

論文

균일온도변화에 의한 단일방향 복합재료의 미시역학적 거동 연구

최홍섭* · 안규중*

Thermo-Micromechanical Behavior of Unidirectional Composites Under Uniform Temperature Change

Heung Soap Choi* and Kyujong Ahn*

ABSTRACT

The effects of interphase between the fiber and the matrix materials and other parameters like the fiber packing type and the fiber volume ratio on the micro- and macro-thermomechanical behaviors of unidirectionally fiber-reinforced composites subjected to uniform temperature change have been studied. The interphases have been modeled by the spring layer which accounts for continuity of tractions, but allows radial and circumferential displacement jumps across the interphase that are linearly related to the normal and tangential tractions. For given material properties and for $\alpha^m > \alpha^f$, the results indicate that uniform temperature cooling yields a tensile stress at the matrix-side of the interphase and a compressive radial stress at the interface. The former may induce earlier failure of the composite when the composite is subjected to additional mechanical loading or thermal cycling. The latter may increase the effective stiffness of composite in tension with low stiffness interphase properties or partially debonded fiber-matrix interface. In case of uniform temperature cooling, the effective thermal expansion coefficient appears to be almost independent of the interphase stiffness due to the existence of high radial compressive stresses around the fibers. In that case the circumferential stiffness rather than radial stiffness of interphase has much influence on the distribution of stresses at the interphase. Also it is shown that the fiber volume ratio plays a more important role in the magnitude of the effective thermal expansion coefficient of a unidirectional composite than the fiber packing type does. Numerical calculations in basic cells have been carried out using the boundary element method.

초 록

정육방형 또는 정사방형의 주기적인 섬유배열을 갖는 단일방향 장섬유로 보강된 복합재료가 균일 온도 분포 변화를 받을때 기지와 섬유 사이의 열팽창계수의 불일치로 인하여 섬유-기지간 경계층에서 발생하는 잔류 열응력성분 및 횡방향 상당열팽창계수를 일종의 수치해석 방법인 경계요소법을 사용하여 해석하였다. 섬유 또는 기지와는 상이한 강성값을 갖는 것으로 알려진 경계층을 반경 방향과 접선 방향으로 트랙션의 연속성을 갖고 변위의 불연속성인 점프를 표시할

* (주)대한항공, 한국항공기술연구원

수 있도록 두께가 없는 스프링의 배열로 모델링하였으며 이들 스프링이 갖는 반경 및 접선 방향 강성값의 변화와 섬유유체의 체적비 및 배열이 단일방향 복합재료의 미시역학 및 거시역학적 거동에 미치는 영향 등을 고찰하였다. 기지의 열팽창계수가 섬유유의 열팽창계수보다 크고 균일온도 분포로 냉각되는 경우 경계층에서는 섬유유의 반경 방향으로 압축 응력이 작용하고 경계층의 기지부에는 둘레 방향으로 인장 응력이 작용하는데 전자의 경우에는 경계층의 강성값이 작거나 국부적으로 경계층의 파단이 있는 경우에도 단일 방향 복합재료의 횡방향 인장 탄성값의 저하를 어느 정도 방지하는 역할과 후자의 경우에는 복합재료가 추가적인 기계적 하중이나 반복되는 열 하중을 받을 경우 조기의 항복을 야기할 수 있음을 유추할 수 있었고 상당열팽창계수는 경계층에 반경 방향으로 큰 압축 응력이 작용하므로 경계층의 강성값에는 거의 무관한 거동을 보임을 알았다. 경계층의 강성값이 경계층에서의 응력분포에 미치는 영향을 보면 반경 방향 강성값보다는 둘레 방향 강성값이 보다 큰 영향을 줄 수 있고 섬유체적비가 섬유유의 배열 방식보다는 상당열팽창계수의 크기에 더 큰 영향을 줄 수 있었다.

1. 서 론

고강도 성능에 비해 적은 무게의 특성과 운송 조건상 우수한 고온 내열성을 갖는 재료가 필수적으로 요구되는 항공우주산업 분야에는 고기능성 섬유보강 복합재료(Fiber Reinforced Composites)의 일종으로 알루미늄(Aluminum)을 기지 재료로 하고 실리콘 카바이드(Silicon Carbide, SiC) 연속 장섬유로 이를 보강한 SiC/Al 금속기지 복합재료의 사용이 늘어나고 있다. 이러한 항공기용 내열용으로 사용되는 복합재료는 넓은 온도 영역에서 온도의 고저가 수 없이 반복되는 일종의 비기계적 피로환경을 경험하게 되는데 특히 온도와 기체 압력의 변동이 동시에 수반되는 경향이 일반적이기 때문에 온도 변화에 의한 항공기의 내구성(Durability)과 직접적인 관계가 있다고 사료된다. 특히 SiC/Al 복합재료의 횡방향 강도(Transverse Strength)는 보강이 안된 알루미늄 보다 훨씬 작고, 작은 변형률에서 취성에 의한 항복양상을 보이므로 SiC/Al 복합재료의 기계적 거동에 영향을 미칠 수 있는 요인들에 대한 연구가 상당히 중요한 관심의 대상이 되고 있다[1]. 이러한 요인들 중에는 섬유 또는 기지와 기지와의 기계적 물성치와는 상이한 값을 갖는 것으로 알려진 섬유-기지간 경계층과 금속기지 복합재료(또는 고분자 기지 복합재료)의 공정중의 냉각기간 동안에 섬유-기지간 열팽창계수의 불일치로 인해 발생하는 열잔류응력등이 복합재료의

기계적 거동에 미치는 영향이 중요시 되어 이에 관한 연구가 활발히 이루어져 왔다[2~19]. 또한 섬유와 기지간의 경계(Interface)에는 섬유를 보호하고 기지에의 함침 및 접착이 용이하게 하기 위해 섬유 표면에 바르는 Sizing 재료의 고온의 제조공정에 따른 화학적인 변화에 의하여 기지나 섬유의 기계적인 물성치와는 상이한 층이 형성되어 있다고 잘 알려져 있다. 이러한 경계층(Interphase)의 상이한 물성치는 복합재료의 횡방향 기계적 거동에 지배적인 영향을 미치므로 이에 관한 연구의 필요성이 커지고 있다. 이러한 경계층의 특성에 대한 기본적인 연구 접근 방법에 있어서는 크게 경계층이 주어진 두께와 물성값을 갖는 것으로 보는 관점(Mikata와 Taya[2], Benveniste 등[3], Chang과 Cheng[4])과 경계층을 반경 방향과 접선방향으로 트랙션의 연속성을 갖고 변위의 불연속성인 점프를 표시할 수 있도록 두께가 없고 어떠한 크기의 강성을 갖는 스프링의 배열로 모델링하는 관점(Jasiuk등[5], Hashin[6~7])으로 나눌 수 있는데, 기존의 대부분의 접근 방법인 두께가 없는 완전 결합(Perfect Bond) 상태로 보는 접근 방법(Van Fo Fy[8], Levin[9], Schapery[10] Rosen와 Hashin[11], Ishikawa등[12], Strife와 Prewo[13], Helmer와 Diefendorf[14], Dvorak[15], Hsueh와 Becher[16], Bowles와 Tompkins[17], Bowles와 Griffin[18], Dvorak등[19], Lu와 Hutchinson[20])은 후자의 특별한 예에 속하는 것으로 볼 수 있다. 전자의

경우에는 실제 복합재료의 기지-섬유간 경계층의 두께가 명확하지 않아 두께를 어떤 정해진 값으로 결정하는 것과 경계층의 물성값을 구하는 것에 어려움이 있고 경계층에서의 파단(Failure)을 해석하는 경우에도 난해한 측면이 있다. 반면에 완전 결합상태를 포함하는 스프링으로 모델화하는 경우 미시역학적 해석이 보다 용이하고 섬유-기지간 경계에서 발생하는 파단현상을 해석하기가 보다 손쉬운 점이었다.

본 논문에서는 후자의 스프링모델을 경계층에 도입하여 균일 온도 변화(Uniform Temperature Change)하에 있는 단일방향 SiC/Al 복합재료를 대상으로 경계층의 강성값 및 섬유체적비가 정육방형(Hexagon) 및 정사방형(Square) 섬유배열을 갖는 복합재료의 섬유-기지간 경계층에서 발생하는 내부응력에 미치는 현상을 수치해석의 일종인 경계요소법(Boundary Element Method)[21~22]을 이용하여 연구하였다. 균일한 온도변화에 따른 기지부와 섬유부의 열팽창계수(Thermal Expansion Coefficient; TEC)의 차이로 인해 나타나는 경계층에서의 응력을 구하였으며, 이때 섬유 또는 기지와는 상이한 강성 값을 갖는 것으로 알려진 섬유-기지간 경계층은 반경 방향과 접선방향으로 트래クション(Traction)의 연속성을 갖고 변위의 불연속성인 점프(Jump)를 표시할 수 있도록 두께가 없는 스프링의 배열로 보고 이들 스프링이 갖는 반경 및 접선 방향 스프링 상수의 변화에 따른 응력성분의 변화를 계산하고 또한 섬유의 배열상태 및 체적비(Fiber Volume Ratio; V_f)가 응력성분에 미치는 영향 등을 고찰하였다.

