

## 論文

## 형상기억합금 섬유 강화 금속 복합재료의 거동해석

김대수\* · 안득만\* · 김부섭\*\* · 박익민\*\* · 최일동\*\*\*

Analysis on the Behavior of Shape Memory Alloy  
Fiber Metal Matrix CompositeDae Su Kim\*, Deuk Man An\*, Bu Sob Kim\*\*,  
Ik Min Park\*\* and Il Dong Choi\*\*\*

## ABSTRACT

In this paper stress-strain relationship and strengthening mechanism of TiNi shape memory alloy fiber/Al matrix composite were studied. For the analysis of mechanical behavior of composites Eshelby's equivalent inclusion method and rule of mixture were employed. Using above mentioned methods the composite yield stress and residual stress in various fiber volume fraction and amount of prestrain were calculated. Also residual stress were calculated using finite element method and compared with the results of above methods.

## 초 록

본 논문에서는 TiNi 형상기억합금 연속 섬유/Al 복합재료의 응력-변형률 관계와 강화 기구가 연구되었다. 복합재료의 거동 해석에서는 Eshelby 모델과 형상기억효과로 인한 잔류응력을 고려한 혼합법칙을 사용했다. 부피분율과 prestrain 양에 따른 응력-변형률 관계, 항복강도의 변화 및 잔류응력 등을 위의 두 모델을 사용하여 해석하였다. 또한 복합재료 내의 잔류응력을 유한요소 법으로 구하여 위의 두 모델과 비교하였다.

## 1. 서 론

복합재료는 뛰어난 기계적 성질 때문에 항공기, 자동차 등 넓은 분야에서 사용되고 있다. 그리고 앞으로 그 이용 범위는 더욱 확대될 것이다.

최근 형상기억합금(Shape Memory Alloy : SMA)을 fiber로 이용한 복합재료의 개발이 주목받고 있

다. 형상기억합금을 fiber로 이용하면 기존의 일반적인 복합재료의 단점들을 보완할 수 있어 뛰어난 기계적 성질을 얻을 수 있다.

일반적인 복합재료는 제조과정에서 matrix와 fiber의 열팽창계수의 차이에 의해서 matrix와 fiber에 잔류응력이 발생한다. 기존의 일반적인 fiber 재료를 이용하면 matrix내에 인장잔류응력이 발생하여 복

\* 부산대학교 생산기계공학과

\*\* 부산대학교 금속공학과

\*\*\* 해양대학교 금속공학과

합재료의 인장항복응력이 작아진다. 형상기억합금을 fiber로 이용하면 형상기억 효과에 의하여 복합재료의 사용온도에서 matrix에 압축잔류응력이 발생하여 복합재료의 인장항복응력을 증가시킨다. 특히 TiNi계 형상기억합금은 큰 형상기억효과, 높은 감쇠능(damping capacity), austenite 단계에서의 높은 강성 등의 성질을 가지므로 복합재료의 인장강도 뿐만 아니라 감쇠능의 증가와 고온에서의 강도의 증가로 기계적 성질을 향상시킬 수 있는 fiber로서 적합하다.

Al matrix에 TiNi계 형상기억합금을 fiber로 사용한 경우에 대한 기계적 성질에 관한 연구가 있다(Furuya[2], Yamada[3], Taya[4]). 이 연구들의 결과에 의하면 인장강도가 matrix 재료에 비해 2배 정도 증가하였고 감쇠능도 증가하였다. Taya[6]는 TiNi/epoxy 복합재료에서 형상기억 효과에 의해 파괴인성치가 증가함을 보였다. 형상기억합금을 복합재료에서 실용화 할 수 있는 fiber로 사용하기 위해서는 형상기억효과에 의한 강화기구의 이론적 해석과 실험이 필요하다.

본 연구에서는 형상기억합금을 연속 fiber로 한 금속기 복합재료의 거동을 모델링하여 형상기억합금 복합재료의 부피분율과 prestrain에 따른 항복응력, 탄성계수, 가공경화율의 변화를 해석하였다.

해석적 모델링으로 Eshelby의 모델[1]과 혼합법칙을 사용하였으며 형상기억합금 fiber에 의한 matrix의 잔류응력을 유한요소법으로 계산하였다.

## 2. 이론해석

형상기억합금이란 간단히 말해 온도를 높이면 원래의 형태로 되돌아가는 재료이다. 형상기억합금인 TiNi합금(Fig.1)은 고온의 austenite상에서 martensite상으로 냉각되면 내부의 전단잔류응력에 의해서 쌍정(twinning)이 발생하며 martensite상에 외부하중이 가해지면 쌍정에 의해서 큰 소성변형이 일어난다. 소성변형된 martensite상을 austenite변태가 일어나는 온도까지 올리면 austenite상은 쌍정형태의 변형을 수용할 수 없으므로 원래 형태로

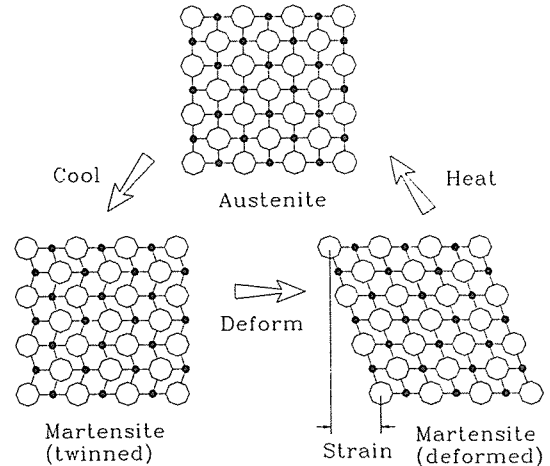


Fig. 1. The mechanism of shape memory of a TiNi alloy in austenite state[9]

돌아가게 된다. 이것이 형상기억 원리이다. 따라서 형상기억 합금을 fiber로 사용하여 복합재료를 만들면 저온에서의 소성변형이 고온인 austenite에서는 회복되므로 잔류응력이 발생하게 된다. 이를 Eshelby의 모델과 혼합법칙을 이용하여 해석하였다.

