

## 論文

## 중력의 효과를 고려한 수직으로 장착된 복합재료 적층 외팔보의 진동해석

남태우\* · 김지환\*\*

## On the Vibration Analysis of a Vertically Hanging Laminated Composite Cantilever Beam under Gravity

Tae-Woo Nam\* and Ji-Hwan Kim\*\*

## ABSTRACT

This paper is concerned with the gravity effect on the vibration of laminated composite beam hanging vertically with clamped-free boundary condition. The beam model is based on the classical laminated beam theory(CLT), the first-order shear deformable laminated beam theory(FSDT), or the higher-order shear deformable laminated beam theory(HSDT) and it also includes the effect of tension due to gravity. The finite element method is used in the numerical analysis, and the natural frequencies and the corresponding mode shapes are obtained according as gravity parameters. The numerical results obtained by CLT, FSDT, HSDT are compared. The variation of gravity effects on the vibration according as the ply-angles in the laminated composite beams are analyzed for three materials, graphite/epoxy, boron/epoxy and glass/epoxy.

## 초 록

본 연구는, 고정지지-자유단의 경계조건을 가진 수직으로 매어있는 복합재료 적층보의 횡방향 진동에 대한 중력의 효과를 살핀 것이다. 보의 모델은 고전적인 적층보 이론(CLT), 1차전단변형 적층보 이론(FSDT) 혹은 고차전단변형 적층보 이론(HSDT)을 따랐으며, 중력으로 인한 장력의 효과를 고려한 것이다. 수치해석에는 유한요소법을 따랐으며, 중력계수에 따르는 진동수 및 모우드 형상을 구하였다. CLT, FSDT 및 HSDT에 대한 수치해석 결과를 비교하였고, 적층각에 따라 graphite/epoxy, boron/epoxy 및 glass/epoxy 보의 진동에 대한 중력효과의 변화를 분석하였다.

## 1. 서 론

대부분의 우주구조물은 구조 모델의 적합성 여부를 검토하기 위하여 지상 구조실험을 수행하게 된다[1]. 전통적인 우주구조물의 해석에 있어서는 중력의 영향을 주로 정적인 관점에서 고려하거나,

전적으로 무시하였다. 이는 주로 우주구조물이 가지는 큰 강성(stiffness)과 작은 크기(compactness) 때문으로 사료된다. 그러나 앞으로 사용하게 될 각종 우주구조물들은 매우 커질 것이며 상당히 유연한 성질을 갖게 될 것으로 예상된다[2]. 이러한 유연한 우주구조물 중 상당수는 보와같이 모델링할

\* 서울대학교 항공우주공학과

\*\* 정회원, 서울대학교 항공우주공학과

수 있다는 연구[3]가 있었으며, 구조물이 대형화됨에 따라 지상 실험 결과로 얻은 진동 특성은 무중력인 궤도상에서의 특성과 다를 수 있다.

보의 진동해석에서, 중력의 효과를 고려한 이전의 연구로서는, Shih 등[4]이 수행한 수평으로 놓여 있는 보의 자중에 의한 초기변형을 고려한 것이 있다. 즉, 길이가 긴 단순지지 보에서 중력의 효과로 인하여 유도되는 축방향의 장력을 고려한 비선형 진동을 Galerkin 방법으로 해석하여 세장비에 따르는 진폭과 진동수 사이의 관계를 구하였다. 수직으로 장착된 보에 대해서는, Schafer[5]에 의해 등방성 보에 대한 실험과 고전적인 보이론에 입각한 진동해석이 수행된 바 있다. 이 연구를 통하여 수직으로 걸려있는 등방성 보에 대해서는, 중력 효과가 중력계수(gravity parameter)라는 하나의 변수로 표현될 수 있다는 것과, 중력 효과를 고려할 경우 보의 진동수가 증가함을 실험 및 이론 해석을 통하여 보여 주었다. 이어, Yokoyama[6]는 Timoshenko보 이론에 따라 수직으로 매어있는 등방성 보를 모델링하여 유한요소법으로 자유진동에 대한 중력의 영향을 해석하였는데, 중력으로 인한 진동수의 변화뿐만 아니라, 모우드형상의 변화도 아울러 고찰하였다.

