

論文

섬유다발의 굴곡도와 수자직의 매 수가 평면 직조 복합재료의
등가 탄성계수에 미치는 영향

우 경 식*

Effects of Fiber Tow Waviness and Harness Number on
Mechanical Properties of Plain Woven Textile Composites

Kyeong-Sik Woo*

ABSTRACT

Effective properties of plain woven textile composites were calculated using macroelement analyses for infinitely and symmetrically stacked unit cell structures. Textile geometries considered were plain weave, 5-harness satin weave, and 8-harness satin weave. Results indicated that the effective properties of the plain weave textile composites depended strongly on fiber tow waviness ratio. When the waviness ratio was small, the effective properties were close to those obtained by the rule of mixtures. As the waviness ratio increased, however, E_x , v_{xy} , v_{xz} and G_{xz} decreased rapidly while E_z and G_{xy} showed little changes. For the 5-harness and 8-harness satin weave textile composites, similar results were obtained. However, the dependency on the waviness ratio became much weaker as the number of harness increased.

초 록

본 연구에서는 무한히 대칭 적층된 평면 직조 복합재료의 단위 구조에 대해 섬유다발의 굴곡도와 수자직의 매 수가 등가 탄성계수에 미치는 영향을 고찰하였다. 등가 탄성계수는 평직, 5-매 수자직, 그리고 8-매 수자직 복합재료에 대해 매크로요소를 이용하여 계산하였다. 연구결과 평직 복합재료의 탄성계수는 섬유다발의 굴곡도에 따라 큰 변화를 보임을 알 수 있었다. 섬유다발의 굴곡도가 작은 경우에 탄성계수는 복합재 혼합이론으로 계산한 값과 비슷하였다. 그러나 섬유다발의 굴곡도가 증가함에 따라서 E_x , v_{xy} , v_{xz} , G_{xz} 는 급격히 감소한 반면 E_z 와 G_{xy} 는 큰 변화를 보이지 않았다. 또 5-매 수자직과 8-매 수자직 복합재료의 경우에도 유사한 양상을 보였으나 매 수가 증가함에 따라서 섬유다발의 굴곡도에의 의존도는 감소하였다.

1. 서 론

최근 항공우주 구조물에 평면 직조 복합재료 (Plain Woven Composites)를 적용하려는 시도가

활발히 진행되고 있다. 현재까지의 대표적인 적용례로는 항공기의 에일러론과 방향타 등 조종면의 외피와 익단 페어링, 그리고 로켓의 노즐 등을 들 수 있다. 이러한 평면 직조 복합재료의 사용은 일

* 한국항공우주연구소 기체구조연구그룹

방향 복합재료(Tape Laminates)와 함께 그 사용이 점차 증가하고 있는 추세인데 최근에는 항공기의 부 구조물 뿐만 아니라 주 구조물의 재료로 이용되고 있고 커뮤터급 소형 항공기의 경우 주익과 동체를 포함한 항공기 전체를 복합재료를 사용하여 제작하는 단계에까지 발전되었다[1].

평면 직조 복합재료는 일방향 복합재료에 비하여 섬유다발의 직조 구조로 인하여 면의 방향으로의 기계적 특성이 우수하고 충격에 의한 파괴에 잘 저항한다. 또한 면내의 직각 방향으로 보다 균형된 물성치를 가지고 있고 복잡한 형상을 가진 구조물로의 성형성이 탁월하다. 더욱이 평면 직조 복합재료는 여러 가지 직조 형태를 가지고 있으므로 설계자에게 구조재료로서의 다양한 선택의 폭을 제공한다. 그러나 평면 직조 복합재료의 매우 복잡한 기학적 형상은 이 재료의 탄성계수를 계산하

거나 상세 응력 기동을 예측하는 것을 매우 어렵게 한다.

평면 직조 복합재료에는 그림 1에서 보는 바와 같이 섬유다발들의 직조 형태에 따라 평직(Plain Weave), 능직(Twill), 수자직(Harness Satin Weave) 등이 있다. 그림 2는 평직과 5-매 수자직(5-Harness Satin Weave) 복합재료의 단면을 보여주고 있는데 이 그림에서 보는 바와 같이 평면 직조 복합재료는 그림의 좌·우로 늘어져 있는 0° 방향의 섬유다발(위사, Fill)과 이에 수직한 90° 방향의 섬유다발(경사, Warp), 그리고 순 기지(Pure Matrix Pocket)의 세 가지 서로 다른 재료 특성을 가지고 있는 지역으로 이루어져 있음을 알 수 있다. 평면 직조 복합재료의 기계적 거동을 정확히 예측하기 위해서는 구성요소인 각각의 섬유다발 지역과 기지 지역의 재료 특성과 기학적 형상, 그리고 이

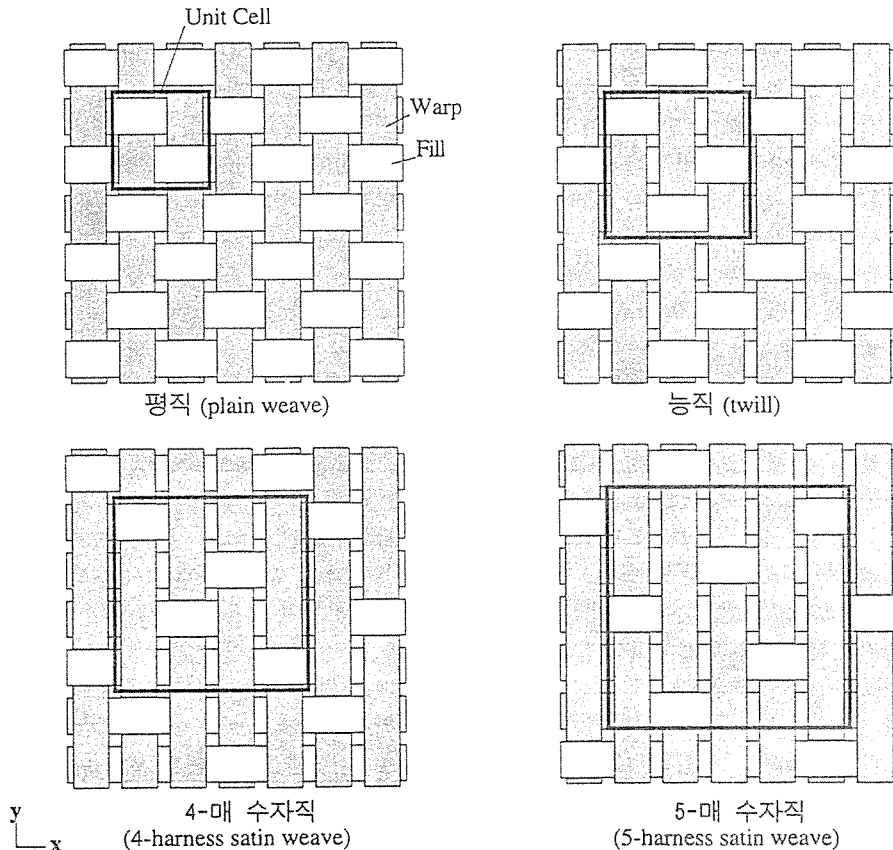


Fig. 1. Weave patterns of plain woven textile composites

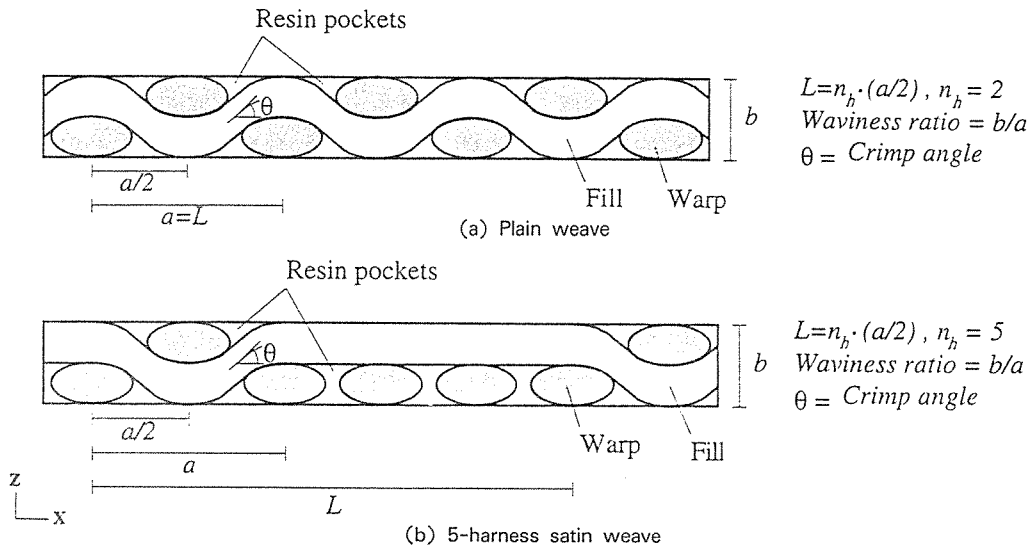


Fig. 2. Definition of harness number(n_h), waviness ratio, and crimp angle (θ) for plain weave and 5-harness satin weave textile composites.

