

論文

단섬유 복합재료의 사출 성형을 위한 평면 방향의 섬유 배열 해석

고 진* · 이석원** · 윤재륜**

Analysis on Fiber Orientation in Plane Direction for Injection Molding of Short Fiber Composites

Jin Ko*, Seok-Won Lee** and Jae-Ryoun Youn**

ABSTRACT

Numerical analysis on fiber orientations in the plane direction for the injection molding of short fiber composites was carried out. For the three-dimensional analysis of the flow in the plane direction, generalized Hele-Shaw model was employed and solved by a FEM/FDM hybrid scheme with a control volume approach. Pressure fields were obtained by the finite element method using triangular elements and temperature fields by the finite difference method. Power-law model was used for the viscosity model and melt front advancement was obtained by the FAN method. An automatic mesh generation program was developed for the mesh generation in the mold cavity. Orientation fields were solved by using the equation of change for the second order orientation tensor. The fourth order Runge-Kutta method was applied to solve five expanded equations. To determine the orientation field, numerical analysis for a tensile bar specimen and a thin plate of an arbitrary shape with obstacles was carried out.

Fibers were more highly oriented near the wall than right at the wall. Fiber orientation was influenced by the fountain flow at the surface and by the shear flow at the mold wall. In the case of the arbitrary shape with obstacles, an abnormal orientation field due to obstacles was observed. there were large differences in orientation field according to the layer position in thickness direction. For the multi-gate system, weld lines and fiber orientations around weld lines could be predicted. These informations will be a great help for finding the optimum mold design and processing conditions to control the anisotropy and avoid defects of products.

초 록

단섬유 복합재료의 사출 성형시 평면 방향으로의 섬유의 배열을 알기 위한 수치 모사를 실행하였다. 평면 방향의 3차원적 유동 모사를 위해서 generalized Hele-Shaw(GHS) 모델을 이용하였고, 검사 체적을 이용한 FEM/FDM 혼합기법에 의해 해석하였다. 압력장은 삼각형 요소를 이용한 요소법으로 해석하였고, 온도장은 유한 차분법을 이용하였다. 점도 모델은 power-law 모델을 사용하였고, 유동 선단의 진행은 FAN 방법으로 해석하였다. 금형 내의 격자 생성을 위해 자동 격자 생성법이 개발되었다. 섬유 배열장은 2차 배열 텐서에 대한 배열 변화 방정식이 이용되었으며

* 대우자동차 기술연구소

** 서울대학교 섬유고분자 공학과

4차의 Runge-Kutta 방법이 5개의 전개된 배열 변화 방정식에 적용되었다. 인장 시편과 금형 내부에 장애물이 있는 임의의 형상에 대한 수치 모사가 실행되었다.

섬유는 금형 벽면에 인접한 영역이 금형 벽면보다 배열의 정도가 높았다. 섬유의 배열은 표면에서는 분수 유동에 영향을 많이 받고, 벽면에서는 전단 유동의 영향을 많이 받는 것으로 나타났다. 내부에 장애물이 있는 경우는 독특한 섬유의 배열을 관찰할 수 있었다. 이 경우는 두께 방향으로의 섬유 배열장이 층의 위치에 따라 매우 큰 차이를 보였다. 여러 개의 게이트가 있을 때 용접선과 용접선 주위의 섬유의 배열도 예측할 수 있었다. 이러한 정보는 이방성과 결함 등을 조절하여 최적 금형 설계와 최적 가공 조건을 찾는 데 매우 큰 도움이 될 것이다.

1. 서 론

최근 구조물의 제작에서 보강재(reinforcement)가 첨가된 고분자 복합재료, 특히 섬유 보강 고분자 복합재료(FRP)의 이용이 증가되고 있는데 이것은 고 비강도(specific strength), 고 비강성(specific stiffness), 고 인성(toughness)과 우수한 내부식성(corrosion resistance) 등의 특성에 기인한다. 그러나 장섬유 복합재료(continuous fiber composite)는 노동 집약적 작업의 필요성과 복잡한 기하학적 구조의 제작시 어려움으로 인해 제작을 받기 힘들어 따라 장섬유 복합재료의 장점을 일부 유지하며 대량 생산과 복잡한 구조의 제작이 가능한 단섬유 강화 복합재료(short fiber reinforced plastics : SFRP)의 성형이 관심의 대상이 되어 왔다.

단섬유 강화 고분자 복합재료에 대한 주요한 가공 방법으로서 사출 성형(injection molding)을 이용하는데, 성형품 내부에는 유동에 의한 단섬유의 배열이 복잡한 방향성을 이루어 이방성(anisotropy)이 발생하며 제품의 미세적 구조(micro-structure), 기하학적 모양(geometry, distortion), 그리고 강도, 강성, 인성, 경도 등과 같은 역학적 성질에 악영향을 미칠 수도 있다. 그러나 금형 내의 유동장과 단섬유의 배열을 예측하고 단섬유 배열을 원하는 방향으로 제어할 수 있다면 이때의 이방성은 SFRP를 좀 더 강하고 가벼우며 신뢰성 있는 제품이 될 수 있게 하므로 유동장의 특성과 배열 기구를 고려한 단섬유의 배열에 대한 연구가 요구되고 있다.

SFRP의 역학적, 물리적 성질을 예측하고 개선하며 이를 실현시키기 위한 최적 금형을 설계하고

최적 가공 조건(processing condition)을 결정하는데 있어서 필수적인 단섬유 배열 상태를 예측하기 위하여서는, 전단 유동(shear flow)과 인장 유동(elongational flow) 등 복합적으로 일어나는 금형의 유동장을 총체적으로 해석하고 이를 이용하여 단섬유 배열의 예측을 수행하여야 한다. 그러나 성형품의 3차원 수치해석을 통한 유동 해석과 배열 해석은 수치해석 상에 많은 어려움이 있어 평면 내의 유동방향과 두께면 내에서의 유동방향으로 분리하여 해석을 수행하고 있다.

유동 성형시 유동장 내의 단섬유 배열에 대한 이론적 연구는 1920년대에 Jeffery[1]가 이론적 연구를 수행한 것을 시발점으로 하여 1960년대부터 실험과 수치적 해법이 도입되었고, 1980년 이후 Givler, Folgar, Advani, Tucker 등에 의해 활발한 연구가 진행되어 오고 있다[2~10].