이상으로 살펴본 연구들은 등방성 재질로 된 보의 진동해석에 국한하고 있으나, 최근들어 사용 영역이 넓어지고 있는 복합재료 보에 대한 진동해석이 필요할 것으로 사료된다. 즉, 복합재료는 금속재료에 비하여 가볍고, 원하는 강도 특성을 나타내도록 조합하여 적층할 수 있으며 전기의 전도성, 우주에서의 무시할 수 있을 정도의 습도 등을 고려한다면, 중력의 효과를 고려한 복합재료 보의 자유진동에 관한 연구는 매우 유용할 것으로 사료된다.

따라서 본 연구에서는 항공우주공학분야에서 널리 쓰이고 있는 복합재료 적층보에 대하여 고전적인 적층보 이론(CLT), 1차전단변형 적층보 이론(FSDT) 및 고차의 전단변형 적층보 이론(HSDT)에 따라 중력 효과인 장력의 영향을 고려하여 진동특성을 해석하고 그 계산결과들을 비교 검토하였다. 이를 위하여 중력장에 수직으로 놓여있는 복합재료 적층보의 자유진동에 대한 에너지 식을 유도하였다.

그리고 이들을 유한요소법으로 해석하여 자유진동수의 변화를 고찰하였다.

## 2. 이 론

Fig.1(a)와 같이 중력( $g$ )을 받으며 진동하는 보를 고려하자. 보의 형상은 Fig.1(b)와 같이 전체길이가  $L$ , 폭은  $b$ , 두께는  $h$ 인 복합재료 적층보이다. 그리고 경계조건은 고정지지-자유단(clamped-free)이다. 각각의 적층은 균질하고 직교이방성을 갖는 복합재료로서, 각 적층의 직교좌표축과 보의 좌표축간의 각도는  $\theta$ 로 주어진다.

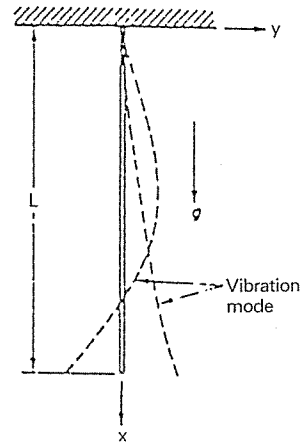


Fig.1(a) A vertically hanging beam model under gravity

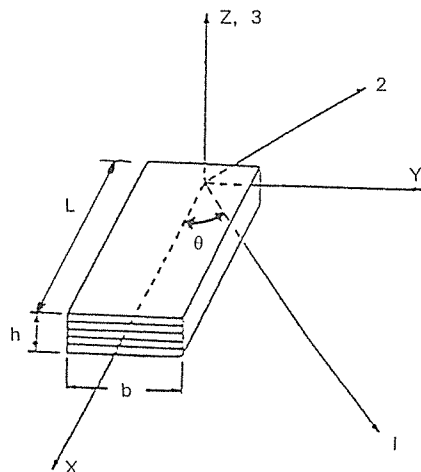


Fig.1(b) Geometry of the beam element

## 2-1. 변위장 및 구성방정식

### 2-1-1. 고전적인 적층보 이론 (CLT)

고전적인 적층보이론은, 변형전에 중립축에 수직인 선이 변형후에도 수직인 상태를 유지한다는 가정에 따르는 것으로서 복합재료 적층판에 대한 Kirchhoff-Love의 가정을 바탕으로 이끌어 낼 수 있다[7].

