Composites Research

Vol. 39, No. 5, 433-443 (2026)
DOI: http://dx.doi.org/10.7234/composres.2026.39.5.433
ISSN 2288-2103(Print), ISSN 2288-2111(Online)

Paper

미세조직 기반 유한요소해석 모델을 통한 형상기억 Ceria-Zirconia 입자 강화 Al 복합재료의 기계적 거동 예측

장정혁* · 조의제*†

Prediction of Mechanical Behaviors of Shape Memory Ceria-zirconia Particle-reinforced Al Composites Via Microstructure-based Finite Element Modeling

Jung Hyuk Jang*, Yi Je Cho*†

ABSTRACT: The mechanical behaviors and reinforcement mechanism of shape memory CZ particle-reinforced Al composites were investigated using three-dimensional representative volume element (RVE) models generated by random sequential adsorption and relaxation algorithms. The appropriate RVE size was determined to be 4 μm based on comparison of the predicted mechanical properties with analytical models. Under compression, load-aligned particles carried higher stresses, whereas plastic strain localized in the intervening Al matrix, forming preferential load-transfer paths. Heating after unloading reduced particle stress and composite strain through reverse transformation of the CZ particles, but matrix plasticity and thermal residual stresses limited recovery. Increasing particle volume fraction from 20 to 30 vol% enhanced load transfer, yield strength, and recovery, while smaller particles distributed loads more uniformly, increasing work hardening and recovery. Neck-fractured and polygonal particles carried greater loads than spherical particles but intensified local matrix deformation through stress concentrations at necks and corners. Thus, optimizing CZ/Al composites requires balancing particle load transfer against matrix plasticity and morphology-dependent stress concentration.

초 록: Random sequential adsorption 알고리즘과 relaxation 기법을 접목하여 생성한 3차원 RVE (representative volume element) 모델을 사용하여 형상기억 CZ 입자 강화 Al 복합재료의 기계적 거동과 강화 메커니즘을 조사하였다. 예측된 기계적 특성을 분석적 모델의 계산 결과와 비교하여, 적합한 RVE 모델의 한 변의 길이를 4 μm로 선정하였다. 압축 변형 중 하중 방향으로 배열된 입자에는 높은 응력이 형성되었으며, 입자 사이의 좁은 Al 기지 영역에는 소성 변형이 집중되어 국부적인 하중 전달 경로가 형성되었다. 하중 제거 후 가열 중 CZ 입자의 역변태에 의해 입자의 응력과 복합재료의 변형률이 감소하였으나, 기지의 소성 변형과 열적 잔류 응력으로 인해 회복이 제한되었다. 입자 부피 분율이 20 vol%에서 30 vol%로 증가함에 따라 입자의 하중 분담, 항복강도 및 회복률이 증가하였다. 또한, 입자 크기가 감소할수록 하중이 더 균일하게 분산되어 가공경화율과 회복률이 증가하고 기지의 국부적인 소성 변형이 억제되었다. Neck-fractured 및 polygonal 입자는 구형 입자보다 높은 하중 분담을 나타냈으나, neck 영역과 모서리에서의 응력 집중으로 인접 Al 기지의 국부적인 소성 변형이 증가하였다. 따라서 CZ 입자 강화 Al 복합재료의 미세조직 설계에서는 입자의 하중 전달과 기지의 소성 변형 및 입자 형상에 따른 응력 집중의 균형을 고려해야 한다.

Key Words: 세리아-지르코니아 입자(Ceria-zirconia particle), 알루미늄 복합재료(Aluminum composite), 형상 기억 효과(Shape memory effect), 미세조직 모델링(Microstructure modeling), 기계적 거동(Mechanical behavior)

Received 17 August 2026, received in revised form 29 August 2026, accepted 31 August 2026

*Department of Materials Science and Engineering, Sunchon National University, Suncheon 57922, Republic of Korea
†Corresponding author (E-mail: yijecho@scnu.ac.kr)

1. 서 론

입자 강화 Al 복합재료는 Al 기지에 세라믹 입자를 첨가해 강화한 복합재료로, 경량성, 비강도, 내마모성 등을 바탕으로 기계적 성능 향상과 경량화가 동시에 요구되는 공학 분야에서 매력적인 소재로 간주된다[1]. 일반적인 세라믹 강화재는 높은 강성과 경도를 바탕으로 하중 분담과 기지의 소성 변형 억제에 기여하지만, 반복 하중이나 충격 환경에서는 손상 누적으로 인해 그 역할이 약해진다. 반면, 12–16 mol%의 ceria가 첨가된 CZ (ceria-zirconia) 입자는 tetragonal-to-monoclinic 마르텐사이트 변태를 통해 변형 에너지를 흡수하고, 하중 제거 (unloading) 또는 가열 과정에서 변형 일부를 회복(형상기억)할 수 있다[2,3]. 특히 단결정 또는 올리고 결정의 CZ 입자는 ~2 GPa의 압축 하중, 1200°C의 온도에서도 형상기억 특성이 보고되었을 정도로 높은 고온 특성을 나타내며, ~4.7% 변형률에서 400회 이상의 변형 사이클을 견디고, 최대 40 MJ/m^{3}의 에너지를 흡수할 수 있다고 알려져 있다[4].

CZ 입자는 10 μm 이하의 미세 규모에서 우수한 형상기억 및 초탄성 거동을 가지지만, 부품 단위의 거시적 에너지 흡수 및 회복 거동을 단일 CZ 입자로 구현하기는 어렵다. CZ 입자를 거시적 규모로 확장하기 위한 방법으로 중공 금속 관 내부에 CZ 입자를 충진시킨 입상 패킹 (granular packing) 연구가 제안되었다[5]. 입상 패킹은 외부 구속 조건을 통해 가열 과정에서 CZ 입자의 역변태와 형상 회복을 유도할 수 있지만, 입자간 점 접촉에 따른 불균일한 응력 분포로 인한 낮은 마르텐사이트 변태율(25–40%)이 문제이다[5]. 한편, CZ 입자가 강화된 Al 복합재료에서는 열팽창계수가 높은 Al(~2.3×10^{-5}/°C)가 CZ 입자(~1.0×10^{-5}/°C)를 제조 공정 중 구속할 수 있어, 입상 패킹보다 더 균일한 응력을 CZ 입자에 가할 수 있다[6]. CZ 입자는 상변태 중 약 4–5%의 부피 팽창을 수반하는데[7], CZ 입자(200 GPa[8])에 비해 상대적으로 연한 Al(70 GPa[9])이 이를 수용할 수 있다. 이러한 특징으로 인해, Al 복합재료 내 CZ 입자는 최대 70%의 높은 마르텐사이트 변태율을 가진다고 보고되었다[6]. CZ 입자 강화 Al 복합재료는 압축 강도는 266 MPa, 에너지 흡수율은 54.0 MJ/m^{3}로 순수 Al (173 MPa, 24.1 MJ/m^3) 대비 약 2배 이상의 기계적 특성을 가진다[6].

입자 강화 Al 복합재료에서 입자의 크기, 분포, 형상 등 미세조직적 인자는 하중 전달과 응력 집중, 소성 변형에 영향을 미친다[10-16]. 날카로운 입자는 응력 집중과 취성 파괴를 야기하고[10,11], 구형 입자 대비 계면 박리에 대한 높은 민감성과 열적 잔류 응력을 나타낸다[12,14]. 또한, 입자 크기가 감소할수록 기지에서 입자로 더 큰 하중 전달이 일어나며, 균일한 응력 분포를 유도한다[15,16]. 이러한 미세조직적 인자들은 CZ 입자 강화 Al 복합재료의 설계에도 고려되어야 한다. 예를 들어, 분말야금을 통해 CZ 입자/Al 복합재료를 제조하는 경우, 분말 혼합 또는 복합 분말 형성을 위해 수반되는 볼밀링은 구형 입자를 불규칙하며 부분적으로 파쇄된 다각형 입자로 변화시키는 동시에, 입자의 크기를 감소시킨다[6,17,18]. CZ 입자의 응력 유기 변태는 하중 전달이 일어나는 계면 인접 영역 또는 응력 집중 영역에서 우선적으로 발생하므로[5,19], 입자 크기에 따라 계면 구속 효과와 입자 내부 응력 분포가 달라질 수 있다. 이러한 미세조직적 인자는 CZ 입자 강화 Al 복합재료의 하중 전달, 소성 변형, 변태 균일성, 회복 거동에 복합적인 영향을 미칠 것으로 예상되지만, 이를 체계적으로 분석한 연구는 부족하다.