서로 다른 재료를 사이의 경계조건을 고려하여야 하는데 이는 이론적인 방법으로는 그리 쉬운 일이 아니다. 유한요소법은 각각의 물성치와 재료 경계면에서의 조건 등을 잘 고려해 줄 수 있으나 완전한 3차원 모델링의 경우 섬유다발의 모델링 자체가 어렵고 또 해석시 대용량의 전산기를 요구하므로 비현실적일 때가 많다.

현재 평면 직조 복합재료의 기계적 거동에 대한 이해는 아직 미미한 상태이다. 평면 직조 복합재료의 물성치 예측에 대한 연구는 1970년대 초기부터 산발적으로 진행되어 오다가[2~4] 1980년대에 이르러 비로소 Ishikawa 등에 의해 그 연구가 본격적으로 시작되었다. 현재 알려진 평면 직조 복합재료에 관한 연구는 크게 기초적 이론에 의한 방법과 적층 복합이론을 응용한 방법, 그리고 유한요소해석에 의한 방법의 세가지로 분류할 수 있다. 기초적 이론에 의한 방법으로는 한 장의 평면 직조 복합재료를 여러 장의 일방향 복합재료가 적층된 것으로 가정하는 방법[5]이나 구성 재료들의 강성-연성 체적평균법[6], 그리고 섬유다발을 탄성지지된 굵은 보로 가정하고 해석하는 방법[7] 등이 있다. 복합재 적층이론을 응용한 방법으로는 Ishikawa 등의 모자이크 모델[8], 섬유 굴곡 모델(Fiber Undulation Model)[9], 브리징 모델[10]이 있고

후에 이를 확장한 섬유 경사 모델(Fiber Inclination Model)[11] 등이 있다. 이 모델들은 평면 직조 복합재료의 무한히 반복되는 단위 구조(Unit Cell)에 복합재 적층이론이 적용될 수 있다고 가정하고 있는데 2차원적인 응용에 중점을 두고 있으므로 면외 방향의 물성치를 구하지 못하는 단점이 있다. 유한요소해석 모델로는 평직 복합재료의 면외 방향의 거동이나 미세 구조를 무시하고 평면 응력 또는 평면 변형도 상태를 가정하여 단순화한 2차원 모델[9, 12]이 있고, 전 3차원의 경우 전통적인 유한요소 모델[13]과 서브셀(Subcell) 모델[14] 및 마크로요소 모델[15~17] 등이 있다. 이 3차원 유한요소 모델들은 면내 방향 뿐만 아니라 면외 방향의 거동을 매우 정확하게 예측할 수 있는 반면에 섬유다발의 복잡한 기학적 형상을 모델링 하기가 힘들고 전통적인 유한요소법을 사용하는 경우에 대용량의 전산기가 요구되어 해석이 단편적으로 수행되어 있는 정도이다.

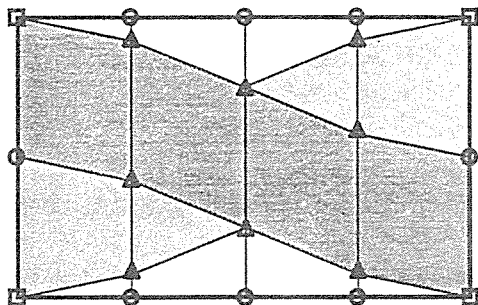
본 논문에서는 평면 직조 복합재료의 탄성계수를 다 변위장 마크로요소를 이용한 3차원 유한요소법으로 계산하였다. 평면 직조 복합재료 중에서 실제 구조물에 상대적으로 많이 사용되는 평직 복합재료와 5-매 수자직 및 8-매 수자직 복합재료에 대하여 탄성계수가 계산되었다. 계산 결과는 주로

섬유다발의 굴곡 정도와 수자직의 매 수가 평면 직조 복합재료의 탄성계수에 미치는 영향을 알아보기 위하여 고찰되었다. 또한 평직 복합재료의 경우에는 매크로요소로 구한 값을 전통적인 유한요소법으로 구한 값과 비교하여 매크로요소의 성능을 평가하였다.

2. 매크로요소

매크로요소(Macroelement)란 요소 내부의 여러 가지 미세 구조를 고려해 줄 수 있는 요소들을 말한다[15]. 매크로요소에는 일 변위장 매크로요소와 다중 변위장 매크로요소가 있는데 명칭 그대로 일 변위장 매크로요소에서는 한 세트의 변위장으로 [15~16], 그리고 다중 변위장 매크로 요소에서는 여러 세트의 변위장으로 요소 내부의 변위를 보간하게 된다[17]. 본 논문에서는 다중 변위장 매크로요소를 사용하였으므로 여기에서는 다중 변위장 매크로요소에 대해서만 설명하기로 한다. 또한 이후로 매크로요소라 함은 다중 변위장 매크로요소를 의미하는 것으로 하자.

그림 3은 하나의 매크로요소와 매크로요소 내부의 미세 구조를 모델한 보조메쉬를 보여 주고 있다. 이 그림에서 매크로요소의 자유도는 첨자 m 으로, 경계면에 위치한 자유도는 첨자 b 로, 그리고 내부의 자유도는 첨자 i 로 표시되어 있다. 여기서 내부 자유도와 매크로요소의 자유도를 제외한 경계면에 위치한 자유도들은 제거되게 된다.



$$\begin{aligned} q_m (\text{macro dof}) &= \square \\ q_i (\text{internal dof}) &= \Delta \\ q_b (\text{boundary dof}) &= \square + \circ \\ q &= q_i + q_b \end{aligned}$$

Fig. 3. A typical 4-node macroelement

매크로요소의 강성행렬을 구하기 위해서는 먼저 보조메쉬의 강성행렬을 구하여 조립한다. 보조메쉬의 강성행렬을 조립하고 이를 내부 자유도와 경계면 자유도에 대한 식들끼리 재배열하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ib} \\ K_{bi} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_i \\ q_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i \\ F_b \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

위 식에서 내부 자유도를 제거하고 경계면 자유도에 대해 풀면

$$\begin{bmatrix} I & \bar{K}_{ib} \\ O & \bar{K}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_i \\ q_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{F}_i \\ \bar{F}_b \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_{ib} &= K_{ii}^{-1} K_{ib} \\ \bar{K}_{bb} &= K_{bb} - K_{bi} K_{ii}^{-1} K_{ib} \\ \bar{F}_i &= K_{ii}^{-1} F_i \\ \bar{F}_b &= F_b - K_{bi} K_{ii}^{-1} F_i \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

식 (2)에서 이제 경계면 자유도에 대한 식들은 독립되어 있으므로 다중 변위장 매크로요소 강성 행렬을 구하기 위해서는 매크로요소 자유도를 제외한 나머지 경계면 자유도를 제거하기만 하면된다.