일반적인 적층보의 경우에 y방향의 힘과 모멘트,  $N_y$ 와  $M_y$ 는 0으로 둘 수 있다. 따라서 적층보에 대한 중립축에서의 y방향의 변형률 및 비틀림 변형률  $\varepsilon_{yo}$ 와  $\chi_y$ 를 x방향의 변형률 및 비틀림 변형률  $\varepsilon_{xo}$ ,  $\gamma_{xy}$ ,  $\chi_x$ ,  $\chi_{xy}$ 에 대해 표현하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} & \bar{D}_{13} & \bar{D}_{14} \\ \bar{D}_{21} & \bar{D}_{22} & \bar{D}_{23} & \bar{D}_{24} \\ \bar{D}_{31} & \bar{D}_{32} & \bar{D}_{33} & \bar{D}_{34} \\ \bar{D}_{41} & \bar{D}_{42} & \bar{D}_{43} & \bar{D}_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xo} \\ \gamma_{xyo} \\ \chi_x \\ \chi_{xy} \end{pmatrix} \quad \dots\dots (1)$$

여기서,  $\bar{D}_{ij}(i, j=1, \dots, 4)$ 는 강성행렬로써 굽힘-인장-비틀림(bending-extension-torsion)의 연계를 나타내는 상수이다.

### 2-1-2. 1차 전단변형 적층보 이론 (FSDT)

1차전단변형 적층보 이론은 변형전에 중립축에 수직인 선이 변형 후에도 직선을 유지하나 각도만이 변화할 수 있다고 가정하는 것으로서, 구성방정식은 다음과 같다. 즉, 식(1)과 같이 고전적인 적층보 이론에 사용했던 구성방정식에 전단계수에 해당하는 항만을 추가함으로써 얻을 수 있다[7].

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_{xy} \\ Q_x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} & \bar{D}_{13} & \bar{D}_{14} & 0 \\ \bar{D}_{21} & \bar{D}_{22} & \bar{D}_{23} & \bar{D}_{24} & 0 \\ \bar{D}_{31} & \bar{D}_{32} & \bar{D}_{33} & \bar{D}_{34} & 0 \\ \bar{D}_{41} & \bar{D}_{42} & \bar{D}_{43} & \bar{D}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{D}_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xo} \\ \gamma_{xyo} \\ \chi_x \\ \chi_{xy} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} \quad \dots\dots (2)$$

여기서,  $Q_x$ 는 전단력이고  $\bar{D}_{55}$ 는 전단변형 강성도를 나타내는데, 이의 계산에는 전단보정계수의 정의가 필요하며 본 연구에서는  $\frac{5}{6}$ 를 취하였다.

### 2-1-3. 고차 전단변형 적층보 이론 (HSDT)

고차전단변형 적층보이론에서는 횡방향 전단변

형을 고려할 때, 두께방향으로 포물형태의 분포로 가정하기 때문에 전단보정계수의 정의가 필요없게 된다. 이와 같이 가정함으로써, 고차전단변형 적층보 이론에서 고차항을 무시하면 고전적인 적층보 이론이 된다. 이에 대한 구성방정식은 다음과 같이 표현된다[7]

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_{xy} \\ P_x \\ P_{xy} \\ Q_x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} & \bar{D}_{13} & \bar{D}_{14} & \bar{D}_{15} & \bar{D}_{16} & 0 \\ \bar{D}_{21} & \bar{D}_{22} & \bar{D}_{23} & \bar{D}_{24} & \bar{D}_{25} & \bar{D}_{26} & 0 \\ \bar{D}_{31} & \bar{D}_{32} & \bar{D}_{33} & \bar{D}_{34} & \bar{D}_{35} & \bar{D}_{36} & 0 \\ \bar{D}_{41} & \bar{D}_{42} & \bar{D}_{43} & \bar{D}_{44} & \bar{D}_{45} & \bar{D}_{46} & 0 \\ \bar{D}_{51} & \bar{D}_{52} & \bar{D}_{53} & \bar{D}_{54} & \bar{D}_{55} & \bar{D}_{56} & 0 \\ \bar{D}_{61} & \bar{D}_{62} & \bar{D}_{63} & \bar{D}_{64} & \bar{D}_{65} & \bar{D}_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{D}_{77} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xo} \\ \gamma_{xyo} \\ \chi_{xo} \\ \chi_{xyo} \\ \chi_{x1} \\ \chi_{xy1} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

## 2-2. 에너지 식

위의 식(1), (2), (3)에 따라 CLT, FSDT, HSDT에 대한 변형에너지  $U$ 는 다음과 같이 각각 구할 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \chi \end{pmatrix}^T [\bar{D}] \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \chi \end{pmatrix} dx \quad \dots\dots\dots (4)$$

여기서 상첨자  $T$ 는 전치(transpose)를 의미하고,  $(\varepsilon, \chi)$ ,  $[\bar{D}]$ 등은 각각 앞에서 제시한 성분들을 행렬형식으로 표현한 것이다.