본 연구에서는 평면 방향의 3차원적 유동 모사를 위해서 generalized Hele-Shaw 모델을 이용하였고, 검사 체적(control volume)을 이용한 FEM/FDM 혼합 기법에 의해 해석하였다. 압력장은 삼각형 요소를 이용한 유한 요소법으로 해석하였고, 온도장은 두께 방향으로 유한 차분법을 이용하였다. 점도 모델은 power-law 모델을 이용하였고, 유동 선단의 진행은 복잡한 금형 형상에도 쉽게 작용할 수 있도록 고정된 Eulerian 격자를 이용한 FAN 방법으로 해석하였고, 복잡한 금형 내의 격자는 자동으로 생성시켰다. 섬유 배열장은 2차 배열 텐서에 대한 배열 텐서 변화 방정식이 이용되었으며 4차의 Runge-Kutta 방법이 5개의 전개된 방정식에 적용되었다. 섬유 배열 예측의 예로서 인장 시편과 내부에 장애물이 있는 형상에 대해 수치 모사를 수행하였다.

2. 수치적 모사

2-1. 유동장 수식화

2-1-1. 지배 방정식

3차원 영역에서의 금형 충전 모사를 위해, 두께 방향보다 평면 방향이 훨씬 넓으므로 z -방향으로의 속도를 무시하였고, z -방향으로의 속도 구배가 x , y -방향으로의 속도 구배보다 매우 작다고 가정하였다(Fig. 1). 그림에 주어진 Cartesian 좌표계에서 아래의 지배 방정식을 사용하여 GHS 모델을 유도하였다.

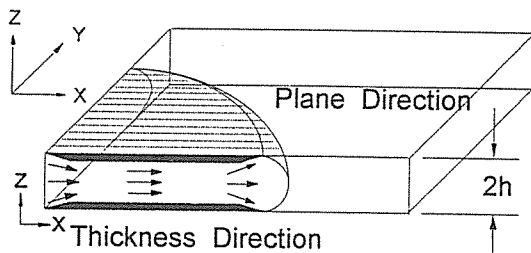


Fig. 1. Schematic presentation of the flow in the thickness direction and plane direction, and its definition of the coordinate system

연속 방정식은 아래의 식으로 주어지며

$$\frac{\partial}{\partial x}(h\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\bar{v}) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

운동량 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta_s \frac{\partial u}{\partial z}) = \frac{\partial P}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\eta_s \frac{\partial v}{\partial z}) = \frac{\partial P}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (2b)$$

여기서 \bar{u} , \bar{v} 는 금형 안에서의 x , y 방향의 평균 속도, h 는 금형 두께의 반이고, x , y , 그리고 z 는 좌표계이다.

에너지 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) \\ = \frac{\partial}{\partial z} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \eta_s \dot{\gamma}_m^2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

여기서 전단 변형률 속도(shear rate)의 크기는 다음과 같다.

$$\dot{\gamma}_m = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

금형 안에서의 경계 조건은 다음과 같이 가정하였다.

$$u = v = 0 \quad \text{at } z = h \quad \dots\dots\dots (5a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0 \quad \dots\dots\dots (5b)$$

연속 방정식과 운동량 방정식, 그리고, 경계 조건을 이용하여 압력 구배는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial x} \frac{z}{\eta_s} \quad \dots\dots\dots (6a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial y} \frac{z}{\eta_s} \quad \dots\dots\dots (6b)$$

그리고 연속 방정식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(S \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(S \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

여기서, $S = \int_0^h \frac{z^2}{\eta_s} dz$ 이며 유동 전도율(flow conductance)라 한다.

위의 식을 적분하면 속도는 다음처럼 정리된다.

$$u = - \frac{\partial P}{\partial x} \int_z^h \frac{\tilde{z}}{\eta_s} d\tilde{z} \quad \dots\dots\dots (8a)$$

$$v = - \frac{\partial P}{\partial y} \int_z^h \frac{\tilde{z}}{\eta_s} d\tilde{z} \quad \dots\dots\dots (8b)$$

2-1-2. 압력장의 유한 요소 수식화

고분자 용융액은 비압축성이며 밀도는 상수로 가정한다. 그러므로 검사 체적 방법에서의 질량 평형은 검사 체적 경계를 통하는 전체의 질량 유동에 대한 각각의 유한 요소의 기여도를 더함으로써 유도될 수 있다. 주어진 시간 간격에서의 온도장을 알 수 있으면, 압력장은 결정될 수 있다. 재료의 밀도는 충전 단계에서 일정한 것으로 가정되므로, 검사 체적으로의 체적 유동율(volumetric flow rate)은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\dot{q} = -2h \int_c (\bar{V} \cdot \bar{n}) d\zeta \quad \dots\dots\dots (9)$$

여기서, c 는 얇은 금형 내의 경계 표면을 둘러싸는

윤곽(contour)이고, \vec{n} 은 바깥쪽으로의 법선 벡터, 그리고, \vec{V} 는 속도 벡터이다.

선형 삼각형 요소를 이용하면, 요소 안에서의 압력장은 다음과 같이 주어진다.

$$P^l(x, y, t) = \sum_{k=1}^3 N_k^l(x, y) P_k^l(t) \quad \dots\dots\dots (10)$$

여기서 $N_k^l(x, y)$ 는 선형 보간 함수(linear interpolation function)이고 $P_k^l(t)$ 는 삼각형 요소의 절점 압력(nodal pressure)이다.

삼각형 요소의 각각의 절점에 대하여 정의한 검사 체적은 한 절점 주위의 모든 요소의 중심(centroid)과 그 옆면의 중점을 연결함으로써 지정할 수 있다. 한 삼각형의 각각의 꼭지점(vertex) 주위를 반시계 방향으로 돌아가는 윤곽에 의해 둘러싸인 영역을 절점에 대한 부검사 체적(sub-control volume)이라 한다[11~13]. 각각의 절점에 대한 검사 체적은 부검사 체적들의 합으로 정의된다. 주위에 있는 유한 요소들 중의 하나인 l 요소로부터 한 절점 i 의 검사 체적으로 들어가는 순 유량 q_i^l 는 식 (7)을 이용하여 유도하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$q_i^l = S^l \sum_{k=1}^3 D_{ik} P_k^l \quad \dots\dots\dots (11)$$

여기서, D_{ik} 는 삼각형 요소 안에서의 절점 압력의 영향 계수(influence coefficient)를 나타내고 S^l 은 각각의 요소에서의 유동 전도율이다.