2. 이론적 배경

복합재료의 기지 재료가 알루미늄과 같은 금속 재인 경우 기지 재료의 용융온도(Melting Point)의 약 반이 되는 온도를 호모로고스 온도(Homologous Temperature)라고 정의하고 이 온도에서 금속의 결정화(Solidification)를 마친다는 전제하에, 이 온도까지 서냉(Slow Cooling)에 의해 발생한 응력은 동시에 이 온도 구간에서 지배적인 크립현상(Creep

Phenomena)에 의해 거의 해소되어 응력이 없는 상태(Stress Free State)가 된다고 알려져 있다[1]. 호모로고스 온도에서 상온으로 서서히 냉각됨에 따라 복합재료 내에는 섬유-기지간 열팽창계수의 불일치로 인해 열응력이 발생하기 시작하며 이 온도 구간에서 섬유, 기지 및 경계층의 기계적 물성값은 온도의 변화에 무관한 거동을 보여 크립현상이 무시되는 선형 열탄성이론을 따른다고 가정한다. 또한 섬유 자체의 제조공정에 따른 섬유내의 잔류응력은 없는 것으로, 기지와 섬유의 재질은 균질등방성 재질(Homogeneous and Isotropic Material)이라고 가정한다.

Fig. 1(a)와 1(b)는 각각 정육방형 및 정사방형으로 섬유가 배열된 단일방향 복합재료의 기하학적 단면 형상을 보여 주며 지면에 수직인 z 축 방향으로 섬유가 무한히 연장되어 있는 평면 변형률 상태(Plane Strain State)에 놓여 있다고 가정한다. 섬유들은 균등한 반경 a 를 갖고 있으며, 서로 인접한 섬유들의 중심간 거리는 각각 $\sqrt{3}b$ 와 $2b$ 이다.

본 연구의 대상인 단일방향 복합재료가 기준온도 Θ_0 에서 현재온도인 Θ_c 로 균일한 온도변화 $\Theta = \Theta_c - \Theta_0$ 를 겪는다면 복합재료는 $\Theta = 0$ 일때 응력이 없는

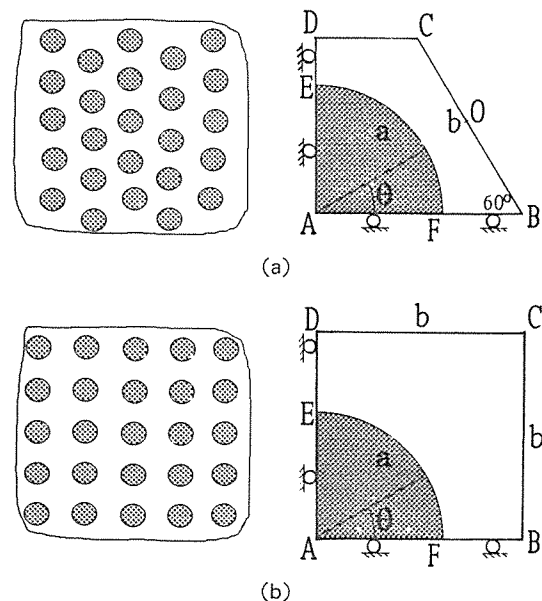


Fig. 1. Geometric configurations of (a) a hexagonal array (b) a square array and basic cells

상태에 있다고 볼 수 있다. 복합재료내의 전체 응력 및 변형분포상태는 횡단면상의 섬유들의 주기적 배열과 기하학적 대칭성으로 인해 국부지역인 Fig. 1(a)와 1(b)의 사각형 ABCD내의 응력 및 변위 분포가 구해지게 되면 모두 결정될 수 있다. 이점은 수치해석 방법의 일종인 경계요소법의 적용을 용이하게 한다. 사각형 ABCD를 기본셀(Basic Cell)이라 부르면 식 (1a) 및 (1b)는 정육방형 섬유배열 및 정사방형 섬유배열에 대한 기본셀의 경계면에서 만족되어야 할 경계 조건을 나타낸다. 여기서 θ 는 면 \overline{AB} 에서부터 반시계방향으로 증가하는 각도를 표시하는 극좌표이다. 섬유배열의 기하학적 대칭성 및 균일 온도분포 조건으로부터 기본셀의 경계면 상에서의 전단응력 성분은 없어진다. x, y 좌표계를 정육방형 섬유배열의 경우 기본셀의 0점에, 정사방형 배열의 경우에는 기본셀의 A점에 놓으면 기본셀의 각 경계면에서의 조건식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} X \in \overline{AB} & ; t_x=0, v=-C_2 \\ X \in \overline{BC} & ; t_x(x, y)=t_x(-x, -y) \\ & t_y(x, y)=t_y(-x, -y) \\ & u(x, y)=-u(-x, -y) \\ & v(x, y)=-v(-x, -y) \\ X \in \overline{CD} & ; t_x=0, v=C_2 \quad (\text{Hexagonal Array}) \\ X \in \overline{DA} & ; t_y=0, u=C_1 \quad \dots\dots\dots (1a) \\ X \in \overline{AB} & ; t_x=0, v=0 \\ X \in \overline{BC} & ; t_y=0, u=C_1 \\ X \in \overline{CD} & ; t_x=0, v=C_2 \quad (\text{Square Array}) \\ X \in \overline{DA} & ; t_y=0, u=0 \quad \dots\dots\dots (1b) \end{aligned}$$

여기서 굵은 대문자 X 는 점(x, y)를 의미하며 u, v 와 t_x, t_y 는 각각 x 와 y 방향으로의 변위 및 트랙션(Traction) 성분이다. 정육방형 배열에 대한 기본셀의 경계면에서 만족되어야 할 x 방향으로의 힘의 평형조건식은 각각 다음과 같다.

$$\int_{BC} t_x(s)ds + \int_{DA} t_x(s)ds = 0 \quad \dots\dots\dots (2a)$$

사다리꼴 ABCD로 부터 다음식을 얻는다.

$$\int_{DA} t_x(s)ds + \int_{EF} t_x(s)ds = 0 \quad \dots\dots\dots (2b)$$

외부하중이 작용하지 않으므로 다음조건식이 성립된다.

$$\int_{DA} t_x(s)ds = \int_{EF} t_x(s)ds = 0 \quad \dots\dots\dots (2c)$$

식(1a)의 대칭조건을 면 \overline{BC} 에 적용하면 다음식을 얻는다.

$$\int_{BC} t_{x, y}(s)ds = 2 \int_{OC} t_{x, y}(s)ds = 0 \quad \dots\dots\dots (2d)$$

식(2a), (2c) 및 (2d)를 결합하면 다음과 같은 x 방향의 평형방정식을 최종적으로 얻을 수 있다.

$$\int_{OC} t_x(s)ds = 0 \quad \dots\dots\dots (2e)$$

유사한 방법으로 y 방향으로의 평형방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\int_{OC} t_y(s)ds = 0 \quad \dots\dots\dots (2f)$$

한편 정사방형 배열에 대한 기본셀의 경계면에서 만족되어야 할 x 및 y 방향으로의 힘의 평형조건식은 각각 다음과 같다.

$$\int_{BC} t_x(s)ds = 0 \quad (x \text{ 방향}) \quad \dots\dots\dots (3a)$$

$$\int_{CD} t_y(s)ds = 0 \quad (y \text{ 방향}) \quad \dots\dots\dots (3b)$$

섬유와 기지 사이에 어떤 미지의 강성값을 갖는다고 알려진 경계층은 두께가 없는 무수한 스프링들이 섬유의 경계면을 따라 섬유의 반경 및 접선 방향으로 배열되어 있는 것으로 모델링하였으며 이때 경계층에서의 섬유 및 기지면에서의 응력과 변위의 관계식은 아래와 같은 극좌표계로 표시될 수 있다[23].

$$\begin{aligned} -t_r^m &= t_r^f = k_r(u_r^m - u_r^f) \\ \text{if } -t_r^m &= t_r^f > 0 \quad \dots\dots\dots (4a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -t_r^m &= t_r^f \text{ and } u_r^m = u_r^f \\ \text{if } -t_r^m &= t_r^f \leq 0 \quad \dots\dots\dots (4b) \end{aligned}$$

$$-t_\theta^m = t_\theta^f = k_\theta(u_\theta^m - u_\theta^f) \quad \dots\dots\dots (4c)$$

여기서 극좌표계의 중심은 섬유의 중심 A점에 위치하며 t_r 과 t_θ 는 각각 경계층에서의 반경 방향 및 접선 방향으로의 트랙션이다. 경계층에서 만족되

어야 할 조건식(1)은 경계층에 손상이 전혀 없는 경우에 적용되며 상첨자 'm'과 'f'는 각각 기지와 섬유에서 정의되는 양(Quantity)임을 표시하며 스프링상수 k_f 과 k_0 의 무차원화된 양 k_1 과 k_2 는 다음과 같이 정의된다.

$$k_1 = k_f a / \mu^m \quad \dots\dots\dots (4c)$$

$$k_2 = k_0 a / \mu^m \quad \dots\dots\dots (4d)$$

여기서 μ^m 은 기지의 전단계수이고 a 는 섬유의 반경이다.