길이  $L$ 인 보의 x인 위치에서 중력으로 인한 축방향 장력 $S(x)$ 는 다음과 같다.

$$S(x) = \rho Ag(L-x) \quad \dots\dots\dots (5)$$

여기서,  $\rho$ 는 보의 밀도이고,  $A$ 는 단면적이며,  $g$ 는 중력가속도이다.

길고 유연한 구조물에 대해서는 보의 축방향 변형보다 횡방향변형이 훨씬 크다고 가정할 수 있으므로 중력으로 인한 에너지  $V_g$ 는 다음과 같다.

$$V_g = \int_0^L S(x) \frac{1}{2} w_{,x}^2 dx \quad \dots\dots\dots (6)$$

앞절에서 언급한 각각의 이론들에 대한 횡방향 운동에너지는 다음과 같이 구할 수 있다[7].

$$T(CLT) = \frac{b}{2} \int_0^L \dot{w}^2 dx \quad \dots\dots\dots (7.a)$$

$$T(FSDT) = \frac{b}{2} \int_0^L [R(\dot{w}_b + \dot{w}_s)^2 + I(\dot{\tau}^2 + \dot{w}_{b,x}^2)] dx \quad \dots\dots\dots (7.b)$$

$$T(HSDT) = \frac{b}{2} \int_0^L [R(\dot{w}_b + \dot{w}_s)^2 + I(\dot{\tau}_{b,x}^2 + \dot{w}_{b,x}^2) + c_2 I_7(\dot{\tau}_{b,x}^2 + \dot{w}_{b,x}^2) + 2cI_5(\dot{w}_{b,x} \dot{w}_{s,x} + \dot{\tau}_{b,x} \dot{\tau}_{s,x})] dx \quad \dots\dots\dots (7.c)$$

여기서,  $w, w_b, w_s, \tau_b, \tau_s$ 는 각각의 이론들에서 사용한 횡방향의 처짐 및 비틀림을 나타내며[7],  $(\dot{\phantom{x}})$ 는 시간에 대한 미분을 의미하고,  $(\phantom{x})_{,x}$ 는  $x$ 에 대한 미분을 의미한다.

그리고,  $c = \frac{4}{3h^2}$ ,  $c_2 = \frac{16}{9h^4}$ ,  $R, I, I_5, I_7 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho_i (1, z^2, z^4, z^6) dz$ 이다.

식(4), (6) 및 (7.a)~(7.c)를 Hamilton원리에 대입하면 CLT, FSDT, HSDT에 대하여 각각 운동방정식을 얻을 수 있다. 그리고 형상함수를 이용하여 이산화시키면, 다음과 같은 유한요소 지배방정식을 각각 얻을 수 있는데, 본 연구에서는 참고 문헌[9]에서 사용한 요소를 바탕으로 식을 구성하였다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

여기서  $[M]$ 은 질량행렬,  $[K]$ 는 강성행렬이며,  $\{q\}$ 는 자유도벡터이다.

### 3. 중력계수의 정의

등방성 보에 대해서는 중력의 영향을 다음과 같이 하나의 무차원화된 변수로 표현할 수 있다[5,6].

$$\text{중력계수} : g^* = \sqrt{\rho AgL^3 / EI} \quad \dots\dots\dots (9)$$

여기서,  $E$ 는 보의 탄성계수(Young's modulus),  $I$ 는 관성모멘트(moment of inertia)이다.