2-1-3. 온도장의 유한 차분 수식화

온도장을 풀기 위해서 두께 방향으로의 유한 차분법을 이용했다. 금형 벽면은 온도가 낮고 고분자 용융액의 접도가 온도에 민감하므로 온도는 비정상상태(transient)이다. 에너지 방정식을 두께 방향으로 유한 차분 수식화하여 사용하였다. 현재의 수식화에서 대류 항과 점성 열 소산(viscous heat dissipation) 항은 직전의 시간 간격에서 구할 수 있고 다시 source항으로 고려된다. 각각의 요소에 대한 대칭 삼대각 행렬은 Crank-Nicolson 유한 차분법을 이용하여 풀 수 있다[14~15]. 각각의 삼각형 요소의 두께는 일정한 두께를 가지는 20개의 층으로 나누었다(Fig. 2). 평면 방향으로의 열전달은 무시되었으므로 z 방향의 열 흐름은 다음과 같다.

$$cT_{j-1}^{k+1} - (1+2c)T_j^{k+1} + cT_{j+1}^{k+1} = -T_j^k + \Delta t(CT)_j^k - \frac{\Delta t}{\rho C_p}(VT)_j^k \quad \dots\dots\dots (12)$$

여기서, $CT = u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}$, $c = \chi \frac{\Delta t}{\rho C_p (\Delta z)^2}$, $VT = \eta_s \dot{\gamma}^2$ 이고, j 는 층 번호, k 와 $k+1$ 은 시간 간격이다.

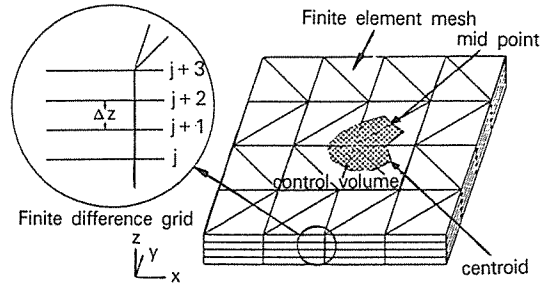


Fig. 2. Schematic diagram of a control volume for finite element mesh using triangular elements and finite difference grids in thickness direction

에너지 방정식을 풀기 위해서 z -방향의 온도 구배는 대칭이고 금형 벽면에서의 온도는 일정한 것으로 가정한다. 온도 경계 조건은 다음과 같다.

$$z=0 \text{ 일 때, } \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (13a)$$

$$z=h \text{ 일 때, } T = T_w \quad \dots\dots\dots (13b)$$

시간 미분 항의 유한 차분 형태는 다음과 같다.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_j^{k+1} = \frac{(T_j^{k+1} - T_j^k)}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots (14)$$

대류 항은 다음과 같이 표시된다.

$$\left| u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right|_i = S^l \left(\sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} \right) T_{i,k}^l \right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

여기서, $N(x, y)$ 는 선형 형상 함수(shape function)이고, S^l 은 각각의 요소의 유동 전도율이다. 그러나, 수치적 안정성을 위해서 Fig. 3에 보인 것과 같은 upwinding process[16]가 고려되었다. 각 요소의 중심을 주어진 절점으로 연결하는 변위 벡터와

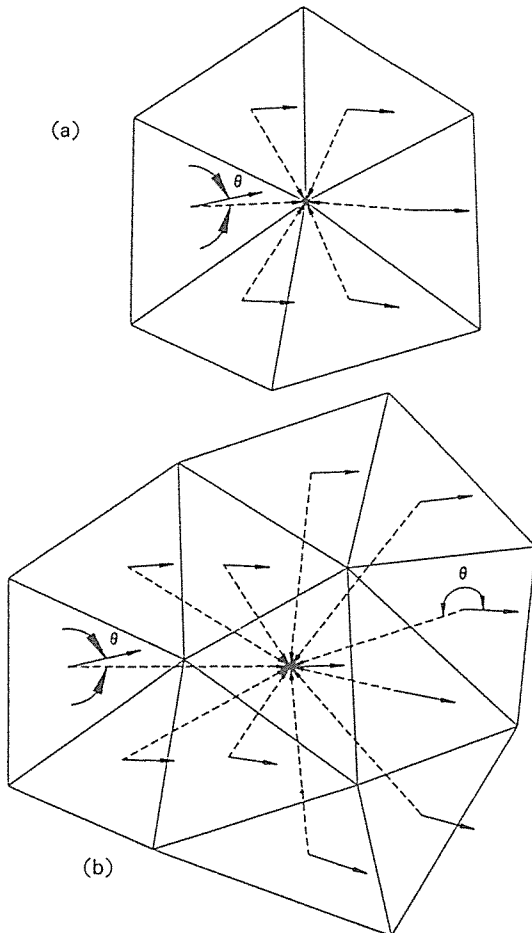


Fig. 3. Determination of upwinding elements
(a) for node (b) for element

속도 벡터의 내적(inner product) 값을 계산함으로써 인접한 upstream 요소들만으로부터의 기여도를 평균화를 위하여 포함시켰다.

2-1-4. 해석 알고리즘

일정한 유량의 고분자 용융액이 게이트를 통하여 금형 내부로 공급된다고 가정하면, 검사 체적 내에 일정한 유량이 공급되는 것으로 보고 검사 체적 입구에서의 압력(entrance pressure)을 아래 식으로 계산할 수 있다.

$$P_g^{k+1} = \frac{Q_s^n}{Q_c^n} P_g^k \quad \dots\dots\dots (16)$$

여기서, P_g 는 게이트 압력, Q_s 는 게이트를 통하여

들어오는 지정된 유량, Q_c 는 정의된 검사 체적 경계선을 넘어오는 계산된 유량, n 은 power-law 지수이다.

Matsuhiro[17]는 사출 성형의 수치 모사를 위해서 MAC(Marker and Cell) 방법을 개발하였다. MAC 방법은 유한 차분 계산을 위하여 고정된 Eulerian 격자를 사용하고, 움직이는 자유표면을 추적하기 위해서 표시 입자(marker particle)를 가지는 Lagrangian set을 이용하였다[18]. Flow Analysis Network(FAN) 방법은 움직이는 입자를 따라가는 대신에 충전의 분율을 알기 위해 각각의 검사 체적의 경계에서 플럭스(flux)를 계산하였다[19]. 만일 압력장을 알 수 있으면, 부분적으로 채워진 체적들로 들어가는 순 유량을 계산할 수 있고 경과된 시간동안 채워진 부분에 해당하는 값들을 새로 계산할 수 있다. 본 연구에서는 FAN 방법에 따라 유동선단이 진행하도록 하였다. 이를 위하여 게이트 절점(gate node), 내부 절점(interior node), 선단 절점(front node), 채워지지 않은 절점(unfilled node)과 같은 네 종류의 절점을 정의하였다. 충전 단계동안 해석 영역을 결정하기 위해서 각각 요소의 충전 인자(fill factor)를 새로 계산하였다. 각각의 시간 간격의 시간 증분은 시간 간격 안에 단지 하나의 검사 체적만 채울 수 있도록 선택하였다.

