구할 수 있다(부록 5).

### 3. 유한요소 프로그램의 검증

2절에서 제시된 이론을 근거로 비선형 유한요소 프로그램이 개발되었다. 유한요소해석의 정확성을 검토하기 위하여 기존의 수치해[12]를 이용하여 비교하였다. 검증모델로는 Fig. 5과 같이 내압을 받

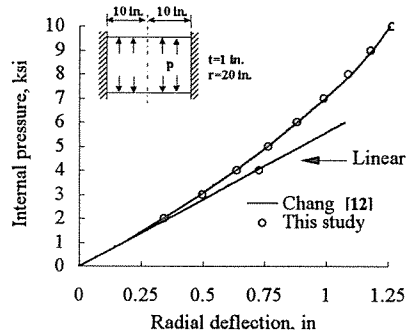


Fig. 5. Internal pressure versus central radial deflection for a glass-epoxy thin wall cylinder clamped at edges.

는 얇은 두께의 glass/epoxy 적층 원통실린더의 양 끝단이 고정되어 있는 경우이다. 여기서 적층각  $\theta$ 는 일정하게  $0^\circ$ 이며, 복합재 두께  $t$ 는 1 in., 반경  $r$ 는 20in.이며, 재료물성치는  $E_x = 2 \times 10^3 \text{ksi}$ ,  $E_y = 7.5 \times 10^3 \text{ksi}$ ,  $E_s = 1.25 \times 10^3 \text{ksi}$ ,  $\nu_{yx} = 0.25$ 이다. 선형 및 기하학적 비선형을 수행하여 반경방향의 변위를 수치해와 비교한 검증결과는 Fig. 5에서 보는 바와 같이 잘 일치함을 알 수 있다.

### 4. 결과 및 고찰

Fig. 6에서의 설계 순서도와 같이 비선형 유한요소 해석 및 최적설계에서 유도된 결과를 컴퓨터 코드로 프로그래밍하여 다음과 같은 예제에 적용하였다. 복합재 압력용기의 기하학적 형태와 최적설계시 요구되는 초기 값은 Table 1에 표시하였다.

압력용기의 복합재료 적층부분의 재료로는 탄소 섬유/에폭시(Graphite/Epoxy) T300/5208이, liner부분의 재료로는 알루미늄이 쓰였으며, 각각의 물성치는 Table 2에 표시되었다.

본 예제는 Table 3에 나타나 있는 것과 같이 경우 1-4로 분류하였다.

경우 1은 알루미늄만으로 구성된 압력용기의 liner두께가 일정한 경우에 대하여 최대 압력을 구한 것이며, 경우 2는 liner강도를 충분히 안전하게 하는 임의두께로 복합재를 적층한 경우로서 설계 변수로는 압력  $P$ 와 실린더 방향으로 일정한 적층 각도  $\theta$ 가 고려되었다. 경우 3는 복합재 적층두께  $t_c$

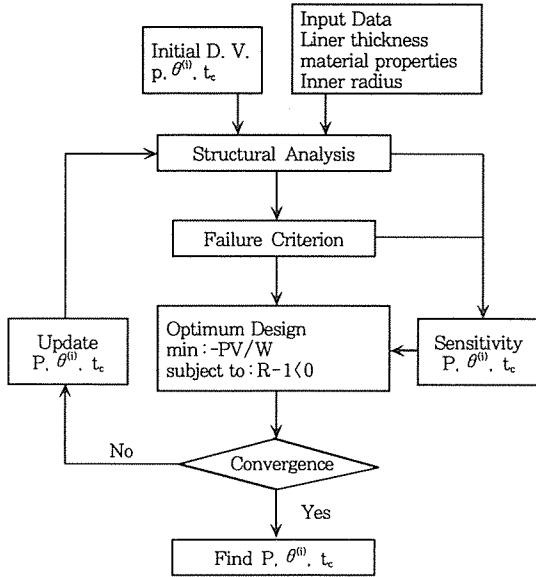


Fig. 6. Procedure of composite pressure vessel.