미세조직적 인자의 효과는 실험적 제어와 실시간 분석이 어렵고, 시간적, 비용적 제약도 존재한다[20]. 반면, RVE (representative volume element) 기반의 유한요소해석은 미세조직을 대표한다고 가정한 모델을 통해, 복합재료의 기계적 특성 예측과 미세조직적 인자 효과를 직접 분석할 수 있다[12,21]. 2차원 RVE 모델을 활용하여 CZ 입자의 부피분율, 크기, 기지 종류에 따른 복합재료의 기계적 거동을 예측한 연구에서는[8,22], 입자의 부피 분율 증가와 크기 감소는 입자의 응력 유기 변태를 촉진하여 복합재료의 강도와 회복률을 증가시켰다. 또한 기지의 높은 항복 강도는 하중 전달과 응력 유기 변태를 촉진하는 동시에, 기지의 소성 변형을 감소시켜 높은 회복률이 얻어졌다[8]. 하지만 실제 CZ 입자 강화 복합재료 내 입자의 분포는 3차원적이며, 단순화된 입자의 2차원적 배열은 입자 간 거리, 하중 방향에 따른 응력 전달 경로를 반영하기 어렵다[23]. 그러나 기존 2차원 해석에서는 실제로 넓은 크기 분포를 가지는 CZ 입자를 동일한 크기의 원형 입자로 단순화하는 가정이 적용되었다[22]. 따라서 CZ 입자 강화 Al 복합재료의 기계적 거동을 정확하게 이해하기 위해서는 새로운 3차원 RVE 모델의 개발과 함께, 미세조직적 인자의 변화에 따른 영향의 분석이 필요하다.

본 연구에서는 미세조직 기반 3차원 RVE 모델을 통해 형상기억 CZ 입자 강화 Al 복합재료의 기계적 특성을 예측하였다. 먼저 서로 다른 크기의 RVE 모델을 생성한 후, 각 모델의 기계적 특성을 수치-통계적으로 비교하여 최적의 RVE 모델을 도출하였다. 이 RVE 모델을 사용하여, 압축 변형 및 가열-냉각 중 CZ 입자 강화 Al 복합재료의 기계적 거동을 하중 전달, 기지 소성 변형, 응력 집중을 중심으로 분석하였다. 또한, 입자의 부피 분율, 형상, 크기 등 미세조직적 인자에 따른 기계적 특성을 평가하였다.

2. RVE 모델링

2.1 재료 및 구성 방정식

RVE 모델링에 고려된 복합재료는 분말야금으로 제조된 CZ 입자 강화 Al 기지 복합재료이다[6]. Gel-casting으로 제조된 1 μm 직경의 12 mol% ceria가 첨가된 CZ 입자를 30 wt%로

Table 1. Material properties used for the analysis

Material	Density (g/cm^3)	CTE ($\times 10^{-5}$ °C^{-1})	Young's modulus (GPa)	Poisson's ratio
Pure Al [6,9,24,25]	2.70	2.30	70.0	0.330
CZ [6,8,26]	6.00	1.00	200.0	0.285

Al 분말과 볼 밀링을 통해 혼합한 후, 복합 분말을 Ar 분위기 및 480°C에서 1시간 동안 600 MPa로 가압 소결하여 복합재료가 제조되었다. 이 복합재료는 기지 내 결함과 CZ 입자/Al 계면 반응물이 형성되지 않았다[6]. 해석에 사용된 재료의 물성은 선행 문헌에서 보고된 값으로 Table 1에 정리하였다.

CZ 입자는 임계분해전단응력 이상의 응력에서 마르텐사이트 변태가 발생하며, 이 과정에서 변태 변형률을 수반한다[6]. 하중 제거 후 오스테나이트 변태 완료 온도(A_f) 이상에서 역변태가 발생하고, 변태 변형률이 감소하면서 잔류 변형이 부분적으로 회복된다. CZ 입자의 오스테나이트 변태 시작(A_s)과 완료 온도, 마르텐사이트 변태 시작(M_s)과 완료(M_f) 온도는 각각 304, 470, 181°C, <RT이다[6].

CZ 입자의 응력 유기 변태 및 열적 회복 거동을 모사하기 위해 사용된 모델은 ANSYS Mechanical의 shape memory effect material model이다[27,28]. 구성 방정식은 다음과 같다[27].

$$\Psi(\varepsilon, T, \varepsilon_{tr}) = \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon_{tr}) : D : (\varepsilon - \varepsilon_{tr}) + \tau_M(T)\|\varepsilon'_{tr}\| + \frac{1}{2}h\|\varepsilon'_{tr}\|^2 + I_{\bar{\varepsilon}_L}(\varepsilon'_{tr}) \quad (1)$$

D는 재료의 탄성 강성 텐서, ε은 전체 변형률, ε_{tr}은 전체 변태 변형률, ε'_{tr}은 편차 변태 변형률, h는 경화 계수이다. 온도 의존 항 $\tau_M(T)$은 다음과 같이 정의된다.

$$\tau_M(T) = \langle \beta(T - T_0) \rangle_+ \quad (2)$$

여기서 $\langle\ \rangle_+$는 positive part 연산자이며, β는 온도 스케일링 계수, T는 현재 온도, T_0는 상 평형 기준 온도이다. 최대 변태 변형률 제한 항 $I_{\bar{\varepsilon}_L}(\varepsilon'_{tr})$은 다음과 같다.

$$I_{\bar{\varepsilon}_L}(\varepsilon'_{tr}) = \begin{cases} 0, & 0 \le \|\varepsilon'_{tr}\| \le \bar{\varepsilon}_L \\ +\infty, & otherwise \end{cases} \quad (3)$$

$\bar{\varepsilon}_L$은 $\|\varepsilon'_{tr}\|$의 최대값으로, 최대 변태 변형률을 의미한다. 응력은 자유에너지 포텐셜로부터 유도되며, 전체 변형률에서 변태 변형률을 제외한 탄성 변형률에 의해 계산된다.

$$\sigma = D : (\varepsilon - \varepsilon_{tr}) \quad (4)$$

변태 응력은 다음과 같이 정의된다.

$$X_{tr} = S - [\tau_M(T) + h\|\varepsilon'_{tr}\| + \gamma]\frac{\varepsilon'_{tr}}{\|\varepsilon'_{tr}\|} \quad (5)$$

여기서 X_{tr}은 변태 응력 텐서, S는 편차 응력이며, 최대 변태 변형률 조건을 만족시키기 위한 항 γ는 다음과 같다.

$$\gamma = \begin{cases} 0, & 0 \le \|\varepsilon'_{tr}\| < \bar{\varepsilon}_L \\ \ge 0, & \|\varepsilon'_{tr}\| = \bar{\varepsilon}_L \end{cases} \quad (6)$$

변태는 변태 응력이 한계면에 도달할 때 발생하며, 인장-압축 비대칭성을 반영하기 위해 Prager-Lode type limit surface를 사용한다[28].

$$F(X_{tr}) = \sqrt{J_2} + m\frac{J_3}{J_2} - R \le 0 \quad (7)$$

여기서 m은 Lode 의존성 계수, R은 탄성 영역 반경이다. J_2와 J_3는 각각 X_{tr}로부터 계산되는 불변량으로, 좌표계의 선택과 무관하게 동일한 값을 갖는 스칼라양이다. J_2는 변태 응력의 크기 정보를 나타내는 데 사용되며, J_3는 응력 상태의 차이, 즉 Lode 의존성을 반영하는 데 사용된다. 본 연구에서는 m을 0으로 설정하였다. 이는 인장-압축 비대칭성과 J_3에 따른 국부 다축 응력 상태의 차이를 반영하지 못하므로, CZ 입자의 변태 개시와 변태량을 정량적으로 예측하는 데는 한계가 있다. 그러나 모든 모델에 동일한 하중과 온도 조건을 적용했고, 미세조직 인자에 따른 하중 전달과 회복 거동의 상대적인 차이를 비교했기 때문에 J_3가 주요 비교 결과에 미치는 영향은 적을 것으로 판단된다. 이에 따라 Eq. (7)은 다음과 같이 단순화된다.

$$F(X_{tr}) = \sqrt{J_2} - R \le 0 \quad (8)$$

압축 변형 중에는 ε_{tr}가 증가하여 변태 변형률이 축적되고, 가열 중에는 온도 의존 항 $\tau_M(T)$의 변화로 인해 ε_{tr}가 감소하는 방향으로 진화할 수 있으며, 이 때 Eq. (4)에 따라 잔류 변형률이 감소하면서 형상 회복 거동이 모사된다. CZ 입자의 형상기억특성을 모사하기 위한 변수 h_0, T_0, β, $\bar{\varepsilon}_{L0}$, R_0과 오스테나이트 탄성계수 E_{A0}, 마르텐사이트 탄성계수 E_{M0}를 Table 2에 정리하였다[8].