위의 과정은 식 (3)에서 볼 수 있듯이 역 행렬을 구하여야 하는데 이는 계산상의 관점으로 보아 비효율적이다. 한편 내부 자유도를 제거하는데는 가우스식 제거법(Gaussian Elimination)이 활용될 수도 있다. 즉, 식 (1)에서와 같이 보조메쉬의 강성 행렬을 조립하고 내부 자유도와 경계면 자유도에 대한 식으로 재 배열한 후 가우스식 제거를 경계면 자유도에만 적용한다. 이렇게 하면 식 (2)와 마찬가지로 경계면 자유도에 대한 식을 독립시킬 수 있다. 가우스식 제거법은 잘 알려져 있는 방법이고 부 구조해법(Substructuring Analysis)에 흔히 사용되고 있다[18].

매크로요소의 강성행렬은 경계면 자유도에 다중 점 구속 조건을 가하여 매크로요소의 자유도만을 남기고 제거하여 구하게 된다. 이를 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$[K_m] = [T]^T [\bar{K}_{bb}] [T] \quad \dots\dots\dots (4)$$

여기서 $[T]$ 행렬은 마크로요소의 자유도와 보조메쉬의 경계면에 위치한 자유도와와의 관계식으로 다음과 같이 표시된다.

$$[q_m] = [T]^T [q_b] \quad \dots\dots\dots (5)$$

위에서 경계면 자유도에 대한 식을 독립시키기 위해 사용된 가우스식 제거법은 역 행렬을 구하여 계산하는 것보다는 유리하나 경계면 자유도에 대한 식과 내부 자유도에 대한 식을 따로따로 배열해야만 한다는 단점이 있다. 이렇게 하려면 보조메쉬 번호를 특수하게 지정하거나 또는 보조메쉬의 강성행렬을 조립한 후 식들을 재배열 하여야 하는데 이는 번거로울 뿐만 아니라 재배열 결과인 보조메쉬의 강성행렬이 매우 큰 밴드 넓이(Bandwidth)를 가지게 되어 비효율적일 때가 많다.

마크로요소의 강성행렬은 다른 방법으로 강성행렬의 각 항들이 해당 구조물의 강성 영향계수(Stiffness Coefficients)라는 정의를 이용하여 구할 수도 있다. 즉, 강성행렬의 i 번째 행과 j 번째 열의 항인 K_{ij} 는 다음과 같이 정의된다.

K_{ij} = j 번째 자유도의 단위 변위에 의하여 i 번째 자유도에 걸리는 반력

위의 정의에 의하면 마크로요소의 강성행렬은 하나의 마크로요소의 강성행렬은 하나의 마크로요소 자유도에 단위 변위를 가하고 나머지 자유도의 변위를 '0'으로 구속한 상태에서 일련의 문제를 풀어 구할 수 있다. 여기서 구속한 자유도에서의 반력은 마크로요소의 해당 열에 해당된다. 이 방법은 직접 강성행렬법(Direct Stiffness Method) [17]이라고 불리는데 이를 이용하여 다중 변위장 마크로요소의 강성행렬을 구하는 과정은 다음과 같이 요약된다.

(0) 마크로요소의 보조메쉬에 대해 전통적인 방법으로 강성행렬을 조립한다.

(1) 하나의 마크로요소 자유도에 단위 변위를 준다.

(2) 식 (5)에 따라 경계면 자유도를 구속하고 문제를 푼다.

(3) 구속된 경계면 자유도에서 반력(F_b)을 계산한다.

(4) 마크로요소의 자유도에서의 등가 반력(F_m)을 다음 식으로 계산한다. 계산된 마크로요소 등가 반력은 단위 변위가 걸린 마크로요소 자유도에 대한 강성 행렬의 열에 해당된다.

$$[F_m] = [T]^T [F_b] \quad \dots\dots\dots (6)$$

(5) 마크로요소의 강성행렬은 모든 마크로요소의 자유도에 대해 (1)~(4)의 과정을 반복하여 구한다.

위의 과정에서 본 바와 같이 직접 강성행렬법을 이용하여 마크로요소의 강성행렬을 구하기 위해서 보조메쉬의 행렬식을 마크로요소 자유도 계수만큼 반복해서 풀어내야 한다. 따라서 마크로요소의 자유도가 많을수록 계산 시간은 증가하게 된다. 그러나 자유도의 수에 의한 계산시간의 증가는 어느 정도까지는 허용될 수 있다. 이는 보조메쉬의 행렬식을 풀 때 가장 많은 계산시간을 요구하는 행렬의 삼각화(Triangularization)는 단 한번만 필요하고 상대적으로 적은 계산시간을 요구하는 역대입(Back Substitution)이 마크로요소의 자유도 개수 만큼 필요하기 때문이다.

본 논문에서는 직접 강성행렬법에 의하여 다중 변위장 마크로요소의 강성행렬을 구하였다. 마크로요소로는 20-절점 요소를 사용하였고 마크로요소 자유도와 보조메쉬 경계면 자유도의 관계식은 마크로요소의 자유도와 보조메쉬의 경계면 자유도 사이의 변위 호환성(Displacement Compatibility)을 만족시키기 위해 마크로요소의 모양 함수(Shape Function)를 이용하여 구하였다.

3. 평면 직조 복합재료의 유한요소 모델링

평면 직조 복합재료는 0° 방향의 섬유다발(위사, Fill)과 90° 방향의 섬유다발(경사, Warp), 그리고 순기지 지역(Pure Matrix Pocket)으로 이루어져 있다. 본 연구에서 섬유다발의 단면은 럭비공 모양(Lenticular)으로, 그리고 섬유다발의 굴곡은 사인파형을 따르는 것으로 가정하였다. 또 0° 방향의

섬유다발과 90° 방향의 섬유다발은 모양과 재질이 동일하다고 가정하였다.

평직 복합재료의 경우 x-방향으로 늘어져 있는 0° 방향의 섬유다발의 경계면은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$z(x, y) = \frac{b}{4} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \pm \frac{b}{4} \sin\left(\frac{2\pi y}{a}\right) + C \dots (7)$$

여기서 C는 상수이고 a와 b는 각각 섬유다발의 파장(Wavelength)과 한 층의 두께이다. 위 식에서 첫번째 항은 0° 방향의 섬유다발의 중앙선의 경로를, 그리고 두번째 항은 섬유다발의 위쪽(+부호)과 아래쪽(-부호)의 경계면을 나타낸다. 여기서 섬유다발의 굴곡도는 섬유다발 중앙선의 파장과 파고에 의해 정의될 수 있다. 그림 2는 평직 복합재료와 5-매 수자직 복합재료에 대해 굴곡도 및 굴곡각, 그리고 매 수를 정의하고 있다. 이 그림에 의하면 굴곡도는 다음과 같다.

$$\text{Waviness Ratio} = b/a \dots \dots \dots (8)$$

여기서, a는 평직의 경우에는 단위 구조의 길이와 일치하고 수자직의 경우에는 단위 구조의 길이를 매 수로 나눈 것의 2배에 해당된다.

평직 직조 복합재료에서 굴곡각(Crimp Angle)은 식 (8)에서 정의된 굴곡도와 함께 섬유 다발의 굽은 정도의 척도이다. 굴곡간은 섬유다발 중앙선의 경로를 나타내고 있는 식(7)의 첫항을 미분하고 역탄젠트를 취하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\pi b}{2a} \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right] \dots \dots \dots (9)$$

따라서 최대 굴곡각은

$$\theta_{\max} = \tan^{-1} \left[\frac{\pi b}{2a} \right] \dots \dots \dots (10)$$

본 연구에서는 주로 굴곡도를 사용하여 섬유다발의 굽은 정도를 표시하였고 1/3에서 1/30까지의 굴곡도에 대해 계산을 수행하였다. 이는 최대 굴곡각으로는 27.6°에서 2.99°에 해당된다.