비등온, 비뉴턴 유동을 고려하기 때문에 유동 전도율은 압력과 온도의 함수이다. 그래서 반복적 치환 방법(iterative substitution method)에 의한 비선형 해석이 이루어졌다. 수렴 조건이 만족될 때까지 z -방향의 각각의 층에서의 온도 구배를 계산하였다. 모든 절점이 채워질때까지 비정상상태 해석을 반복하였다. 충전 과정의 수치적 방법을 위한 흐름도가 Fig.4에 나타나 있다.

충전 모사를 위해 구성 방정식으로 power-law 모델을 사용하였다.

$$\eta_s = m(T) \dot{\gamma}_m^{n-1} \quad \dots\dots\dots (17a)$$

$$m(T) = m_0 \exp\left(\frac{T_a}{T}\right) \quad \dots\dots\dots (17b)$$

여기서, T_a 는 온도 민감도 인자(sensitivity factor), $\dot{\gamma}_m$ 은 전단 변형률 속도의 크기, m_0 는 재료 상수, n 은 power-law 지수이다.

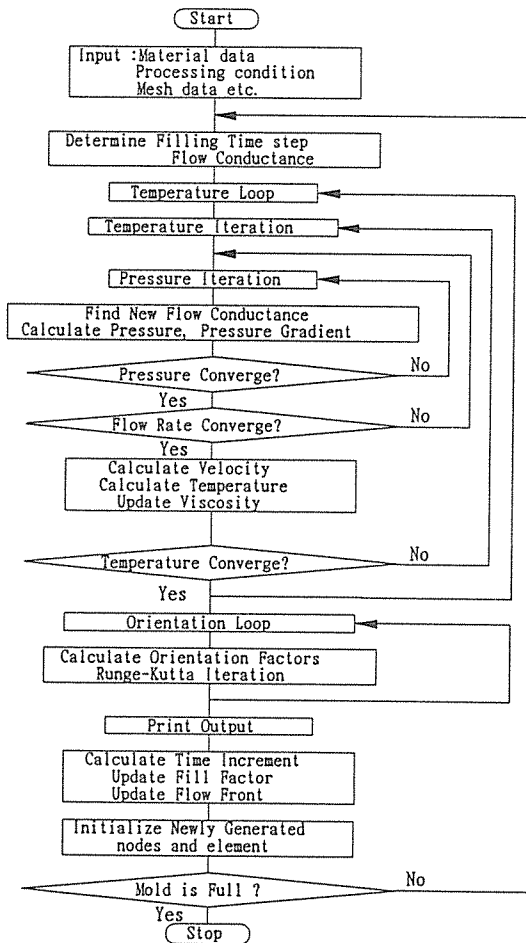


Fig. 4. Flowchart for the orientation simulation in three-dimensional domain

2-2. 배열장 수식화

금형 충전 과정 동안 각각의 단섬유는 운반체인 유체 안에 3차원적으로 배열되어 있다. 단섬유 강화 복합재료에서 섬유의 3차원 배열장과 성형된 제품의 재료 이방성을 예측하기 위해서는 섬유의 배열 해석이 유동장 해석과 동시에 수행되어야 한다. 변형장은 금형의 기하학적 구조, 성형 조건과 재료의 성질에 의해 결정되기 때문에 비정상상태 수치 모사를 수행하였다. 단섬유 강화 복합재료의 이방성 재료 성질을 정확하게 예측하기 위해 높은 변형 속도가 예상되는 두께 면의 모든 층에서 섬유 배열 상황을 예측해야만 한다. 본 연구에서는 2차 배열

텐서를 사용하여 3차원 모사를 수행함으로써 섬유의 배열장을 구할 수 있었다.

2-2-1. 지배 방정식

정규성, 대칭성을 가지고 있는 2차 배열 텐서를 이용하여 성형시 나타나는 배열을 예측하기 위하여 Folgar와 Tucker[4]의 상호 간섭 계수(interaction coefficient)를 포함하는 Advani와 Tucker[8]가 제안한 배열 텐서에 대한 배열 변화 방정식(equation for orientation change)을 사용하였다.

$$\begin{aligned} \frac{Da_2}{Dt} = \frac{Da_{ij}}{Dt} = & -\frac{1}{2} (\omega_{ik}a_{kj} - a_{ik}\omega_{kj}) \\ & + \frac{1}{2} v (\dot{\gamma}_{ik}a_{kj} + a_{ik}\dot{\gamma}_{kj} - 2\dot{\gamma}_{kl}a_{ijkl}) \\ & + 2C_I\dot{\gamma}(\delta_{ij} - \alpha a_{ij}) \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

여기서, α 는 3차원의 경우 3이고, 2차원의 경우 2이다.

위의 식은 5개의 연립 비선형 미분 방정식이다. 이 5개의 연립 비선형, 비정상상태 방정식을 풀기 위해서는 배열 상태의 계산을 위해 선택된 요소의 중심에서의 속도 구배와 배열 구배가 필요하다. GHS 유동에서는 속도 구배의 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{V} \bar{V} = \begin{bmatrix} u_{,x} & v_{,x} & 0 \\ u_{,y} & v_{,y} & 0 \\ u_{,z} & v_{,z} & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19a)$$

$$\bar{\dot{\gamma}} = \begin{bmatrix} 2u_{,x} & v_{,x}+v_{,y} & u_{,z} \\ v_{,x}+u_{,y} & 2v_{,y} & v_{,z} \\ u_{,z} & v_{,z} & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19b)$$

$$\bar{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & v_{,x}-u_{,y} & -u_{,z} \\ -v_{,x}+u_{,y} & 0 & -v_{,z} \\ u_{,z} & v_{,z} & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19c)$$

그리고, 전단 변형율 속도의 크기는 다음과 같다.

$$\dot{\gamma}_m = \sqrt{\frac{1}{2} (\bar{\dot{\gamma}} : \bar{\dot{\gamma}})} \dots\dots\dots (20)$$

x 방향과 y 방향의 공간 미분(spatial derivative)을 얻기 위해서는 절점에서의 속도들이 필요하다. 유한 요소의 중심에서의 속도들을 이용하여 절점에서의 속도들을 얻기 위해서는 한 절점에 이웃하는 요소들의 부체적(sub-volume)에 비례하여 가중치

를 주어 그 절점의 속도를 구하는 방법을 이용할 수 있다.