2.2 CZ 입자의 크기 효과

선행 연구의 2차원 CZ 입자 강화 Al 복합재료 RVE 모델에서는 입자의 크기가 증가할수록 마르텐사이트 변태율이 감소하고, 이에 따라 복합재료의 전체 회복률이 감소하는

Table 2. Input parameters for the shape memory material model applied to CZ particles

Parameter	Value
h_0	1.92 GPa
T_0	-133.15°C
β	6 MPa/°C
$\bar{\varepsilon}_{L0}$	0.0325
R_0	620 MPa
E_{A0}	200 GPa
E_{M0}	200 GPa

경향이 나타났다[8]. 본 연구에서는 이 결과를 바탕으로 3차원 RVE 모델에서 입자 크기 효과를 구현하고자 하였다. 하지만 ANSYS shape memory effect material model은 입자 크기를 상태 변수로 포함하지 않기 때문에, 입자 크기에 따른 형상기억 거동 변화를 반영하지 못한다.

입상 패킹에서 CZ 입자의 응력 유기 변태는 입자간 접촉부 또는 응력 집중 영역에서 시작되고[5,19], Al 복합재료에서 CZ 입자는 기지에 의해 기하학적으로 구속된다[6]. 따라서 복합재료 내 CZ 입자의 형상기억 거동은 입자 표면 또는 계면 인접 영역에서 우선적으로 발생할 것으로 예상된다. 이러한 변태 거동을 나타내기 위해 입자 표면층 두께 변수 t_{eff}를 도입하였다. t_{eff}는 물리적인 두께가 아니라, 입자 내 계면 인접 영역의 입자 크기 의존성을 표현하기 위한 변수이다. t_{eff}를 입자 크기와 독립적인 수치로 가정하고, 입자 직경이 감소할수록 표면 영역의 상대적 기여가 증가하도록 입자 크기 의존 변수 f_{size}를 정의하였다. 구형 입자에서 입자 직경을 d_{part}라 할 때, 입자 내 계면 인접 영역을 제외한 입자 중심부의 상대 직경 비 C_{core}는 다음과 같다.

$$C_{core} = 1 - \frac{2t_{eff}}{d_{part}} \tag{9}$$

입자 크기 의존 변수 f_{size}는 다음과 같다.

$$f_{size} = 1 - C_{core}^3 \tag{10}$$

기준 입자 크기 d_{ref}에서의 입자 크기 의존 변수를 f_{ref}라 하면, 현재 입자 크기에서의 크기 효과 변화량 Δf_{size}는 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta f_{size} = f_{size} - f_{ref} \tag{11}$$

기준 입자 크기에서는 $\Delta f_{size} = 0$ 이며, 입자 크기가 기준 크기보다 크거나 작아질수록 Δf_{size} 가 변해 크기 효과가 반영된다.

입자 크기 의존 보정항은 APDL command를 통해 적용하였다. 기준 입자 크기에서 ANSYS Mechanical shape memory effect material model의 거동을 입자 크기 효과가 보정된 모델로 재현할 수 있었다. Δf_{size} 에 따른 ANSYS Mechanical shape memory effect material model 내 변수는 기준 입자 크기에서의 선형 방정식으로 다음과 같이 설정하였다.

$$R_{eff} = R_0(1 + a_R \Delta f_{size}) \tag{12}$$

$$h_{eff} = h_0(1 + a_h \Delta f_{size}) \tag{13}$$

$$\varepsilon_{L,eff} = \bar{\varepsilon}_{L0}(1 - a_{\varepsilon_L} \Delta f_{size}) \tag{14}$$

$$T_{0,eff} = T_{0,ref} + a_{T_0} \Delta f_{size} \tag{15}$$

$$E_{M,eff} = E_{M0}(1 + a_{E_m} \Delta f_{size}) \tag{16}$$

아래첨자 0은 기준 입자 크기에서의 변수이다. a_R, a_h, a_{ε_L}, a_{T_0}, a_{E_M} 은 Δf_{size} 에 따른 각 변수의 민감도 조절 계수이다.

Table 3. Parameters and sensitivity coefficients at the reference particle size for correcting particle size dependency of the shape memory material model

Parameter	Value
E_{M0}	200 GPa
E_{A0}	200 GPa
$T_{0,ref}$	-125.0°C
R_0	560 MPa
h_0	2.9 GPa
ε_{L0}	0.0325
a_R	0.40
a_h	0.80
a_{ε_L}	0.20
a_{T_0}	-10.0°C
a_{E_m}	0

이 계수들은 크기 증가에 따른 마르텐사이트 변태율 및 회복률 감소 경향을 3차원 RVE 모델에 반영하기 위해 피팅한 수치이다. 기준 입자 크기에서의 변수 및 민감도 계수를 Table 3에 정리하였다. 계산 과정에서 C_{core}와 f_{size}는 0–1 범위로 제한하여 비물리적인 값을 갖지 않도록 하였다.

2.3 RVE 모델 생성 및 경계 조건

형상기억 CZ 입자 강화 Al 복합재료의 RVE 모델은 RSA (random sequential adsorption) 알고리즘[29]과 공간적으로 겹치는 입자 간 서로 밀어내는 relaxation 기법[30]을 접목하여 생성하였다. 원활한 메쉬 생성을 위해 입자간 거리는 입자 직경의 7% 이상으로 설정하였다. 또한, 모델 경계면에 위치한 입자의 모델 바깥으로 벗어난 부분을 마주보는 반대면에 배치하여 미세조직적 주기성을 부여하였다. RVE 모델의 한 변의 길이 L은 2, 3, 4, 5 μm로 설정하였으며, 1 μm의 구형 입자를 포함하는 RVE 모델을 Fig. 1에 나타내었다. 입자 부피 분율 효과 분석을 위해 1 μm로 입자 직경을 고정하고, 부피 분율을 20, 25, 30%로 변화시킨 모델을 생성하였다. 입자 크기 효과를 조사하기 위해 30%로 부피 분율을 고정하고, 입자의 직경을 0.75, 1, 1.25, 1.5 μm로 변

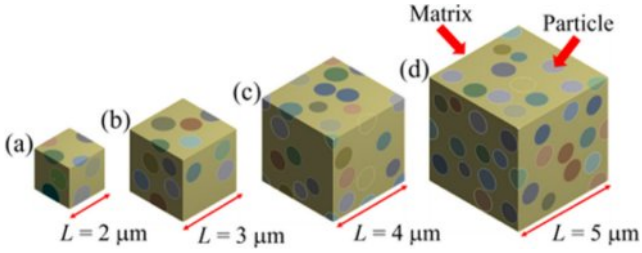


Fig. 1. Typical RVE models of CZ particle-reinforced Al composites with edge lengths L of (a) 2, (b) 3, (c) 4, and (d) 5 μm

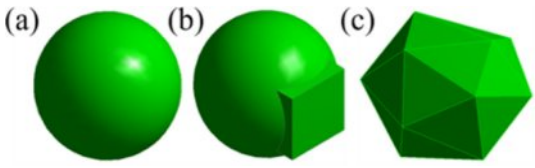


Fig. 2. (a) Spherical, (b) neck-fractured, and (c) polygonal CZ particles for analysis of particle shape effects

Table 4. Mesh sensitivity analysis results

No. of elements	196,007	277,747	369,560
Yield strength (MPa)	158.55±2.67	160.23±1.33	157.13±2.27
Young's modulus (GPa)	94.94±0.37	95.2 ±0.27	94.97±0.36
Poisson's ratio	0.314±0.002	0.313±0.001	0.314±0.002
Recovery rate (%)	4.63±1.45	4.09±0.17	2.85±0.82

가하기 위해 사용한 CZ 입자는 구형, 볼 밀링에 의해 형성된 neck-fractured (목이 파괴된) 형상[18], polygonal (다각형) 형상이며[17], Fig. 2에 나타내었다.

모델에 부가된 경계조건으로 *x*, *y*, z 축 방향으로는 균일한 변위를, *xy*, *xz*, *zy*면에는 균일한 표면력(traction)을 적용하였다[31]. RVE 모델의 *xy*, *xz*, *zy* 면 변위는 0으로 고정하였으며, *x*, *y* 또는 *z*축 방향으로 16% 압축 변형되었다. 이후 하중을 제거한 뒤 22℃에서 473℃까지 가열한 후, 22℃까지 냉각하였다.