그림 4(a)는 무한히 대칭 적층된 평직 복합재료 단위 구조(Unit Cell)의 유한요소 메쉬를 보여주고 있다. 무한히 대칭 적층된 평직 복합재료의 탄성계수를 구하기 위해서는 반복성과 대칭성을 고려할

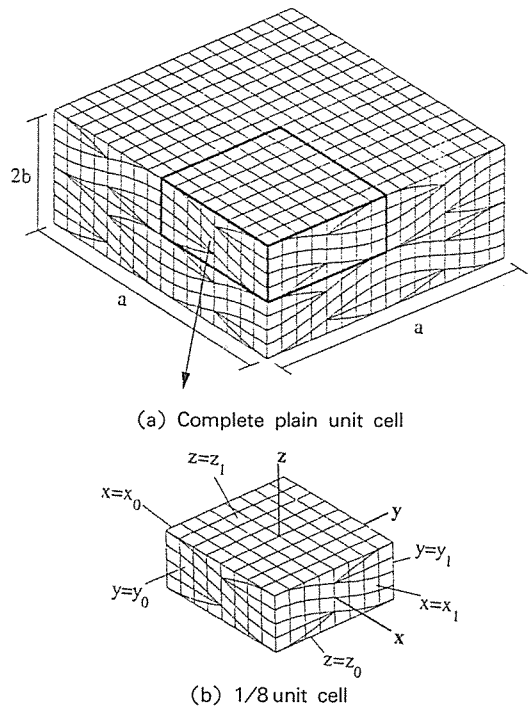
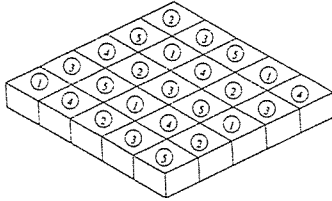


Fig.4. Unit cell mesh for a symmetrically stacked plain weave textile composite

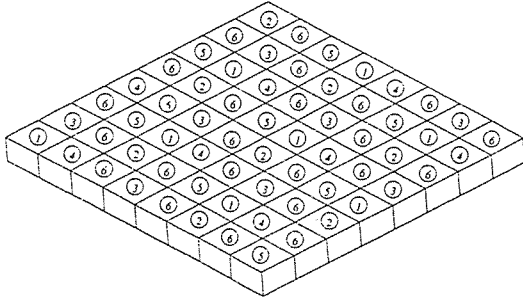
때 1/8 단위 구조 만큼의 메쉬만이 필요하다. 그림 4(b)는 평직 복합재료의 1/8 단위 구조 메쉬를 보여주고 있는데 이 그림에서 표시된 외부 경계면은 탄성치의 계산 중의 변형에도 평면으로 남아 있게 된다. 본 연구에서 평직 복합재료의 탄성치는 그림 4(b)의 전통적인 유한요소 메쉬와 마크로요소 메쉬를 사용하여 계산하였는데 1/8 단위 구조를 ‘하나’의 20-절점 마크로요소 모델하였다. 따라서 그림 4(b)의 메쉬는 평직 복합재료 마크로요소의 보조 메쉬이기도 하다. 한편 평직 복합재료에 대해서는 마크로요소 뿐만 아니라 전통적인 유한요소를 가지고 계산을 수행하였는데 이는 평직 복합재료의 1/8 단위 구조에 대해 상세한 전통적인 유한요소 메쉬가 그다지 계산기의 용량을 많이 요구하지 않기 때문이다.

본 연구에서는 대칭 적층된 5-매 수자직 복합재료의 1/2 단위 구조를 25개의 20-절점 마크로요소 모델하였는데 그림 5(a)는 이렇게 모델된 마크로요소 메쉬를 보여주고 있다. 그림 5(a)를 자세히

살펴보면 25개의 매크로요소는 5개의 보조메쉬들이 조합으로 이루어져 있음을 알 수 있다. 그림 5(a)에서 원내의 번호들은 이들 매크로요소의 보조메쉬 번호를 표시하고 있으며 각각의 보조메쉬들은 그림 6에 나타나 있다. 또 8-매 수자직 복합재료의 1/2 단위 구조에 대해서는 64개의 20-절점 매크로



(a) 5-harness satin weave



(b) 8-harness satin weave

Fig. 5. Macroelement meshes for half unit cells of symmetrically stacked 5-harness and 8-harness satin weave textile composites. Circled numbers indicate the submesh types of macroelements defined in Fig. 6.

요소 모델하였는데 매크로요소 메쉬는 그림 5(b)에 나타나 있다. 이 경우에는 6개의 보조메쉬가 필요하게 되며 그림에서 원내의 번호는 그림 6에 나타나 있는 보조메쉬들을 각각 표시하고 있다.

표 1은 평직, 5-매 수자직, 그리고 8-매 수자직 복합재료의 전횡적인 유한요소 메쉬에 대해 요소수, 절점수 및 강성행렬에 필요한 기억용량을 보여주고 있다. 이때 5-매 수자직과 8-매 수자직 복합재료의 1/2 단위 구조의 전통적인 유한요소 메쉬는 그림 6의 보조메쉬들을 이용하여 제작한 경우이다. 여기서 5-매 수자직 복합재료의 1/2 단위 구조의 강성행렬에 필요한 실제 전산기의 기억용량은 실수당 8 바이트가 소요된다고 할 때 $25,528,644 \times 8 = 204,229,152$ 즉, 204 메가바이트 이상이 필요함을 알 수 있다. 또한 8-매 수자직 복합재료의 경우에는 위와 같은 방법으로 계산하여 800 메가 바이트 이상의 기억용량이 요구된다. 더욱이, 이들 수자직 복합재료에 대해 어느 정도 결과의 정확도를 기하기 위해 그림 4에 보여진 평직 복합재료의 유한요소 메쉬와 비슷한 상세도를 가진 1/2 단위 구조 메쉬를 만든다면 이 메쉬에는 수만개의 20-절점요소와 수십만개의 절점들이 있게 될 것이고 전체 강성행렬을 한꺼번에 조립한다는 것은 사실상 불가능한 일이 될 것이다.

표 2는 매크로요소로 모델 하였을 때의 평직, 5-

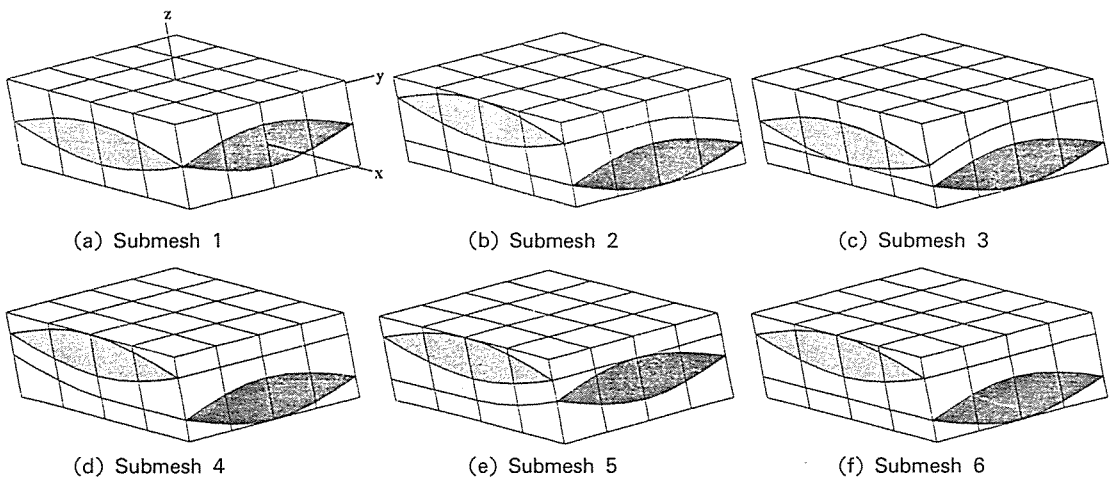


Fig. 6. Submeshes for 5- and 8-harness satin weave textile composites.

Table 1. Profile storage requirements for the traditional meshes of symmetrically stacked 1/8 plain weave unit cell, 1/2 5-harness satin weave unit cell, and 1/2 8-harness satin weave unit cell.

	NN	NE	Profile
plain weave (1/8 unit cell)	1,941	384	3,086,640
5-harness satin weave (1/2 unit cell)	8,547	1,920	25,528,644
8-harness satin weave (1/2 unit cell)	21,008	4,992	100,615,647

Table 2. Profile storage requirements for the macroelement meshes of symmetrically stacked 1/8 plain weave unit cell, 1/2 5-harness satin weave unit cell, and 1/2 8-harness satin weave unit cell.