식(18)은 대류 항에 배열 텐서의 공간 구배(spatial gradient)를 필요로 한다. 본 연구에서는 해의 수렴을 위해 upwinding 방법을 사용하였다. 선택된 요소의 국부 좌표계(local coordinate system) (Fig. 5)를 근거로 한 배열 텐서 성분의 방향 미분(directional derivative)은 다음과 같이 계산된다.

$$\nabla a_{ij} \cdot \hat{g} = \frac{\partial a_{ij}}{\partial g} \quad \dots\dots\dots (21)$$

여기서, \hat{g} 는 $(\Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j})$ 의 단위 벡터이다. Upwinding 방향에 위치한 두 요소들로부터 다음과 같은 관계를 갖는 공간 미분의 성분을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial a_{ij}^{(e)}}{\partial x} \Delta x^k + \frac{\partial a_{ij}^{(e)}}{\partial y} \Delta y^k = a_{ij}^{(e_k)} - a_{ij}^{(e)}, \quad k=1, 2 \quad \dots\dots\dots (22)$$

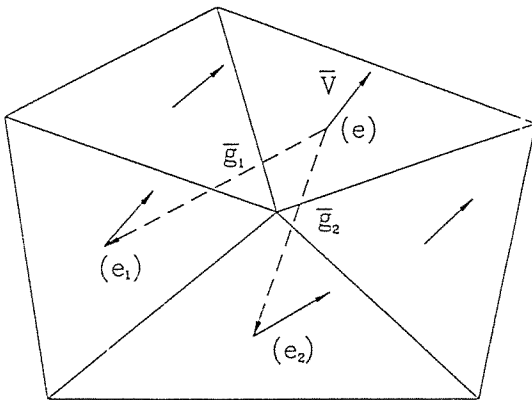


Fig. 5. Local coordinates for directional derivatives of orientation tensor components

식(18)은 여러 가지 방법으로 풀 수 있으나, 본 연구에서는 Runge-Kutta 방법으로 이 식을 풀고자 한다.

2-2-2. Runge-Kutta 방법

각 유한 요소의 중심에서 5개의 연립 미분 방정식을 풀기 위해서 4차 Runge-Kutta 방법을 사용하였다. 배열 텐서의 각 성분은 수렴을 위해 충전 시간보다 작은 시간 증분을 이용하여 계산하였다. Runge-Kutta 적분을 위한 최대 시간 증분(Δt)은

Courant의 기준에 의해 결정하였다.

$$\Delta t < \frac{h_t}{|\bar{V}|} \quad \dots\dots\dots (23)$$

여기서, h_t 는 요소의 크기, $|\bar{V}|$ 는 요소에서의 속도의 크기이다.

많은 경우에 이방성이 크게 형성되는 경우가 많으며 따라서 배열 텐서의 고유값(eigenvalue) 중의 하나는 1에 가깝게 된다. 그래서 적분하는 동안 고유값들의 중의 하나가 1보다 커지는 경우가 생기게 된다. 그러한 과정은 종종 부정확한 해와 수치적 방법의 불안정성이 나타나게 한다. 그러므로 배열 텐서의 고유벡터(eigenvalue)를 유지함과 동시에 배열 텐서의 trace값을 1로 유지하기 위해 외삽 배열 텐서의 조정이 필요하다.

고유값 중 하나는 $(1+G\varepsilon)$ 이고, 또 하나는 $(-\varepsilon)$ 의 값을 갖는 외삽 배열 텐서를 a_{ij}^* 라고 하자. 배열 텐서의 성분들이 바른 값을 유지하도록 하기 위해서 a_{ij}^* 를 다음과 같이 정의된 텐서 a_{ij} 로 치환하였다.

$$a_{ij} = \gamma a_{ij}^* + \beta \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (24)$$

여기서, γ , β , 그리고, G 는 스칼라(scalar)양이고, δ_{ij} 는 단위 텐서이다. Trace를 1이 되도록 하여야 하므로 $\gamma+3\beta=1$ 이 성립해야 한다. a_{ij} 의 고유값, Λ 는 a_{ij}^* 의 고유값, Λ^* 과 다음과 같은 관계가 있다.

$$\Lambda = \beta + \gamma \Lambda^* \quad \dots\dots\dots (25)$$

a_{ij}^* 의 고유값이 $(-\varepsilon)<0$ 과 같을 때, γ 와 β 를 다음과 같이 선택함으로써 admissible 텐서 a_{ij} 를 얻을 수 있다.

$$\gamma = (1+3\varepsilon)^{-1} \quad \dots\dots\dots (26a)$$

$$\beta = \varepsilon(1+3\varepsilon)^{-1} \quad \dots\dots\dots (26b)$$

배열 텐서의 조정은 각 시간 간격마다 외삽 후에 수행되었다.

3. 격자 생성

금형 충전 모사에서 Eulerian 수식화는 고정된 격자 시스템을 필요로 한다[20~22]. 복잡하고 큰

형상의 금형을 다루는 문제에서는 격자를 수동으로 생성하기는 매우 어렵다. 그러므로, 본 연구에서는 programming이 간단하고 효율적인[23] Peraire [24]와 Lo[25]에 의해서 제안된 격자 생성 알고리즘을 이용한 자동 격자 생성 방법을 이용하였다.

검사 체적 방법을 이용하기 때문에 격자를 초기에 생성시키고 생성된 격자를 유동과 섬유 배열 모사에 사용하였다.

삼각형 요소를 사용하여 자동 격자 생성 방법을 이용한 예로 Fig. 6에 나타난 것과 같은 두 개의 다른 금형 형상을 선택하였다.

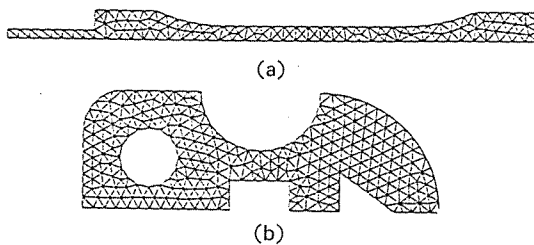


Fig. 6. Examples of automatic mesh generation using triangular element
(a) tensile bar specimen
(b) arbitrary cavity shape with obstacles

4. 수치 모사 조건

4-1. 수치 모사 조건

본 연구에 이용된 매트릭스 수지의 data를 Table 1에 수치 모사 조건을 Table 2에 요약하였다. 게이트를 통하여 유입되는 유량은 금형 전체를 1초 이내에 다 충전할 수 있도록 결정하였다. 모사의

Table 1. Material constants for three-dimensional numerical simulation

$\rho \left(\frac{g}{cm^3} \right)$	0.94
$C_p \left(\frac{erg}{g_m K} \right)$	2.05×10^7
$\chi \left(\frac{erg}{scm K} \right)$	1.22×10^4
n	0.36
T_a	6000.
m_a	0.27

