

복합재 프로펠러의 CLPT 기반 등가강성을 적용한 3차원 구조해석 및 구조시험을 통한 검증

강민규^{*†} · 박지상^{*} · 이우경^{*} · 정문규^{*} · 김지훈^{*} · 고충욱^{*} · 최희영^{**} · 조형순^{***}

Three-Dimensional Structural Analysis of a Composite Propeller Using CLPT-Based Equivalent Stiffness and Its Validation Through Structural Testing

Min-Gyu Kang^{*†}, Ji-Sang Park^{*}, Woo-Kyoung Lee^{*}, Mungyu Jung^{*}, Ji-Hoon Kim^{*}, Chung-Ug Ko^{*}, Heeyoung Choi^{**}, Hyeong-sun Cho^{***}

ABSTRACT: This study presents the structural analysis of a composite propeller considering CLPT-based equivalent stiffness and validation through structural tests. Continuously varying laminate configurations along the radial direction were incorporated by evaluating equivalent stiffness using classical laminate plate theory (CLPT), and a three-dimensional finite element model with solid elements was employed to capture the full strain field including out-of-plane deformation. The obtained strain tensor was transformed into the principal material coordinate of each ply to evaluate ply stresses. Structural testing was also conducted, and the measured strains were compared with analytical results. The comparison shows good agreement within approximately 10% difference. The results demonstrate that the proposed approach can effectively predict the structural behavior of composite propellers with continuously varying laminate configurations while considering three-dimensional stresses including out-of-plane shear stress.

초 록: 본 연구에서는 CLPT 기반 등가강성을 고려한 복합재 프로펠러의 구조 설계/해석 및 시험을 통한 검증을 수행하였다. 반경 방향에 따라 연속적으로 변화하는 적층구성은 고전 적층판 이론(CLPT)을 이용한 등가강성 평가를 통해 반영했으며, 면외 방향 변형을 포함한 전체 변형률장을 고려하기 위하여 solid 요소 기반 유한요소 모델을 적용하였다. 유한요소 해석을 통해 얻어진 변형률 텐서는 각 단층의 재료 주축 좌표계로 변환하여 단층 응력을 산정했으며, 구조시험을 통해 측정된 변형률과 비교하였다. 해석과 시험 결과는 약 10% 내외의 범위에서 잘 일치하는 것으로 나타났으며, 본 연구에서 제안한 방법이 위치별로 적층구성이 연속적으로 변화하는 복합재 프로펠러에 대해 실제 적층 특성을 반영하면서도, 면외 전단응력을 포함한 3차원 응력 상태를 효율적으로 평가할 수 있는 것을 확인하였다.

Key Words: 복합재 프로펠러(Composite propeller), CLPT 기반 등가강성(CLPT-based equivalent stiffness), 3차원 유한요소해석(Three-dimensional finite element analysis), 구조 검증(Structural validation)

Received 6 June 2026, received in revised form 29 June 2026, accepted 3 August 2026

^{*}Korea Institute of Materials Science (KIMS), Composite & Convergence Materials Research Division

^{**}Advanced Technology Research Institute, HD Korea Shipbuilding & Offshore Engineering (HD KSOE)

^{***}HANKUK CARBON CO., LTD.

[†]Corresponding author (E-mail: medsgn@kims.re.kr)

1. 서 론

복합재료는 높은 비강도와 비강성, 우수한 피로 특성 및 적층 설계를 통한 강도와 강성의 방향성 제어가 가능하다는 장점으로 인해 항공, 선박 및 에너지 기계 구조물에 널리 적용되고 있다[1,2]. 특히 프로펠러와 같은 회전체 구조에 복합재를 적용할 경우, 금속 대비 경량화와 관성 저감이 가능하며, 적층구성에 따른 강성 분포 제어를 통해 구조적 성능 향상이 기대된다.

복합재 구조는 재료의 이방성과 적층 구조로 인해 거동이 복잡하며, 이를 해석하기 위해 유한요소법이 널리 활용되고 있다[3]. 최근에는 복합재 프로펠러의 구조 설계[4], 실험적 변형 검증[5], 그리고 유체-구조 연성 기반 성능 예측[6] 등 다양한 연구가 수행되고 있다. 이러한 연구들은 복합재 프로펠러의 구조 거동이 성능 및 신뢰성에 중요한 영향을 미침을 보여준다.

한편, 적층 복합재의 구조해석에는 고전 적층판 이론(Classical Laminate Plate Theory, CLPT)이 널리 사용되고 있으며, 기존 복합재 프로펠러 연구에서는 hydroelastic 거동 해석 및 구조 최적화를 위하여 laminate shell 또는 continuum shell 기반 모델이 주로 사용되어 왔다[4,7]. 그러나 이러한 접근은 기본적으로 평면응력 상태를 가정하므로, 복합재 프로펠러의 강도에 큰 영향을 미치는 면외 전단응력(Out-of-plane shear stress)과 이에 따른 층간 전단응력을 직접적으로 평가하는 데에는 한계가 있다[8]. 해당 응력 성분은 3차원 해석을 통해 보다 정확히 평가될 수 있으며[9], 특히 프로펠러와 같이 허브에 체결되는 구조에서는 볼트 체결에 의한 면압 및 고정단 구속 조건이나 접착부에서 발생하는 면외 전단으로 인해 면외 방향 하중이 발생하고, 이로 인한 층간 전단 응력이 구조 안전성에 중요한 영향을 미칠 수 있다. 하지만 복합재 프로펠러는 위치별 적층구성이 연속적으로 변화하므로, 모든 적층을 3차원 요소로 직접 모델링하는 것은 계산 효율 및 모델링 복잡성 측면에서 현실적인 한계가 존재한다.

따라서 본 연구에서는 위치별 적층구성이 연속적으로 변화하는 복합재 프로펠러의 구조해석을 위하여, 각 영역의 적층구성에 대해 CLPT 기반 등가강성을 산정하고 이를 3차원 solid 요소 기반 유한요소 모델에 적용하였다. 이를 통해 실제 적층 특성을 반영하면서도 면외 전단응력을 포함한 3차원 응력 상태를 평가하고자 하였다. 또한 해석으로부터 얻어진 3차원 변형률을 각 단층의 재료 좌표계로 변환하여 단층 응력을 평가하였으며, 구조시험 결과와 비교를 통해 제안한 해석 방법의 유효성을 검증하였다.

본 연구에서는 Fig. 1과 같은 회전직경 약 2 m급 복합재 프로펠러를 대상으로 연구가 수행되었다.

2. 복합재 프로펠러의 구조 및 적층 특성

본 논문에서는 적층구성(laminate configuration)이라는 용어를 각 단층의 재료, 두께, 적층 순서 및 방향을 포함하는 개념으로 정의하였다.

복합재 프로펠러의 적층구성은 일반적인 익형 기반 박판 구조와 달리, 구조 형상과 적층 설계가 밀접하게 연계된 특성을 가진다. 프로펠러는 회전에 따른 유체력에 의해 블레이드 전반에 걸쳐 발생하는 전단하중을 직접 지지하므로 면외 방향 응력을 고려한 적층구성이 요구된다. 특히 허브 고정부와 같이 하중이 집중되는 영역에서는 면외 방향 응력이 급격히 증가하므로, 면외 전단응력과 이에 따른 층간 전단응력이 구조 안전성에 중요하게 작용한다. 이러한 구조적 특성으로 인해 복합재 프로펠러는 단순 셀 요소 기반 거동으로 표현하기 어려우며, 면외 방향 응력을 포함한 3차원 구조로 이해할 필요가 있다.

또한 프로펠러의 외형 형상은 추진 성능에 의해 사전에 정의되며, 내부 적층공간 역시 기하학적으로 제한된다. 따



Fig. 1. Geometry of the composite propeller

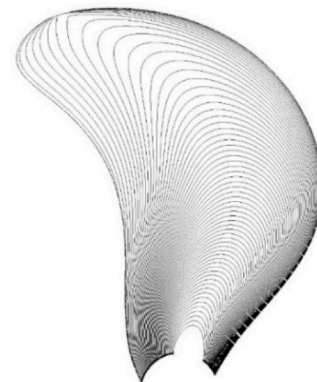


Fig. 2. Lamina stacking contour of the composite propeller laminate

라서 각 단층은 임의의 형상으로 자유롭게 배치되지 않고, Fig. 2와 같이 주어진 외형과 내부 공간을 만족하도록 외형이 결정되어 제한적으로 적층된다. 따라서 적층구조는 단순한 재료 배치를 넘어 하중 전달 경로와 응력 분포를 결정하는 주요 설계 인자로 작용한다.