복합재료보에 대해서는 중력의 영향을 하나의 무차원화된 변수로 표현할 수는 없으나, 등방성보의 경우와 유사하게 설정하여, 중력이 복합재료 적층보의 진동에 미치는 영향을 추적해보기로 한다.

$$\text{중력계수} : g^* = \sqrt{\rho AgL^3 / E_1 I} \quad \dots\dots\dots (10)$$

여기서,  $E_1$ 은 보 주축 1방향으로의 탄성계수이다.

## 4. 수치해석 및 고찰

### 4-1. 코드검증

등방성의 스테인레스강재(stainless-steel)보가 중력장 내에 있는 경우에 대한 자유진동수를 고전적인 적층보 이론에 따라 계산하고, Schäfer[5], Yokoyama[6]의 계산 및 실험 결과와 비교하여 잘 일치함을 알 수 있었으므로 이에 대해서는 그 결과를 생략하기로 한다.

Table 1은 30°의 적층각을 가지는 고정지지-자유단의 그래파이트/에폭시(graphite/epoxy)보에 대한 진동해석 결과로서 제1차 모우드부터 제4차 모우드까지를 Singh[7], Kapania[9], Abarcá[10] 등의 계산 및 실험 결과와 비교한 것이다. 여기서 해석한 보의 물성치와 재원은 아래와 같다[10].

$$E_1 = 18.74 \text{ Mpsi}, E_2 = 1.367 \text{ Mpsi}, G_{12} = 0.7479 \text{ Mpsi}, \\ G_{23} = 0.3686 \text{ Mpsi}, G_{13} = 0.6242 \text{ Mpsi}, \gamma_{12} = 0.3, \\ h = 0.125 \text{ in}, b = 0.5 \text{ in}, L = 7.5 \text{ in}$$

Table 1을 참조하여 복합재료 보의 자유진동해석에 대한 본 코드의 타당성을 검증할 수 있었다.

Table 1. Comparison of experimental and theoretical results for orthotropic cantilever beam

	Model No.		1	2	3	4
Natural Frequency ( $\omega_o$ , Hz)	Present	CLT	52.61	330.13	932.81	1844.97
		FSDT	52.59	329.20	926.54	1822.31
		HSDT	52.60	329.50	927.37	1823.94
	Ref. [7]	CLT	52.60	330.09	932.41	1839.79
		FSDT	52.58	329.36	927.50	1822.06
		HSDT	52.58	329.24	926.68	1819.08
	Ref. [9]		52.65	329.78	928.29	1818.42
	Ref. [10]	Theory	52.70	329.00	915.90	1896.50
		Experiment	52.70	331.80	925.70	1827.40

### 4-2. 해석예 및 고찰

해석에 사용한 복합재료 적층보의 물성치는 Table 2와 같다.

Fig. 2는  $[0^\circ/90^\circ]$  그래파이트/에폭시보의 세장비에 따른 무차원화된 진동수( $\bar{\omega} = \omega L^2 \sqrt{(\rho/E_1 h^2)}$ )를 나타내고 있다. 중력효과를 무시한 경우는 Cha-

Table 2. Property of composite materials

	boron/epoxy [10]	graphite/epoxy [11]	glass/epoxy [12]
$E_1$	258.01 GPa	144.80 GPa	9.71 GPa
$E_2$	26.46 GPa	9.65 GPa	3.25 GPa
$G_{12}$	10.69 GPa	4.14 GPa	0.90 GPa
$G_{13}$	5.11 GPa	4.14 GPa	0.90 GPa
$G_{23}$	26.51 GPa	3.45 GPa	0.33 GPa
$\nu_{12}$	0.27	0.30	0.29
$\rho$	1550.00 Kg/m <sup>3</sup>	1389.23 Kg/m <sup>3</sup>	1374.00 Kg/m <sup>3</sup>

ndrashenkhara등[11]의 결과와 잘 일치하였으나, 도표의 혼잡을 피하기 위하여 도시하지는 않았다. 세장비가 30보다 작은 범위에서는 고전적인 적층보 이론과 전단변형 적층보 이론의 중요한 차이가 생기나 중력의 효과는 거의 나타나지 않는다. 또한 중력의 효과를 무시한 경우, 세장비가 커지면 세 가지 이론에 의한 무차원 진동수는 같은 값으로 수렴함을 알 수 있다. 즉, 전단변형과 회전관성의 영향이 거의 나타나지 않음을 확인할 수 있다. 그