Table 2. Simulation conditions for three-dimensional domain

Flow rate	set to have 1. sec fill time
Melt Temperature (K)	528.
Wall Temperature (K)	341.
C_I	0.001
$a_{11} (gate)$	1./3. (random)
$a_{12} (gate)$	0.00 (random)
$a_{13} (gate)$	0.00 (random)
$a_{22} (gate)$	1./3. (random)
$a_{23} (gate)$	0.00 (random)

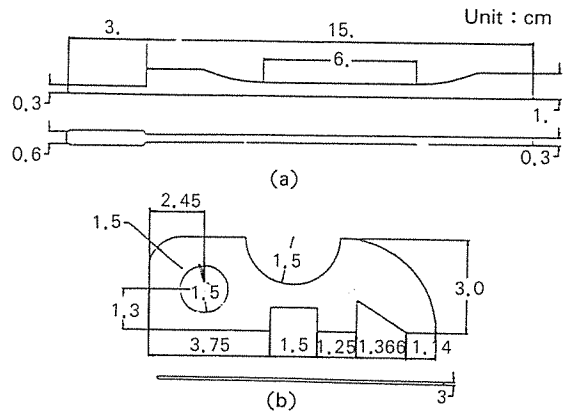


Fig. 7. Geometries for orientation simulation in three-dimensional domain
(a) tensile bar specimen
(b) arbitrary cavity shape with obstacles

예로 인장 시편과 장애물이 있는 임의의 형상을 지닌 금형을 이용하였다. 기하학적 치수를 Fig. 7에 나타내었다.

4-2. 인장 시편

Fig. 8은 충전이 종료되기 바로 직전의 속도 벡터와 선택된 시간의 유동 선단 모습들을 보여준다. 금형 충전의 마지막에서 각각의 층에 x-y 평면에 따른 섬유 배열장이 Fig. 9와 Fig. 10에 나타나 있다. 유동장이 수렴, 발산하는 것과 같은 변형장(deformation field)이 섬유 배열에 미치는 영향과 두께 방향의 각층에 따른 섬유 배열장의 변화가 잘 나타나 있다. 벽을 따라서 잘 배열된 영역이 존재한다. 금형 벽면의 온도에 의한 영향 때문에 여덟번째 층이 큰

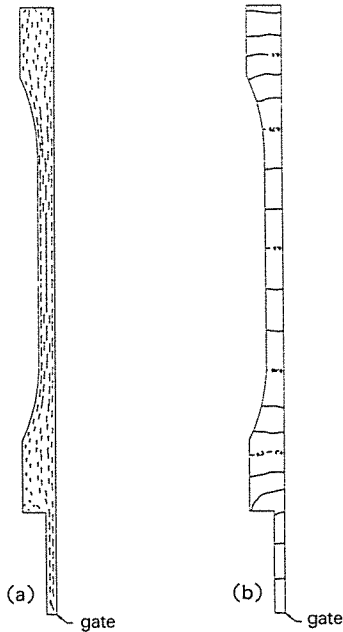


Fig. 8. Velocity vectors just before complete filling and flow front shapes for tensile bar specimen at selected time
(a) velocity vectors (b) flow front shapes

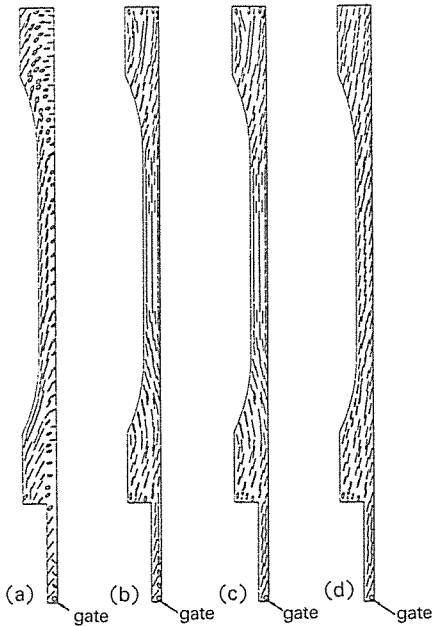


Fig. 9. Orientation fields of tensile bar specimen just before complete mold filling in x-y plane using orientation ellipse
(a) 1st layer(0,h) (b) 5th layer(0,4h)
(c) 8th layer(0,7h) (d) 10th layer(0,9h)

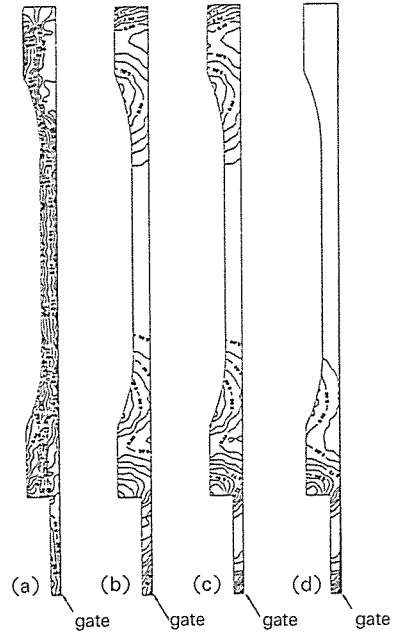


Fig. 10. Orientation fields of tensile bar specimen just before complete mold filling in x-y plane using maximum eigenvalue
(a) 1st layer(0,h) (b) 5th layer(0,4h)
(c) 8th layer(0,7h) (d) 10th layer(0,9h)

전단 변형을 속도를 가지며 또한 배열의 정도가 높게 된다. 금형 벽면의 비교적 낮은 온도에 의한 큰 점성도 때문에 열번째 층이 여덟번째 층보다 낮은 정도의 배열을 갖는다. 중심부로 갈수록 배열장은 선단에서의 분수 유동에 의해 더 많이 영향을 받고, 금형 벽면에 가까워질수록 두께 방향으로 전단 유동에 더 영향을 받는다. 여러 층에 따른 섬유 배열의 정도의 변화가 Fig. 10에 잘 나타나 있다.

Fig. 11과 Fig. 12에서는 배열 타원(orientation ellipse)을 이용하여 $y-z$ 평면과 $z-x$ 평면에서의 배열장이 어떻게 변화하는가를 볼 수 있다. 만일 섬유가 한 방향으로 완전히 배열되어 있다면, 다른 면에서의 배열 타원의 투시 중 하나는 매우 작게 나타날 것이다. Fig. 11에 그 결과가 잘 나타나 있다. 첫번째 층을 제외하고, 대부분의 섬유는 유동 방향인 x -방향으로 배열되어 있다.

이러한 결과들로부터 성형된 제품의 이방성 재료 성질과 섬유 배열장에서의 금형의 기하학적 형상의 영향을 쉽게 예측할 수 있다.