이러한 설계 특성은 구조해석을 위한 유한요소 모델링에서도 동일하게 고려되어야 하며, 실제 적층 과정에서 형성되는 단층 형상을 가능한 한 그대로 반영하는 것이 중요하다. 이를 통해 내부의 3차원 응력 상태를 보다 정확하게 재현할 수 있다.

이러한 개념을 바탕으로, 본 연구의 복합재 프로펠러는 블레이드 단면 전체가 복합재 적층으로 채워진 형태로 설계되었으며, 면외 방향 하중을 지지할 수 있도록 하였다. 또한, 중립면을 기준으로 상·하면(pressure side 및 suction side)이 대칭 형상을 유지하도록 하였고, 각 단층의 적층에 따라 전체 형상이 점진적으로 형성되는 특징을 가진다.

3. 구조해석 방법

3.1 CLPT 기반 등가강성 산정

복합재 프로펠러는 반경 방향에 따라 적층구조가 상이하므로, 이를 반영한 구조 해석이 필요하다. 본 연구에서는 고전 적층판 이론(CLPT)을 이용하여 각 위치별 적층에 대한 등가강성을 산정하였다[1,2].

각 단층의 재료 좌표계에서 평면응력 상태를 가정할 때, 응력-변형률 관계는 reduced stiffness matrix Q 를 이용하여 식 (1)과 같이 표현된다[1].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = Q \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 Q 의 각 성분은 단층의 재료 물성으로부터 정의되며, 상세 식은 기존 문헌[1,2]에 따른다.

적층각을 고려하기 위하여 재료 좌표계의 reduced stiffness matrix Q 를 구조 좌표계로 변환한 transformed reduced stiffness matrix $\bar{Q}$ 는 식 (2)와 같이 정의된다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \bar{Q} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서 각 성분은 적층각 θ 에 대한 좌표 변환을 통해 계산되며 주요 성분은 식(3), (4)와 같이 표현된다.

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}n^4 \quad (3)$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) \quad (4)$$

여기서 $m = \cos\theta$, $n = \sin\theta$ 이며, 나머지 성분식은 기존 CLPT 변환식에 따른다[1,2].

각 단층에 대해 계산된 transformed reduced stiffness matrix $\bar{Q}$ 를 두께 방향으로 적분하여 적층판의 강성행렬을 식 (5)-(7)과 같이 산정할 수 있다.

$$A = \sum_{k=1}^N \bar{Q}^{(k)}(z_k - z_{k-1}) \quad (5)$$

$$B = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \bar{Q}^{(k)}(z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (6)$$

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \bar{Q}^{(k)}(z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (7)$$

여기서 N 은 적층 수이며, z 는 두께 방향 좌표를 의미한다. 본 연구에서는 pressure side와 suction side가 중립면 기준으로 대칭 적층된 구조이므로, bending-stretching coupling matrix (B matrix)는 0이다. 이에 따라 면내 거동과 굽힘 거동은 서로 독립적으로 표현될 수 있으며, 면내 등가강성은 A matrix의 역행렬을 이용하여 식 (8), (9)와 같이 산정하였다.

$$[a^*] \equiv 2H[A]^{-1} \quad (8)$$

$$E_x = \frac{1}{a_{11}^*}, \nu_{xy} = -\frac{a_{12}^*}{a_{11}^*}, E_y = \frac{1}{a_{22}^*}, G_{xy} = \frac{1}{a_{66}^*} \quad (9)$$

여기서 H 는 적층판 두께의 절반(half thickness)을 의미한다. 최종적으로 등가강성은 동일한 적층구조를 가지는 각 위치에서 계산된 적층판 강성행렬을 기반으로 정의하였다.

고전적 적층판 이론(CLPT) 기반 등가강성은 적층판의 면내 거동을 기반으로 정의되므로, 면외 방향 강성 성분은 직접적으로 계산할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 등가강성을 적용한 적층판 모델에서 면외 방향 강성(E_z , G_{xz} , G_{yz})을 일방향 단층 물성(E_{33} , G_{13} , G_{23})을 이용하여 정의하였다. 이는 면외 전단 거동이 주로 matrix 특성에 의해 지배된다는 복합재의 일반적인 특성을 고려한 근사적 접근이다. 여기서 z 방향은 적층판의 면외 방향에 해당하며, 재료 좌표계의 3 방향과 일치하는 것으로 가정하였다.

일방향 단층은 transversely isotropic(2-3 plane)으로 가정하였으며, 이에 따라 E_3 는 E_2 와 동일한 값을 적용하였고, G_{13} 역시 G_{12} 와 동일한 값으로 정의하였다. 한편, G_{23} 는 일반적으로 직접적인 물성값을 구할 수 없기 때문에 본 연구에서는 G_{13} 과 동일한 값으로 근사하였다.

본 연구에서는 CLPT 기반 등가강성을 이용하여 적층판의 면내 거동을 반영하였으며, 면외 방향 강성은 일방향 단층 물성을 기반으로 근사하여 정의하였다. 이러한 접근법

은 적층판의 실제 3차원 이방성 거동을 단순화한 공학적 근사 모델에 해당한다. 따라서 적층구성(예: 0° , $\pm 45^\circ$)에 따른 방향 의존성을 완전하게 반영하기에는 한계가 있으며, 국부적인 면외 응력 집중을 정밀하게 예측하는 것이 제한적이다. 그러나 구조 수준에서의 면외 방향 응력 및 전체적인 변형률 분포를 평가하는 데에는 유효한 접근으로 판단하였다.

3.2 동유체 하중계산

복합재 프로펠러의 구조 강도 평가에 적용되는 유체하중은 실선 스케일 조건에 대한 수치해석을 통해 산정하였다. 수치해석은 비압축성 난류 유동을 대상으로 연속방정

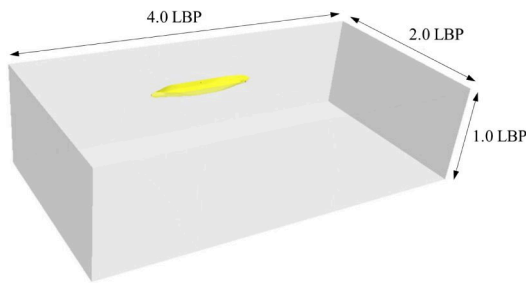


Fig. 3. Computational domain for hydrodynamic load analysis

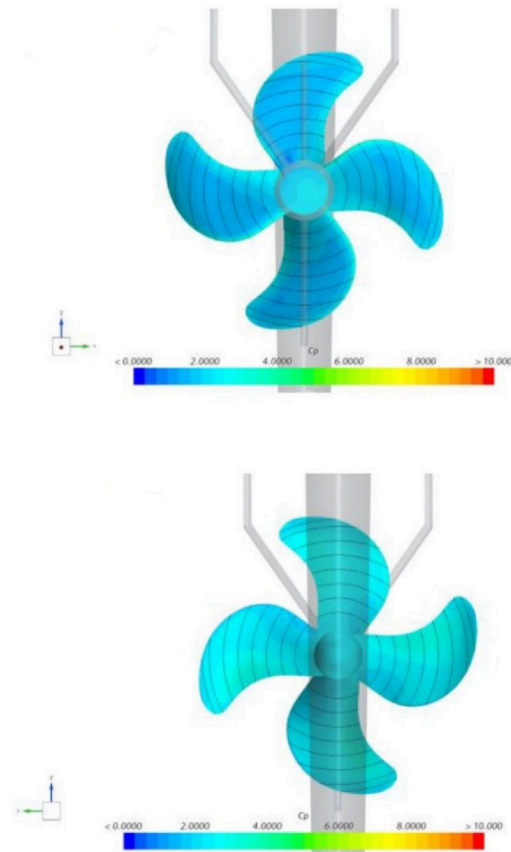


Fig. 4. Hydrodynamic pressure distribution on the propeller

Table 1. MCR operating condition for the composite propeller

Parameter	Value
Ship speed at MCR	13.2 knots
Engine power at MCR	1,100 kW
Rotation speed at MCR	395 rpm
Light running margin	3%
Draft condition	full-load draft

식과 reynolds-averaged navier-stokes(RANS) 방정식을 지배 방정식으로 적용하였으며, 유한체적법(FVM, finite volume method) 기반의 STAR-CCM+를 사용하였다. 난류모델은 $k-\omega$ SST를 적용하였다.