### 2-1. Eshelby 모델

Eshelby는 물체 내에 eigenstrain을 가지는 타원체형의 균질물질, 즉 inclusion이 포함되어 있는 경우에 대한 탄성장(elastic field)을 구하였다. 여기서 eigenstrain이라 함은 물체 내의 비탄성변형률로서 열팽창, 상변태, 소성변형률, misfit strain 등에 의한 변형률을 말한다[8].

타원체의 비균질물질(inhomogeneity)이 포함되어 있는 경우 해석은 비균질물질을 matrix와 같은 물질로 대체하고 이 대체된 영역에 미지의 eigenstrain을 가지는 경우로 해석한다. 이를 Eshelby's Equivalent Inclusion Method라 한다(Fig.2)[8].

일반적인 복합재료에서 fiber의 형상은 타원체의 형태로 볼 수 있으므로 Eshelby's Equivalent Inclusion Method는 많은 경우의 fiber 형태에 적용 가능하다. 본 논문에서는 단면이 원형인 연속 fiber 형태일 경우에 이를 적용하였다.

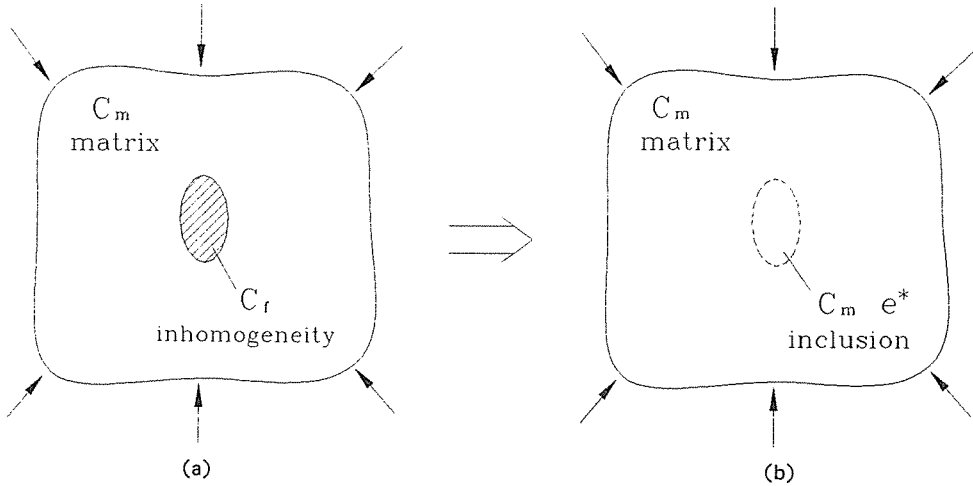


Fig. 2. Eshelby's Equivalent inclusion method

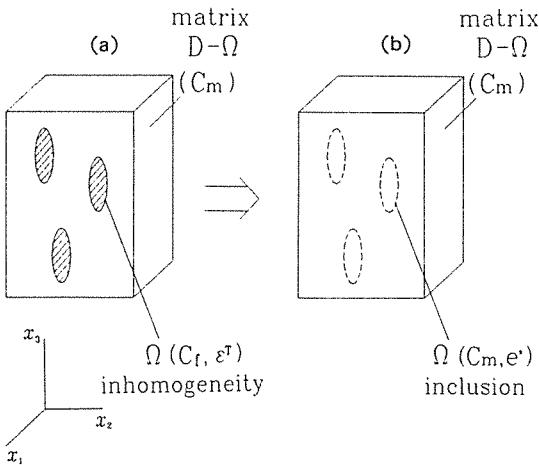


Fig. 3. Analytic model based on Eshelby's Equivalent formulation for residual stresses

2-1-1. 잔류응력의 계산

Fig. 3에서 fiber( $\Omega$ )와 matrix( $D-\Omega$ )의 강성텐서를  $C_f$ ,  $C_m$ 이라 두고 fiber의 형상기억효과에 의한 균일한 eigenstrain을  $\epsilon^T$ 라 두면, 복합재료 응력은 복합재료 전체가 matrix의 강성  $C_m$ 을 가지고 fiber의 영역에 미지의 eigenstrain,  $e^*$ 를 가지는 경우와 등가의 응력상태로 볼 수 있다. 본 논문에서 대문자 bold체는  $6 \times 6$  행렬을 나타내고, 소문자 bold체는 6차원 벡터를 나타내고, 첨자 f와 m은 fiber와 matrix를 나타낸다.

복합재료 내의 fiber 영역에  $\epsilon^T$ 에 의한 응력은 다음과 같이 균일하다.

$$\sigma = C_f(\bar{e} + e - \epsilon^T) = C_m(\bar{e} + e - e^*) \dots \dots \dots (1)$$

$e$ 는 fiber 하나에 의한 변형률이 산란된 량이며, 이 경우  $\epsilon^T$ 는 다음과 같이 나타내진다.

$$\epsilon^T = (\frac{1}{2} \epsilon^T, \frac{1}{2} \epsilon^T, -\epsilon^T, 0, 0, 0) \dots \dots \dots (2)$$

Taya[4]에서는 식(2)의 부호가 반대이다.

$\bar{e}$ 는 matrix의  $e$ 의 평균값으로서 fiber들의 상호작용을 고려한 항이다.  $e$ 와  $e^*$ 의 관계는 다음과 같다[1].

$$e = S e^* \dots \dots \dots (3)$$

$S$ 는 Eshelby 텐서로서 matrix의 Poisson's ratio와 fiber의 기하학적 형상의 함수이다.

$\bar{e}$ 와  $e$ ,  $e^*$ 는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\bar{e} = -f(e - e^*) \dots \dots \dots (4)$$

여기서  $f$ 는 fiber의 부피분율이다.

식(4)은 내부응력을 복합재료 전체 영역을 걸쳐 적분하면 0이 된다는 아래의 조건으로부터 얻어졌다.

$$(1-f)\langle \sigma \rangle_m + f\langle \sigma \rangle_f = 0 \dots \dots \dots (5)$$

여기서  $\langle \rangle$ 는 부피평균을 나타낸다.

식(1), (3)과 식(4)로부터  $e^*$ 를 구하여  $\varepsilon$ 를 구하면 matrix와 fiber의 잔류응력을 구할 수 있다.