RVE 모델의 메쉬 민감도를 평가하기 위해, 약 10만개의 요소 (SOLID187) 수가 차이나는 세 조건을 선택하였다(Table 4). *L*=4 μm인 구형 입자를 포함한 RVE 모델을 활용하였으며, 요소 수가 증가할수록 해석 완료에 각각 7, 30, 50 시간이 소요되었다. 요소 수에 따른 예측 특성의 편차는 277,747개의 요소를 사용한 조건에서 가장 낮았으며, 나머지 조건에서는 형상 회복률 편차가 4배 이상 높게 나타났다. 따라서 이후 해석에서는 277,747개의 요소 생성 시 적용한 메쉬 형성 조건을 사용하였다. 본 연구에 사용된 워크스테이션의 성능은 64 GB RAM, 8 코어 CPU(Intel(R) Xeon(R) W-2245 CPU @ 3.90 GHz)이다.

3. 결과 및 고찰

3.1 RVE 모델 크기 결정

너무 작은 크기의 RVE 모델은 전체 미세조직을 대표하기 어렵다[32-34]. 따라서 RVE 크기 결정 시, 수치-통계적인 방법을 통해 4–5개의 서로 다른 크기의 RVE 모델을 생성하고, 크기에 따른 특성 예측을 통해 수렴성을 나타내는 적정 크기의 모델을 선택한다[33]. RVE의 크기는 분석하고자 하는 물성에 따라 달라지며, 비선형성이 증가할수록 적합한 모델의 크기가 증가한다고 알려져 있다[35]. 본 연구에서도

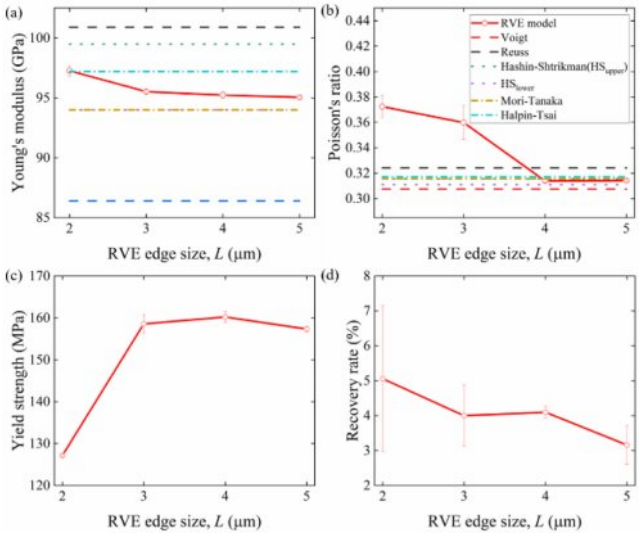


Fig. 3. (a) Elastic modulus, (b) Poisson's ratio, (c) yield strength, and (d) recovery rate of the 30 vol% spherical CZ particle-reinforced Al composite RVE models with their various edge sizes

비선형적인 형상기억 거동을 모사하기 때문에, 통계적 정확도와 계산 비용 사이의 절충이 필요하다[36]. Hashin-Shtrikman (HS)[37], Voigt[38], Reuss[39], Mori-Tanaka[40] 및 Halpin-Tsai[41] 등 분석적 모델은 기지와 강화 입자의 탄성 특성 및 부피 분율을 기반으로 복합재료의 유효 탄성 물성을 계산하므로, RVE 모델 해석 결과의 물리적 타당성을 검토하기 위해 사용하였다[42]. 하지만 분석적 모델로는 항복강도와 회복률과 같은 비선형 특성을 직접 평가하기에는 한계가 있기 때문에, RVE 크기에 따른 특성 편차와 수렴성을 고려하였다.

30 vol% 구형 CZ 입자 강화 Al 복합재료 미세조직을 모사한 RVE 모델의 크기에 따른 탄성계수, 포아송 비, 항복강도 및 형상 회복률을 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3a, b의 점선은 분석적 모델로 계산된 특성이다. 탄성계수는 RVE 모델 크기에 따라 95.0–97.2 GPa로, 분석적 모델의 이론 범위 안에 위치하였다. 그러나 *L*=2 μm인 RVE 모델은 3–5 μm 모델에 비해 ~2 GPa 높은 탄성계수를 가졌고, 편차도 0.43%로 가장 높았다(Fig. 3a). *L*=2, 3 μm인 RVE 모델의 포아송 비는 이론 범위를 벗어났다. 이는 탄성계수에 비해 포아송 비가 더 큰 RVE 크기를 요구하고, *L*=2, 3 μm인 모델에서는 경계 조건의 영향을 받는 영역의 비율이 *L*=4, 5 μm에 비해 크기 때문인 것으로 판단된다[34,35]. *L*=4, 5 μm인 모델의 탄성계수와 포아송 비는 모두 이론 예측 범위 내에 위치했고(Fig. 3a, b), 항복강도도 모델 크기에 따른 편차는 약 3 MPa로 크지 않아 수렴하는 경향을 나타내었다(Fig. 3c). 반면, 형상 회복률에서는 다른 경향을 나타내는데, *L*=5 μm인 RVE 모델은 4 μm 모델에 비해 0.9% 더 낮은 회복률을 보였으며, 편차 또한 0.38% 더 높았다(Fig. 3d).

CZ 입자 강화 Al 복합재료에서 CZ 입자의 효율적인 상변태를 위해서는 균일한 하중 전달 구조가 필요하다[6]. 그러나 입자 배열과 입자 간 거리에 따라 하중 전달 경로는 달라지며, 하중 방향으로 인접한 입자 사이에서는 응력 집중이 발생할 수 있다[43]. 동일한 입자 크기와 부피 분율에서는 RVE 모델의 크기가 커질수록 모델 내 입자 수가 커지고, 많은 입자가 무작위로 배치되면서 입자 간 거리가 짧은 클러스터의 생성 가능성이 커질 수 있다. L=5 μm인 RVE 모델은 4 μm 모델 보다 약 1.95배 많은 입자를 포함하기 때문에, 불균일한 응력 분포로 낮은 회복률이 얻어진 것으로 판단된다. 또한, L=5 μm 모델의 계산 완료에 소요된 시간은 84시간으로 4 μm 모델(31 시간)에 비해 두 배 이상 길었다. L=4 μm 모델에서 탄성계수, 포아송 비, 항복강도 및 회복률의 편차는 각각 0.27%, 0.001%, 1.3%, 0.17%로 낮다. 따라서 물성 예측의 신뢰성과 계산 효율을 고려하여, 이후 이어진 모든 해석에서 L=4 μm 모델을 사용하였다.

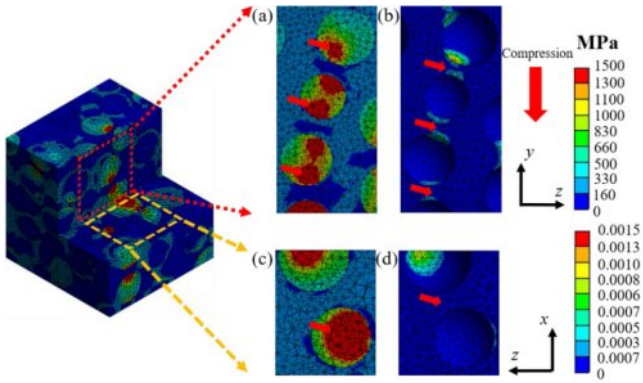


Fig. 5. (a) Equivalent stress field (16% strain) and (b) plastic strain field (0.1% strain) in the direction parallel to the load, and (c) equivalent stress field (16% strain) and (d) plastic strain field (0.1% strain) in the direction perpendicular to the load of the 30 vol% CZ particle-reinforced Al composite

3.2 변형/회복 거동 예측 및 입자 부피 분율 효과

y축 방향으로 16%의 압축 변형을 가한 RVE 모델의 응력-변형률 곡선과 입자/기지의 평균 등가 응력 비를 Fig. 4에 나타내었다. CZ 입자 강화 Al 복합재료는 세라믹 입자 강화 복합재료에서 관찰되는 탄소성 변형 거동을 보인다(Fig. 4a). 복합재료의 항복 강도는 20%, 25%, 30% 부피 분율에서 각각 144, 152, 160 MPa로 순수 Al에 비해 최대 1.4배 높았다. 또한, 0.1% 변형률의 초기 변형부터 CZ 입자는 기지보다 높은 응력을 분담하였으며, 변형이 진행됨에 따라 입자의 하중 분담은 증가하였다(Fig. 4b). 최대 압축 변형률에서 평균 등가 응력 비는 20, 25, 30 vol% CZ 입자에서 각각 2.59, 3.02, 3.62로, 입자 부피 분율이 증가할수록 CZ 입자의 하중 분담이 증가하였다(Fig. 4b).