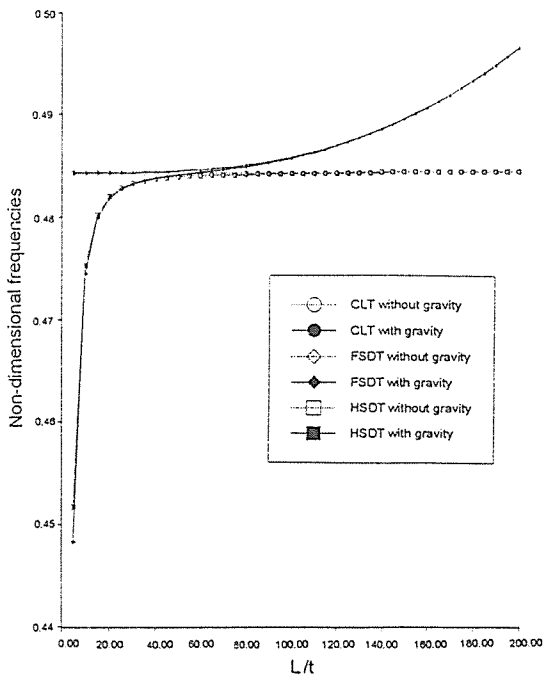


Fig. 2. Effect of shear deformation on non-dimensional fundamental frequencies of two-layered hanging cantilever beam

리고 중력을 고려하면 세장비가 클수록 무차원화된 진동수도 계속 증가한다. 그러나 두 경우 모두 세 가지 이론의 값들이 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 이후에는 모두 고전적인 적층보 이론에 따라 계산한 결과만을 제시하기로 한다.

Fig. 3은 복합재료 적층보에서 적층각(ply-angle)에 따른 무차원화된 첫번째 모우드의 진동수를 나타내고 있다. 직선은 동일한 세 장비를 가지는 스테인레스강재보에 대한 값인데 적층각이 0°인 그래파이트/에폭시보에 대한 값과 일치하고 있음을 알 수 있다. 이로부터 복합재료보의 무차원화된 진동수는 휨 강성도  $D_{11}$ 의 영향을 많이 받는다는 것을 확인할 수 있다. 중력을 고려하게 되면 적층각이 0°인 복합재료보와 스테인레스강재보의 진동수 값이 일치하지 않는데, 이는 세장비가 같아도 두 재료의 밀도와 강성이 다르며, 따라서 중력의 영향이 다르기 때문이다.

Fig. 4는 두께가 3.175 mm인 네가지의 서로 다른 재질을 갖는 보에 대해서 세장비와 중력계수와

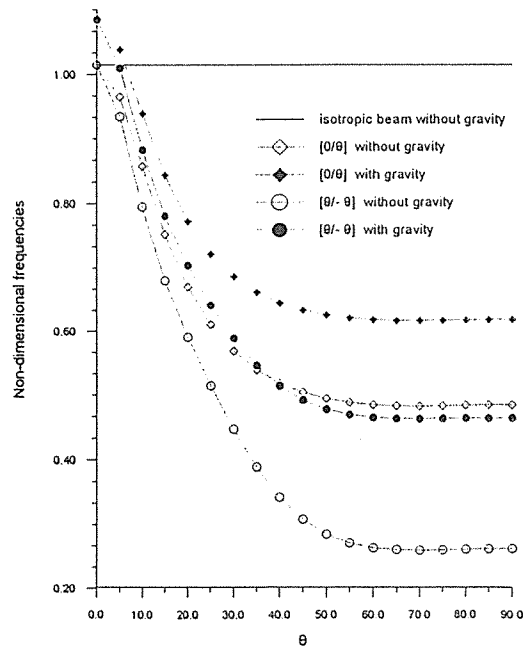


Fig. 3. Effect of ply orientation and gravity on fundamental frequencies of two-layered hanging cantilever beam.