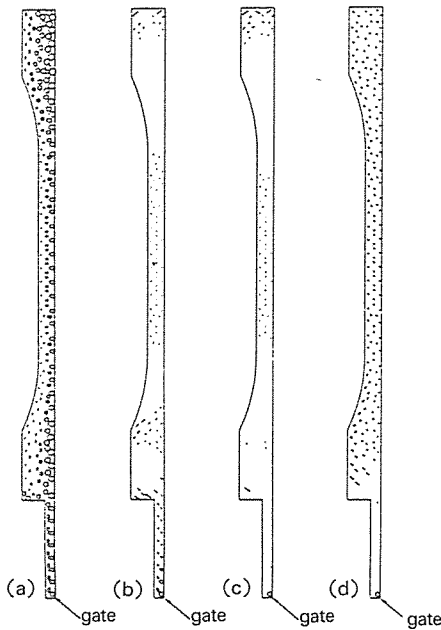


Fig.11. Orientation fields of tensile bar specimen just before complete mold filling in y-z plane
(a) 1st layer(0.h) (b) 5th layer(0.4h)
(c) 8th layer(0.7h) (d) 10th layer(0.9h)

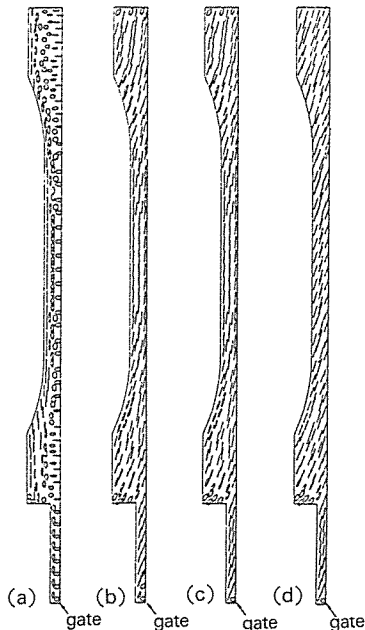


Fig.12. Orientation fields of tensile bar specimen just before complete mold filling in z-x plane
(a) 1st layer(0.h) (b) 5th layer(0.4h)
(c) 8th layer(0.7h) (d) 10th layer(0.9h)

4-3. 장애물이 있는 보다 복잡한 형상

좀더 복잡한 경우로 금형 안에 장애물이 있는 임의의 형상의 금형을 선택하였다. 유동 해석으로

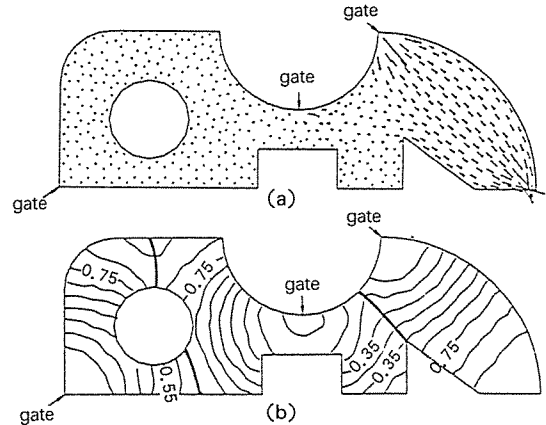


Fig.13. Velocity vectors just before complete filling and flow front shapes for arbitrary cavity shape at selected time steps
(a) velocity vectors (b) flow front shapes

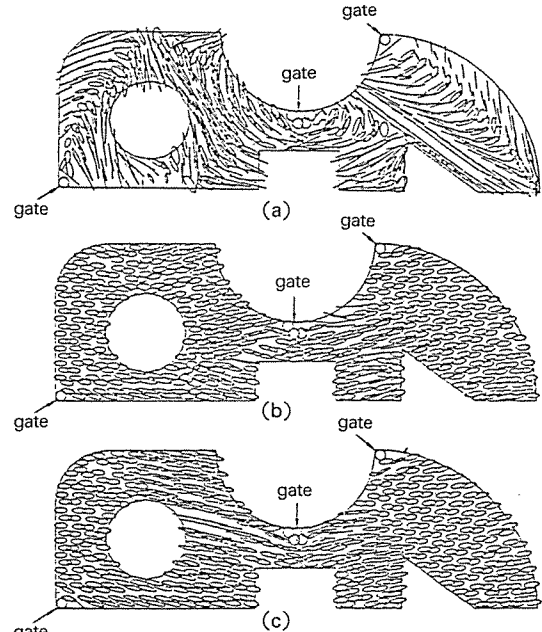


Fig.14. Orientation fields of arbitrary cavity shape just before complete mold filling in x-y plane using orientation ellipse
(a) 1st layer(0.h) (b) 8th layer(0.7h)
(c) 10th layer(0.9h)

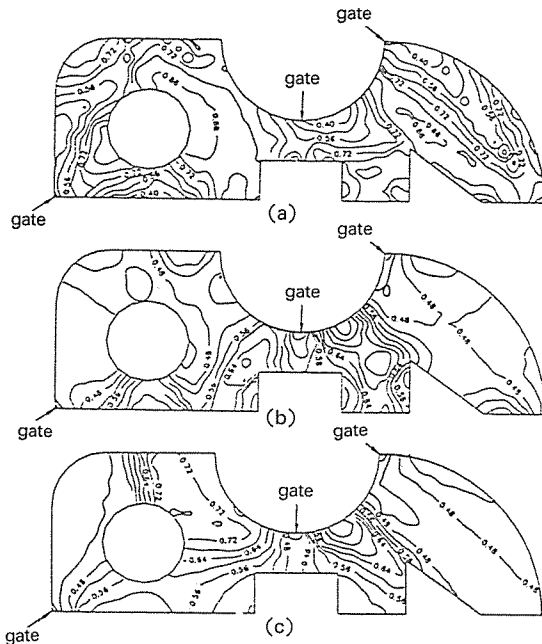


Fig. 15. Orientation fields of arbitrary cavity shape just before complete mold filling in x-y plane using maximum eigenvalue
(a) 1st layer(0.1h) (b) 8th layer(0.7h)
(c) 10th layer(0.9h)

부터 유동장의 모습을 알 수 있었다(Fig. 13). Fig. 13에 보여진 것과 같이 얇은 금형안에 3개의 게이트를 위치시켰다. Fig. 13(b)에서 게이트의 위치와 유동 선단의 모습에 따른 용접선(weld line)들을 볼 수 있다. Fig. 14와 Fig. 15는 배열 타원과 최고 고유값을 이용하여 여러 층에서 금형 충전 직전의 섬유 배열장을 나타낸다. 제품의 이방성과 용접선과 같은 결함을 예측할 수 있다. 섬유 배열 상태의 갑작스런 변화가 나타나는 몇몇의 이음매(junction point)와 용접선이 있었다. 또, 장애물에 의한 독특한 배열장을 관찰할 수 있다. 두께 방향으로 배열장이 층의 위치에 따라 큰 변화를 보였다. 이러한 배열장을 통하여 제품의 성질을 최적화할 수 있는 좀더 적당한 게이트의 위치와 성형 조건을 찾을 수 있을 것이다.