해석영역은 실제 선박 및 추진기 형상을 기반으로 구성하였으며, trimmed mesh, polyhedral mesh 및 prism layer를 적용하였다. 계산 영역은 선미수선(A.P.)을 기준으로 선수 및 선미 방향으로 각각 2.0 LBP, 폭 방향으로 2.0 LBP, 깊이 방향으로 1.0 LBP로 설정하였다. 유입 및 출구 경계에는 각각 velocity inlet과 pressure outlet 조건을 적용하였으며, 하부 및 양 측면에는 symmetry 조건을 적용하였다. 수치해석 도메인은 Fig. 3과 같다.

유체하중 해석은 만재흘수(full-load draft)에서의 MCR (maximum continuous rating) 운항조건을 기준으로 수행하였으며, 해당 조건의 선속과 light running margin을 고려한 프로펠러 회전수를 적용하였다. 자유수면은 double-body 해석법을 적용하여 수면 변형을 직접 고려하지 않았으며, 상부 경계면을 만재흘수 조건의 정수면 위치에 설정함으로써 프로펠러의 침수 위치를 반영하였다. 주요 해석조건은 Table 1에 정리하였으며, 산정된 프로펠러 표면의 압력 분포는 Fig. 4와 같다.

계산된 압력 분포는 STAR-CCM+의 최소제곱법(least square)을 이용하여 Abaqus 유한요소 모델의 대응 표면에 보간하여 매핑하고 구조해석의 외부 압력하중으로 적용하였다.

3.3 유한요소 모델

복합재 구조 해석에는 재료의 이방성과 적층 특성을 고려할 수 있는 유한요소법이 일반적으로 사용되며[3], 적층 구조의 거동은 주로 고전적 적층판 이론(CLPT)을 기반으로 표현된다. 그러나 CLPT 기반 접근은 평면응력 상태를 가정하므로, 허브 고정부와 같이 면외 방향 하중 지지가 중요한 영역에서 발생하는 면외 전단응력 및 층간 전단응력을 평가하는 데 한계가 있다[8]. 따라서 본 연구에서는 3차원 해석을 적용하여 해당 응력 성분을 평가하였다[9].

또한, 프로펠러와 같이 구조 내부가 복합재료로 구성되어 전단하중을 직접적으로 지지하는 구조에서는 이러한 면외 전단응력 및 층간 전단 응력의 평가가 더욱 중요하다. 따라서 본 연구에서는 Fig. 5에 나타난 바와 같이 3차원 solid

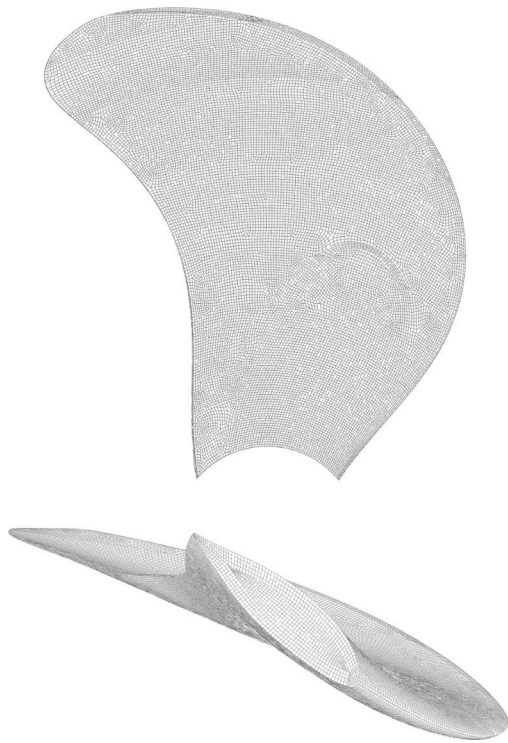


Fig. 5. 3D solid FE model of the composite propeller

요소 기반의 유한요소 모델을 적용하였다.

복합재 프로펠러의 주요 적층구조는 Fig. 6와 같이 angle ply의 반복 대칭 적층 형태로 이루어지며, 기본적으로 $[\pm\theta_n]_s$ 적층 구조를 따른다. 본 연구에서는 angle ply의 적층각과 함께 프로펠러의 반경방향 축을 기준으로 적층판 좌표축의 회전각을 주요 설계변수로 설정하였다. 이후 반복적인 구조해석 및 강도평가를 수행하여 최대 구조 마진을 확보할 수 있는 적층방향을 최종적으로 선정하였다. 또한 pressure side와 suction side의 적층은 서로 대칭되도록 적층 순서를 선정하였다.

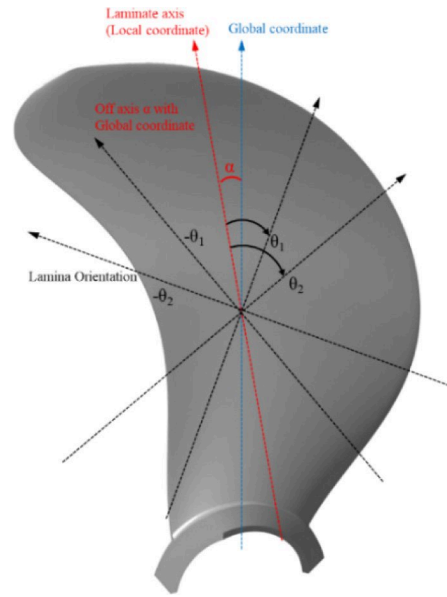


Fig. 6. Definition of ply orientation of the composite propeller laminate

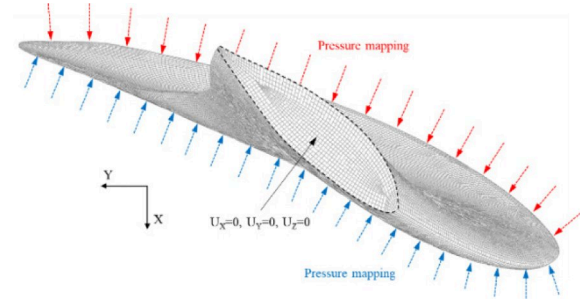


Fig. 7. Boundary condition of the composite propeller FE model

본 연구에서 사용된 3차원 솔리드 요소는 쉘 요소와 달리 모든 요소에 대해 재료 좌표계를 직접 정의할 필요가 있다. 따라서 복합재료의 면의 방향에 해당하는 방향(lamina

Table 2. Material properties of the UD lamina: Engineering constants

Property	Symbol	Value	Unit	Direction/Note
Longitudinal modulus	E11	122.5	GPa	Fiber direction
Transverse modulus	E22	8.0	GPa	In-plane transverse
Through-thickness modulus	E33	8.0	GPa	Thickness direction
In-plane shear modulus	G12	4.3	GPa	1-2 plane
Out-of-plane shear modulus	G13	4.3	GPa	1-3 plane
	G23	4.3	GPa	2-3 plane
Poisson' ratio	v12	0.37	-	1-2 coupling
	v13	0.37	-	1-3 coupling
	v23	0.37	-	2-3 coupling

Table 3. Material property: Lamina strength

Property	Symbol	Value	Unit	Direction/Note
Longitudinal tensile strength	S11+	1446	MPa	Fiber tension
Longitudinal compressive strength	S11-	621	MPa	Fiber compression
Transverse tensile strength	S22+	35	MPa	In-plane transverse tension
Transverse compressive strength	S22-	150	MPa	In-plane transverse compression
Through-thickness tensile strength	S33+	35	MPa	Thickness tension
Through-thickness compressive strength	S33-	150	MPa	Thickness compression
In-plane shear strength	S12	48	MPa	1-2 plane
Out-of-plane shear strength	S13	48	MPa	1-3 plane
	S23	48	MPa	2-3 plane

3-direction)을 프로펠러 표면의 법선 방향으로 하여 각 요소별로 정의하였다. 또한 섬유방향(*lamina 1-direction*)의 기준이 되는 좌표축은 전역 좌표계를 기준으로 회전된 회전각을 적용하여 정의하였으며, 나머지 섬유 수직인 방향(*lamina 2-direction*)은 면의 방향과 섬유방향에 서로 직교하는 방향으로 설정하였다.