식(1)은 탄성역에서 적용되며 형상기억과정에서 fiber의 부피분율과 prestrain양에 따라서 복합재료 내에 항복이 일어날 수 있다.

i번째(i=m, f) 재료의 유효응력(effective stress)은 다음과 같이 정의되며

$$\langle \sigma_e \rangle_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (\langle \sigma_{11} \rangle_i - \langle \sigma_{22} \rangle_i)^2 + (\langle \sigma_{11} \rangle_i - \langle \sigma_{22} \rangle_i)^2 + (\langle \sigma_{11} \rangle_i - \langle \sigma_{22} \rangle_i)^2 \}^{1/2} \quad (6)$$

Fig. 3에서 평균응력을 고려할 경우 식(6)은 다음과 같이 나타내진다.

$$\langle \sigma_e \rangle_i = | \langle \sigma_{33} \rangle_i - \langle \sigma_{11} \rangle_i | \quad (7)$$

Taya[4]에서 식(7)은 절대치가 빠져 있다.

식(7)에서의 Von Mises 항복조건과 식(5)로부터 큰 prestrain하에서 다음과 같은 matrix와 fiber의 항복관계식을 얻을 수 있다.

$$\text{Matrix 항복 : } \sigma_{my} < \frac{f}{(1-f)} \sigma_{fy} \quad (8)$$

$$\text{Fiber 항복 : } \sigma_{my} > \frac{f}{(1-f)} \sigma_{fy}$$

여기서  $\sigma_{fy}$ ,  $\sigma_{my}$ 는 matrix의 항복응력이다.

항복이 일어난 경우 식(1)은 matrix나 fiber의 소성 변형률  $e^P$  항이 추가되어 다음과 같이된다.

$$\sigma = C_f(\bar{\varepsilon} + e - \varepsilon^T - e^P) = C_m(\bar{\varepsilon} + e - e^*) \quad (9)$$

여기서  $e^P$ 는 matrix, fiber 항복에 따라 다음과 같다.

$$e^P = (-\frac{1}{2} e^{mp}, -\frac{1}{2} e^{mp}, e^{mp}, 0, 0, 0)$$

$$e^P = (-\frac{1}{2} e^{fp}, -\frac{1}{2} e^{fp}, e^{fp}, 0, 0, 0) \quad (10)$$

$e^{mp}$ ,  $e^{fp}$ 는 각각 matrix와 fiber의 축방향의 소성변형률이다. 식(3), (4)을 (9)에 대입하면  $e^*$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$e^* = A^{-1} C_f (\varepsilon^T + e^P)$$

$$A = (C_f - C_m) \{ (1-f)S + f I \} + C_m \quad (11)$$

여기서 I는 6x6 identity 행렬이다.

Matrix와 fiber의 평균응력 관계와 항복 관계식 (8)에 의해서  $e^P$ 는 다음과 같다.

$$e^{mp} = \varepsilon^T - \frac{\sigma_{my}}{BB} : \text{matrix 항복} \quad (12)$$

$$e^{fp} = \varepsilon^T - \frac{f \sigma_{fy}}{(1-f)BB} : \text{fiber 항복}$$

여기서 BB는 다음과 같은 식으로 주어지며

$$BB = B(3, 3) - B(1, 3) - \frac{1}{2} \{ B(3, 1) + B(3, 2) - B(1, 1) - B(1, 2) \} \quad (13)$$

B는 다음과 같은 행렬식이다.

$$B = -f C_m (S - I) A^{-1} C_f \quad (14)$$

식(11), (12)과 (9)에 의해서 식(15)와 같이 matrix와 fiber의 평균잔류응력을 구할 수 있다.

$$\langle \sigma \rangle_m = B(\varepsilon^T + e^P)$$

$$\langle \sigma \rangle_f = -\frac{(1-f)}{f} B(\varepsilon^T + e^P) \quad (15)$$

### 2-1-2. 항복응력의 계산

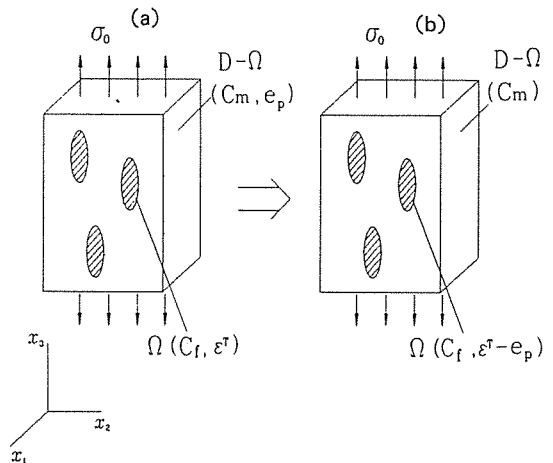


Fig. 4. Analytic model based on Eshelby's Equivalent formulation for yield stress

Fig.4(a)와 같이  $\sigma_0$ 의 하중 하에서 matrix가  $e_p$ 의 균일한 소성 변형률로 소성 변형하였다고 가정했을 때 응력장만 생각한다면 Fig.4(a)는 Fig.4(b)와 등가로 볼 수 있다. Eshelby's Equivalent Inclusion Method에서 fiber내의 응력은 식(1)로 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \sigma_o + \sigma &= C_f(e_o + \bar{e} + e - \varepsilon^T - e^P + e_p) \\ &= C_m(e_o + \bar{e} + e - e^*) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

여기서  $e_0$ 는 균일한 응력  $\sigma_0$ 에 의한 변형률이다.  $\sigma_0$ 와  $e_p$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= (0, 0, \sigma_0, 0, 0, 0) \\ e_p &= (-\frac{1}{2} e_p, -\frac{1}{2} e_p, e_p, 0, 0, 0) \end{aligned} \quad \dots\dots (17)$$

인장에 의한 소성변형률  $e_p$ 의 작은 변화량  $\delta e_p$ 에 의한 소성일과 전체 포텐셜에너지의 변화량의 합이 0이 되는 조건으로부터 다음과 같은 관계식이 성립한다[4].

$$\sigma_o = Y \sigma_{my} + H e_p \quad \dots\dots\dots (18)$$

여기서 Y, H,  $E_m$ 은 다음과 같으며

$$Y = \{1 + (\varepsilon^T - e^{ip}) \frac{BB}{\sigma_{my}}\} / (1 - \frac{DD}{E_m})$$

$$H = BB / (1 - \frac{DD}{E_m})$$

$E_m$  = Young's modulus of matrix

DD는 다음과 같은 식으로 주어지며

$$DD = D(3, 3) - D(1, 3) - \frac{1}{2} \{D(3, 1)$$

$$+ D(3, 2) - D(1, 1) - D(1, 2)\} \dots\dots (20)$$

D는 다음과 같은 행렬식이다.

$$D = -f C_m(S-I)A^{-1} (C_f - C_m) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$Y \sigma_{my}$ 와 H는 복합재료의 항복응력과 가공경화율이고,  $e^{ip}$ 는  $i=m, f$ 에 의하여 식 (10)으로 주어진다.