Table 1. Geometric input data and initial design variables of multilayered pressure vessels

Input Data	Values	Unit
Length(l)	0.45	m
Radius(r)	0.15	m
Liner thickness(t <sub>c</sub> )	0.006	m
Initial angle(θ <sub>i</sub> )	75	Degree
Initial thickness(t <sub>c</sub> )	0.001	m

Table 2. Material properties of multilayered pressure vessels

Material Property	T300/5208	Al 6061-T6
Engineering constants		
E <sub>xx</sub> (GPa)	181	68.3
E <sub>yy</sub> (GPa)	10.3	68.3
ν <sub>xy</sub>	0.28	0.3
G <sub>xy</sub> (GPa)	7.17	68.3
Density(kg/m <sup>3</sup> )	1600	2770
Strength		
X(MPa)	1500	310
X'(MPa)	1500	310
Y(MPa)	40	310
Y'(MPa)	246	310
S(MPa)	68	207

Table 3. Design conditions for optimum design of multilayered pressure vessels

Case	Design Values	Given Values
1	P	t <sub>c</sub> = 0
2	P, θ	t <sub>c</sub> /r = 0.04
3	P, θ, t <sub>c</sub>	
4	P, θ <sup>(0)</sup> , t <sub>c</sub>	

θ: constraint along the s coordinate.  
θ<sup>(0)</sup>: various along the s coordinate.

, 압력 P, 일정한 적층각 θ가 고려되었다. 경우 4는 경우 3에서 적층각도를 실린더 방향으로 변화시킨 경우이다.

각 경우에 따라 얻어진 최대 압력, 최적의 적층 두께를 Table 4에 나타내었고, 적층각도가 실린더 방향으로 변화하는 경우에 해당하는, 경우 2-4의 실린더방향의 최적각도 분포는 Fig. 7과 같다. 각 경우에 대한 구속조건 R-1의 값은 Fig. 8과 같다. 여기서 각 구속조건 R-1이 0에 더 가까워 질수록 더 높은 압력을 갖는다는 것을 의미한다. 이러한 각 경우의 최적 변수하에서 얻어진 목적함수, 성능 지수값을 비교한 결과를 Table 5에 나타내었다.

Table 4. Comparison of optimal design variables

Case	Burst Pressure(MPa)	Composite Thickness(10 <sup>-3</sup> m)
1	13.74	0.00
2	21.76	6.00
3	23.17	2.82
4	23.24	2.56

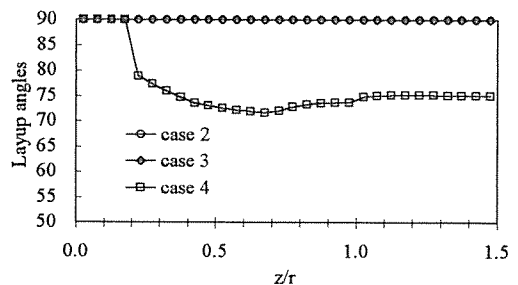


Fig. 7. Comparison of the optimal layup angle along the z coordinate.

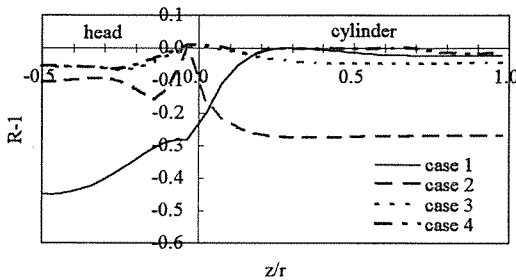


Fig. 8. Comparison of constraints  $R-1$  at the optimum design.

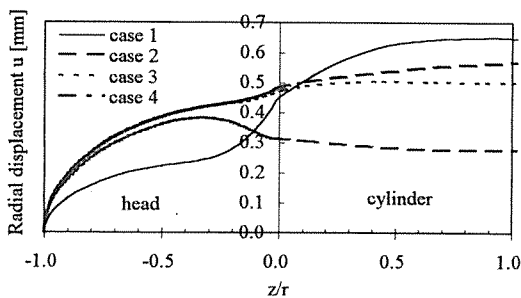


Fig. 9. Comparison of radial displacement along the  $z$  coordinate.

Table 5. Comparison of performance factors ( $PV^*/W$ )

Case	Mass of Composite(kg)	Total Mass(kg)**	Performance Factors( $10^6m$ )
1	0.00	11.75	5.48
2	4.07	15.82	6.45
3	1.91	13.66	7.95
4	1.74	13.49	8.08

\*: Inner volume=0.05 ( $m^3$ )

\*\* : Mass of liner=11.75 (kg)

Table 4, 5에 나타낸 결과를 고찰하면 다음과 같다.