5. 결 론

본 연구로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 인장 시편의 평면 방향의 섬유 배열에 대한 삼

차원 해석을 성공적으로 수행하였다.

(2) 인장 시편에 있어서 금형 벽면보다 벽면에 인접한 영역이 섬유의 배열의 정도가 더 높게 나타났다. 이것은 벽면의 온도가 비교적 낮기 때문에 점도가 내부 보다 큰 것에 기인한다.

(3) 인장 시편의 중심부에서는 전단 유동보다 선단 표면에서의 분수 유동이 섬유 배열에 더 많은 영향을 주었다.

(4) 금형 벽면에 가까워질수록 전단 유동에 의하여 섬유가 배열되었다.

(5) 금형 내부에 장애물이 있고 게이트가 여러개인 경우에 대해서도 섬유의 배열을 예측할 수 있었으며 특히 용접선이나 장애물 부근에서 섬유 배열의 급격한 변화가 나타났다.

(6) 복잡한 형상의 시편의 경우에도 두께 방향으로 섬유 배열이 층의 위치에 따라 큰 차이를 보였으며, 최종성물의 이방성을 예측하는데 많은 도움을 줄 것이다.

참 고 문 헌

1. G.B. Jeffery, "The Motion of Ellipsoidal Particles Immersed in a Viscous Fluid," *Proc. R. Soc., Ser. A.*, Vol.102, 1923, pp.161-179.
2. R.C. Givler, M.J. Crochet, and R.B. Pipes, "Numerical Prediction of Fiber Orientation in Dilute Suspension," *J. Compos. Mater.*, Vol. 17, 1983, pp.330-343.
3. M.C. Atlán, S. Subbish, S.I. Güçeri, and R.B. Pipes, "Numerical Prediction of Three-Dimensional Fiber Orientation in Hele-Shaw Flows," *Polym. Eng. Sci.*, Vol.30, 1990, pp. 848-859.
4. F. Folgar and C.L. Tucker III, "Orientation Behavior of Fibers in Concentrated Suspensions," *J. Reinf. Plast. Compos.*, Vol.3, 1984, pp.98-119.
5. W.C. Jackson, S.G. Advani, and C.L. Tucker III, "Prediction the Orientation of Short Fibers in Thin Compression Molding," *J. Compos. Mater.*, Vol.20, 1986, pp.539-557.

6. S.G. Advani and C.L. Tucker III, "A Numerical Simulation of Short Fiber Orientation in Compression Molding," *Polym. Compos.*, Vol.11, 1990, pp.164-177.
7. T.M. Matsuoka, J.-I. Takabatake, Y. Inoue, and H. Takahashi "Prediction of Fiber Orientation in Injection Molded Parts of Short-Fiber-Reinforced Thermoplastics," *Polym. Eng. Sci.*, Vol.30, 1990, pp.957-966.
8. S.G. Advani and C.L. Tucker III, "The Use of Tensors to Describe and Predict Fiber Orientation in Short Fiber Composites," *J. Rheol.*, Vol.31, 1987, pp.751-784.
9. 고진, 윤재륜, "고분자 복합재료의 유동성형 시 발생하는 단섬유의 배열," *유변학*, 제3권 제2호, 1991, pp.101-116.
10. 고진, 윤재륜, "분수유동장내에서의 단섬유 배향의 수치모사," *유변학*, 제5권 제1호, 1993, pp.49-64.
11. S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, D.C., 1980.
12. B.R. Baliga and S.V. Patankar, "A Control Volume Finite Element Method for Two Dimensional Fluid Flow and Heat Transfer," *Numerical Heat Transfer*, Vol.6, 1980, pp.245-261.
13. B.R. Baliga T.T. Pham, and S.V. Patankar, "Solution of Some Two Dimensional Incompressible Fluid and Heat Transfer Problems," Using a Control volume Finite Element Method, *Numerical Heat Transfer*, Vol.6, 1980, pp.263-282.
14. K.A. Hoffman, *Computational Fluid Dynamics for Engineering*, Univ. Texas at Austin, U.S. A., 1989.
15. A. Isayev, *Injection and Compression Molding Fundamentals*, Marcel Dekker, New Jersey, 1987.
16. A.N. Brooks and T.J.R. Hughes, "Streamline Upwind Petrov Galerkin Formulation for Convection Dominated Flows with Particular Emphasis on the Incompressible Navier-Stokes Equation," *Computer Methods in Appl. Eng.*, Vol.32, 1982, pp.199-259.
17. H. Daiguji, Y. Shimazaki, T. Shiojima, and I. Matsuhira, "Finite Element Analysis of Injection Molding Process Using Marker Particles," *Numiform* 89, 1989, pp.285-290.
18. S.F. Harlow and J.E. Welch, "Numerical Calculation of Time Dependent Viscous Incompressible of Fluid with Free Surface," *Phys. of Fluids*, Vol.8, 1965, pp.2182-2189.
19. C.W. Hirt and B.D. Nichols, "Volume of Fluid Method for the Dynamics of Free Boundary," *J. Comput. Phys.*, Vol.39, 1981, pp.201-225.
20. G. Dhatt, D.A. Gao, and A. Bencheikh, "A Finite Element Simulation of Metal Flow in Moulds," *Int. J. of Num. Meth. in Eng.*, Vol.30, 1990, pp.821-831.
21. E. Thompson, "Use of Pseudo Concentration to Follow Creeping Viscous Flows During Transient Analysis," *Int. J. for Num. Meth. in Fluids*, Vol.6, 1986, pp.749-761.
22. C.A. Hirt, A.A. Amsden, and J.L. Cook, "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds," *J. Comput. Phys.*, Vol.14, 1974, pp.227-253.
23. R. Lohner, "Some Useful Data Structure for the Generation of Unstructured Grid," *Communications in Appl. Num. Meth.*, Vol.4, 1988, pp.123-135.
24. J. Peraire, M. Vahdati, K. Morgan, and O.C. Zienkiewicz, "Adaptive Remeshing for Compressible Flow Computation," *J. Comput. Phys.*, Vol.72, 1987, pp.449-466.
25. S.H. Lo, "A New Mesh Generation Scheme for Arbitrary Planar Domains," *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, Vol.21, 1985, pp.1403-1426.