30 vol% CZ 입자 강화 Al 복합재료의 변형 중 하중과 평행 또는 수직 방향으로의 등가 응력장 및 소성 변형장을 Fig. 5에 나타내었다. 하중 분담은 전체 입자에 균일하게 분산되지 않고, 일부 입자에 집중된다(Fig. 5a). 0.1%의 압축 변형률에서 기지의 소성 변형장을 나타낸 Fig. 5b를 보면, 소성 변형은 CZ 입자 사이의 좁은 기지 영역에서 우선적으로 발생한다. 반면, 하중에 수직한 단면에서는 입자 간 거리가 가까워도 입자의 응력 집중(Fig. 5c) 또는 입자 사이의 좁은 Al 기지 영역의 소성 변형이 관찰되지 않았다(Fig. 5d). 이는 근접 입자가 하중 방향으로 배열되어 있는 경우 하중 전달 구조가 형성되기 때문이다[43]. CZ 입자의 응력 집중은 변태 구동력을 증가시킬 수 있다[6]. 20, 25 vol% CZ 입자를 가진 RVE 모델에서도 Fig. 5에서 관찰된 것과 같은 입자의 응력 집중과 기지의 소성 변형 유발이 확인되었다.

16% 압축 변형 이후, 하중 제거 및 가열-냉각 중 CZ 입자 강화 Al 복합재료 RVE 모델의 변형률 변화를 Fig. 6a에 나타내었다. 하중 제거 후 20, 25, 30 vol% CZ 입자 강화 복합재료 모델의 잔류 변형률은 각각 0.155, 0.154, 0.154로 0.160에서 탄성 회복하였다. 473℃로 가열 과정에서 변형률은 각각 0.149, 0.148, 0.147로 감소하였으나, 냉각 중 0.157, 0.155, 0.153로 증가하였다. 이는 Al 기지와 CZ 입자의 열팽창계수 차이로 인해 냉각 중 계면 부근에 열적 잔류 응력이 형성되었기 때문이다[44]. 또한, 입자의 부피 분율이 증가할

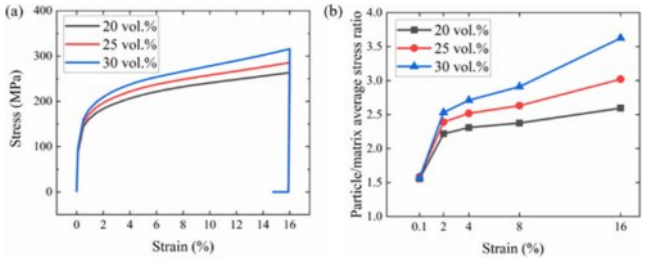


Fig. 4. (a) Stress-strain curves of the Al composite RVE model and (b) particle/matrix average equivalent stress ratios under compression with various CZ particle volume fractions

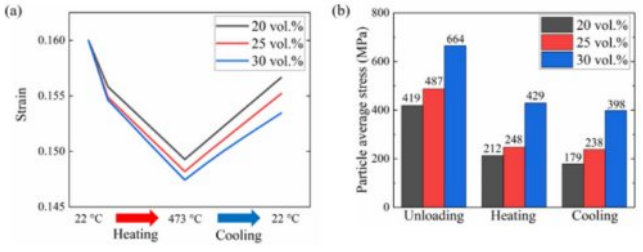


Fig. 6. (a) Total strain of the RVE model and (b) changes in average equivalent stress of CZ particles during unloading, heating, and cooling as a function of the particle volume fraction

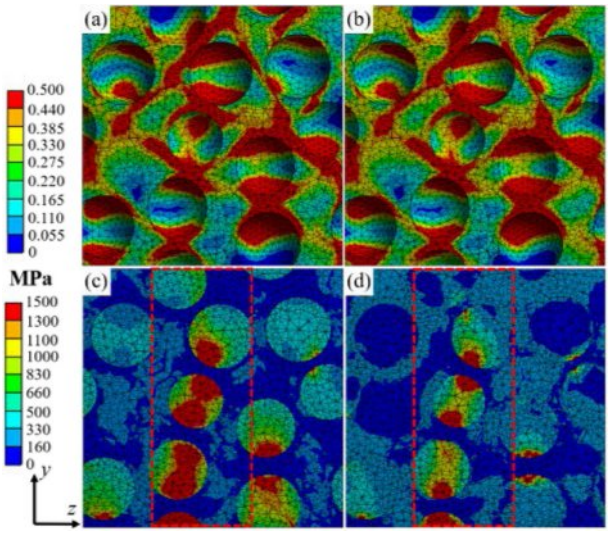


Fig. 7. Cross-sections of 30 vol% CZ particle-reinforced Al composite RVE model (a, c) after unloading and (b, d) after heating. (a, b) plastic strain and (c, d) equivalent stress fields

수록 최종 회복률이 더 큰 것을 알 수 있다. CZ 입자의 평균 등가 응력은 부피 분율에 따라 차이는 있으나, 가열, 냉각에 따라 감소하는 경향을 나타낸다(Fig. 6b). 복합재료의 변형률 감소와 CZ 입자의 응력의 감소는, 가열 과정에서 CZ 입자의 높은 응력이 구동력으로 작용하여 역변태가 일어났으며, 최종적으로 복합재료의 부분 회복에 기여했음을 의미한다[6].

Fig. 7에 나타난 하중 제거 및 가열, 냉각에 따른 RVE 모델의 소성 변형장과 응력장을 통해, CZ 입자 강화 Al 복합재료의 회복 거동을 다음과 같이 설명할 수 있다. 하중 제거 및 가열 후 Al 기지의 소성 변형은 입자 간 좁은 기지 영역에 집중되었으며(Fig. 7a, b), 이 영역과 인접한 CZ 입자에는 역

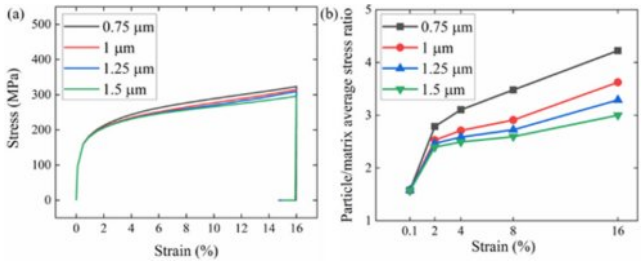


Fig. 8. (a) Stress-strain curves of Al composites and (b) particle/matrix average equivalent stress ratios as a function of the CZ particle size

변태 이후에도 높은 응력이 부가된다(Fig. 7c, d의 빨간색 영역). 따라서 CZ 입자 강화 Al 복합재료는 가열 중 CZ 입자의 형상기억 특성으로 부분적인 회복이 가능하지만, Al 기지에 누적된 소성 변형과 냉각 중 형성되는 열적 잔류 응력에 의해 회복이 제한되는 것으로 사료된다.

3.3. 입자 크기 효과

Fig. 8는 CZ 입자 크기에 따른 Al 복합재료의 응력-변형률 곡선과 입자/기지 평균 등가 응력 비를 나타낸다. 입자 크기와 무관하게 동일한 탄성계수와 항복강도가 얻어졌지만, 소성 영역에서는 입자 크기가 줄어들수록 가공경화율이 증가하여, 0.75 μm 입자 크기 모델에서 16% 변형 시 323 MPa의 응력을 나타내었다(Fig. 8a). 이러한 가공경화율의 차이는 입자/기지 평균 등가 응력 비에서도 확인할 수 있는데(Fig. 8b), 0.1%의 초기 변형에서는 입자 크기와 무관하게 응력 비가 약 1.6으로 비슷하지만, 변형이 진행됨에 따라 작은 입자가 분담하는 응력의 크기가 점점 증가한다.