	NN	NE	Profile
plain weave (1/8 unit cell)	20	1	1,830
5-harness satin weave (1/2 unit cell)	228	25	63,540
8-harness satin weave (1/2 unit cell)	531	64	234,630

매 수자직, 그리고 8-매 수자직 복합재료의 메시에 대해 전체 강성행렬에 필요한 기억용량을 나타내고 있다. 표 1과 표 2를 비교하여 볼 때 전통적인 유한요소 대신에 마크로요소를 사용하는 경우에 전산기의 기억용량면에서 엄청난 차이가 있음을 알 수 있다.

평면 직조 복합재료는 섬유다발을 먼저 직조하고 섬유다발 속에 수지를 탐침시킨 후 적층하여 성형하게 된다. 따라서 본 논문에서 섬유다발이라고 칭한 부분에는 섬유의 수지로 되어 있다. 그러나 섬유다발은 수천개의 섬유를 함유하고 있으므로 충분히 등가 단일 재료로 간주할 수 있다고 생각하여 본 논문에서는 평면 직조 복합재료가 섬유다발과 수지의 두 가지 재료로 되어 있다고 가정하였다. 또 0° 방향의 섬유다발과 90° 방향의 섬유다발은 사용된 섬유의 종류나 섬유와 수지의 체적비 등에 따라 서로 다른 물성치를 가질 수 있으나 여기에서는 동일한 물성치를 가지는 것으로 가정하였다.

본 논문에서 사용한 섬유다발과 수지의 물성치는 다음과 같다[19].

Fiber tow(Graphite/Epoxy) :

$$E_{11}=206.9 \text{ GPa}, E_{22}=E_{33}=5.171 \text{ GPa},$$

$$\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}=0.25$$

$$G_{12}=G_{13}=G_{23}=2.386 \text{ GPa}$$

Resin(Epoxy) :

$$E=3.45 \text{ GPa}, \nu=0.35, G=1.28 \text{ GPa}$$

4. 결과 및 고찰

본 논문에서는 무한히 대칭적층된 평직과 5-매 수자직 및 8-매 수자직 복합재료의 탄성계수를 마크로요소를 사용하여 계산하였다. 계산결과는 주로 평면 직조 복합재료 섬유다발에 있어서 굴곡도와 매 수가 탄성계수에 미치는 영향을 알아보기 위해서 고찰되었다. 또 평직 복합재료에 대해서는 마크로요소에 의한 계산 결과를 전통적인 유한요소법에 의한 결과와 비교하여 마크로요소에 의한 계산결과의 오차를 살펴 보았다.

그림 7은 평직 복합재료에서 섬유다발의 굴곡도에 따른 탄성계수의 분포를 보여주고 있다. 탄성계수는 1개의 20절점 마크로요소와 384개의 전통적인 20절점 고체요소를 사용하여 계산하였다. 여기서 마름모로 표시된 것이 마크로요소 해석의 결과이고 사각형이 전통적인 유한요소 해석에 의한 결과이다. 이 그림에서 굴곡도가 작은 경우에 마크로요소에 의한 결과는 거의 전통적인 유한요소법으로 구한 결과와 일치하고 있음을 알 수 있다. 굴곡도가 증가함에 따라서 마크로요소에 의한 결과와 전통적인

Table 3. Percent errors in E_x by the macroelement analyses for plain weave textile composites

Waviness Ratio(b/a)	% Error in E_x
1/30	0.021
1/27	0.028
1/24	0.039
1/21	0.058
1/18	0.102
1/15	0.177
1/12	0.367
1/9	0.886
1/6	2.778
1/3	6.868

유한요소법에 의한 결과의 차이가 증가하였으나 전반적으로 그 차이는 굴곡도가 1/3인 경우를 제외하고는 작았다. 표 3은 면내 인장강성계수 E_x 에 대하여 마크로요소에 의한 결과의 전통적인 유한요소법에 의한 결과와 비교하였을 때의 아래의 식으로 구한 오차의 백분율을 표시하고 있다.

$$\% \text{ Error} = \left| \frac{E_x^{\text{macro}} - E_x^{\text{traditional}}}{E_x^{\text{traditional}}} \right| \times 100 \dots\dots (11)$$

이 표에서 마크로요소에 의한 결과의 최대 오차는 굴곡도가 1/3일때 6.87%였고 그 외의 굴곡도에

대해서는 3% 이내로 작았음을 볼 수 있다.

그림 7(a)에서 보면 평직 복합재료의 등가 면내 인장강성계수(E_x)은 섬유다발의 굴곡도에 따라 크게 변화함을 알 수 있다. 굴곡도가 작은 경우에 E_x 는 기초 이론인 복합재 혼합이론(Rule of Mixtures)으로 계산한 값(68.767 GPa)과 거의 비슷한 값을 보이고 있다. 이는 사실상 굴곡도가 0인 경우가 일방향 라미나를 적층한 것과 비슷한 구조임을 감안할 때 예상되었던 결과이다. 그러나 굴곡도가 증가함에 따라 E_x 는 급격한 감소를 보이고 있는데 굴곡도가 1/3일 경우에 E_x 의 복합재 혼합이론으로

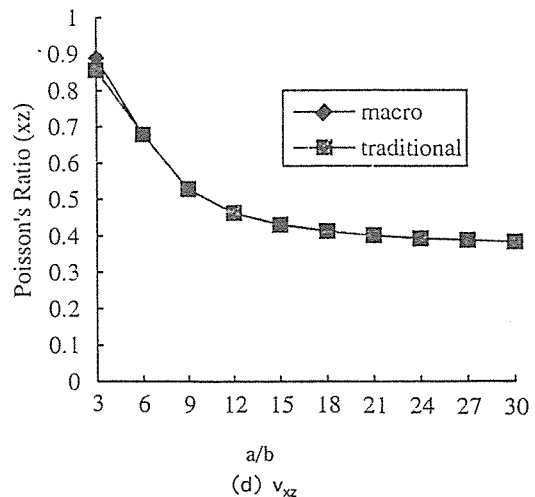
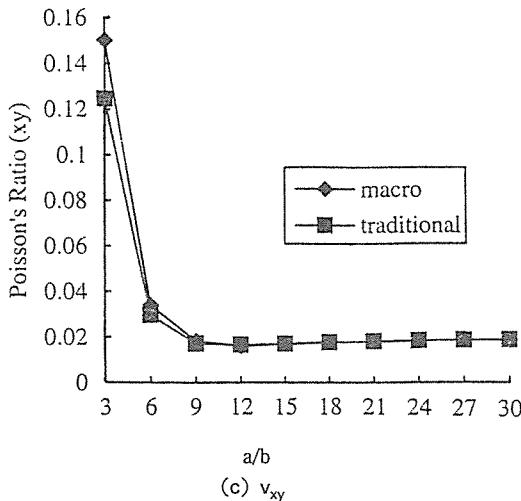
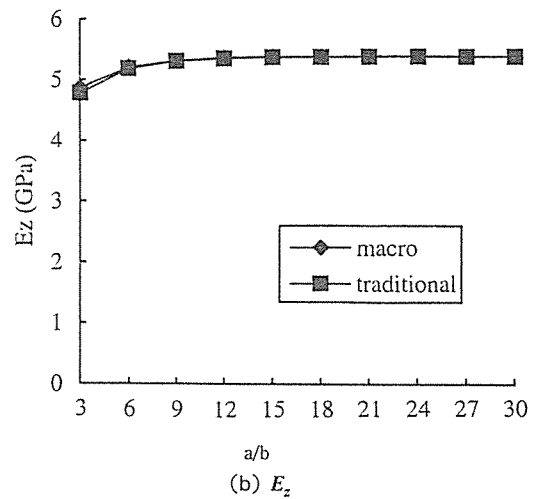
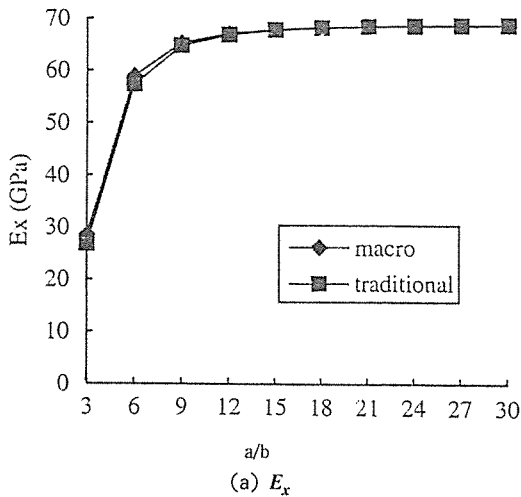


Fig. 7. Variation of effective properties versus waviness ratio(b/a) for symmetrically stacked plain weave textile composites. Macroelement analyses and traditional finite element analyses were used.