복합재료의 면의 방향(*lamina 3-direction*) 좌표계는 프로펠러의 표면으로부터 중심부로 향하는 방향을 양의 방향으로 지정하였다.

경계조건으로는 Fig. 7와 같이 프로펠러가 허브에 체결되는 구조를 고려하여 고정단 구속 조건을 적용하였다.

Table 2과 Table 3에는 유한요소 해석에 사용된 복합재 일방향 단층의 물성값을 정리하였다. 해당 재료는 프로펠러에 에폭시 수지 기반의 카본섬유 복합재이며 면내(In-plane) 물성치 및 면외(Out-of-plane) 물성값을 모두 정리하였다. 본 연구에 적용된 복합재료의 면내 강성물성(E1, E2, G12, ν_{12}) 및 강도값은 재료 물성시험을 통해 획득하였으며, 면외 방향 물성은 직접적인 시험값이 아닌 일방향 단층(UD lamina) 복합재의 재료 특성을 기반으로 가정하여 공학적으로 근사하였다.

3.4 단층의 재료 주축 방향 응력 계산 방법

유한요소 해석을 통해 얻어진 전역 좌표계 기준의 3차원 변형률 텐서를 각 단층의 섬유 방향을 기준으로 하는 재료 좌표계로 변환하여 각 단층의 재료 주축 방향 응력을 평가하였다. 변형률 텐서의 좌표 변환은 식 (10)과 같이 수행된다.

$$\varepsilon^{(k)} = R^{(k)} \varepsilon R^{(k)T} \quad (10)$$

ε : Global strain tensor

$\varepsilon^{(k)}$: Local(*lamina 1,2,3-direction*) strain tensor

R : Direction cosine matrix

여기서 $\varepsilon^{(k)}$ 는 k 번째 단층의 재료 좌표계 변형률 텐서이며

$R^{(k)}$ 는 전역 좌표계와 재료 좌표계 간의 방향 코사인 행렬이다. 좌표 변환된 변형률 성분은 식 (11)과 같이 표현될 수 있다.

$$\varepsilon_{ij} = l_i l_j \varepsilon_{xx} + m_i m_j \varepsilon_{yy} + n_i n_j \varepsilon_{zz} + (l_i m_j + m_i l_j) \varepsilon_{xy} + (m_i n_j + n_i m_j) \varepsilon_{yz} + (n_i l_j + l_i n_j) \varepsilon_{zx} \quad (11)$$

여기서 l, m, n 은 각 방향 코사인 성분을 나타낸다.

변환된 재료 좌표계 변형률을 이용하여 각 단층의 응력은 식 (12)와 같이 reduced stiffness matrix를 이용하여 계산하였다[1,10].

$$\sigma^{(k)} = Q^{(k)} \varepsilon^{(k)} \quad (12)$$

본 방법은 3차원 유한요소 해석 결과의 변형률 분포로부터 적층판 내부의 단층 응력을 계산할 수 있는 고전 적층판 이론에 근거한 방법이다.

3.5 적층 모델링 방법

복합재 구조 해석에서는 적층구성에 따라 등가강성이 결정되므로, 적층 패턴의 정의가 해석 결과에 직접 영향을 미친다. 특히 복합재 프로펠러와 같이 블레이드 전반에 걸쳐 적층 구성이 연속적으로 변화하고, 서로 다른 적층이 다수 존재하는 경우, 각 영역별로 개별적인 등가강성을 정의할 필요가 있다.

그러나 일반적인 방법으로 element set을 수동으로 지정하여 적층구성을 부여하는 것은 모델의 복잡성과 요소 수를 고려할 때 현실적으로 매우 어려우며, 작업 효율성과 정확성 측면에서도 한계가 존재한다.

본 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위하여 복합재 적층구성을 자동으로 정의할 수 있는 in-house 코드를 적용하였다. 해당 코드는 프로펠러의 기하학적 형상과 반경 방향의 적층설계 정보를 입력으로 하여 프로펠러의 형상에 따라 각 단층의 형상을 자동으로 생성한다. 이후 각 단층 형상에 포함되는 유한요소를 탐색하여 적층 구성 정의에 필



Fig. 8. Resulting FE model incorporating a continuously varying laminate configuration

요한 element set을 자동으로 생성하고, 각 element set에 대응되는 적층구성 및 재료 물성을 자동으로 부여하였다.

이를 통해 반경 방향에 따라 연속적으로 변화하는 적층구성을 유한 요소 모델에 일관성 있게 반영할 수 있으며, 모델 생성 과정의 일관성을 확보하였다.

본 연구에서 구성한 유한요소 모델에 적용된 적층구성과 등가강성 분포는 Fig. 8에 도시하였으며, 그림에서 서로 다른 색으로 구분된 영역은 서로 다른 적층구성에 기반한 등가강성과 element set이 적용된 결과를 나타낸다.

3.6 단층 파손 평가 기준

복합재료의 파손 평가는 정적 파손과 피로파손으로 구분하여 수행하였으며, 정적 파손 평가는 섬유방향 파손(Fiber Failure)과 섬유간 파손(Inter-Fiber Failure)으로 구분하여 수행하였다. 각각의 파손 평가 시 GL 및 DNV 가이드라인[11,12]에서 제시하는 안전율(safety factor)을 적용하였다.

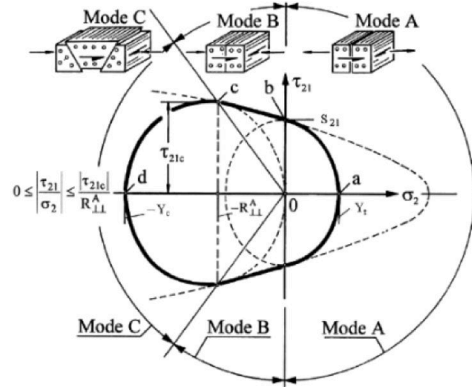
먼저 섬유방향 정적 파손평가는 섬유방향 강도와 해석을 통해 계산된 섬유방향 응력을 직접 비교하는 방식으로 수행하였다.

평가 기준은 다음과 같으며, 평가 결과가 “1”이하인 경우 안전한 것으로 판단하였다.

$$\frac{\text{Stress}}{\text{Strength}/S.F} \leq 1 \quad (13)$$

섬유 수직방향 응력과 면내 전단 응력에 의한 섬유간 파손 평가는 Puck's failure criteria를 적용하여 수행하였다. 평가에는 섬유 수직방향 강도 및 면내 전단방향 강도와 함께, 해석을 통해 계산된 섬유 수직방향 응력 및 면내 전단 응력을 사용하였다. 상세 평가 방법은 Fig. 9에 나타내었으며, 평가 결과가 “1” 이하인 경우 구조적으로 안전한 것으로 판단하였다.