2-2. 혼합법칙

혼합법칙(law of mixture)에 형상기억효과에 의한 잔류응력항을 추가하여 복합재료 내의 형상기억효과를 고려하여 응력-변형률 관계를 구한다.

2-2-1. 잔류 응력 계산

복합재료내에서 형상기억효과로 인하여 fiber가  $\varepsilon^T$ 만큼 수축할 경우 fiber와 matrix의 축방향의 잔류응력을  $\sigma_f^R, \sigma_m^R$ 이라고 하자. 여기에 축방향만 고려하므로 응력과 변형률은 하나의 성분만 가지는 scalar로 취급한다.

Fig.5로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$- \sigma_m^R A_m + \sigma_f^R A_f = 0 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{\sigma_m^R}{E_m} + \frac{\sigma_f^R}{E_f} = \varepsilon^T \quad \dots\dots\dots (23)$$

여기서  $E_f, E_m$ 와  $A_f, A_m$ 는 각 재료의 종탄성계수와 단면적이다. 식(22), (23)으로부터 탄성역에서 복합재료 내의 matrix와 fiber의 잔류응력은 다음과 같은 크기의 matrix에는 압축이 fiber에는 인장이 발생한다.

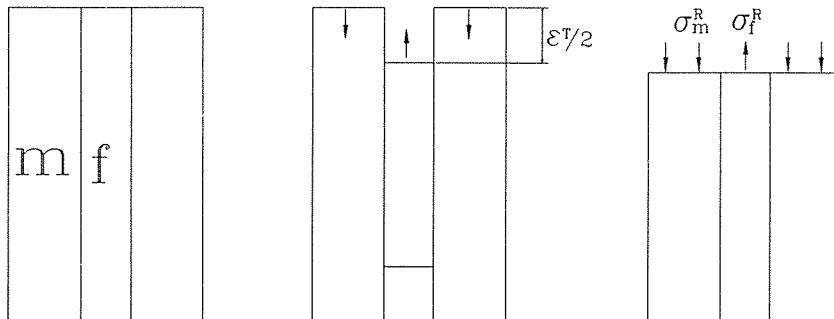


Fig.5. Residual Stress due to shape memory effects

$$\sigma_m^R = \frac{f E_f E_m}{f E_f + (1-f) E_m} \epsilon^T \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\sigma_f^R = \frac{(1-f) E_f E_m}{f E_f + (1-f) E_m} \epsilon^T$$

식(24)은 탄성역에서만 적용되며, 역시 prestrain과 부피 분율에 따라서 형상기억 과정에서 matrix와 fiber에 항복이 일어날 경우를 고려하면, 일정한 부피분율에서 matrix와 fiber에 항복이 일어나는 prestrain  $\epsilon_f^T$ ,  $\epsilon_m^T$ 는 다음과 같다.

$$\epsilon_m^T = \frac{f E_f + (1-f) E_m}{f E_f E_m} \sigma_{my} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\epsilon_f^T = \frac{f E_f + (1-f) E_m}{(1-f) E_f E_m} \sigma_{fy}$$

여기서  $\epsilon_f^T < \epsilon_m^T$ ,  $\epsilon_f^T > \epsilon_m^T$ 에 따라서 matrix 또는 fiber에 항복이 일어나며, 식(24)에 의해서 식(8)과 같은 matrix와 fiber 항복관계식이 얻어진다.

Matrix항복이 일어날 경우 fiber와 matrix의 잔류응력의 크기는 다음과 같다.

$$\sigma_m^R = \sigma_{my}, \quad \sigma_f^R = \frac{1-f}{f} \sigma_{my} \quad \dots\dots\dots (26)$$

그리고, Fiber 항복이 일어날 경우는 다음과 같다.

$$\sigma_f^R = \sigma_{fy}, \quad \sigma_m^R = \frac{f}{1-f} \sigma_{fy} \quad \dots\dots\dots (27)$$

형상기억효과에 의한 fiber와 matrix의 축방향의 수직응력의 상태는 Fig.6과 같이 각각 A, A'가 된다.

2-2-2. 항복응력의 계산

Fig.7과 같이 matrix와 fiber에 잔류응력에 의한

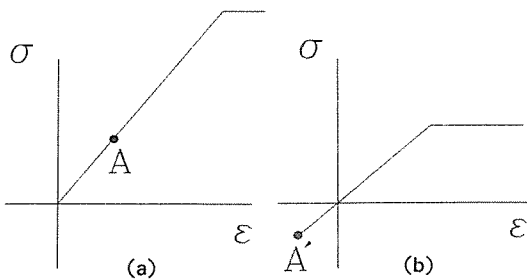


Fig. 6. (a) fiber (b) matrix residual stresses

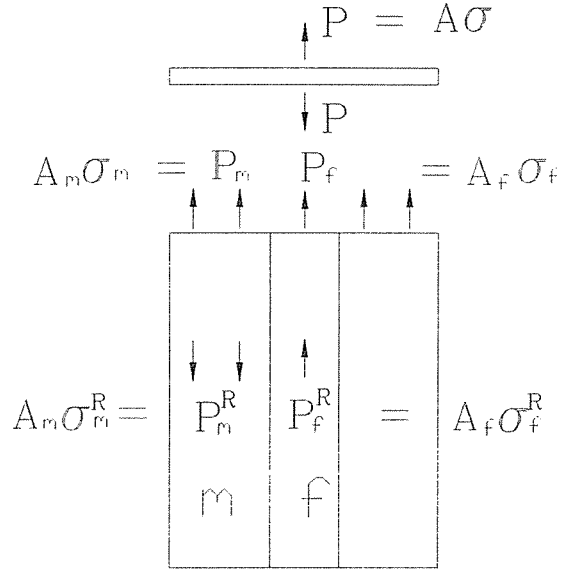


Fig. 7. Application of External Loading P

하중  $P_m^R$ ,  $P_f^R$ 이 존재하는 상태에서 복합재료에 하중 P가 걸릴때 fiber와 matrix에 걸리는 하중을  $P_f$ ,  $P_m$ 이라 하면, 평형 방정식과 적합방정식은 식(28), (29)와 같이 된다.