체적력(Body Force)이 작용하지 않는 균질 등방성재료의 2차원 탄성체에 대해 평형방정식 및 Betti의 Reciprocal Theorem을 적용하면 다음과 같은 열탄성 경계적분방정식(Thermoelastic Boundary Integral Equation)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i^m(\xi) = & \int_{\Gamma^m} U_{ij}^m(x, \xi) t_j^m(x) d\Gamma(x) \\ & - \int_{\Gamma^m} T_{ij}^m(x, \xi) u_j^m(x) d\Gamma(x) \\ & + \int_{\Gamma^m} A_i^m(x, \xi) \Theta^m(x) d\Gamma(x), \quad x, \xi \in \Gamma^m \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5a)$$

$$U_{ij}^m(x, \xi) = \frac{1}{8\pi\mu^m(1-\nu^m)} \left[(3-4\nu^m) \ln\left(\frac{1}{R}\right) \delta_{ij} + \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{\partial R}{\partial x_j} \right] \dots\dots\dots (5b)$$

$$\begin{aligned} T_{ij}^m(x, \xi) = & - \left[\lambda^m \frac{\partial}{\partial x_i} U_{ii}^m(x, \xi) \delta_{jk} \right. \\ & \left. + \mu^m \frac{\partial}{\partial x_k} U_{ij}^m(x, \xi) + \mu^m \frac{\partial}{\partial x_j} U_{ik}^m(x, \xi) \right] \\ n_k(x) \quad \dots\dots\dots (5c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_i^m(x, \xi) = & - \frac{1+\nu^m}{8\pi(1-\nu^m)} \alpha^m \\ & \left[(1-2\ln\left(\frac{1}{R}\right)) n_i(x) + 2 \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{\partial R}{\partial x_k} n_k(x) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5d)$$

여기서 Γ^m 은 물체를 적분 진행 방향의 왼쪽으로 끼고 도는 방향으로 적분이 수행되는 기지의 경계를 표시한다. R 은 작용점 ξ 와 측정점 x 사이의 거리이며 $n_k(x)$ 는 경계면에서 밖으로 향하는 수직 벡터의 k 방향 성분이다. Lamè 상수 λ 는 전단계수

μ 와 Poisson의 비 ν 항으로 $\lambda = 2\mu\nu/(1-2\nu)$ 와 같이 표현된다. 또한 편의상 지수개념(Indexical Notation)을 도입하여 $(x_1, x_2) = (x, y)$ 로 표현하였다. 식(5a)의 $u_i^m(\xi)$ 의 계수 $1/2$ 은 대상물질이 등방성이고 Γ^m 이 부드러운 곡면(Smooth Contour)일때 얻어진 계수값이다. 한편 섬유의 경계면을 따라 적분될 때의 경계적분 방정식은 다음과 같이 치환된다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i^f(\xi) = & \int_{\Gamma^f} U_{ij}^f(x, \xi) t_j^f(x) d\Gamma(x) \\ & - \int_{\Gamma^f} T_{ij}^f(x, \xi) u_j^f(x) d\Gamma(x) \quad \dots\dots\dots (6) \\ & + \int_{\Gamma^f} A_i^f(x, \xi) \Theta^f(x) d\Gamma(x), \quad x, \xi \in \Gamma^f \end{aligned}$$

여기서 Γ^f 는 기본셀의 섬유부분의 경계를 표시하며 기본탄성해(Fundamental Solutions)는 식(5b, 5c, 5d)에서 기지의 물성치를 섬유의 물성치로 대체함으로써 얻는다. 식(5)와 (6)과 같은 경계적분방정식에 대한 이산화과정(Discretization) 및 후처리 연산 방법은 참고문헌[21~22]에 상세히 언급되어 있으므로 본 논문에서는 이를 생략하였다.

3. 수치해석 및 결과

본 논문에서의 수치해는 다음과 같은 물성치를 갖는 재료에 대해 수행되었다.

Aluminum기지 :

$$\mu^m = 3.759 \text{ Msi}, \quad \nu^m = 0.33, \quad \alpha^m = 12.8 \mu\epsilon/^{\circ}\text{F}$$

SiC 섬유 :

$$\mu^f = 24.59 \text{ Msi}, \quad \nu^f = 0.22, \quad \alpha^f = 0.83 \mu\epsilon/^{\circ}\text{F}$$

경계층에서의 균열의 발생(Generation), 전파(Propagation) 및 정체(Arrest) 등의 현상을 해석하려면 임계 응력, 변형률, 또는 변형에너지밀도(Strain energy Density) 파단조건식등의 적당한 임계파단조건식(Critical Failure Criterion)의 도입이 필요하다. 본 연구에서는 스프링으로 모델화된 경계층에서 잘 정의되는 인장응력 및 전단응력의 영향을 동시에 나타내고 있는 변형에너지밀도 임계파단조건식을 사용하였으며 그 식은 아래와 같이 표현된다.

$$U = \sigma_r^2 / 2k_r + \sigma_{r\theta}^2 / 2k_{\theta} \quad \dots\dots\dots (7a)$$

여기서 경계층의 반경방향 트랙션은 경계층이 인장을 받는 경우에만 식(7a)에 영향을 주며 압축력을 받는 경우에는 반경방향의 스프링상수가 완전결합 상태($k_r = \infty$)처럼 행동하여 식(7a)에는 영향을 주지 못하므로 이 경우 경계층에서는 전단응력에 의한 영향이 지배적으로 작용한다. 식 (7a)는 편의상 다음과 같이 재정의하였다.

$$\tilde{U} = U \mu^m / (\Theta^2 a) = (\tilde{\sigma}_r^2 + \tilde{\sigma}_{r\theta}^2) / 2k \quad \dots\dots\dots (7b)$$

여기서 $k = k_1 = k_2$ 로 가정하였고 상첨자 ‘~’는 단위 균일 온도 변화당 발생한 열응력을 표시하는 것으로서 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} / \Theta, \quad i, j = r, \theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

본 논문에서는 경계층의 한 지점에서의 단위 면적당 변형에너지값(U)이 아래식을 만족할 때, 즉 어떤 임계값(U^c)을 넘어설때, 그 점에서 경계층이 분리되어 경계층 균열이 발생한다고 가정한다.

$$U \geq U^c \quad \dots\dots\dots (9)$$

기지부에서의 균열발생 및 전파에 대한 해석에도 적당한 임계조건식이 필요하다. 완전한 단일방향 복합재료가 인장하중을 받을때 기지내의 최대인장응력은 물리적 직관과 일치하는 섬유기지간 경계층에서 발생하고 또한 기지부의 균열발생(Crack Initiation)은 Daniel등[24]에 의한 실험에서 관찰된 바와 같이 다음과 같은 식이 만족될 때 기지부의 균열이 생긴다고 가정할 수 있다.

$$\sigma_{\theta} \geq \sigma^c \quad \dots\dots\dots (10)$$

여기서 σ^c 은 기지재료의 임계응력값이다.

2차원 평형 변형률 상태하의 기지와 섬유간 경계층의 기지쪽에서의 접선 방향으로의 응력 σ_{θ}^m 은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{\theta}^m = \frac{v^m}{1-v^m} \sigma_r^m + \frac{2\mu^m}{a(1-v^m)} \left(u_r^m + \frac{\partial u_{\theta}^m}{\partial \theta} - (1+v^m)a\alpha^m \Theta \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

여기서 $\partial u_{\theta}^m / \partial \theta$ 은 수치차분법(Numerical Differentiation Method)으로 구할 수 있다.