파손 평가에 사용된 안전율은 섬유방향 파손의 경우 2.205



Mode	Failure Criteria	Condition
A	$\sqrt{\left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(1 - p_{11}^{(+)} \frac{Y_c}{S_{12}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_2}{Y_c}\right)^2} + p_{11}^{(+)} \frac{\sigma_2}{S_{12}} \leq 1$	$\sigma_2 \geq 0$
B	$\frac{1}{S_{12}} \left(\sqrt{\tau_{12}^2 + \left(p_{11}^{(-)} \frac{Y_c}{S_{12}}\right)^2} + p_{11}^{(-)} \sigma_2 \right) \leq 1$	$\sigma_2 < 0$ and $0 \leq \left \frac{\tau_{12}}{\tau_{21c}} \right \leq \frac{R_{11}^A}{ \tau_{21c} }$
C	$\left[\left(\frac{\tau_{12}}{2(1 + p_{11}^{(-)} S_{12})} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y_c} \right)^2 \right] \frac{Y_c}{-\sigma_2} \leq 1$	$\sigma_2 < 0$ and $0 \leq \left \frac{\tau_{12}}{\sigma_2} \right \leq \frac{ \tau_{21c} }{R_{11}^A}$
$p_{11}^{(+)} = -\left(\frac{d\tau_{21}}{d\sigma_2}\right)_{\sigma_2=0}$		$p_{11}^{(-)} = -\left(\frac{d\tau_{21}}{d\sigma_2}\right)_{\sigma_2=0}$
$R_{11}^A = \frac{S_{12}}{2p_{11}^{(-)}} \left(\sqrt{1 + 2p_{11}^{(-)} \frac{Y_c}{S_{12}}} - 1 \right)$		$\tau_{21c} = S_{12} \sqrt{1 + 2p_{11}^{(-)}}$

Fig. 9. Puck's criteria for the inter-fiber failure of a lamina

를 적용하였으며, 섬유간 파손의 경우 1.688을 적용하였다.

피로 파손 평가는 섬유 방향에 대해서만 수행하였으며 GL 가이드라인[11]에서 제시하는 허용사이클 수 계산식을 적용하였다. 먼저 재료의 정적강도와 피로하중 조건에서 발생하는 섬유방향 응력을 이용하여 허용사이클 수(The number of tolerable load cycles, N)를 계산하였다. 이후 실제 운용 중 발생하는 피로사이클 수와 비교하여 데미지를 산정하였다. 이때 피로 데미지가 “1” 이하인 경우 안전한 상태로 판단하였으며 사용된 평가식은 식 (14), (15)와 같다.

$$N = \left[\frac{R_{k,t} + |R_{k,c}| - |2 \cdot \gamma_{Ma} \cdot S_{k,M} - R_{k,t} + |R_{k,c}||}{2 \cdot (\gamma_{Mb}/C_{lb}) \cdot S_{k,A}} \right]^m \quad (14)$$

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \leq 1 \quad (15)$$

여기서 D는 누적 피로 데미지, n_i 는 실제 반복 하중 사이클 수, N_i 는 해당 하중 조건에서의 허용 사이클 수를 의미한다.

4. 해석결과

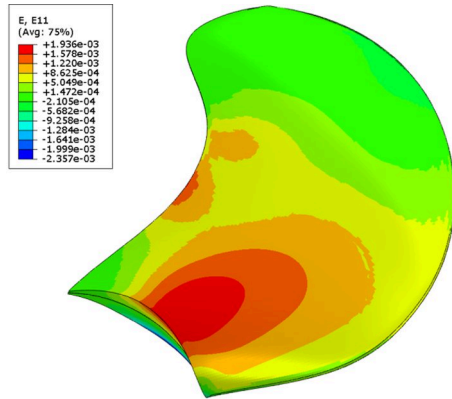
4.1 구조응답 분석

유한요소 해석을 통해 구조의 변형률 및 응력 분포를 분

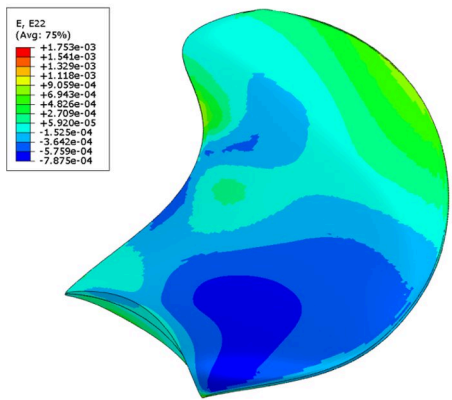
석하였다.

변형률 분포를 확인한 결과, 하중 조건 하에서 구조는 전반적으로 연속적인 변형 응답을 나타냈으며, 국부적인 비정상 응답은 발생하지 않는 것으로 나타났다.

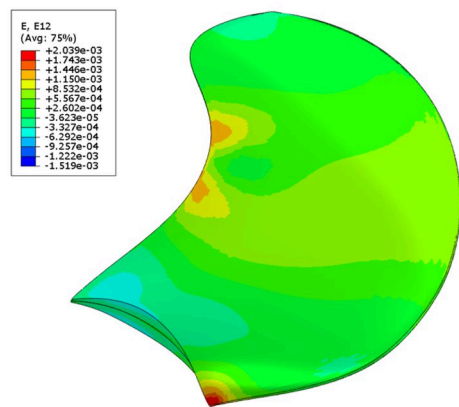
변형률은 프로펠러 길이 방향으로 점진적으로 감소하는



(a) Distribution of strain ϵ_{11}



(b) Distribution of strain ϵ_{22}



(c) Distribution of strain ϵ_{12}

Fig. 10. Strain distribution results from the CLPT-based FE analysis

경향을 보였으며, 이는 하중 분포 및 프로펠러의 강성분포에 기인한 것으로 판단된다. 주요 응력 집중이 예상되는 영역에서는 상대적으로 높은 변형률이 관찰되었으나, 전체적으로 구조 응답은 안정적인 수준을 유지하는 것으로 나타났다.

허브 고정부 인근에서는 상대적으로 높은 변형률이 발생했으나, 비정상적으로 변형이 집중되는 현상은 관찰되지 않았으며, 전반적으로 안정적인 변형응답을 나타내었다.

4.2 면외 전단응력 분석

본 연구에서는 3차원 해석으로부터 계산된 면외 전단응력(τ_{xz} , τ_{yz})으로 적층판 내부의 층간 하중을 평가하였다. 면외 전단응력은 적층판 내부에서 계산되는 연속체 응력 성분이지만, 층간 하중과 직접적으로 연관되는 응력 성분이므로 본 연구에서는 층간 전단응력을 평가하기 위한 지표로 활용하였다. 면외 전단응력은 정의된 면의 방향 강성과 변형률의 곱으로 직접 계산되므로 유한요소해석으로부터 출력된 응력값을 그대로 확인하였다. 그 결과, 허브 고정부와 같이 하중이 집중되는 영역에서 상대적으로 높은 면외 전단응력(τ_{xz} , 14.8MPa)이 발생하는 것으로 나타났다. 이는 모든 하중이 허브 고정부로 전달되는 구조적 특성과 함께, 고정 경계조건에 의해 발생하는 3차원 응력 집중 효과에 기인한 것으로 판단된다.

면외 전단응력은 프로펠러 내부 전반에 걸쳐 분포하나, 특정 영역에서 국부적으로 증가하는 경향을 보였다. 이러한 응력 분포 특성은 laminated shell 기반의 평면응력만으로는 평가하기 어려우며, 복합재 프로펠러 내부의 3차원 응력 상태를 반영할 수 있는 solid 요소 기반 해석이 요구된다.

따라서 본 연구에서 적용한 3차원 solid 요소 기반 해석은 복합재 프로펠러 구조에서 중요한 면외 전단응력을 평가하는 데에 유효한 접근 방법임을 확인하였다.