첫째, 복합재를 적층하는 경우(경우 2-4)가 알루미늄만으로 제작된 압력용기(경우 1)에 비하여 더욱 큰 최대압력에 견딜 수 있다는 것을 잘 알 수 있다. Fig. 9에서 알루미늄으로만 제작된 압력용기의 경우(경우 1), 실린더 부분의 반경방향 변위가 헤드 부분에 비해 크기 때문에 접합부분에서 두 부분의

변위차로 인해 응력집중이 발생되어 강도비율  $R$ 이 다른 곳에 비해 월등히 커지게 된다. 이러한 사실은 Fig. 8의 경우 1을 보면, 최대 구속조건  $R-1$ 이 실린더부분의 접합부분 가까운 지점에서 발생함을 잘 알 수 있다. 그러므로 실린더의 강성을 높이기 위해 복합재가 적층되므로써 반경방향 변위차를 줄여 응력집중상태를 어느 정도 완화 시킬 수 있다. Fig. 9의 경우 2를 보면, 이러한 복합재 적층이 증가함에 따라 실린더 부분의 반경방향 변위가 헤드 부분에 비해 더 줄어들게 된다. 하지만, 실린더 부분에서는 강성이 증가하여 점점 더 안전하게 될 지라도 오히려 헤드부분에서는 점점부분에서의 응력이 더욱 증가되어 최대 구속조건  $R-1$ 이 헤드부분의 접합부분지점에서 발생하게 된다. Fig. 8의 경우 2-4를 보면 모두 최대 구속조건  $R-1$ 이 헤드부분에서 발생한다는 것을 잘 알 수 있다. 이러한 고려 사항을 위해 Fig. 8와 같이 구속조건  $R-1$ 이 실린더 부분뿐 아니라 헤드부분까지 반드시 고려 될 필요가 있다. 따라서 이와 같은 구속조건을 만족하며 최적의 적층두께를 구하는 것이 반드시 요구된다.

둘째, 임의의 두께로 복합재가 적층된 경우(경우 2)에 비하여 최적의 두께로 적층하는 경우(경우 3, 4)가 더욱 큰 압력에 견디는 것을 보여주고 있다. 여기서 경우 2의 적층두께가 비록 경우 3, 4의 최적 적층두께보다 두꺼워져 Fig. 8와 같이 실린더부분에서는 구속조건인 강도비율  $R$ 이 더 낮은 수치를 가지게 되나 과도한 적층 두께로 인해 상대적으로 헤드부분의 강도비율  $R$ 이 증가하여 오히려 적층 두께를 설계변수로 고려한 경우보다 낮은 최대 압력을 갖게 된다는 사실을 알 수 있다. 즉, Fig. 9의 경우 3, 4와 같이 최적 두께가 고려됨에 따라 실린더와 헤드부분의 반경방향 변위차가 최소가 됨으로서 변위 차로 인한 응력집중을 최소화 시켜 두께가 고려되지 않는 것보다 25%정도 성능이 상승되었다.

셋째, 복합재 적층각이 고려된 경우(경우 2, 3), 구해진 최적의 적층각을 살펴보면, 단순히 복합재만이 적층된 실린더일 때 구해진 최적각인  $54.75^\circ$  [10]이 아닌  $90^\circ$ 임을 볼 수 있다. 이러한 원인은 가장 먼저 파손이 일어나는 부분이 적층된 복합재 부분에서가 아니라 liner 접점 부분에서 일어나게 되기 때문이다. 따라서, liner 접점부분에서 변위차로 발생하는 응력집중을 최소화 하기 위해 원주방향으로 강성이 가장 높은  $90^\circ$ 의 각도를 가지게



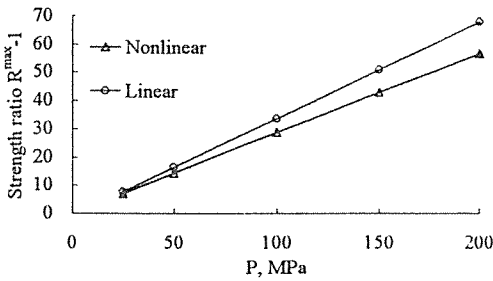


Fig. 10. Comparison of strength ratio R-1 with the various pressure between nonlinear and linear analysis for multilayered pressure vessels.