$$P = P_f + P_m \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\frac{(1+\alpha)(P_f - P_f^R)l}{A E_f} = \frac{(1+\alpha)(P_m + P_m^R)l}{\alpha \beta A E_f} \quad \dots (29)$$

$P_f$ ,  $P_m$ 이 한계치는 fiber와 matrix의 항복응력에 의해서 다음과 같다.

$$|P_f| \leq A_f \sigma_{fy} = \frac{A \sigma_{fy}}{(1+\alpha)} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$|P_m| \leq A_m \sigma_{my} = \frac{\sigma \gamma A \sigma_{fy}}{(1+\alpha)}$$

여기서 l은 복합재료의 길이이며  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , A는 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{A_m}{A_f} = \frac{(1-f)}{f}, \quad \beta = \frac{E_m}{E_f} \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\gamma = \frac{\sigma_{my}}{\sigma_{fy}}, \quad A = A_m + A_f$$

식(29)과  $P_m^R = P_f^R$ 로 부터 다음 관계식이 얻어진다.

$$P_m = \alpha \beta P_f - (1+\alpha \beta) P_m^R \quad \dots\dots\dots (32)$$

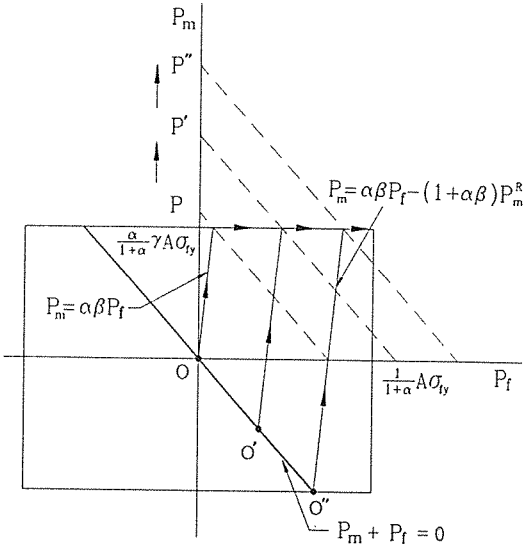


Fig. 8. Strengthening by residual stress

(28)과 (32)를  $P_f, P_m$  평면에 나타내면, Fig. 8과 같다.

Fig. 8에서 굵은 선은  $P_m + P_f = 0$ , 즉 외부에서 하중이 가해지지 않는 초기상태를 나타내며, 화살표가 붙은 선은 하중이 증가함에 따라 matrix와 fiber에 걸리는 하중을 나타낸다. 잔류응력이 증가함에 따라 즉 초기 상태가 O, O', O''로 변함에 따라 matrix가 항복에 도달하기까지의 하중이 P, P', P''로 증가함을 보인다.

잔류응력의 양에 따라서 matrix와 fiber의 항복응력과 항복까지 변형률은 Fig. 9와 같이 각각  $\sigma_{fy} \rightarrow \sigma'_{fy}, \sigma_{my} \rightarrow \sigma'_{my}, \epsilon_{fy} \rightarrow \epsilon'_{fy}, \epsilon_{my} \rightarrow \epsilon'_{my}$ 로 변환 것과 같은 효과를 가져온다.

식(28)로부터 복합재료에 작용하는 응력을 식(33)과 같이 정의하면 응력-변형률관계는 식(34), (35)와 같이 된다.

$$\sigma = f\sigma_f + (1-f)\sigma_m \quad \dots\dots\dots (33)$$

①  $\epsilon'_{my} < \epsilon'_{fy}$  일 경우

i)  $\epsilon < \epsilon'_{my}$

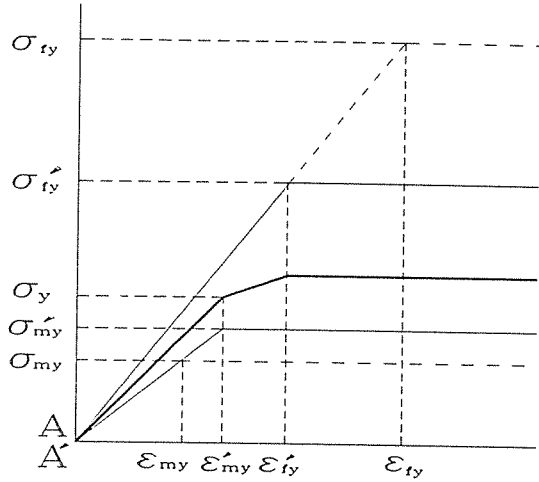
$$\sigma = \{fE_f + (1-f)E_m\}\epsilon$$

ii)  $\epsilon'_{my} < \epsilon < \epsilon'_{fy}$  ..... (34)

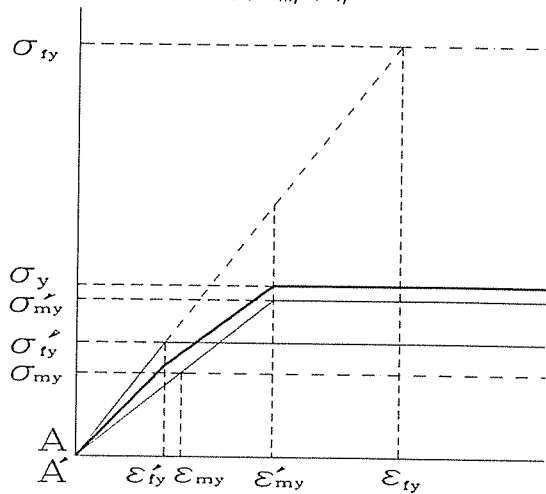
$$\sigma = fE_f\epsilon + (1-f)(\sigma_{my} + \sigma_m^R)$$

iii)  $\epsilon'_{fy} < \epsilon$

$$\sigma = f\sigma_{fy} + (1-f)\sigma_{my}$$



(a)  $\epsilon'_{my} < \epsilon'_{fy}$



(b)  $\epsilon'_{my} < \epsilon_{fy}$

Fig. 9. Stress-Strain diagrams with the different magnitudes of the residual stress