Fig. 9은 0.1% 변형률에서의 CZ 입자 크기에 따른 Al 기지의 소성 변형장을 나타낸다. 입자 크기가 클수록 기지의 소성 변형이 우선적으로 발생하였다. 또한, 변형이 지속됨에 따라

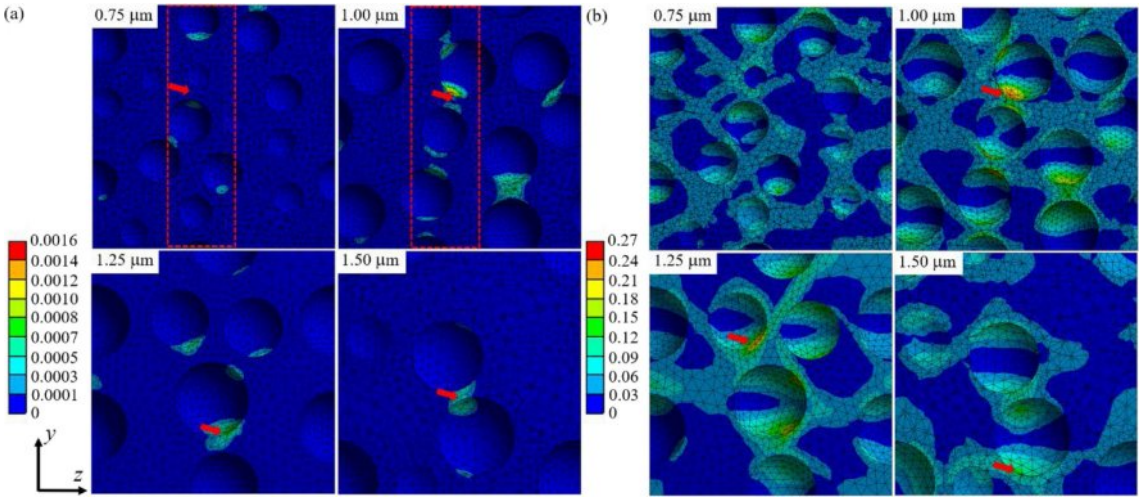


Fig. 9. Plastic strain fields of cross-sections of the RVE models with 30 vol% CZ particles of different sizes under 0.1% strain

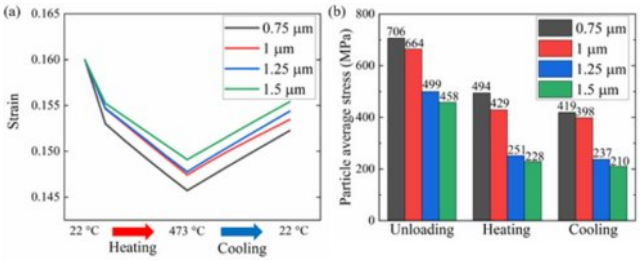


Fig. 10. (a) Total strain of the RVE model and (b) changes in average equivalent stress of CZ particles during unloading, heating, and cooling as a function of the particle size

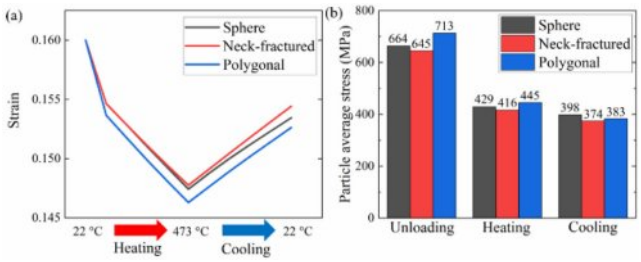


Fig. 12. (a) Total strain of the RVE model and (b) changes in average equivalent stress of CZ particles during unloading, heating, and cooling as a function of the particle shape

해당 영역의 소성 변형률은 입자 크기가 클수록 더 큰 폭으로 증가하는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 입자 크기 감소에 따라 CZ 입자의 하중 분담은 증가하지만, 특정 입자나 일부 좁은 기지 영역에만 집중되지 않기 때문이다.

입자의 크기가 작아질수록, 가열-냉각 과정에서 변형률이 더 크게 감소하여, 회복률이 증가하였다(Fig. 10a). 또한, 작은 입자 크기에서 더 높은 평균 등가 응력을 나타냈다(Fig. 10b). 이러한 결과는 2.5 μm 크기의 CZ 입자를 가지는 복합재료 RVE 모델에서 단 0.1% 변형률의 회복 거동이, 1 μm 크기에서는 0.5% 변형률로 약 5배 증가한 선행 연구의 결과와 일치한다[8].

3.4 입자 형상 효과

입자 형상에 따른 CZ 입자 강화 Al 복합재료 RVE 모델의 응력-변형률 곡선과 입자/기지 평균 등가 응력 비를 Fig. 11에 나타내었다. 입자 형상과 무관하게 비슷한 탄성 변형 거동을 가지나, 소성 영역에서는 neck-fractured, 구형, polygonal 순서로 가공경화율이 증가하였다(Fig. 11a). 또한, 0.1% 변형률에서는 구형, neck-fractured, polygonal 입자 모델에서 각각 1.57, 1.58, 1.61로 거의 동일한 응력 비를 보였으나, 변형률이 증가함에 따라 비구형 입자의 응력 비가 더 큰 폭으로 증가하였다. 최대 압축 변형 시 입자/기지 평균 등가 응력 비는 구형, neck-fractured, polygonal 입자에서 각각 3.62, 3.84, 4.53이었다. 이러한 입자 형상에 따른 변형 거동 차이는 Fig. 11b의 등가 응력 분포를 통해서도 확인할 수 있는데,

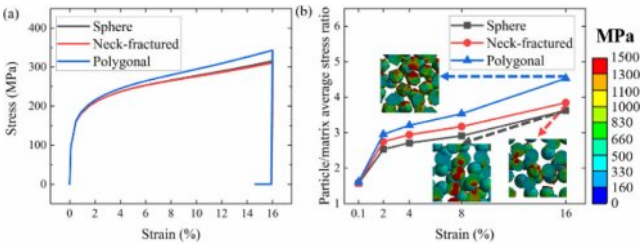


Fig. 11. (a) Stress-strain curves of Al composites and (b) particle/matrix average equivalent stress ratios as a function of the CZ particle shape

neck-fractured, polygonal 입자는 구형 입자와 달리 각진 모서리를 따라 높은 응력을 나타냈다.

Fig. 12는 형상에 따른 하중 제거 후 가열-냉각 과정에서 입자 형상에 따른 복합재료의 변형률과 CZ 입자의 평균 등가 응력 변화를 나타낸다. Polygonal 형상의 CZ 입자가 강화된 복합재료 RVE 모델의 가열, 냉각 후 변형률은 각각 0.146, 0.152로 가장 낮으며, neck-fractured 형상의 경우 가열, 냉각 후 각각 0.148, 0.154의 변형률로 구형 입자 모델(0.147, 0.153)과 비슷하다(Fig. 12a). 하중 제거 후 CZ 입자의 평균 등가 응력은 neck-fractured, polygonal 입자에서 645, 713 MPa였으며, 가열 후 각각 416, 445 MPa로 polygonal 입자에서 가장 큰 감소를 보였다(Fig. 12b). 따라서 비구형 CZ 입자는 구형에 비해 상변태를 촉진시키고 복합재료의 회복률을 증가시킬 것으로 예상된다. 하지만 동시에 Al 기지의 국부 소성 변형과 계면 손상 가능성을 높이는 요인으로 작용할 수 있어 주의가 필요하다[45].

3.5 고찰

본 연구에서 제안한 3차원 RVE 모델은 압축 중 CZ 입자의 응력 유기 변태와 가열에 따른 역변태를 모사함으로써, 형상기억 CZ 입자가 Al 복합재료의 하중 분담과 부분적인 변형 회복에 기여하는 과정을 나타내었다. 특히 본 연구에서는 입자 간 거리뿐만 아니라 하중 방향에 대한 입자의 공간적 배열이 하중 전달 경로 형성에 중요한 인자임을 확인하였다. 서로 근접한 입자 중 하중 방향으로 배열된 입자에서는 높은 등가 응력이 형성되고, 입자 사이의 좁은 Al 기지 영역에서는 소성 변형이 집중되었다. 반면, 입자 간 거리가 짧더라도 하중 방향과 어긋나게 배열된 경우에는 입자의 응력 증가와 인접 기지의 소성 변형이 상대적으로 제한되었다. 이는 3차원 미세조직에서 모든 근접 입자가 하중 전달에 동일하게 참여하기 보다는, 입자 간 거리와 배열 방향이 함께 충족될 때 연속적인 하중 전달 경로가 형성됨을 의미한다[43]. 선행 연구의 CZ 입자 강화 Al 복합재료에서는 직접 연결된 입자 클러스터가 접촉력 사슬(force-chain)로 작용하여 하중을 전달하는 것으로 보고되었다[6]. 이와 달리

본 연구의 RVE 모델에서는 입자 사이에 일정한 간격을 부여하였기 때문에 직접적인 입자 접촉은 발생하지 않았으며, 좁은 Al 기지를 매개로 한 하중 전달 경로가 형성되었다. 따라서 본 연구의 결과는 입자 간 직접 접촉이 없는 미세조직에서도 입자의 3차원적 배열에 따라 CZ 입자로의 효과적인 하중 전달이 가능함을 보여준다.