경계적분방정식 (5a)와 (6), 경계조건식 (1, 4) 및 평형방정식(2, 3)을 풀면 기본셀의 경계에서의 변위 및 트랙션값을 결정할 수 있다. 그리고 미지상수 C_1, C_2 가 결정되면 이 값으로부터 x 및 y 방향으로의 상당변형률(Effective Strain)을 아래와 같이 표시할 수 있다.

$$\bar{\epsilon}_x = -\frac{4C_1}{3b}, \quad \bar{\epsilon}_y = \frac{4C_2}{\sqrt{3}b} \quad \text{(Hexagonal Array)} \quad \dots\dots (12a)$$

$$\bar{\epsilon}_x = \frac{C_1}{b}, \quad \bar{\epsilon}_y = \frac{C_2}{b} \quad \text{(Square Array)} \quad \dots\dots (12b)$$

여기서 상수 C_1, C_2 는 사실상 경계층의 강성치, 섬유의 체적비, 구성물질의 물성치 및 균일온도변화조건등의 영향을 내포하고 있으며 이때 상당열팽창계수(Effective Thermal Expansion Coefficient ; ETEC)는 다음과 같다.

$$\bar{\alpha}_x = -\frac{4C_1}{3b\Theta}, \quad \bar{\alpha}_y = \frac{4C_2}{\sqrt{3}b\Theta} \quad \text{(Hexagonal Array)} \quad \dots\dots (13a)$$

$$\bar{\alpha}_x = \frac{C_1}{b\Theta}, \quad \bar{\alpha}_y = \frac{C_2}{b\Theta} \quad \text{(Square Array)} \quad \dots\dots (13b)$$

본 논문의 수치해석에서 섬유의 반경을 일정값 a 로 고정하고 기본셀의 크기 b 를 증감시킴으로써 섬유의 체적이 전체 복합재료 체적에서 차지하는 비를 표시하는 섬유체적비(Fiber Volume Ratio, V_f)를 0.1에서 0.8(또는 0.7)까지 변화시켰다. 이때 섬유체적비는 정육방형 섬유배열은 $V_f = 2\pi a^2 / (3\sqrt{3}b^2)$ 로 정사방형 배열은 $V_f = \pi a^2 / (4b^2)$ 로 표시될 수 있다. 무차원화된 스프링 상수의 값 k 은 r 과 θ 방향의 값이 같다고 놓고(즉 $k_1 = k_2 = k$)이 k 값을 0, 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000 및 완전 결합(Perfect Bond) 상태인 무한값 등으로 변화시켜 가고 이들의 값의 변화에 따른 섬유-기지간 경계층의 기지부에서의 응력성분을 계산하였

다. 이때 $k > 10$ 인 100과 1000의 경우와 $k < 0.1$ 인 0.001의 경우에는 그 거동이 각각 완전결합상태와 완전분리(Total Debonding)상태와 거의 유사한 결과를 보이므로 결과 그림의 간단화를 위해서 생략하였다. 섬유-기지간 경계면에서 발생한 열응력을 단위온도변화에 대해 계산하였으므로 $\Theta = \pm 1(^{\circ}\text{F})$ 로 놓았다. 경계요소로는 상수요소(Constant Element)를 사용하였으며 기본셀내의 섬유의 반지름 a 를 단위길이 $a=1$ 로 고정하면 섬유체적비 V_f 가 작아질수록 기본셀의 경계면 길이가 증가하게 되는 일종의 가변 경계면을 갖게 된다. 이때 기본셀내의 섬유 경계층의 길이를 $N_{FE}=40$ 으로 나누어 등분시키고 나머지 외곽 경계면들에 대해서는 같은 요소수/길이의 비율로 등분하였다. 경계요소법의 적용에 있어서 기본셀을 구성하는 기지와 섬유의 경계면을 구성하는 각 요소(Element)에서 구하고자 하는 미지수(Unknowns; u_x, u_y, t_x, t_y)들의 총합과 주어진 조건식 및 방정식들의 수가 최소한 같아야 원하는 수치 해를 얻을 수 있다. Fig.1(a) 및 1(b)의 기본셀을 구성하는 기지부분과 섬유부분의 경계면 Γ^m 과 Γ^f 는 각각 $\Gamma^m = \overline{FB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF}$ 와 $\Gamma^f = \overline{FE} + \overline{EA} + \overline{AF}$ 로 구성되어 있다. 이들 직선 또는 곡선 $\overline{FB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}$ (또는 \overline{FE}), $\overline{EA}, \overline{AF}$ 들이 각각 $N_{AB}, N_{BC}, N_{CD}, N_{DE}, N_{EF}$

(N_{FE}), N_{EA}, N_{AF} 개의 요소갯수로 분할된다면 Table 1에서 보는 바와같이 기지 및 섬유의 경계에서 미지수의 개수와 방정식의 개수가 같음을 알 수 있다.

본 연구의 결과를 그린 Fig.2에서 Fig.8(a)까지는 본 연구의 대상인 복합재료가 $\Theta < 0$ 인 균일 온도 냉각상태에 있을 때 얻은 것이며 응력성분은 경계층의 기지부에 작용하는 응력을 나타낸다. Fig.2는 V_f 가 0.6인 정사방형 섬유 배열을 갖는 복합재료에 대해 섬유-기지간 경계층의 강성값 k 의 변화에 따른 경계층 및 기지부에서의 열응력 및 변형에너지밀도를 보여 주고 있다. Fig.2(a)에서 볼 수 있듯이 반경방향응력 $\tilde{\sigma}_r$ 은 경계층의 대부분의 영역에서 압축응력을 갖고 경계층의 강성값 k 가 증가함에 따라 그 압축응력의 크기가 조금씩 증가하고 그 최대값은 $\theta=0^{\circ}$ 및 90° 에서 일어난다. 그러나 k 의 변화에 따른 반경방향의 응력성분의 변화는 그리 큰 영향을 받지 않음을 보이고 있다. 경계층 기지부에서의 전단응력 $\tilde{\sigma}_{r\theta}$ 은 k 가 증가함에 따라 그 크기가 증가하고 기하학적 대칭축들과 만나는 점인 $\theta=0^{\circ}, 45^{\circ}, 90^{\circ}$ 에서 0이 됨을 알 수 있다. 또한 접선방향응력(Hoop Stress) $\tilde{\sigma}_{\theta}$ 은 경계층의 모든 영역에서 항상 인장응력을 보이고 있으며, k 값이 완전결합상태인 경우에는 $\theta=45^{\circ}$ 부근에서 그 최

Table 1. Comparison of the numbers of unknowns and equations in the basic cells

Boundaries	No. of Elements	No. of Unknowns		No. of Equations	
		Hexagonal Array	Square Array	Hexagonal Array	Square Array
Matrix(Γ^m) ;					
\overline{EF}	N_{EF}	(u, v, t_x, t_y) $4N_{EF}$	(u, v, t_x, t_y) $4N_{EF}$	Eq. (5a), $2N_{EF}$	Eq. (5a), $2N_{EF}$
\overline{FB}	N_{FB}	(u, t_y, C_2) $2N_{FB}+1$	(u, t_y) $2N_{FB}$	Eq. (5a), $2N_{FB}$	Eq. (5a), $2N_{FB}$
\overline{BC}	N_{BC}	(u, v, t_x, t_y) $4N_{BC}$	(v, t_x, C_1) $2N_{BC}+1$	Eq. (5a), $2N_{BC}$	Eq. (5a), $2N_{BC}$
\overline{CD}	N_{CD}	(u, t_y, C_2) $2N_{CD}$	(u, t_y, C_2) $2N_{CD}+1$	Eq. (1a), $2N_{BC}$	Eq. (5a), $2N_{CD}$
\overline{DE}	N_{DE}	(v, t_x, C_1) $2N_{DE}+1$	(v, t_x) $2N_{DE}$	Eq. (5a), $2N_{CD}$	Eq. (5a), $2N_{DE}$
Fiber(Γ^f) ;					
\overline{FE}	N_{FE}	(u, v, t_x, t_y) $4N_{FE}$	(u, v, t_x, t_y) $4N_{FE}$	Eq. (6), $2N_{FE}$	Eq. (6), $2N_{FE}$
\overline{EA}	N_{EA}	(v, t_x, C_1) $2N_{EA}$	(v, t_x) $2N_{EA}$	Eq. (4), $4N_{FE}$	Eq. (4), $4N_{FE}$
\overline{AF}	N_{AF}	(u, t_y, C_2) $2N_{AF}$	(u, t_y) $2N_{AF}$	Eq. (6), $2N_{EA}$	Eq. (6), $2N_{EA}$
				Eq. (6), $2N_{AF}$	Eq. (6), $2N_{AF}$
				Eqs. (2e, 2f), 2	Eq. (3), 2