②  $\epsilon'_{my} > \epsilon'_{fy}$  일 경우

i)  $\epsilon < \epsilon'_{fy}$

$$\sigma = \{fE_f + (1-f)E_m\}\epsilon$$

ii)  $\epsilon'_{fy} < \epsilon < \epsilon'_{my}$  ..... (35)

$$\sigma = (1-f)E_m\epsilon + f(\sigma_{fy} - \sigma_f^R)$$

iii)  $\epsilon'_{my} < \epsilon$

$$\sigma = f\sigma_{fy} + (1-f)\sigma_{my}$$

식(34), (35)를 그림으로 나타내면 Fig. 9와 같다.

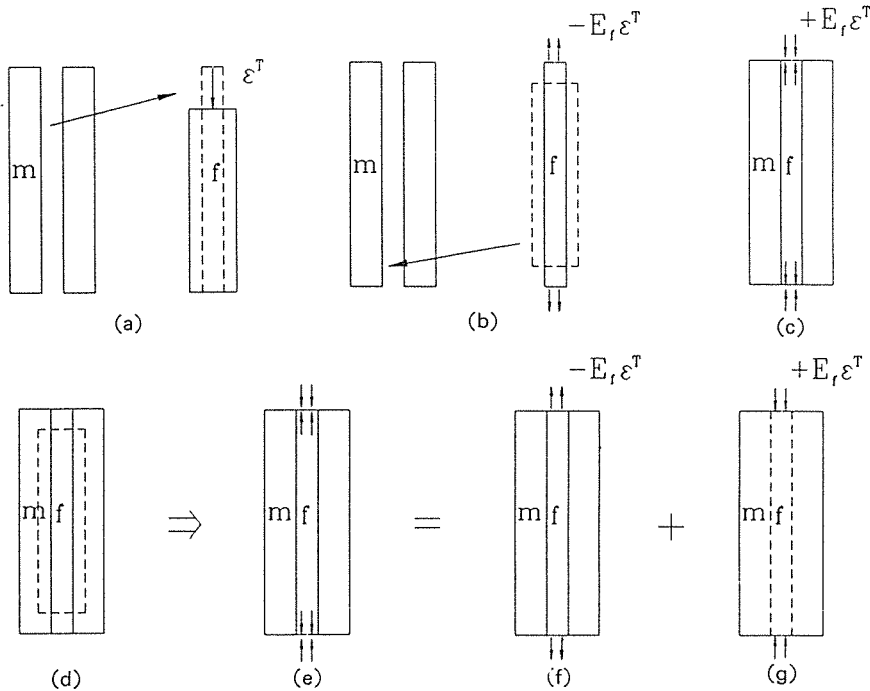


Fig. 10. Modeling to simplify finite element analysis

### 3. 유한요소해석

형상기억효과에 의한 복합재료 내의 잔류응력을 유한요소 해석을 통하여 구하였다.

먼저 Fig. 10(a)와 같이 가상적으로 fiber를 복합재료로부터 분리하여 구속이 없이 형상기억효과에 의한  $\epsilon^T$ 를 준다. 다음 Fiber에 traction  $-E_f \epsilon^T$ 를 가하여 형상기억효과가 일어나기 전의 원래의 fiber의 형태로 만든다(Fig. 10(b)). Fiber를 다시 matrix에 넣고 가상적으로 용접을 한다. 이 상태에서 fiber에 가해진 외력을 제거하는데 이는  $+E_f \epsilon^T$ 를 가함으로 이루어진다(Fig. 10(c)). 이제 복합재료내에는 형상기억효과에 의해 외부하중이 없는 자체응력(self-stress) 상태가 된다.

Matrix내의 응력분포만 고려할 경우 Fig. 10(e)를 Fig. 10(f)와 Fig. 10(g)의 선형중첩으로 나눌 수 있으므로 Fig. 10(g)의 경우에 대해서 유한요소법으로 해석한다. Fiber의 응력은 Fig. 10(f)에서의 균일한 응력을 fiber 영역에 중첩하면 구할 수 있다.

NISA[7] 프로그램을 이용하여 4절점 축대칭요소로 유한요소 해석을 행하였다. 복합재료를 Fig. 11(a)와 같은 단면의 충분히 큰 원기둥형태로 가정하고, 경계로부터 충분히 떨어진 곳에서 점선과

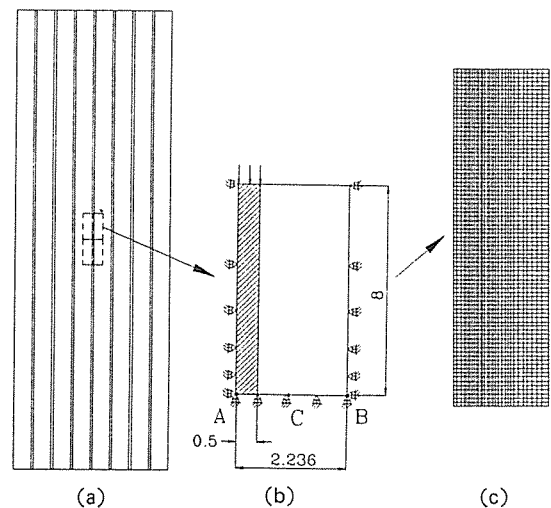


Fig. 11. Finite element modeling (a) Composite, (b) Representative volume element with boundary condition, (c) Mesh.



같이 원기둥 형태의 대표 체적요소(representative volume element)를 설정하여 모델링 하였으며, 경계조건과 mesh는 Fig. 11(b), (c)와 같다.

#### 4. 결과 및 고찰

Eshelby 모델과 수정된 혼합법칙을 이용하여 2 종류의 (composite(1) and composite(2)) Al matrix TiNi 형상기억합금으로 된 복합재료에 적용하였다. 복합재료(1) 및 (2)를 구성하는 matrix와 fiber에 대한 기계적 물성치는 Table 1과 2에 주어졌다.