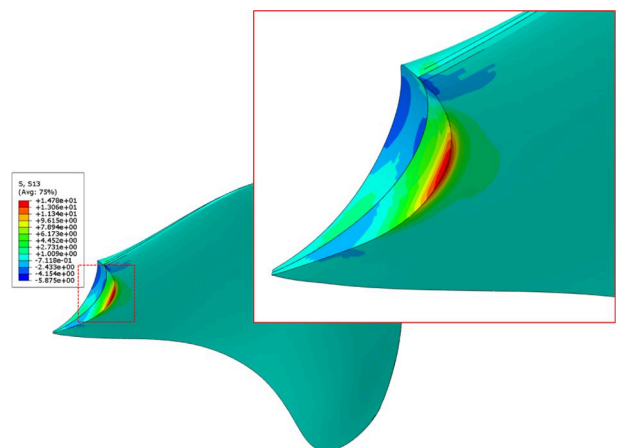


Fig. 11. Analysis result of Composite Propeller Using CLPT-Based Equivalent Stiffness: Transverse shear stress

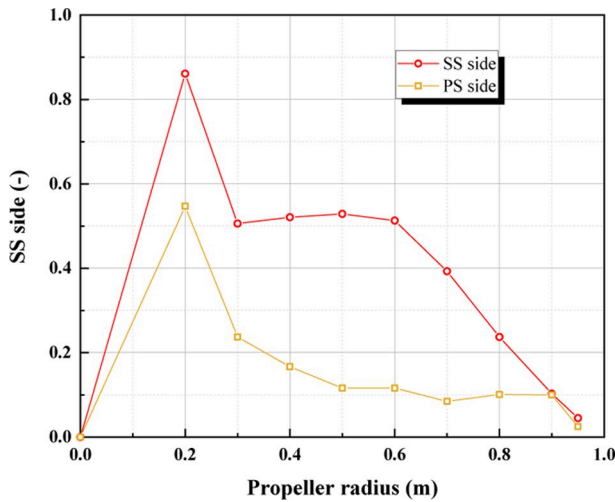


Fig. 12. Result of fiber failure analysis

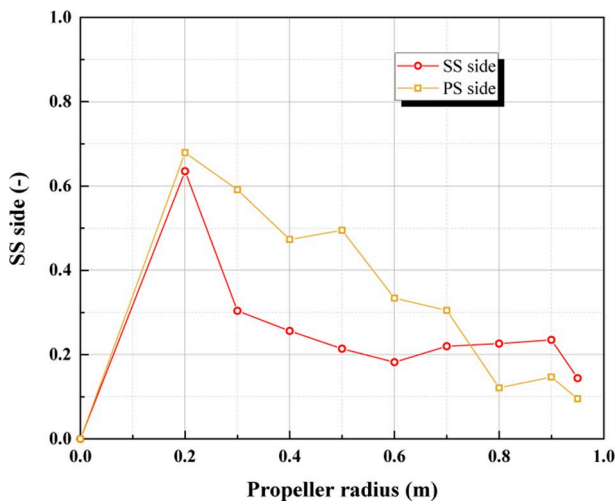


Fig. 13. Result of inter-fiber failure analysis

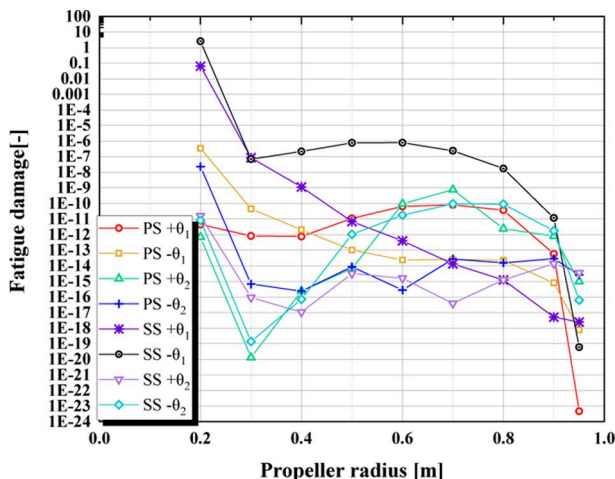


Fig. 14. Result of fatigue failure analysis

4.3 파손평가

유한요소 해석 결과와 전술한 계산 방법을 통해 도출된 단층의 재료 주축 방향 응력과 면외 전단응력을 기반으로 파손평가를 수행하였다. 각 응력 성분에 대해 허용 응력 대비 응력 비를 산정한 결과, 모든 평가 영역에서 허용 기준을 초과하지 않는 것으로 나타났다.

면내응력에 대한 파손평가의 경우 섬유방향 파손평가의 최대 응력비는 0.861, 섬유간 파손평가의 최대 응력비는 0.679 수준으로 나타났으며, 이는 적층 구조가 설계 하중 조건 하에서 설계기준 대비 요구 구조마진을 확보하고 있음을 의미한다. 또한, 면외 전단응력에 대한 평가에서도 면외 전단강도 기준 허용범위 이내의 값을 보이며, 구조적으로 안정적인 상태를 유지하는 것으로 확인되었다.

피로파손 평가 결과 허브 고정부 인근의 일부 국부 영역에서 피로데미지가 “1”을 초과하는 것으로 나타났다. 그러나 해당 영역은 실제 체결부와는 구속 조건이 차이가 있는 고정경계조건(Fixed boundary condition)이 적용된 위치로, 경계조건에 의한 국부적인 응력집중의 영향으로 판단하였다. 따라서 해당 영역에 대한 구조 안전성은 후술하는 구조 피로시험 결과와 함께 종합적으로 검토하였다. 이를 제외한 대부분의 영역에서는 피로 데미지가 1 이하로 평가되어 구조적으로 안전한 것으로 확인되었다.

4.4 해석 결과 요약

해석 결과를 종합하면, 복합재 프로펠러 구조는 설계 하중 조건에서 안정적인 변형 및 응력 거동을 나타내며, 주요 응력 성분 모두 허용 기준을 만족하는 것으로 확인되었다. 특히, 3차원 해석을 통해 평가된 면외 전단응력 역시 구조 안전성 측면에서 허용 가능한 수준으로 확인되었다.

따라서 본 연구에서 도출한 복합재 프로펠러 설계안은 설계하중 조건에서 요구 구조 안전성을 만족하는 것으로 평가되었으며, 이후 구조시험을 통해 해석 방법 및 구조설계 방법론의 타당성을 검증하였다.

5. 구조시험 및 검증

5.1 구조시험 구성

본 연구에서는 복합재 프로펠러의 구조 거동을 확인하기 위한 정적 구조시험과 함께 실제 운용 조건을 고려한 피로시험을 수행하여 구조 안전성을 종합적으로 평가하였다. 시험은 실제 작동 조건을 모사할 수 있도록 설계되었으며, 프로펠러가 허브에 체결되는 구조를 고려하여 고정단 경계조건을 구현했다.

하중 조건은 설계 하중을 기준으로 설정하였으며, 프로펠러 표면에 작용하는 하중 분포를 고려하여 시험 하중(applied test load)을 부여하였다. 시험 하중은 1-point loading 방식으로 인가하였으며, 이로부터 생성되는 선형 모멘트 분포

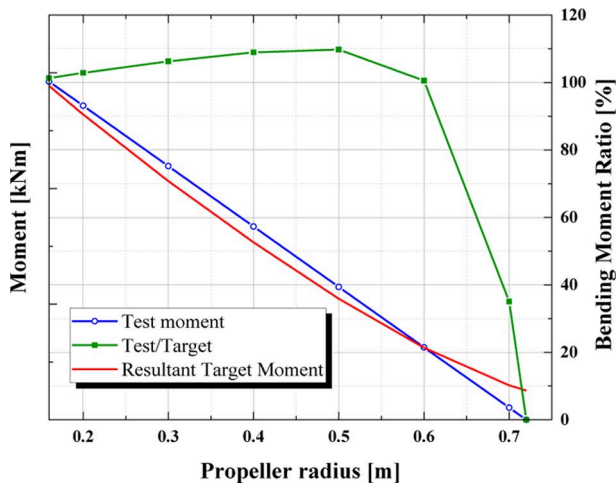


Fig. 15. Distribution of test moment

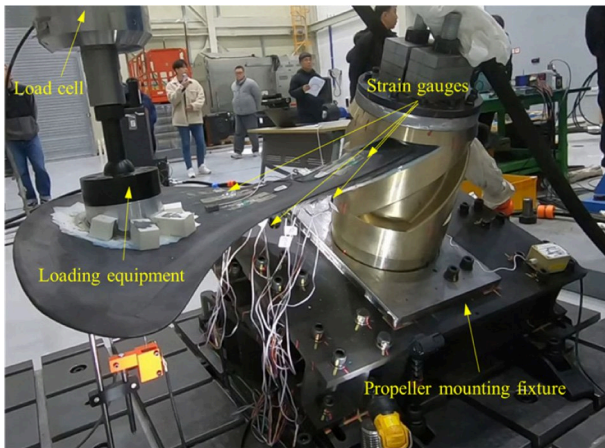


Fig. 16. Test setup for the propeller structural test

가 설계 하중에 의해 발생하는 연속적인 모멘트 분포와의 차이가 최소화되도록 하중 인가 위치를 결정하였다. 이를 통해 실제 운용 조건에서의 구조 응답을 합리적으로 재현하고자 하였다.