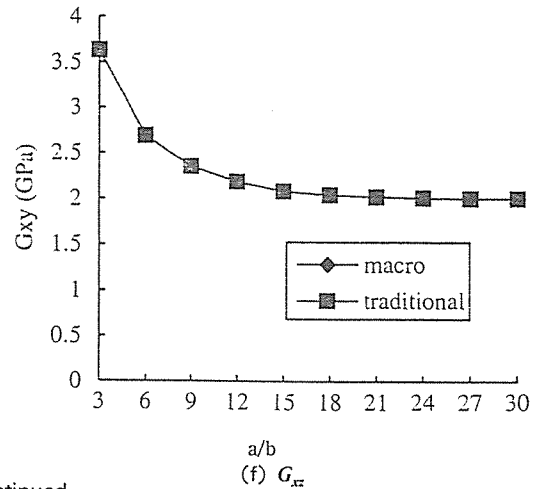
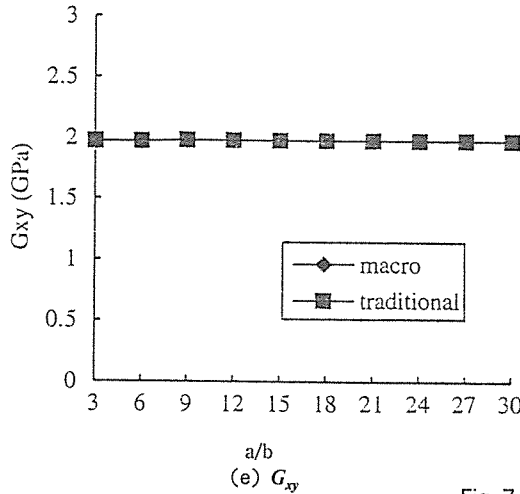


Fig. 7. Continued.

계산한 값에 대한 감소율은 59.6%에 달하였다.

그림 7(b)는 마크로요소로 계산한 평직 복합재료의 등가 면의 인장강성계수(E_2)의 굴곡도에 따른 변화를 보여주고 있다. 이 그림에서 보면 평직 복합재료의 E_2 는 E_x 와는 달리 섬유다발의 굴곡도에 따라 크게 변화하지 않고 있음을 알 수 있다. 또 E_2 는 굴곡도가 증가함에 따라 오히려 감소하는 추세를 보여 굴곡도가 증가함에 따라 E_2 가 증가하여야 할 것으로 생각되는 상식과는 어긋나는 것처럼 보인다. 이 현상은 다음과 같이 일방향 라미나의 유사한 상황을 고려하여 이해할 수 있다. 즉, 섬유 방향의 좌표축이 전체 좌표축에 대해 임의의 각도 ϕ 로 회전하여 있는 일방향 라미나에서 등가 인장강성 E_2 는 회전각 ϕ 가 0° 나 90° 일때 항상 최소값을 가지지는 않는다는 것이다. 참고문헌[20]에 의하면 라미나의 전단 강성계수가 다음과 같을 때 E_2 가 라미나의 재료 방향의 인장강성계수 E_{11} 또는 E_{22} 보다 작을 수 있다.

$$G_{12} < \frac{E_{11}}{2(E_{11}/E_{22} + \nu_{12})} \quad \dots\dots\dots (12)$$

평면 직조 복합재료의 경우 수지의 영향으로 전단 강성계수는 크지 않으므로 굴곡도가 '0'이 아닌 곳에서 E_2 가 최소값을 가질 수 있다. 그림 7(b)에서 굴곡도가 증가함에 따라 E_2 가 감소하였으나 이는 위에서 설명한 바와 같이 일시적으로 감소하는 것이고 굴곡도가 계속 증가하면 E_2 는 어느 시점에서

다시 증가하기 시작할 것으로 생각된다.

그림 7(c)와 7(d)는 마크로요소로 계산한 평직 복합재료의 등가 포아송 비의 분포를 보여주고 있다. 이 그림에서 굴곡도가 큰 경우에 면의 포아송 비(ν_{xz})는 매우 큰 값을 가지고 있음을 알 수 있는데 이는 굽은 섬유다발의 퍼짐 효과에 의한 것으로 추정된다. 즉, 0° 방향(x방향)으로 인장 하중이 걸렸을 때 0° 방향의 굽은 섬유다발은 직선으로 퍼지려 하고 이는 90° 방향(y방향)의 섬유다발과 수지를 면의 방향(z방향)으로 밀어낸다. 그러나 이 운동은 바로 위와 아래의 층에 의해 구속되어 있으므로 결과적으로 밀려난 부분은 압축되고 따라서 ν_{xz} 는 매우 큰 값을 갖게 되는 것이다. 반면에 면내 포아송 비(ν_{xy})는 작은 값을 보이고 있는데 이는 이미 많은 량의 수축이 면의 방향에서 발생하였고 또 90° 방향의 섬유다발이 0° 방향의 인장 하중에 의한 수축에 저항하기 때문으로 생각된다.

그림 7(e)와 7(f)는 마크로요소로 계산한 평직 복합재료의 등가 전단 강성계수의 섬유다발의 굴곡도에 따른 분포를 보여주고 있다. 이 그림은 평직 복합재료의 면의 전단 강성계수(G_{xz})는 섬유다발의 굴곡도에 따라 큰 변화를 보이나 면내 전단 강성계수(G_{xy})는 거의 변화하지 않음을 보여준다. 이는 굴곡도가 증가함에 따라 x-z 단면에서 섬유다발이 x축에서 z축으로 많이 회전하는 변화를 보이지만 이러한 변화는 이 단면에 수직인 x-y 단면에는 거의

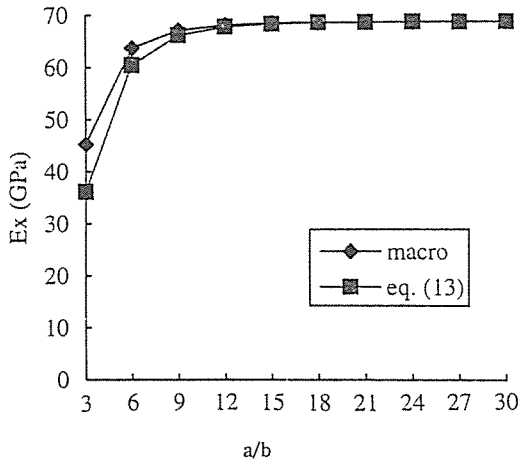
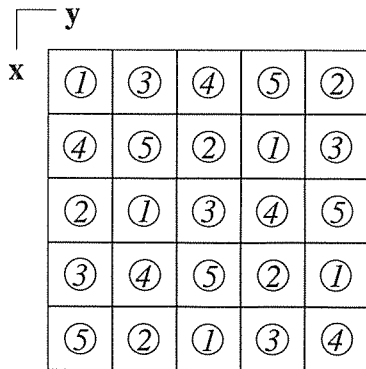


Fig. 8. Variation of E_x of 5-harness satin weave by the multi-field macroelements and by the spring model.

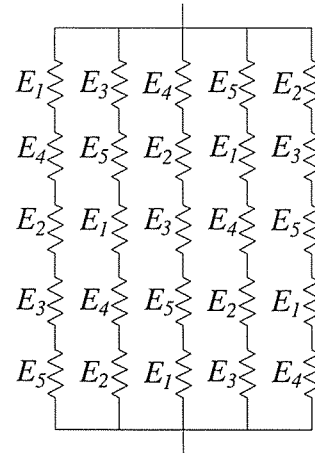
영향을 주지 않기 때문인 것으로 판단된다.