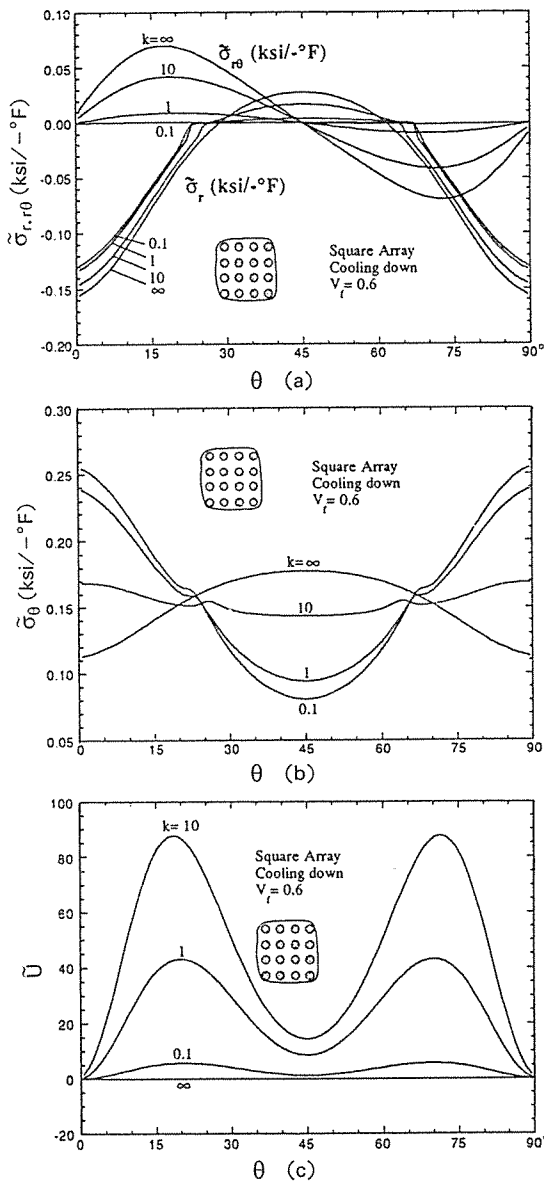


Fig. 2. (a) $\tilde{\sigma}_r$, $\tilde{\sigma}_{r\theta}$, (b) $\tilde{\sigma}_\theta$, (c) \tilde{U} at the matrix side of the interphase of a square array composite of $V_f=0.6$ for various k under a uniform temperature change, $\Theta < 0$.

대값이 나타나고, k 값이 0.1 이하인 경우에는 $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ 에서 최대값이 나타나 이 부근에서 기지부의 균열 발생이 일어날 수 있음을 보이고 있다. Fig. 2(c)의 변형에너지 밀도의 최대값이 나타나는 위치로부터 경계층의 파단(Interphase Failure)은

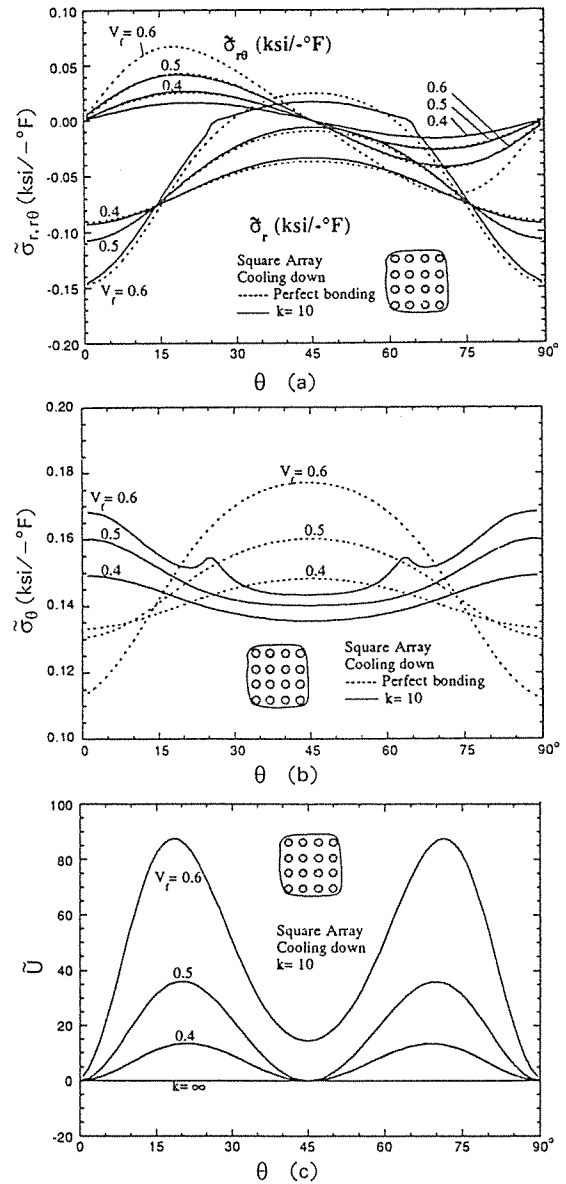


Fig. 3. (a) $\tilde{\sigma}_r$, $\tilde{\sigma}_{r\theta}$, (b) $\tilde{\sigma}_\theta$, (c) \tilde{U} at the matrix side of the interphase of a square array composite of $k=10$ for various V_f under a uniform temperature change, $\Theta < 0$.

$\theta = 18^\circ$ 와 72° 부근에서 발생할 수 있음을 유추할 수 있는데, 이는 최대 전단응력이 나타나는 위치와 일치하여 파단은 주로 경계층의 미끄러짐에 기인함을 알 수 있다. Fig. 3과 4는 정사방형 섬유배열 복합재료의 섬유-기지간 경계층의 강성값이 각각

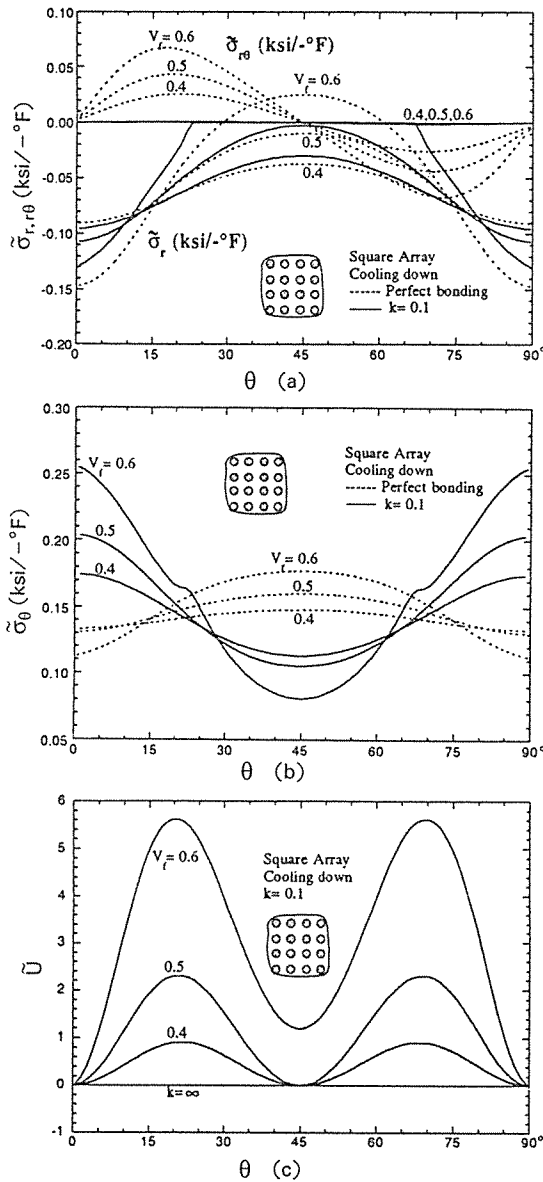


Fig. 4. (a) $\tilde{\sigma}_r$, $\tilde{\sigma}_{r\theta}$, (b) $\tilde{\sigma}_\theta$, (c) \tilde{U} at the matrix side of the interphase of a square array composite of $k=0.1$ for various V_f under a uniform temperature change, $\Theta < 0$.