CZ 입자의 형상기억 거동에 의한 복합재료의 회복은 CZ 입자로의 하중 전달과 Al 기지의 소성 변형간 상호 작용으로 볼 수 있다. 가열 중 복합재료의 변형률과 CZ 입자의 평균 응력이 함께 감소한 것은 CZ 입자의 역변태가 거시적인 변형 회복에 기여했음을 시사한다[6,8]. 반면, 입자 사이에 축적된 기지의 소성 변형과 냉각 중 발생하는 열적 잔류 응력은 완전한 회복을 제한하였다[44,45]. 입자 부피 분율의 증가는 하중 전달에 참여하는 입자와 하중 전달 경로를 증가시켜 이러한 회복 기여를 높였다. 그러나 입자 간격이 지나치게 감소하면 좁은 기지 영역의 소성 변형이 심화될 수 있으므로, 회복 성능을 향상시키기 위해서는 높은 부피 분율뿐만 아니라 하중 전달 경로가 특정 영역에 집중되지 않는 입자 분포가 필요하다. 다만, 가열 중 감소한 변형률이 냉각 후 하중 제거 직후의 잔류 변형률에 가까운 수준으로 다시 증가한 점은, 관찰된 변형률 변화에 CZ 입자의 역변태뿐 아니라 복합재료의 열팽창/수축에 따른 열기계적 거동이 상당 부분 포함되었음을 의미한다. 향후 연구에서는 CZ의 상변태를 고려하지 않은 대조 해석을 추가적으로 수행하고, 상변태를 고려한 현재 결과와 비교하여 역변태의 순 기여도를 정량적으로 평가해야 할 것이다.

입자 크기 감소에 따른 회복률 증가는 동일한 부피 분율에서 하중 전달에 참여하는 입자 수가 증가한 결과이다. 작은 입자로 구성된 미세조직에서는 다수의 입자가 하중을 분담하므로 특정 입자와 기지 영역에 대한 하중 집중이 완화되고, 연속적인 하중 전달 구조가 형성될 수 있다. 반대로 입자 크기가 증가하면 하중 전달 경로의 수가 감소하여 일부 입자와 좁은 기지 영역의 국부적인 변형이 복합재료의 거동에 더 큰 영향을 미친다. 이러한 결과는 입자 크기가 감소할수록 CZ 입자의 변태와 복합재료의 회복이 촉진된다는 선행 해석 결과[8] 및 작은 강화 입자가 효과적인 하중 전달을 유도한다는 기존 연구 결과와 부합한다[15,16]. 따라서 입자 크기 효과는 개별 입자의 거동뿐만 아니라 입자 수와 공간적 배열에 의해 결정되는 하중 전달 구조와 연관되어 있는 것으로 사료된다.

입자 형상은 CZ 입자로 전달되는 하중의 크기와 국부적인 응력 분포를 동시에 변화시켰다. Neck-fractured 및 polygonal 입자는 구형 입자보다 높은 평균 하중 분담을 나타냈으나, neck 영역과 모서리에서 응력이 집중되어 입자 내부의 응력 분포는 더욱 불균일하였다. 특히 polygonal 입자의 높은 하중 분담은 역변태에 의한 회복을 촉진할 수 있지만, 동시에 인접 Al 기지의 소성 변형과 실제 계면의 손상 가능성을 증가시킬 수 있다[10-14]. 이는 CZ 입자의 평균 응력을 높이는 것만으로 복합재료의 회복 성능을 판단하기 어렵다는 것을 의미한다. 따라서 입자 형상은 CZ 입자의 변태를 유도할 수 있는 충분한 응력을 확보하면서도, 모서리와 계면에서 발생하는 과도한 응력 집중을 억제하는 방향으로 설계되어야 할 것이다.

4. 결 론

본 연구에서는 형상기억 CZ 입자 강화 Al 복합재료의 미세조직에 기반한 3차원 RVE 모델을 개발하고, 이를 이용하여 복합재료의 압축 변형 및 가열-냉각 중 회복 거동을 조사하였다. 주요 결과는 다음과 같다.

1. RVE 크기에 따른 탄성계수, 포아송 비, 항복강도, 회복률의 수렴성과 계산 효율을 비교한 결과, 한 변의 길이가 4 μm인 모델이 30 vol%, 1 μm 크기의 CZ 입자가 강화된 Al 복합재료의 특성 예측에 가장 적합한 것으로 판단된다.

2. 압축 변형 해석 결과, 하중 방향으로 배열된 입자와 그 사이의 Al 기지를 따라 국부적인 하중 전달 경로가 형성되었다. 가열 중에는 CZ 입자의 평균 응력과 복합재료의 변형률이 감소하여 부분적인 형상 회복이 나타났으나, Al 기지의 소성 변형과 냉각 중 발생한 열적 잔류 응력으로 인해 완전한 회복은 제한되었다.

3. CZ 입자의 부피 분율이 20 vol%에서 30 vol%로 증가함에 따라 입자의 하중 분담, 복합재료의 압축 강도 및 회복률이 증가하였다. 이는 부피 분율 증가로 입자 간 거리가 감소하고 하중 전달에 참여하는 입자와 하중 전달 경로가 증가했기 때문이다.

4. CZ 입자의 크기가 감소할수록 입자의 평균 하중 분담과 복합재료의 가공경화율 및 회복률이 증가하였다. 동일한 부피 분율에서 작은 입자는 입자 수와 하중 전달 경로를 증가시켜 하중을 다수의 입자로 분산하고, Al 기지의 국부적인 소성 변형을 억제하였다.

5. Neck-fractured 및 polygonal 입자는 구형 입자보다 높은 하중 분담을 나타냈으며, neck 영역과 모서리에서 국부적인 응력 집중이 발생하였다. 특히 polygonal 입자는 가장 높은 하중 분담과 회복률을 보였으나 인접 Al 기지의 소성 변형도 증가하였으므로, 입자 형상 설계 시 변태 촉진과 국부 손상 가능성을 함께 고려해야 한다.

후 기

본 과제(결과물)는 2026년도 교육부 및 전라남도의 재원으로 전남 앵커센터의 지원을 받아 수행된 지역성장 인재양성체계(앵커)의 결과입니다.(2026-ANCHOR-14-003)