수자직 복합재료에 대해서도 등가 탄성계수가 계산되었다. 그림 8은 대칭적응된 5-매 수자직 복합재료의 등가 면내 인장강성계수(E_x)의 굴곡도에 따른 분포를 보여주고 있다. 여기서 마름모로 표시된 것이 매크로요소에 의한 결과이다. 이 그림에서 5-매 수자직 복합재료의 면내 인장 강성계수는 섬유다발의 굴곡도에 따라 변화를 보이고 있으나 평직 복합재료의 경우 보다는 그 변화의 정도가 작고



(a) Macroelements

Fig. 9. Series-parallel spring analogy of macroelements for 5-harness satin weave. Circled numbers in (a) indicate the submesh types of macroelements defined in Figure 7 and E'_i 's in (b) are the corresponding moduli of the submeshes under symmetric condition.



(b) Series-parallel spring model

Fig. 9. Continued

굴곡도가 감소함에 따라서 빠른 속도로 수렴 값에 접근하고 있음을 알 수 있다.

수자직 복합재료의 면내 인장 강성계수는 그림 9(a)에 나타난 것과 같이 수자직 복합재료를 모델한 매크로요소 메쉬가 특정 계수의 보조메쉬들의 조합으로 이루어져 있음에 주목하여 그림 9(b)와 같은 직렬과 병렬로 연결된 스프링 모델로 계산할 수도 있다. 즉, 각각의 매크로요소의 보조메쉬에 대해 독립적으로 등가 면내 인장 강성치를 구하여 이를 E'_i 라 하자. 그림 9(a)에서 각 매크로요소를 스프링 상수가 해당 보조메쉬의 면내 인장 강성치와 동일한 스프링으로 대체하면 그림 9(b)에서와 같이 직렬-병렬로 연결된 스프링 모델이 된다. 이 스프링 모델의 등가 상수는 다음식과 같다.

$$E = \frac{5E_1E_2E_3E_4E_5}{E_2E_3E_4E_5 + E_1E_3E_4E_5 + E_1E_2E_4E_5 + E_1E_2E_3E_5 + E_1E_2E_3E_4 + \dots} \quad (13)$$

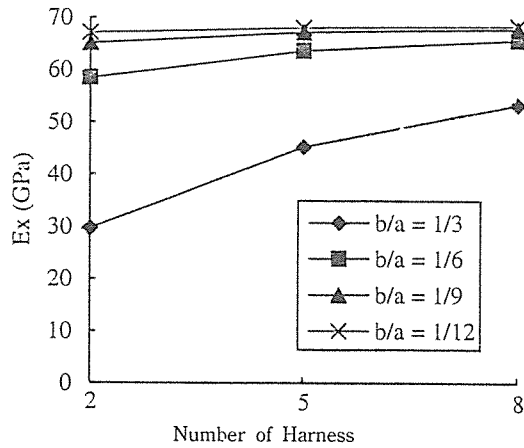
그림 8에서 사각형으로 표시된 것이 위 식으로 계산한 5-매 수자직 복합재료의 등가 면내 인장 강성계수의 굴곡도에 따른 분포이다. 이 그림에서 보는 바와 같이 매크로요소로 계산한 결과와 식 (13)의 직렬-병렬 연결된 스프링 모델로 계산한 결과는 비교적 잘 일치하고 있다. 여기서 보이는 약간의 차이는 스프링 모델이 1차원 스프링의 특성상 서로의 상호 간섭을 무시하고 있음에 기인하고

있는 것으로 생각된다. 굴곡도가 증가함에 따라 이 차이도 증가하는데 이는 상호간섭의 정도도 증가하기 때문인 것으로 보인다.

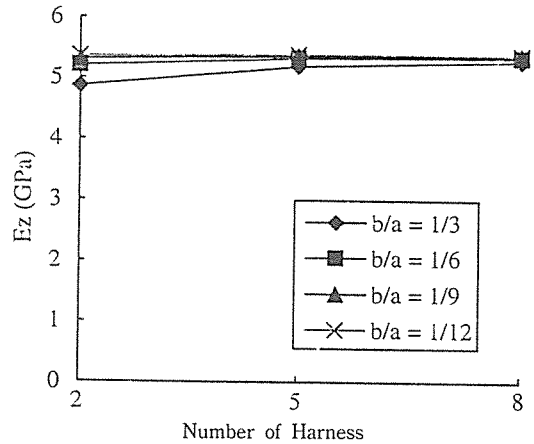
그림 10(a)~(f)는 수자직 복합재료의 4가지 섬유다발의 굴곡도에 대해 수자직의 매 수에 따른 등가 탄성계수의 변화를 보여주고 있다. 여기서 평직은 매 수(n_h)가 2인 경우이다. 이 그림에서 보면 면내 인장강성계수(E_x)와 포아송 비(v_{xy} , v_{xz}), 그리고 면외 방향의 전단 강성계수(G_{xz})가 섬유다발의 굴곡도에의 의존도가 수자직의 매 수가 증가함에 따라 더욱 감소하고 있음을 알 수 있다. 5-매 수자직과

8-매 수자직 복합재료의 탄성계수들은 본 논문에서 고려한 최대 굴곡도(1/3)인 경우를 제외하고는 굴곡도에 따라 큰 변화를 보이지 않았다. 또 등가 면외 인장강성계수(E_z)와 면내 전단 강성계수(G_{xy})는 평직의 경우에서와 마찬가지로 수자직의 매 수나 섬유다발의 굴곡도에 따라 거의 변화를 보이지 않음을 알 수 있었다.

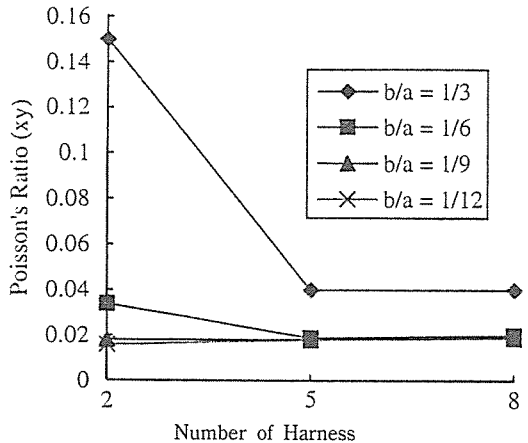
그림 10에서 보면 5-매 및 8-매 수자직 복합재료의 등가 탄성계수들은 평직 복합재료에 비하여 섬유다발의 굴곡도에 덜 의존하고 있다. 또한 이 의존도는 수자직의 매 수가 증가함에 따라서 감소



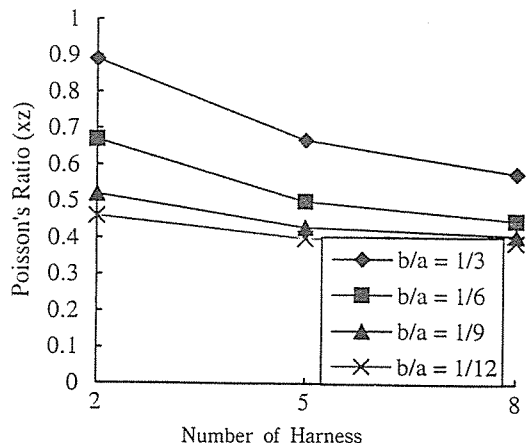
(a) E_x



(b) E_z



(c) v_{xy}



(d) v_{xz}

Fig. 10. Variation of effective properties versus number of harness of symmetrically stacked plain woven textile composites for different waviness ratios(b/a). The harness number is 2 for plain weave textile composites. Macroelement analyses were used. Effective properties by the rule of mixtures are : $E_x=68.767$ GPa, $E_z=5.938$ GPa, $v_{xy}=0.019$, $v_{xz}=0.286$, $G_{xy}=1.984$ GPa, $G_{xz}=1.984$ GPa.