된다.

마지막으로, 실린더 부분으로 적층각도를 변화하는 경우(경우 4)가 일정한 각으로 적층되는 경우(경우 3)에 비하여 더 높은 수치의 성능지수를 갖게 됨을 보여주고 있다. Fig. 7을 보면 최적의 적층각 분포가 접점부분에서 90°의 각도에서 접점에서 멀어 질수록 점점 변화함을 알 수 있다. 이와 같이 Fig. 8에서 보는 바와 같이 실린더를 따라 적층각도가 변함에 따라 강도비율 R의 최대치와 최소치의 진폭이 크게 분포되게 된다. 따라서 모든 설계변수를 사용한 경우(경우 4)가 가장 높은 성능지수를 가진다는 것을 알 수 있다. 뿐만 아니라, Table 4에서 보여주는 바와 같이 적층각도가 변화하는 경우(경우 4)가 일정한 각으로 적층되는 경우(경우 3)보다 최적 두께를 9% 감소시켜 더욱 경량화 시킬수 있다.

본 예제의 비선형 해석을 고려한 최적설계 결과를 선형해석과 비교해보면 큰 차이가 없다. Fig. 10은 본 예제의 재료하에서 비선형해석과 선형해석을 수행하였을때 최대 강도비율을 비교한 것이다. 하중범위가 큰 경우, 강도평가에서 큰 차이를 보여주고 있다. 그러나, 구속조건으로 파손 기준인 R이 1을 넘지않는 범위에서는 비선형해석과 선형해석사이에 큰 차이가 없으므로, 비선형해석과 선형해석이 고려된 두 최적설계결과에서 차이가 나타나지 않을 수 있다. 하지만, 재료의 물성치에 따라 비선형 해석을 고려한 최적설계가 요구된다.

### 참 고 문 헌

1. Lark, R. F., 1977, "Recent advances in light weight, filament-wound composite pressure vessels technology," ASME PVP, Houston, TX, 18-23 Sept.
2. Tauchert, T.R., 1981, "Optimum Design of a Reinforced Cylindrical Pressure Vessel," *J. of Comp. Mat.*, Vol. 15, pp. 391-402.
3. Adali, S., Summers, E.B. and Verijenko, V. E., 1993, "Optimization of Laminated Cylindrical Pressure Vessels under Strength Criterion," *Comp. Struc.*, Vol. 25, pp. 305-312.
4. Fukunaga, H. and Chou, T.W., 1988, "Simplified Design Techniques for Laminated Cylindrical Pressure Vessels under Stiffness and Strength Constraints," *J. of Comp. Mat.*, Vol. 22, pp. 1156-1173.
5. Fukunaga, H. and Sekine, H., 1993, "Optimum Design of Composite Structures for Shape, Layer Angle, Layer Thickness, Distributions," *J. of Comp. Mat.*, Vol. 27, No. 15.
6. Karandikar, Harshvardhan, et al., 1989, "Comprise: An Effective Approach for Design of Pressure Vessels Using Composite Materials," *Comp. & Struc.*, Vol. 33, No. 6, pp. 1465-1477.
7. Li, Y., 1992, "Sensitivity Analysis in Shape Optimization Design for a Pressure Vessels," *Int. J. of Pressure Vessel & Piping*, Vol. 49, pp. 387-397.
8. Zienkiewicz, O. C., and Taylor, R.L., 1991, *The Finite Element Method*, Fourth Edition Vol.II, Macgraw-Hill.
9. Vinson, J. R. and Sierakoski, R. L., 1987, *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*, Kluwer Academic Publishers, Sec. 2.
10. Tsai, S. W., 1988, *Composites Design*, Think Composites.
11. Edward, J. H., and Chol, K.K., 1986, *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*, Academic Press, pp. 25-49.
12. Chang, T. Y. and Sawamiphak, K., "Large Deformation Analysis of Laminated Shells By Finite Element Method," *Comp. & Struc.*, Vol. 13, pp. 331-340.

부 록

1. 좌표변환행렬  $T, \bar{T}$

국부 변위  $u$ 와 전체변위  $\bar{u}$ 사이의 좌표변환행렬  $T$ 와 국부  $K_T$  및  $f$ 와 전체  $K_T$  및  $f$ 사이의 좌표변환행렬  $\bar{T}$ 는 다음과 같다.

$$T = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{T} = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A1)$$

여기서  $\alpha$ 는 Fig. 1에서 정의된 각이다.