두 모델에 의하여 계산된 prestrain 및 부피분율에

Table 1. Composite(1) : Mechanical properties of matrix and fiber

	1100Al matrix	TiNi fiber (Ti-50.2% at Ni) (Austenite phase)
Young's modulus (Kgf/mm <sup>2</sup> )	7034	8359
Poisson ratio	0.34	0.43
Yield strength (Kgf/mm <sup>2</sup> )	3.364	50.97

Table 2. Composite(2) : Mechanical properties of matrix and fiber

	AC4A matrix	TiNi fiber (Ti-44% at Ni) (Austenite phase)
Young's modulus (Kgf/mm <sup>2</sup> )	7300	6292
Poisson ratio	0.34	0.43
Yield strength (Kgf/mm <sup>2</sup> )	11.3	80

Table 3. Predictions of Composite yield stress taken from Taya[4] and calculated composite yield stress by Eshelby model and modified law of mixture

Vol. fraction of fiber f	Calculation	Matrix Stresses		Fiber Stresses		Composite Yield Stress (MPa)
		$\sigma_{11} = \sigma_{22}$ (MPa)	$\sigma_{33}$ (MPa)	$\sigma_{11} = \sigma_{22}$ (MPa)	$\sigma_{33}$ (MPa)	
0.04	Taya[4]	-4.3	-25.1	102.1	602.1	52.4(*50.0)
	Eshelby	0.8	-20.0	-19.1	480.9	54.1
	Law of Mixture	×	-20.8	×	500	51.7
0.09	Taya[4]	-10.0	-42.5	100.7	429.3	67.0(*70.0)
	Eshelby	1.1	-31.9	-4.6	127.4	67.7
	Law of Mixture	×	-33	×	202.2	67.1

\* experimental data from Taya[4]

대한 matrix에 잔류응력과 항복응력은 Fig. 12~15와 같다.

여기서 복합재료의 항복응력은 matrix에 인장항복응력이 발생할 경우의 복합재료의 응력으로 정의한다.

복합재료(1)에서 fiber의 부피분율은 0.04, 0.09로서 (8)로부터 충분히 큰 prestrain에서 각각 형상기억효과로 인해 각각 fiber항복, matrix 항복이 일어난다.

Fig. 12으로부터 matrix내의 축방향의 압축잔류응력은 prestrain양 측 형상기억효과에 따라서 어느 한계까지 증가함을 보였고, fiber의 부피분율이 0.04, 0.09로 증가함에 따라서 증가함을 보였다. 여기서 실선은 Eshelby 모델이며 점선은 혼합법칙이다. 두 모델에서 작은 prestrain 영역에서 잘 일치함을 보이며, 큰 prestrain 영역에서는 혼합법칙이 Eshelby 모델 보다 조금 높게 평가됨을 보인다.

Fig. 13에서 복합재료의 인장항복응력은 잔류응력과 같이 부피분율에 따라 증가했으며, prestrain에 따라 어느 한계까지 증가한다. 잔류응력과는 달리 큰 prestrain 구간에서 낮은 부피분율일 경우 혼합법칙 모델이 Eshelby 모델보다 항복응력이 더 낮다. 이는 복합재료의 항복을 matrix에 항복응력이 발생할 때로 정의했기 때문인 것으로 사료된다. 점선은 Taya[4]의 실험값이며 두 모델에 의한 모델에 의한 값과 비교적 잘 맞다. 실험값과의 오차는 실험에서 matrix와 fiber의 결합이 깨질 가능성과 두 모델에서는 무시한 가공경화 효과에 의한 것으로 추측된다.

Table 3에는 복합재료(1)의 계산값과 Taya[4]의

실험 및 계산값을 비교하였는데 Taya[4]의 계산 값에 오류가 있는 것으로 사료된다.

복합재료(2)에는 0.05 부피분율일 경우에 적용 했으며 축 방향의 잔류응력의 경우 수치해석결과에 의한 Fig. 11(b)의 C지점 즉 fiber 중심으로부터 1.0mm 되는 지점의 결과와 비교하면 두 모델과 비교적 잘 맞다.

유한요소해석을 통한 matrix내의 prestrain량에 따른 복합재료(2)의 matrix의 축방향의 수직잔류 응력을 Fig. 11(b)의  $\overline{AB}$ 를 따라 원기둥 요소의 중심에 대해서 나타내면 Fig. 16, 17과 같다. Fig. 16은 Fig. 10(g)에 의한 수치해석결과이며 Fig. 17은

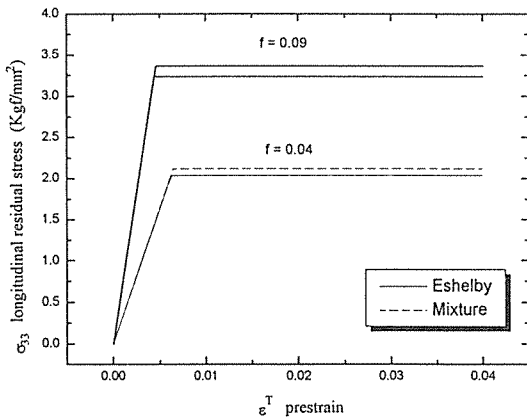


Fig. 12. Absolute value of longitudinal residual stress in matrix from Eshelby type model and modified law of mixture, (Composite(1))

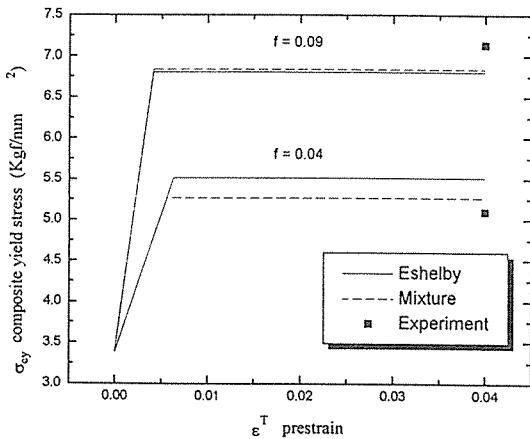


Fig. 13. Composite yield stress from Eshelby type model, modified law of mixture and experiments from Taya[4](Composite(1))