$k=10$ 및 0.1인 경우, V_f 가 0.4, 0.5 및 0.6으로 변화함에 따른 경계층에서의 응력 및 변형에너지 밀도를 보이고 있다. 이때 점선은 경계층의 완전 결합한 상태의 결과를 나타낸다. Fig. 2(a)에서 V_f 가 0.6일때 나타났던 경계층에서의 반경방향 인장

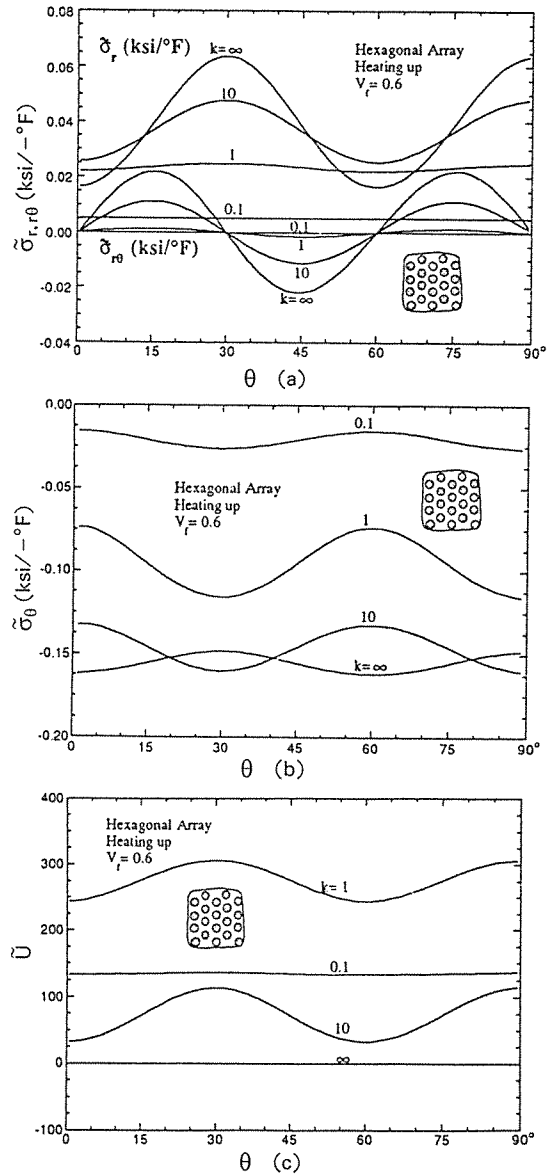


Fig. 5. (a) $\tilde{\sigma}_r$, $\tilde{\sigma}_{r\theta}$, (b) $\tilde{\sigma}_\theta$, (c) \tilde{U} at the matrix side of the interphase of a hexagonal array composite of $V_f=0.6$ for various k under a uniform temperature change, $\Theta < 0$.

응력 ($\tilde{\sigma}_r > 0$)은 V_f 가 0.6 이하로 작아짐에 따라 없어져 전영역에서 압축응력이 나타남을 알 수 있다. 경계층의 전영역에서 반경방향으로 압축응력이 작용하면 유연한 경계층의 반경방향 강성값은 마치 완전결합상태로 행동하므로 Fig. 3(a)와 Fig. 4(a)

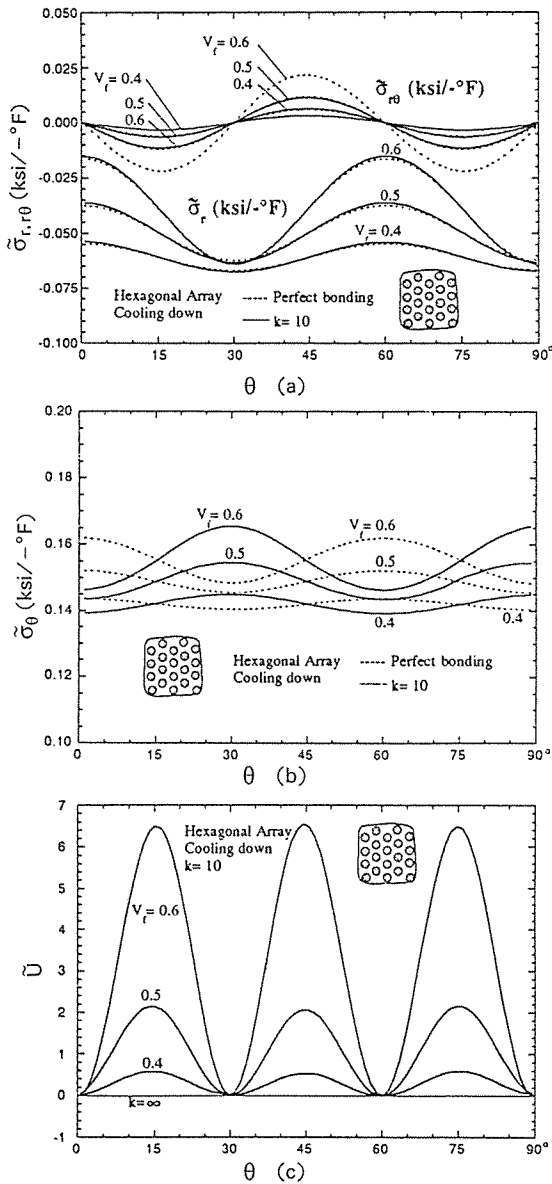


Fig. 6. (a) $\tilde{\sigma}_r$, $\tilde{\sigma}_{r,0}$, (b) $\tilde{\sigma}_\theta$, (c) \tilde{U} at the matrix side of the interphase of a hexagonal array composite of $k=10$ for various $V_f=0.4, 0.5$ and 0.6 under a uniform temperature change, $\Theta < 0$.

에서 볼 수 있는 유연한 경계층의 $\tilde{\sigma}_r$ 과 완전결합 상태의 $\tilde{\sigma}_{r,0}$ 과의 미소한 차이는 접선방향 경계층의 강성값의 차이에서 즉 섬유-기지간 경계면의 미끄러짐에 기인하는 것으로 볼 수 있다. 그리고 θ

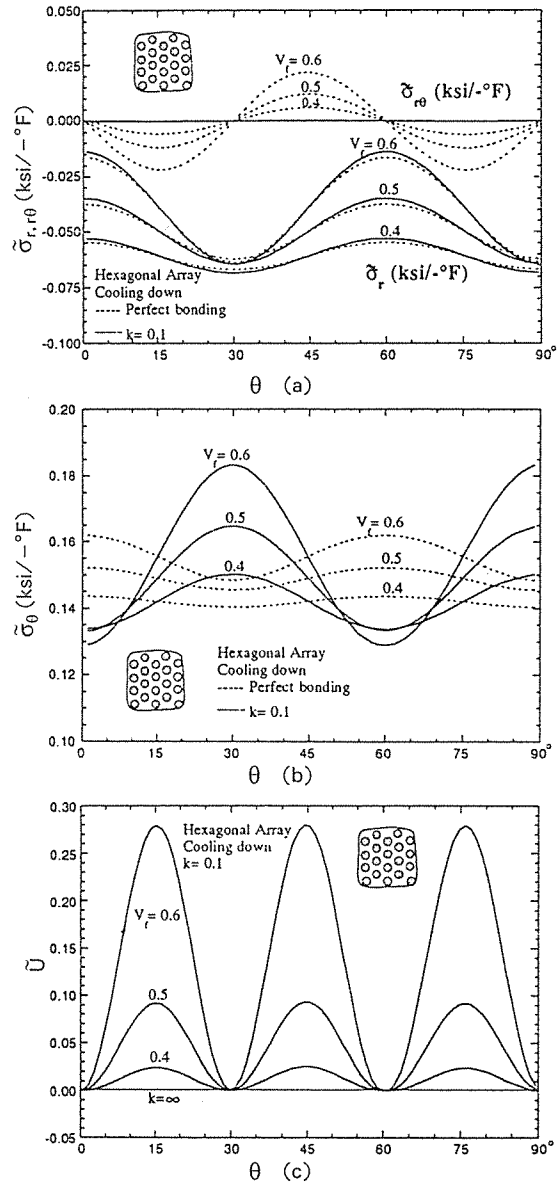


Fig. 7. (a) $\tilde{\sigma}_r$, $\tilde{\sigma}_{r,0}$, (b) $\tilde{\sigma}_\theta$, (c) \tilde{U} at the matrix side of the interphase of a hexagonal array composite of $k=0.1$ for various V_f under a uniform temperature cooling, $\Theta < 0$.