관계를 나타낸 것이다. 동일한 세장비에 대해, 글래스/에폭시(glass/epoxy)보, 스테인레스강재, 그래파이트/에폭시, 보론/에폭시(boron/epoxy)보의 순서로 큰 중력계수의 값을 가짐을 알 수 있다. 앞서 Fig.2을 통해 중력을 고려하지 않으면, 세장비가 달라도 무차원화된 진동수는 같은 값을 가짐을 알 수 있었다. 아울러 이러한 사실은 서로 다른 재질을 가지는 보에 대해서도 성립함을 Fig.3을 통해 알 수 있었다. 그러나 같은 세장비의 대해서도 재질이 다르면 중력계수가 달라지며, 따라서 중력을 고려했을 때의 무차원화된 자유진동수는 재질에 따라 다른 값을 갖는다.

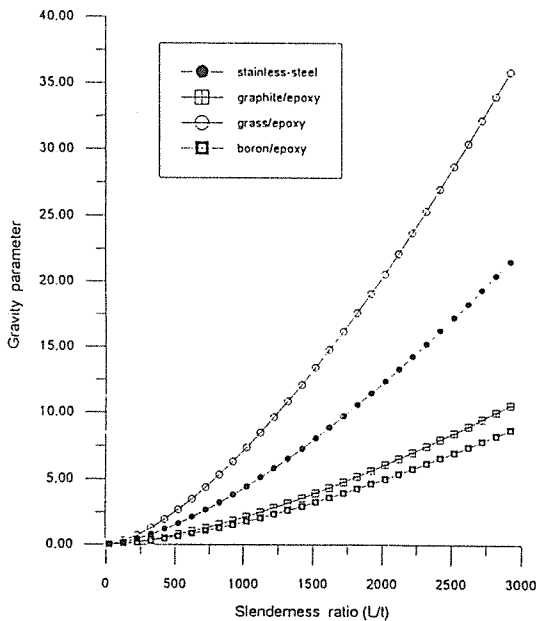


Fig. 4. Slenderness ratio-gravity parameter relation

다음은 문헌[5,6]에서와 같이 중력계수 1~1000까지의 범위에 대한 진동수 비를 도식한 것이다.

Fig.5는 중력계수에 따르는 진동수비( $\omega_j(g^*=0)/\omega_j(g^*)$ )를 나타내고 있다. 스테인레스강재보에 대한 값은 Yokoyama[6]의 결과인데,  $0^\circ$ 의 그래파이트/에폭시 보의 경우와 정확히 일치하고 있다. Yokoyama[6]는 중력장에 수직으로 놓여있는 등방성보에 대한 지배방정식을 세우고 이를 무차원화된 변수들로 나타내었다. 그리고 중력의 효과는 오직

하나의 무차원 변수인 중력계수( $g^*$ )로 표현할 수 있음을 밝혔다. 이 결과를 통해 중력계수가 같으면 적층각이  $0^\circ$ 인 그래파이트/에폭시 보 역시, 중력의 효과는  $g^*$ 에 의해 표현할 수 있음을 알 수 있다.

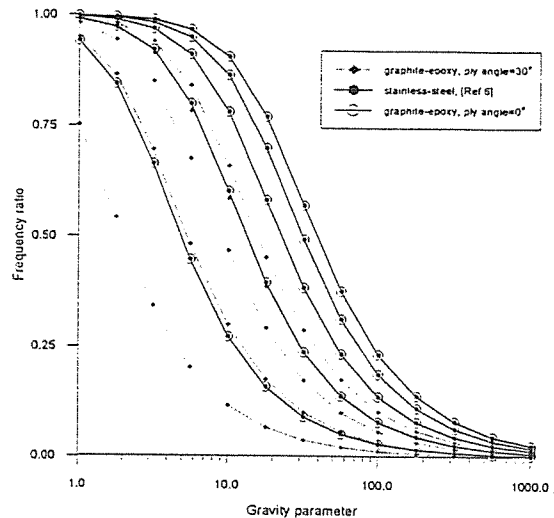


Fig. 5. Effect of gravity on first five natural frequencies of hanging cantilever beam