정적 하중 시험은 피로하중에서 최대 하중(peak load)에 해당하는 조건으로 설정하였으며, 구조 응답의 타당성을 검증하기 위해 수행하였다. 구조시험 셋업은 Fig. 16에 도시하였다.

5.2 변형률 측정 위치 및 방법

구조 응답을 정량적으로 평가하기 위하여 주요 위치에 변형률 게이지를 부착하여 변형률을 측정하였다. 측정 위치는 유한요소 해석 결과를 기반으로 변형률 분포가 안정적으로 나타나는 영역을 중심으로 선정하였으며, 프로펠러 반경 기준 300mm(0.3R) 및 500mm(0.5R) 위치에서 단면 길이 대비 30%, 50%, 70% 지점에 변형률 게이지를 부착하였다. 시험 중 측정된 변형률 데이터는 하중 단계에 따라 유

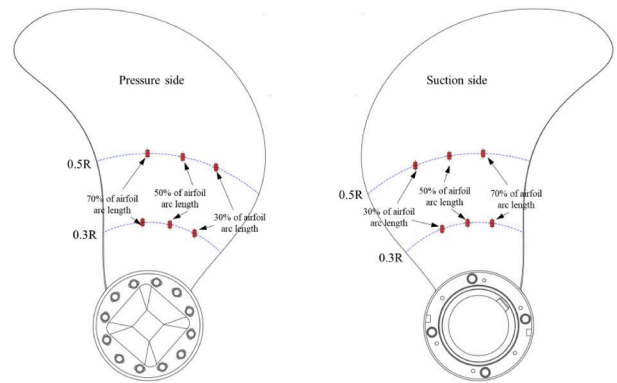
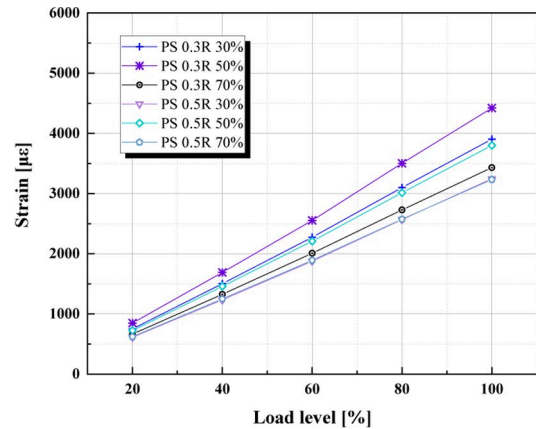


Fig. 17. Position of strain gauges in the test

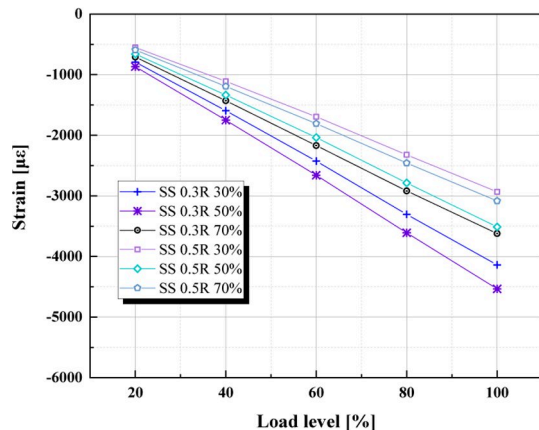
한요소 해석 결과와 비교하여 구조 거동의 부합성을 평가하였다.

5.3 구조시험 결과

실 구조시험 결과, 하중 증가에 따라 변형률이 선형적으로 증가하는 경향을 보였으며, 전반적으로 안정적인 구조



(a) Measured strain data in the static test:PS



(b) Measured strain data in the static test:SS

Fig. 18. Strain linearity with increasing load in the static test

Table 4. Comparison of strain data between analysis and test

Position		100% test load		
		Calculated by FE model	Measured	Difference
Pressure side [$\mu\epsilon$]	0.3R 30%	3500	3903	12 %
	0.3R 50%	4127	4420	7 %
	0.3R 70%	3184	3432	8 %
	0.5R 30%	3152	3246	3 %
	0.5R 50%	3760	3800	1 %
	0.5R 70%	3193	3232	1 %
Suction side [$\mu\epsilon$]	0.3R 30%	-3841	-4139	8 %
	0.3R 50%	-3959	-4534	15 %
	0.3R 70%	-2916	-3622	24 %
	0.5R 30%	-3210	-2933	-9 %
	0.5R 50%	-3872	-3513	-9 %
	0.5R 70%	-3223	-3083	-4 %

거동을 나타내었다. 측정된 변형률 분포는 구조 형상 및 하중 조건에 따른 예상 경향과 일치하는 것으로 확인되었다.

또한, 시험 과정에서 비정상적인 변형이나 국부적인 손상 징후는 관찰되지 않았으며, 설계 하중 조건 하에서 안정적인 구조 거동을 보이는 것으로 확인되었다.

5.4 구조시험과 해석 결과와의 비교

구조시험을 통해 측정된 변형률과 유한요소 해석 결과를 비교한 결과, suction side의 0.3R 단면 70% 위치의 측정값을 제외하고는 주요 측정 위치에서 전반적으로 유사한 경향을 나타내었다. 상대적으로 큰 오차를 보인 해당 측정 위치는 여러 적층의 경계가 밀집된 영역 부근에 위치한다. 이러한 영역에서는 제작 과정에서 발생할 수 있는 적층 위치의 미세한 편차나 변형률 게이지의 부착위치 오차에 따라 측정 위치에서의 적층 구성이 해석 모델과 달라질 수 있으며, 이에 따라 국부적인 강성 분포에도 차이가 발생할 수 있다. 또한 해석 결과, 게이지 부착 위치를 기준으로 30 mm의 위치 편차를 고려할 경우 변형률은 최대 약 500 $\mu\epsilon$ 의 차이를 나타내었다. 따라서 해당 위치에서는 제작 및 게이지 부착 위치의 편차에 따른 국부적인 강성 변화와 변형률의 위치 민감성이 복합적으로 작용하여, 측정 변형률과 해석 결과 사이의 차이가 다른 측정 위치보다 상대적으로 크게 나타난 것으로 분석된다. 그 외 대부분의 측정 위치에서 해석 결과와 시험 결과는 양호한 상관성을 나타내었으며, 정량적으로도 약 10% 내외의 차이 범위 내에서 일치하는 것으로 확인되었다. 이는 본 연구에서 적용한 CLPT 기반 등가강성 및 3차원 solid 요소 기반 해석 방법이 실제 복합재 프로펠러의 구조 응답을 합리적으로 예측할 수 있음을 의미한다.

5.5 피로시험 및 구조 안전성 평가

복합재 프로펠러 구조의 장기 운용 안정성을 평가하기 위하여 실제 운용 하중 조건을 고려한 피로시험을 수행하였다. 설계 하중 및 운용 조건을 기반으로 프로펠러가 실제 운용 중 경험하는 하중 사이클을 산정하고, 이에 상응하는 손상을 유발하는 100만 사이클 등가 피로모멘트를 도출하였다.

피로시험은 산정된 등가 피로모멘트에 가이드라인에서 제시하는 안전계수(1.328)를 반영하여 수행하였으며, 이를 구현할 수 있도록 정하중 시험과 동일한 1-point loading 방식을 사용하였다. 1-point loading 방식에서는 반경 방향 하중 분포를 독립적으로 제어할 수 없기 때문에 모든 단면에서 등가 피로모멘트를 동시에 만족시키기 어렵다. 본 연구에서는 모든 단면에서 등가 피로모멘트를 동시에 만족하도록 시험하중(applied test load)을 선정할 경우 루트 단면의 굽힘모멘트가 설계 등가 피로모멘트를 크게 초과하는 것으로 나타났다. 따라서 설계 단계의 피로손상 해석 결과에서 루트 단면이 가장 큰 누적 피로손상을 보였으므로, 루트 단면에서 발생하는 굽힘모멘트가 등가 피로모멘트를 만족하도록 시험하중을 선정하였다.