REFERENCES

1. Nagasai, B.P., Anusha, C., and Rajesh, A., "Study on mechanical properties of Al-6061/ZrO_2 reinforced metal matrix composites," *Materials Today: Proceedings*, Vol. 47, 2021, pp. 4552-4557.
2. Du, Z., Ye, P., Zeng, X.M., Schuh, C.A., Tamura, N., Zhou, X., and Gan, C.L., "Synthesis of monodisperse CeO_2–ZrO_2 particles exhibiting cyclic superelasticity over hundreds of cycles," *Journal of the American Ceramic Society*, Vol. 100, No. 9, 2017, pp. 4199-4208.
3. Zeng, X., Du, Z., Schuh, C.A., and Gan, C.L., "Enhanced shape memory and superelasticity in small-volume ceramics: a perspective on the controlling factors," *MRS Communications*, Vol. 7, No. 4, 2017, pp. 747-754.
4. Lai, A., Du, Z., Gan, C.L., and Schuh, C.A., "Shape memory and superelastic ceramics at small scales," *Science*, Vol. 341, No. 6153, 2013, pp. 1505-1508.
5. Yu, H.Z., Hassani-Gangaraj, M., Du, Z., Gan, C.L., and Schuh, C.A., "Granular shape memory ceramic packings," *Acta Materialia*, Vol. 132, 2017, pp. 455-466.
6. Zheng, W., Shi, Y., Zhao, L., Jia, S., Li, L., Gan, C.L., Zhang, D., and Guo, Q., "Realizing reversible phase transformation of shape memory ceramics constrained in aluminum," *Nature Communications*, Vol. 14, No. 1, 2023, Article 7103.
7. Du, Z., Zeng, X.M., Liu, Q., Lai, A., Amini, S., Miserez, A., Schuh, C.A., and Gan, C.L., "Size effects and shape memory properties in ZrO_2 ceramic micro-and nano-pillars," *Scripta Materialia*, Vol. 101, 2015, pp. 40-43.
8. Yacouti, M. and Shakiba, M., "Numerical Investigation of Shape-Memory Zirconia-Reinforced Metal-Matrix Composite for Energy Dissipation and High Temperature Applications," Proceedings of the American Society for Composites-Thirty-Seventh Technical Conference, Tucson, Arizona, USA, Sep. 2022, pp. 1224-1241.
9. Chinmulgund, M., Inturi, R.B., and Barnard, J.A., "Effect of Ar gas pressure on growth, structure, and mechanical properties of sputtered Ti, Al, TiAl, and Ti_3Al films," *Thin Solid Films*, Vol. 270, No. 1-2, 1995, pp. 260-263.
10. Qin, S., Chen, C., Zhang, G., Wang, W., and Wang, Z., "The effect of particle shape on ductility of SiCp reinforced 6061 Al matrix composites," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 272, No. 2, 1999, pp. 363-370.
11. Gad, S.I., Attia, M.A., Hassan, M.A., and El-Shafei, A.G., "A random microstructure-based model to study the effect of the shape of reinforcement particles on the damage of elastoplastic particulate metal matrix composites," *Ceramics International*, Vol. 47, No. 3, 2021, pp. 3444-3461.
12. Williams, J., Segurado, J., LLorca, J., and Chawla, N., "Three dimensional (3D) microstructure-based modeling of interfacial decohesion in particle reinforced metal matrix composites," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 557, 2012, pp. 113-118.
13. Romanova, V.A., Balokhonov, R.R., and Schmauder, S., "The influence of the reinforcing particle shape and interface strength on the fracture behavior of a metal matrix composite," *Acta Materialia*, Vol. 57, No. 1, 2009, pp. 97-107.
14. Chen, C., Qin, S., Li, S., and Wen, J., "Finite element analysis about effects of particle morphology on mechanical response of composites," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 278, No. 1-2, 2000, pp. 96-105.
15. Yan, Y., Geng, L., and Li, A., "Experimental and numerical studies of the effect of particle size on the deformation behavior of the metal matrix composites," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 448, No. 1-2, 2007, pp. 315-325.
16. Liu, Q., Qi, F., Wang, Q., Ding, H., Chu, K., Liu, Y., and Li, C., "The influence of particles size and its distribution on the degree of stress concentration in particulate reinforced metal matrix composites," *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 731, 2018, pp. 351-359.
17. Erdemir, F., Varol, T., and Çanakçı, A., "Synthesis of SiC nanoparticles by central composite design response surface methodology directed mechanical milling," *Micro & Nano Letters*, Vol. 15, No. 3, 2020, pp. 187-190.
18. Shu, C., Chen, S., Lei, P., Shu, X., Abdel-Wahab, A., and Essa, K., "Effect and mechanism of powder morphology on mechanical properties of nickel-based metal matrix composites TiC-IN738LC in laser powder bed fusion," *Progress in Additive Manufacturing*, Vol. 10, No. 10, 2025, pp. 7835-7853.
19. Schwenger, J., Romeis, S., Herre, P., Yokosawa, T., Finsel, M., Leib, E.W., Weller, H., Vossmeyer, T., Spiecker, E., and Peukert, W., "Pressure induced local phase transformation in nanocrystalline tetragonal zirconia microparticles," *Scripta Materialia*, Vol. 163, 2019, pp. 86-90.
20. Chawla, N. and Chawla, K., "Microstructure-based modeling of the deformation behavior of particle reinforced metal matrix composites," *Journal of Materials Science*, Vol. 41, No. 3, 2006, pp. 913-925.
21. Zhang, J., Ouyang, Q., Guo, Q., Li, Z., Fan, G., Su, Y., Jiang, L., Lavernia, E.J., Schoenung, J.M., and Zhang, D., "3D Microstructure-based finite element modeling of deformation and fracture of SiCp/Al composites," *Composites Science and Technology*, Vol. 123, 2016, pp. 1-9.
22. Yacouti, M., Erb, D.J., Yu, H.Z., Lu, K., and Shakiba, M., "Predicting the mechanical response of shape-memory zirconia-reinforced metal-matrix composites using finite element analysis and deep learning," *Composite Structures*, Vol. 374, 2025, Article 119641.
23. Böhm, H.J. and Han, W., "Comparisons between three-dimensional and two-dimensional multi-particle unit cell models for particle reinforced metal matrix composites," *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 9, No. 2, 2001, pp. 47-65.
24. Owen, E. and Yates, E., "XLI. Precision measurements of crystal parameters," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 15, No. 98, 1933, pp. 472-488.
25. Comte, C. and Von Stebut, J., "Microprobe-type measurement of Young's modulus and Poisson coefficient by means of depth

sensing indentation and acoustic microscopy," *Surface and Coatings Technology*, Vol. 154, No. 1, 2002, pp. 42-48.
26. Pang, E.L., Olson, G.B., and Schuh, C.A., "The mechanism of thermal transformation hysteresis in ZrO_2-CeO_2 shape-memory ceramics," *Acta Materialia*, Vol. 213, 2021, Article 116972.
27. Souza, A.C., Mamiya, E.N., and Zouain, N., "Three-dimensional model for solids undergoing stress-induced phase transformations," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 17, No. 5, 1998, pp. 789-806.
28. Auricchio, F. and Petrini, L., "Improvements and algorithmical considerations on a recent three-dimensional model describing stress-induced solid phase transformations," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 55, No. 11, 2002, pp. 1255-1284.
29. Catalanotti, G., "On the generation of RVE-based models of composites reinforced with long fibres or spherical particles," *Composite Structures*, Vol. 138, 2016, pp. 84-95.
30. Pathan, M., Tagarielli, V., Patsias, S., and Baiz-Villafranca, P., "A new algorithm to generate representative volume elements of composites with cylindrical or spherical fillers," *Composites Part B: Engineering*, Vol. 110, 2017, pp. 267-278.
31. Cho, Y.J., Lee, W.J., and Park, Y.H., "Effect of boundary conditions on plasticity and creep behavior analysis of particle reinforced composites by representative volume element approach," *Computational Materials Science*, Vol. 100, 2015, pp. 67-75.
32. Gitman, I., Askes, H., and Sluys, L.J., "Representative volume: Existence and size determination," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, No. 16, 2007, pp. 2518-2534.
33. Kanit, T., Forest, S., Galliet, I., Mounoury, V., and Jeulin, D., "Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 13-14, 2003, pp. 3647-3679.
34. Cho, Y.J., Lee, W.J., and Park, Y.H., "Effect of boundary conditions on the numerical solutions of representative volume element problems for random heterogeneous composite microstructures," *Metals and Materials International*, Vol. 20, No. 6, 2014, pp. 1085-1093.
35. Galli, M., Cugnoni, J., and Botsis, J., "Numerical and statistical estimates of the representative volume element of elastoplastic random composites," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 33, 2012, pp. 31-38.
36. Segurado, J. and Llorca, J., "A numerical approximation to the elastic properties of sphere-reinforced composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 50, No. 10, 2002, pp. 2107-2121.
37. Hashin, Z. and Shtrikman, S., "A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 11, No. 2, 1963, pp. 127-140.
38. Voigt, W., "Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper," *Annalen der Physik*, Vol. 274, No. 12, 1889, pp. 573-587.
39. Reuß, A., "Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle," *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 9, No. 1, 1929, pp. 49-58.
40. Mori, T. and Tanaka, K., "Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions," *Acta Metallurgica*, Vol. 21, No. 5, 1973, pp. 571-574.
41. Affdl, J.H. and Kardos, J., "The Halpin-Tsai equations: a review," *Polymer Engineering & Science*, Vol. 16, No. 5, 1976, pp. 344-352.
42. Raju, B., Hiremath, S., and Mahapatra, D.R., "A review of micromechanics based models for effective elastic properties of reinforced polymer matrix composites," *Composite Structures*, Vol. 204, 2018, pp. 607-619.
43. Segurado, J. and LLorca, J., "Computational micromechanics of composites: the effect of particle spatial distribution," *Mechanics of Materials*, Vol. 38, No. 8-10, 2006, pp. 873-883.
44. Agrawal, P., Conlon, K., Bowman, K., Sun, C., Cichocki Jr, F., and Trumble, K., "Thermal residual stresses in co-continuous composites," *Acta Materialia*, Vol. 51, No. 4, 2003, pp. 1143-1156.
45. Meijer, G., Ellyin, F., and Xia, Z., "Aspects of residual thermal stress/strain in particle reinforced metal matrix composites," *Composites Part B: Engineering*, Vol. 31, No. 1, 2000, pp. 29-37.