$=0^\circ, 90^\circ$ 에서 나타나는 반경방향 최대 압축응력의 크기는 V_f 가 커짐에 따라 증가하는 경향을 보이고 있다. 한편 $\tilde{\sigma}_{r,0}$, $\tilde{\sigma}_\theta$ 및 \tilde{U} 의 경향은 동일한 k 의 경우 V_f 가 커짐에 따라 증가하는 경향을 보이고 있으며 경계층의 강성값 k 에 대한 경향은 Fig. 2의 경향들과

유사함을 알 수 있다. Fig.5는 Fig.2와 동일한 조건하에서 정육방형 섬유배열을 갖는 복합재료의 경계층에서의 $\tilde{\sigma}_r$, $\tilde{\sigma}_{r\theta}$, $\tilde{\sigma}_\theta$ 및 \tilde{U} 를 보여준다. 정육방형 배열의 경우 반경방향 응력은 경계층의 모든 강성값에 대해 압축응력이 작용하나 이 압축응력의 최대값은 정사방형 배열의 그것 보다 작으며 반경방향 압축응력으로 인해 경계층의 반경 방향 강성값은 마치 완전결합상태로 행동하므로 k 의 변화에 따른 차이는 거의 미소함을 보이고 있다. 정육방형 배열의 기하학적 대칭선의 각도에 해당하는 $\theta=0^\circ$, 30° , 60° 및 90° 에서 전단응력이 없으며 전단응력의 최대값은 $\theta=15^\circ$, 45° , 90° 에서 나타나는데 이는 반경 방향 압축응력의 영향으로 전단응력이 경계층의 파단에 지배적인 역할을 하므로 경계층에서의 변형에너지밀도가 최대가 되는 위치와 일치함을 확인 할 수 있다. 기지부에서의 접선방향응력은 경계층의 모든 영역에서 인장응력으로 나타나며 경계층의 강성값이 유연한 경우 그 최대값은 $\theta=30^\circ$ 와 90° 에서 완전결합상태인 경우 $\theta=0^\circ$ 와 60° 에서 나타나 이 지점들이 기지부의 균열 발생 가능성이 높은 곳으로 생각할 수 있다. 이때 경계층이 유연할수록 접선방향 인장응력의 최대값의 크기가 증가함을 볼 수 있다. Fig.6과 Fig.7은 정육방형 섬유배열 복합재료의 섬유-기지간 경계층의 강성값이 각각 $k=10$ 및 0.1 인 경우, V_f 가 0.4 , 0.5 및 0.6 으로 변화함에 따른 경계층에서의 응력 및 변형에너지 밀도를 보이고 있다. 정사방형 배열의 경우와 같이 경계층의 $\tilde{\sigma}_r$ 과 완전결합상태의 $\tilde{\sigma}_r$ 과의 미소한 차이는 접선방향 경계층의 강성값의 차이에서 즉 섬유-기지간 경계면의 미끄러짐에 기인하는 것으로 볼 수 있다. 그리고 $\theta=30^\circ$, 90° 에서 나타나는 반경방향 최대 압축응력의 크기는 $V_f=0.4$ 일때 가장 크나 $V_f=0.5$ 와 0.6 과 비교해 보면 차이가 미소함을 볼 수 있다. 한편 $\tilde{\sigma}_{r\theta}$, $\tilde{\sigma}_\theta$ 및 \tilde{U} 의 경향은 동일한 k 의 경우 V_f 가 커짐에 따라 증가하는 경향을 보이고 있으며 경계층의 강성값 k 에 대한 경향은 Fig.5의 경향들과 유사함을 알 수 있다. Fig.8(a)는 $\Theta<0$ 인 균일 온도 변화를 겪는 정육방형 및 정사방형에 대한 상당열팽창계수 k 및 V_f 에 대해 그 경향을 비교한 것으로 섬유배열에 따른 상당열

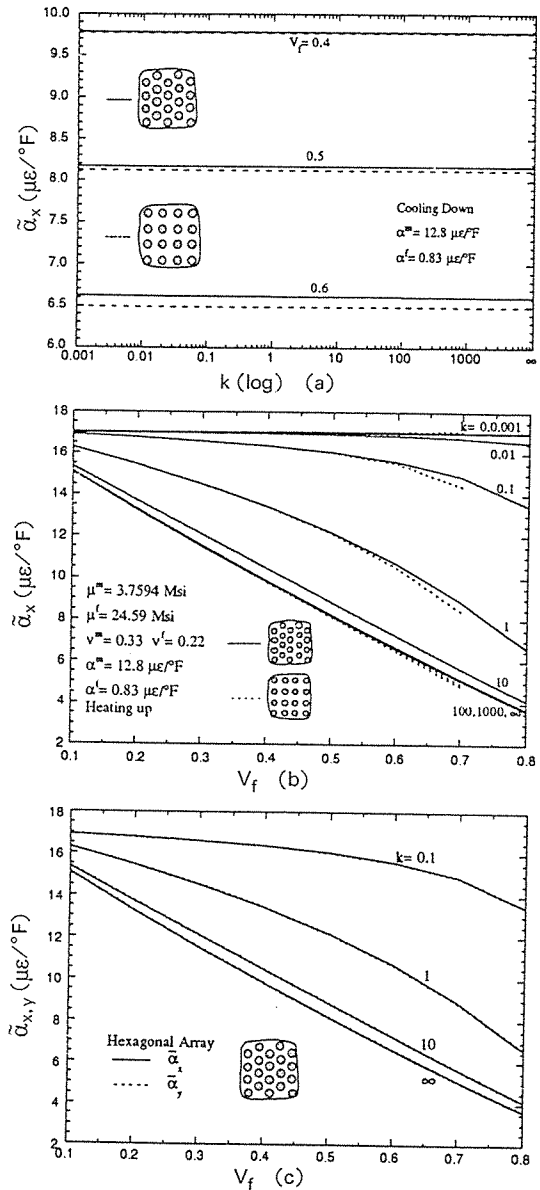


Fig. 8. (a) ECTE versus k for $V_f=0.4, 0.5$ and 0.6 under a uniform temperature cooling, $\Theta<0$, (b) ECTE versus V_f for various k under a uniform temperature heating, $\Theta>0$ and (c) ECTE versus k for various V_f in the x and y directions for the composites, $\Theta>0$.

팽창계수의 차이는 서로 미소하나 정육방형의 상당열팽창계수가 모든 k 및 V_f 에 대해 약간씩 크고 섬유의 체적비가 증가할수록 그 차이가 약간씩 증

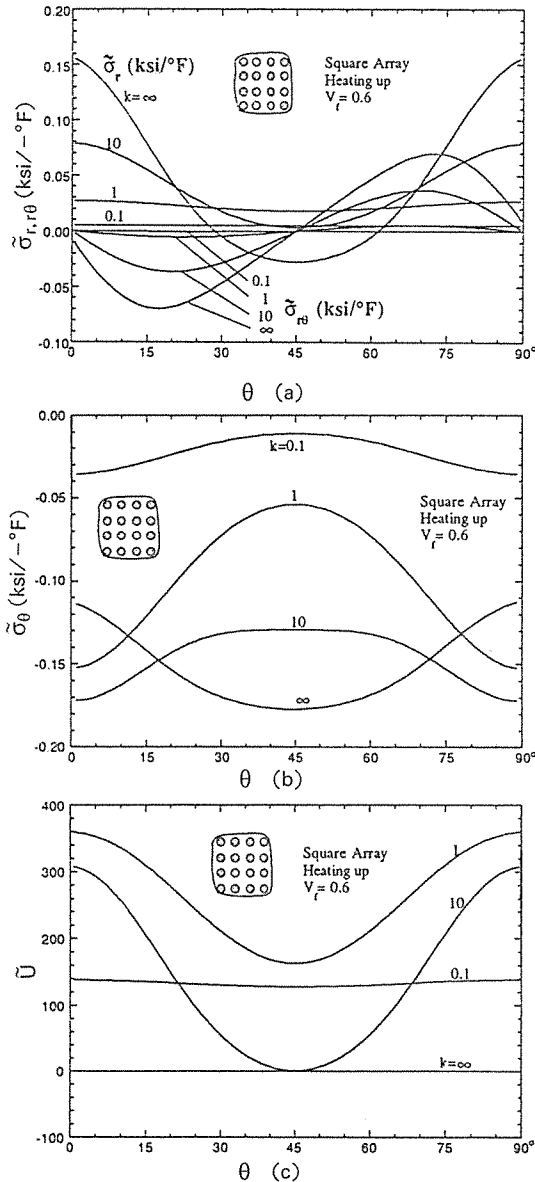


Fig. 11. (a) $\tilde{\sigma}_r$, $\tilde{\sigma}_{r\theta}$, (b) $\tilde{\sigma}_\theta$, (c) \tilde{U} at the matrix side of the interphase of a square array composite of $V_f=0.6$ for various k under a uniform temperature heating, $\Theta > 0$.