피로시험에서 평균하중(mean load)은 설계하중의 평균 하중과 동일하게 유지하였으며, 범위하중(range load)은 등가 피로모멘트가 발생하도록 산정된 시험하중으로 설정하였다. 시험 주파수는 3.0 Hz로 설정하였다.

피로시험 중에는 시험기의 하중 및 변위를 실시간으로 모니터링하였으며, 시험하중 대비 ± 3 kN (최대 시험하중 대비 약 10%) 및 변위 대비 ± 1 mm를 시험기 제어 허용범위(interlock criteria)로 설정하였다. 허용범위를 초과하는 변화가 나타날 경우에는 프로펠러의 구조 건전성에 이상이 발생한 것으로 판단하여 시험을 중단하도록 설정하였다.

시험 결과, 100만 사이클의 반복 하중을 인가한 뒤에도 강성이 떨어지는 구조적인 손상이나 균열, 성능 저하와 같은 이상 현상은 관찰되지 않았으며, 구조적으로 안정적인 응답을 유지하는 것으로 나타났다.

이러한 결과는 본 연구에서 적용한 설계 및 해석 방법이 정적 하중뿐만 아니라 반복 하중 조건에서도 구조 안전성을 확보할 수 있음을 의미한다.

5.6 구조해석 방법 타당성 검증

이상의 결과를 종합하면, 본 연구에서 적용한 3차원 유한요소 해석 및 응력 평가 방법은 복합재 프로펠러 구조의 실제 거동을 신뢰성 있게 예측할 수 있는 것으로 판단된다.

따라서 본 해석 방법은 복합재 프로펠러의 구조 설계 및 건전성 평가에 유효하게 적용될 수 있을 것으로 평가된다.

특히, 변형률 분포의 상대적인 크기 및 위치별 변화 경향이 시험 결과와 잘 일치하는 것으로 나타났으며, 이를 통해 본 연구에서 적용한 해석 방법의 타당성을 확인할 수 있었다.

6. 결 론

본 연구에서는 복합재 프로펠러 구조의 해석 및 설계를 위하여 CLPT 기반 등가강성을 적용한 3차원 유한요소 해석 방법을 제안하였다. 적층구성에 따른 면내 거동은 고전적 적층판 이론(CLPT)을 이용하여 산정한 등가강성을 통해 반영하였으며, 면외 방향 강성은 일방향 단층 물성을 기반으로 근사하여 정의하였다. 면외 전단응력을 포함한 3차원 응력상태를 분석하기 위하여 3차원 solid 요소 기반 해석을 수행하였으며, 유한요소 해석을 통해 얻어진 전역 변형률 텐서를 각 단층의 재료 좌표계로 변환하고 reduced stiffness matrix를 적용함으로써 단층 응력을 계산하였다.

해석 결과, 복합재 프로펠러 구조는 하중 조건 하에서 연속적이고 안정적인 변형 및 응력 분포를 나타내었으며, 특히 허브 고정부와 같은 집중 하중 작용 영역에서 면외 전단 응력이 주요하게 발생하는 것으로 확인되었다. 이러한 결과는 복합재 프로펠러 구조 해석에서 3차원 응력 상태를 고려하는 것이 중요함을 보여준다.

또한, 구조시험을 통해 측정된 변형률과 해석 결과를 비교한 결과, 주요 측정 위치에서 전반적으로 잘 일치하는 경향을 보였으며, 차이는 허용 가능한 수준이었다. 이를 통해 본 연구에서 적용한 해석 방법이 실제 구조 거동을 적절히 반영하고 있음을 확인하였다.

강도평가 결과, 단층 응력 및 층간 전단응력 모두 허용 기준을 만족하는 것으로 나타났으며, 복합재 프로펠러 구조는 설계 하중 조건에서 충분한 구조 안전성을 확보하고 있는 것으로 평가되었다.

또한, 실제 운용 조건을 고려한 피로시험을 수행한 결과, 시험 기간 동안 구조적인 손상이나 성능 저하 없이 안정적인 응답을 유지하는 것으로 확인되었다. 이를 통해 본 연구에서 제안한 설계 및 해석 방법이 정적 하중 뿐 아니라 반복 하중 조건에서도 구조 안전성을 확보할 수 있음을 확인하였다.

따라서 본 연구에서 제안한 해석 및 설계 방법은 복합재 프로펠러의 구조 설계 및 안전성 평가에 효과적으로 적용될 수 있음을 확인하였다. 특히 본 연구에서 제안한 방법은 위치별 적층구성이 지속적으로 변화하는 복합재 프로펠러에 대해 실제 적층 특성을 반영하면서도, 면외 전단응력을 포함한 3차원 응력 상태를 효율적으로 평가할 수 있다는 점에서 의의가 있다.

후 기

본 연구는 방위사업청 및 기후에너지환경부의 재원으로 국방기술진흥연구소와 한국에너지기술평가원의 지원을 받

는 연구과제(No. KRIT-CT-22-016, No. RS-2025-02413491)의 일환으로 수행되었습니다. 아울러 HD한국조선해양 프로펠러 유동해석팀의 유동해석 및 기술적 논의와 한국재료연구원 풍력핵심기술연구센터 구조시험팀의 시험 수행 및 기술적 지원에 감사드립니다.

REFERENCES

1. Jones, R.M., *Mechanics of Composite Materials*, 2nd ed., Taylor & Francis, Philadelphia, PA, 1999.
2. Reddy, J.N., *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, 2nd ed., CRC Press, Boca Raton, FL, 2004.
3. Müzel, S.D., Bonhin, E.P., Guimarães, N.M., and Guidi, E.S., "Application of the Finite Element Method in the Analysis of Composite Materials: A Review," *Polymers*, Vol. 12, No. 4, Art. no. 818, 2020.
4. Hong, Y., Hao, L.F., Wang, P.C., Liu, W.B., Zhang, H.M., and Wang, R. G., "Structural Design and Multi-objective Evaluation of Composite Bladed Propeller," *Polymers & Polymer Composites*, Vol. 22, No. 3, pp. 275–282, 2014.
5. Rokvam, S.Ø., Vedvik, N.P., Mark, L., Rømcke, E., Ølnes, J.S., Savio, L., and Echermeier, A., "Experimental Verification of the Elastic Response in a Numeric Model of a Composite Propeller Blade with Bend-Twist Deformation," *Polymers*, Vol. 13, No. 21, Art. no. 3766, 2021.
6. Kim, J.-H., Lee, H., Kim, S.-H., Choi, H.-Y., Hah, Z.-H., and Seol, H.-S., "Performance Prediction of Composite Marine Propeller in Non-Cavitating and Cavitating Flow," *Applied Sciences*, Vol. 12, No. 10, Art. no. 5170, 2022.
7. Lee, H., Song, M.-C., Han, S., Chang, B.-J., and Suh, J.-C., "Hydro-elastic Aspects of a Composite Marine Propeller in Accordance with Ply Lamination Methods," *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 22, No. 3, pp. 479–493, 2017.
8. Pagano, N.J., "Exact Solutions for Composite Laminates in Cylindrical Bending," *Journal of Composite Materials*, Vol. 3, No. 3, pp. 398–411, 1969.
9. Rohwer, K., and Rolfes, R., "Calculating 3D Stresses in Layered Composite Plates and Shells," *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 34, No. 4, pp. 491–500, 1998.
10. Agarwal, B.D., Broutman, L.J., and Chandrashekhara, K., *Analysis and Performance of Fiber Composites*, 3rd ed., John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2006.
11. Germanischer Lloyd, "Guideline for the Certification of Wind Turbines," Edition 2010, Germanischer Lloyd Industrial Services GmbH, Renewables Certification, Hamburg, Germany, 2010.
12. DNV AS, "DNV-ST-0376: Rotor Blades for Wind Turbines," Edition 2024-04, Høvik, Norway, 2024.