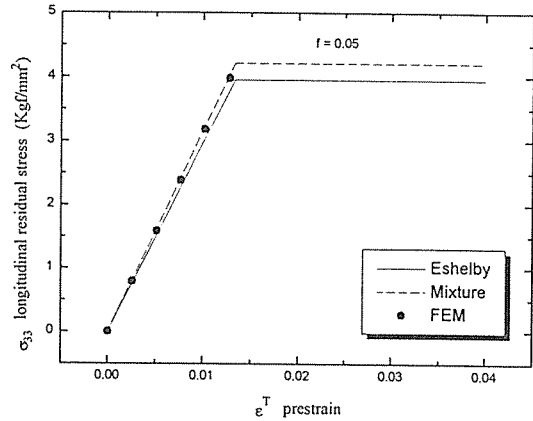


Fig. 14. Absolute value of longitudinal residual stress in matrix from Eshelby type model, modified law of mixture and FEM, (Composite(2))

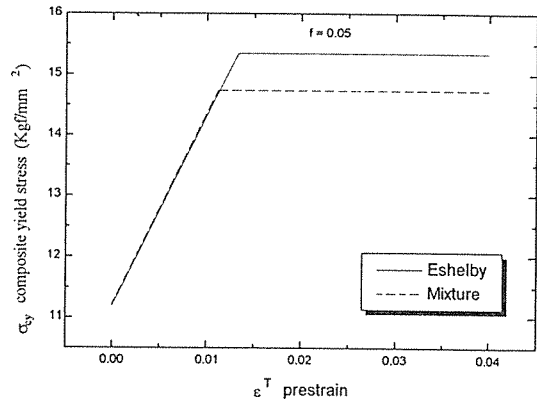


Fig. 15. Composite yield stress from Eshelby type model and modified law of mixture(Composite(2))

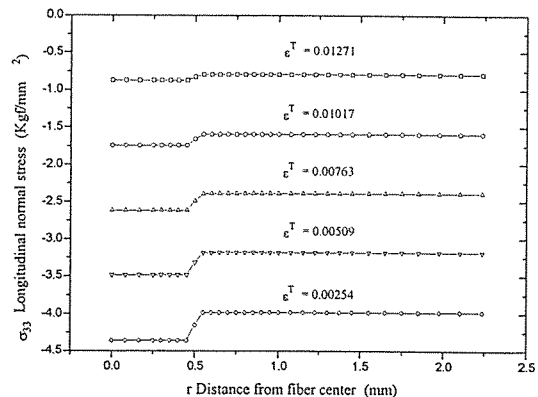


Fig. 16. Longitudinal normal stress at Fig. 10. (g) (Composite(2))

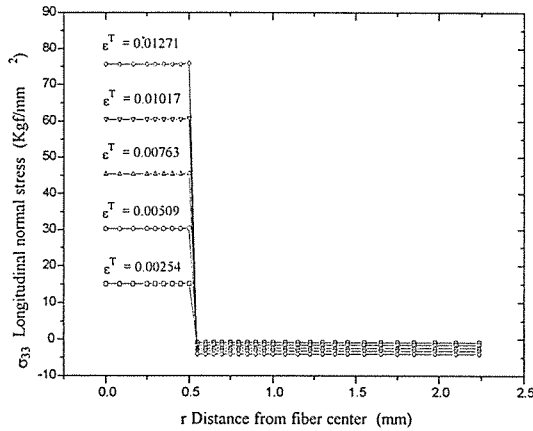


Fig. 17. Longitudinal normal stress(uniform fiber stress superposed on Fig. 16.)

Fig.10(g)에 Fig.10(f)의 fiber의 균일한 하중을 중첩한 실제 복합재료 내의 응력분포이다.

### 5. 결 론

형상기억합금 fiber로 강화된 금속기 복합재료의 응력-변형률의 이론적인 계산과 유한요소해석으로부터 결론은 다음과 같다.

(1) 강화되지 않은 Al matrix와 비교하여 복합재료의 축방향 잔류응력과 항복응력이 증가하였다. 이 두 값은 fiber의 부피분율이 증가할수록 증가했으며, prestrain이 증가할수록 어느 한계까지 증가하였다.

(2) 연속 fiber인 경우에는 혼합법칙 모델과 Eshelby의 모델을 적용한 결과로 두 모델이 비교적 잘 맞았으며 잔류응력의 경우 유한요소 해석과도 잘 맞았다. 따라서 두 모델을 형상기억합금 fiber 금속기 복합재료의 강화 해석에 적용 가능하다.

### 후 기

본 연구는 교육부의 신소재연구분야 연구비지원으로 수행된 연구결과로서 관계자 여러분께 깊은 감사를 드립니다.

### 참 고 문 헌

1. J.D. Eshelby, "The Determination of the Elastic Field of Ellipsoidal Inclusion and Related Problems", Proc. Roy. Soc., Vol.A241, pp. 476-396, 1957.
2. Y. Furuya, A. Sasaki and M. Taya, "On Enhanced Mechanical Properties of TiNi Shape Memory fiber/Al Matrix Composite," Materials Trans JIM, Vol.34, No.3, pp.224-227, 1993.
3. Y. Yamada, M. Taya and R. Watanabe, "Strengthening of Metal Matrix Composite by Shape Memory Effect," Materials Trans JIM, Vol.34, No.34, pp.254-260, 1993.
4. M. Taya, Y. Furuya, Y. Yamada, R. Watanabe, S. Shibata and T. Mori, "Strengthening mechanisms of TiNi shape memory fiber/Al matrix composites.", Proc. Smart Matter. ed. V.K. Varadan, SPIE 1919, 37-383, 1993.
5. M. Taya, K.E. Lulay and D.J. Llod, "Strengthening of a Particulate Metal Matrix Composite by Quenching", Acta metall. mater. Vol.39, No.1, pp.73-87, 1991.
6. M. Taya, A. Shimamoto and Y. Furuya, "Design of Smart Composites Based on Shape Memory Effect.", Proceedings of ICCM-10, Whistler, B.C., Canada, August 1995.
7. NISA II User's Manual, Engineering Mechanics Research corporation, 1992.
8. T. Mura, Micromechanics of Defects in Solids, 2nd ed, Martinuse Nijhoff, The Hague, 1987.
9. Y.C. Fung, A First Course in Continuum Mechanics, Prentice-Hall International, Inc., 1994.