-기기간 경계층의 유연상수값(Compliance) 및 균일온도변화값 등을 각각 10% 증가시켰을 때 상당 열팽창계수 및 경계층에서의 변형에너지밀도의 변화 %를 보여준다. 이때 횡방향 상당열팽창계수는 기지의 열팽창계수와 외부 조건인 온도변화에 매우

민감함을 알 수 있고 경계층에서의 변형에너지밀도의 경우에는 이들 두 값뿐만 아니라 기지의 전단계수값에도 민감함을 보이고 있다. Fig. 10과 Fig. 11은 각각 정육방형 및 정사방형 섬유배열 복합재료의 섬유체적비가 0.6이고 균일온도증가($\Theta > 0$)를 겪을 때 섬유-기기간 경계층의 강성값의 변화에 따른 경계층에서의 응력 및 변형에너지밀도를 보이고 있다. 온도 증가의 경우 냉각과는 달리 기지부의 열팽창계수가 섬유의 열팽창계수 보다 커 기지부의 경계면이 섬유의 경계면에서 멀어지는 방향으로 팽창하므로 섬유-기기간 경계층의 전 영역에는 반경방향으로 인장응력이 작용하며 k 가 증가하면 인장응력의 크기도 증가하는 경향을 보이고 있고 최대값은 정육방형 배열의 경우 $\theta = 30^\circ$ 와 90° 에서 반면에 정사방형 배열에서는 $\theta = 0^\circ$ 와 90° 에서 나타나고 있다. $\Theta > 0$ 인 경우 경계층에는 반경방향 인장응력의 영향이 두드러 지는데 이로 인해 경계층에서의 최대 변형에너지밀도의 발생 위치는 최대 반경방향 인장응력이 발생하는 위치와 거의 일치함을 볼 수 있다. 한편 경계층 기지부의 접선방향으로는 압축응력이 작용하며 그 크기는 전반적으로 k 가 증가하면 증가하는 경향을 보이고 있다.

4. 결 론

경계요소법을 이용한 단일방향 섬유강화 복합재료의 경계층을 스프링으로 모델화한 기본셀의 균일온도변화에 따른 미시 역학적 거동 연구에서 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 섬유-기기간 열팽창 계수의 불일치로 섬유-기기간 경계층에는 상온에서 심한 내부잔류응력이 발생하며 이는 복합재료의 기계적 거동에 영향을 줄 수 있다.
- (2) 기지의 열팽창계수가 섬유의 열팽창계수 보다 크고 균일온도분포로 냉각되는 경우 경계층에는 섬유의 반경 방향으로 압축 응력이 작용하고 경계층의 기지부에는 둘레 방향으로 인장 응력이 작용하는데 전자의 경우에는 경계층의 강성값이 작거나 국부적으로 경계층의 파단이 있는 경우에도 단일 방향 복합재료의 횡방향 인장 탄성값의

저하를 어느 정도 방지하는 역할과 후자의 경우에는 복합재료가 추가적인 기계적 하중이나 반복 열 하중을 받는 경우 조기의 항복을 야기할 수 있음을 유추할 수 있다.

- (3) 경계층의 강성값이 경계층에서의 응력 분포에 미치는 영향을 보면 반경 방향 강성값 보다는 둘레 방향 강성값이 보다 큰 영향을 주고, 상당열팽창계수의 크기에는 섬유체적비가 정육방형 또는 정사방형등의 섬유의 배열 방식보다 더 큰 영향을 미침을 볼 수 있다. 이때 상당열팽창계수는 경계층에 반경 방향으로 큰 압축 응력이 작용하므로 경계층의 강성값에는 거의 무관한 거동을 보이고 있다.

참 고 문 헌

1. Wisnom, M. R., "Factors Affecting the Transverse Tensile Strength of Unidirectional Continuous Silicon Carbide Fibre Reinforced 6061 Aluminum," *Journal of Composite Materials*, Vol. 24, 1990, pp.707-726.
2. Mikata, Y. and Taya, M., "Stress Field in a Coated Continuous Fiber Composites Subjected to Thermo-Mechanical Loadings," *Journal of Composite Materials*, Vol.19, 1985, pp.554-578.
3. Benveniste, Y., Dvorak, G. J. and Chen, T., "Stress Fields in Composites with Coated Inclusions," *Journal of Composite Materials*, Vol. 19, 1985, pp.554-578.
4. Chang, J. S. and Cheng, C. H., "Thermomechanical Properties of Composites with Short Coated Fibers," *International Journal of Solids and Structures*, Vol.29, No.18, 1992, pp.2259-2279.
5. Jasiuk, I., Mura, T. and Tsuchida, E., "Thermal Stresses and Thermal Expansion Coefficients of Short Fiber Composites with Sliding Interfaces," *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol.110, 1988, pp.96-100.
6. Hashin, Z., "Thermoelastic Properties of Fiber Composites with Imperfect Interface," *Mechanics of Materials*, Vol.8, 1990, pp.333-348.
7. Hashin, Z., "Thermoelastic Properties of Particulate Composites with Imperfect Interface," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.39, No.6, 1991, pp.745-762.
8. Van, Fo Py. G. A., "Thermal Stresses and Displacements in Fiberglass Reinforced Strip," *PMTF Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, No.4, 1965, pp.64-67.
9. Levin, V. M., "Thermal Expansion Coefficients of Heterogeneous Materials," *Mechanics of Solids*, Vol.2, 1967, pp.58-61.
10. Schapery, R. A., "Thermal Expansion Coefficients of Composite Materials Based on Energy Principles," *Journal of Composite materials*, Vol.2, No.3, 1968, pp.380-404.
11. Rosen, B. W. and Hashin, Z., "Effective Thermal Expansion Coefficients and Specific Heats of Composite Materials," *International Journal of Engineering Science*, Vol.8, 1970, pp.157-173.
12. Ishikawa, K., Koyama, K. and Kobayashi, S., "Thermal Expansion Coefficients Unidirectional Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol.12, 1978, pp.153-168.
13. Strife, J. R. and Prewo, K. M., "The Thermal Expansion Behavior of Unidirectional and Bidirectional Kevlar/Epoxy Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol.13, 1979, pp.264-277.
14. Helmer, J. F. and Diefendorf, R. J., "Transverse Thermal Expansion of Carbon Fiber/Epoxy Matrix Composites," *Proceedings of the 5th International Symposium on Composite Metallic Materials*, Nov. 8-11, 1983, pp.15-20.
15. Dvorak, G. J., "Thermal Expansion of Elastic-Plastic Composites Materials," *Journal of Applied Mechanics*, Vol.53, 1986, pp.737-743.
16. Hsueh, C. H. and Becher, P. F., "Thermal Expansion Coefficients of Unidirectional Fiber-Reinforced Ceramics", *Journal of Americal*

Ceramic Society, Vol.71, No.10, 1988, pp.438-441.

17. Bowles, D. E. and Tompkins, S. S., "Prediction of Coefficients of Thermal Expansion for Unidirectional Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol.23, 1989, pp.370-388.

18. Bowles, D. E. and Griffin, O. H. Jr., "Analysis of Thermal Stresses in Polymer Matrix Composites," *34th International SAMPE Symposium*, 1989, pp.575-584.

19. Dvorak, G. J., Chen, T. and Teply, J., "Thermomechanical Stress Fields in High-Temperature Fibrous Composites, I: Unidirectional Laminates," *Composite Science Technology*, Vol.43, 1992, pp.347-358.

20. Lu, T. J. and Hutchinson, J. W., "Effect of Matrix Cracking and Interface Sliding on the Thermal Expansion of Fiber-Reinforced Compo-

sites," *Composites*, Vol.26, 1995, pp.403-414.

21. Brebbia, C. A. and Dominguez, J., "Boundary Elements An Introductory Course," *McGraw-Hill Book Co.*, 1989.

22. Kane, J. H., Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics *Prentice-Hall, Inc.*, 1994.

23. Achenbach, J. D. and Zhu, H., "Effect of Interfacial Zone on Mechanical Behavior and Failure of fiber-Reinforced Composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.37, 1989, pp.381-393.

24. Daniel, I. M., Anastassopoulos, G. and Lee, J. W., "Failure Mechanics in Ceramic Matrix Composite," *Proceeding of 1989 SEM Spring Conference on Experimental Mechanics*, Cambridge, MA, 1989, pp.832-838.