2. 강도변수  $F, \tilde{F}$

$$F = \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{xy} & F_{xs} \\ F_{xy} & F_{yy} & F_{ys} \\ F_{xs} & F_{ys} & F_{ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{XX'} & -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{XX'}\frac{1}{YY'}} & 0 \\ -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{XX'}\frac{1}{YY'}} & \frac{1}{YY'} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{S^2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A2)$$

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{X} - \frac{1}{X'} \\ \frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'} \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A3)$$

여기서  $X, X'$ 는 종방향 인장, 압축강도이며  $Y, Y'$ 는 횡방향 인장, 압축강도이고,  $S$ 는 종방향 전단강도이다.

3. 변환행렬  $J$

On-axis 변형률  $\epsilon_{on}$ 은 off-axis 변형률  $\epsilon$ 로 부터 다음과 같은 변환식을 통해 구해진다.

$$\epsilon_{on} = J\epsilon \dots\dots\dots (A4)$$

여기서  $J$ 는 변환행렬이며 아래와 같다[10].

$$J = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & (m^2 - n^2) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A5)$$

여기서  $m = \cos\phi, n = \sin\phi$ 이고, 적층각  $\phi$ (Fig. 3)는 off-axis(axial dir.)와 on-axis사이의 변환각이다.

또한, on-axis  $Q_{on}$ 는 다음과 같다.

$$Q_{on} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{21} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (A6)$$

4. 비선형 방정식의 해

Newton-Raphson법에 의해 비선형 방정식의 해를 구하기 위해 증가량  $\Delta a_i$ 에 대한  $\Psi(a_i + \Delta a_i)$ 를 Taylor 급수전개를 한 후, 평형을 얻기 위해 불평형력 벡터  $\Psi(a_i)$ 와 절점변위 증가량  $\Delta a_i$ 사이를 선형화 시키면 다음과 같은 관계가 얻어진다[8].

$$\Delta a_i = -K_T^{-1} \Psi(a_i) \dots\dots\dots (A7)$$

위 식으로부터 다시 전체변위의 새로운 근사치는 아래와 같다.

$$a_{i+1} = a_i + \Delta a_i \dots\dots\dots (A8)$$

완전한 평형상태를 구하기 위해,  $\Psi(a_i)$ 가 주어진 수렴판정기준을 만족할 때까지 반복계산이 수행된다.

5.  $\frac{\partial \bar{D}}{\partial x_j}$ 의 계산

$\frac{\partial \bar{D}}{\partial x_j}$ 는  $A, B, D$ 의 각 설계변수에 대한 구배를 구함으로서 얻을수 있다. 먼저, 행렬  $A, B, D$ 는 liner와 복합재 적층판에 대해 각각을 구한 후 평행축정리에 의해 합하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A = A_a + A_c \dots\dots\dots (A9)$$

$$B = B_a + B_c + hA_c \dots\dots\dots (A10)$$

$$D = D_a + D_c + 2hB_c + h^2A_c \dots\dots\dots (A11)$$

여기서

$$h = \frac{t_a + t_c}{2} \dots\dots\dots (A12)$$

따라서  $A, B, D$ 의 각 설계변수에 대한 구배는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial A}{\partial x_j} = \frac{\partial A_a}{\partial x_j} + \frac{\partial A_c}{\partial x_j} \dots\dots\dots (A13)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x_j} = \frac{\partial B_a}{\partial x_j} + \frac{\partial B_c}{\partial x_j} + \frac{\partial h}{\partial x_j} A_c + h \frac{\partial A_c}{\partial x_j} \dots\dots\dots (A14)$$

$$\frac{\partial D}{\partial x_j} = \frac{\partial D_a}{\partial x_j} + \frac{\partial D_c}{\partial x_j} + 2 \frac{\partial h}{\partial x_j} B_c + 2h \frac{\partial B_c}{\partial x_j} + 2h \frac{\partial h}{\partial x_j} A_c + h^2 \frac{\partial A_c}{\partial x_j} \dots\dots\dots (A15)$$

여기서,  $\frac{\partial h}{\partial x_j}$ 는 설계변수가  $t_c$ 일때만 존재한다.