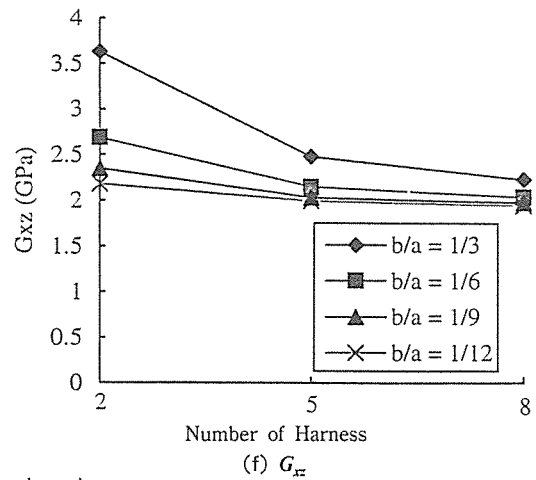
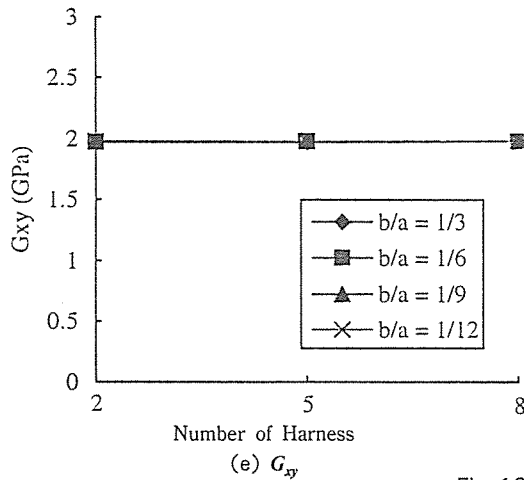


Fig. 10. Continued

하리라 예측되는데 이는 수자직 복합재료의 매 수가 증가할수록 일방향 라미나를 여러장 적층한 복합재료와 유사하게 되는 점을 고려할 때 쉽게 이해될 수 있을 것이다.

5. 결 론

본 논문에서는 무한히 대칭 적층된 평면 직조 복합재료에 대해 매크로요소를 이용하여 섬유다발의 굴곡도와 수자직의 매 수가 탄성계수에 미치는 영향을 고찰하였다. 직조 복합재료 중에서 실제 구조물에 상대적으로 많이 이용되는 평직 복합재료와 5-매 수자직 및 8-매 수자직 복합재료에 대하여 등가 인장강성계수, 포아손 비, 그리고 전단 강성계수가 계산되었다. 평직 복합재료에 대해서는 등가 탄성계수가 매크로요소와 전통적인 유한요소법에 의해 계산되었고 그 결과가 비교되었다. 5-매 수자직과 8-매 수자직 복합재료의 등가 탄성계수는 계산기의 용량 제한으로 매크로요소에 의해서만 계산되었다.

계산결과 무한히 대칭 적층된 평직 복합재료의 탄성계수는 섬유다발의 굴곡도에 따라 변화함을 알 수 있었다. 섬유다발의 굴곡도가 작을 때에는 탄성계수의 값들이 기초 이론인 복합재 혼합이론으로 구한 값과 유사하였으나 섬유다발의 굴곡도가 증가함에 따라서 E_x , v_{xy} , v_{xz} , G_{xy} 는 급격한 감소를 보였다. 반면 E_z , G_{xz} 는 굴곡도의 증가에 거의 변

화하지 않았다. 5-매 수자직과 8-매 수자직 복합재료의 탄성계수의 섬유다발의 굴곡도에 따른 변화는 평직 복합재료와 비슷한 양상을 보였다. 그러나 수자직의 매 수가 증가함에 따라 탄성계수의 굴곡도에의 의존도는 감소함을 알 수 있었다.

본 논문은 평면 직조 복합재료가 무한히 대칭 적층되었다고 가정하고 탄성계수를 계산하였다. 그러나 실제 구조물은 그다지 두껍지 않고 또 임의로 적층되어 있는 경우가 대부분이다. 따라서 보다 실제 상황에 가까운 평면 직조 복합재료로 된 구조물의 기계적 거동을 이해하기 위해서는 적층된 층 수나 적층의 임의성(대칭 적층, 비대칭 적층 등)의 영향도 고려하여야 할 것으로 생각되며 이에 대한 깊이 있는 연구가 요청된다.

참 고 문 헌

1. Niu, M.C.-Y., Composite Airframe Structures, Commilit Press Ltd., Hong Kong, 1992.
2. Halpin, J.C., Jerine, K., and Whitney, J. M., "The Laminate Analogy for 2 and 3 Dimensional Composite Materials," Journal of Composite Materials, Vol.5, 1971, pp.33-49.
3. Rosen, B.W., Chatterjee, S.N., and Kibler, J.J., "An Analysis Model for Spatially Oriented Fiber Composites," Composite Mate-

- rials : Testing and Design(Fourth Conference), ASTM STP 617, American Society for Testing and Materials, 1977, pp.243.254.
4. Hearle, J.M.S. and Shanahan, W.J., "An Energy Method for Calculations in Fabric Mechanics. Part I : Principles of the Method," Journal of Textile Institute, Vol.69, No.4, 1978, pp.81-91.
5. Ginty, C.A. and Chamis, C.C., "ICAN : A Versatile Code for Predicting Composite Properties," NASA TM 87334, 1986.
6. 변준형, 김병선, 이재화, 한영명, "평직 복합재료의 탄성계수 예측," 한국복합재료학회 추계 학술발표회, 1994.
7. Lee, J.-W. and Harris, C.E., "A Micro-mechanics Model for the Effective Young's Modulus of a Piecewise-Isotropic Laminate with Wavy Pattern," Journal of Composite Materials, Vol. 22, 1988, pp.717-741.
8. Ishikawa, T., "Anti-Symmetric Elastic Properties of Composite Plates of Satin Weave Cloth," Fibre Science and Technology, Vol.15, 1981, pp. 127-145.
9. Ishkawa, T. and Chou, T.-W., "One-Dimensional Micromechanical Analysis of Woven Fabric Composites," AIAA Journal, Vol.21, No. 12, 1983, pp.1714-1720.
10. Ishkawa, T. and Chou, T.-W., "Stiffness and Strength Behaviour of Woven Fabric Composites," Journal of Material Science, Vol.17, 1982, pp.3211-3220.
11. Yang, J.-M., Ma, C.-L., and Chou, T.-W., "Fiber Inclination Model of Three Dimensional Textile Structural Composites," Journal of Composite Materials, Vol.20, 1986, pp.472-484.
12. Kriz, R.D., "Influence of Damage of Mechanical Properties of Woven Composites at Low Temperature," Journal of Composite Technology & Research, Vol.7, No.2, 1985, pp.55-58.
13. Whitcomb, J.D., "Three-Dimensional Stress Analysis of Plain Weave Composites," NASA TM 101672, 1989.
14. Foye, R.L., "Finite Element Analysis of the Stiffness of Fabric Reinforced Composites," NASA Contractor Report 189597, Contract NAS1-19000, 1992.
15. Woo, K. and Whitcomb, J.D., "Macro Finite Element Using Subdomain Integration," Communications of Numerical Methods in Engineering, Vol.9, 1993, pp.937-949.
16. Whitcomb, J.D., Woo, K., and Gunda-paneni, S., "Macro Finite Element for Analysis of Textile Composites," Journal of Composite Materials, Vol.28, No.7, 1994, pp.607-618.
17. Whitcomb, J.D, Woo.K., "Enhanced Direct Stiffness Method for Finite Element Analysis of Textile Composites," Composite Structures, Vol.28, 1994, pp.385-390.
18. Cook, R.D., Malkus, D.S., and Plesha, M.E., Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 3rd Ed., John Wiley & Sons, New York, 1989.
19. Jones, R.M., Mechanics of Composite Materials, Scripta Book Company, Washington D.C., 1975.
20. Jones, R.M., "Stiffness of Orthotropic Materials and Laminated Fiber-Reinforced Composites," AIAA Journal, 1974, pp.112-114.