Fig.6~8은 그래파이트/에폭시, 보론/에폭시, 글래스/에폭시 보에 대해 적층각을 달리하며, 첫번째 모드에 대한 중력계수와 진동수비를 나타낸 것이다. 이 결과로부터 알 수 있는 것은  $0^\circ$ 인 복합재료보에 작용하는 중력의 효과는 재질에 관계없이  $g^*$ 로서 표현할 수 있다는 것이다. 그러나 적층각이 달라지면, 진동수비는 등방성보에 대한 Yokoyama[6]의 결과와 달라지게 된다. 이는 적층각에 따라 강성행렬의 값들이 달라지기 때문이다. 그리고, Fig.6~8에서 확인할 수 있는 사실은 그래파이트/에폭시 보는 적층각이  $90^\circ$ 일때 가장 중력의 영향을 많이 받지만, 보론/에폭시, 글래스/에폭시보는  $0^\circ$ 와  $90^\circ$  사이의 특정 각도에서 중력의 영향을 가장 많이 받음을 알 수 있다.

이러한 사실을 Fig.9를 통해 다시 확인할 수 있다. 즉, Fig.9는 동일한 형상을 가지는 그래파이트/에폭시, 보론/에폭시, 글래스/에폭시 보에 대해, 적층각에 따르는 진동수비를 표시한 것이다. 진동수비가 작을수록 중력의 효과가 커지는데, 진동수비가

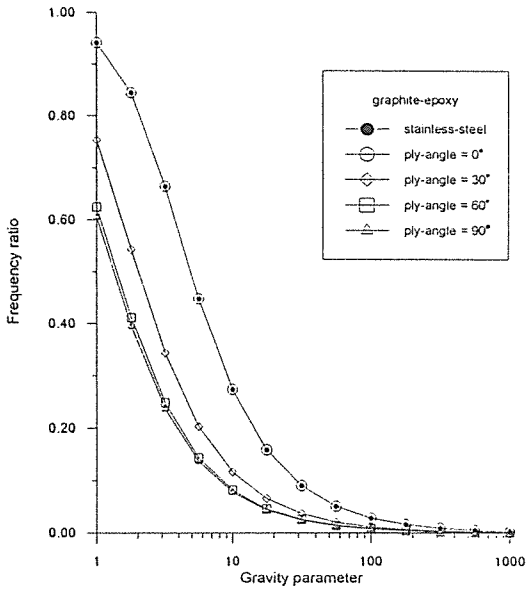


Fig. 6. Effect of gravity on fundamental frequencies of hanging cantilever beam for various ply-angles.

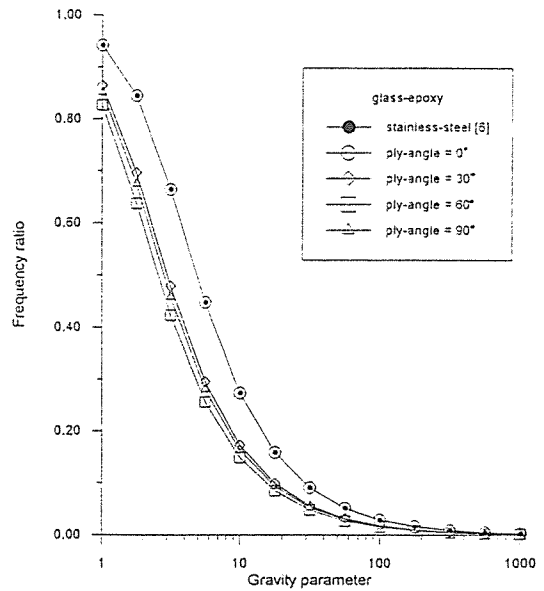


Fig. 8. Effect of gravity on fundamental frequencies of hanging cantilever beam for various ply-angles.

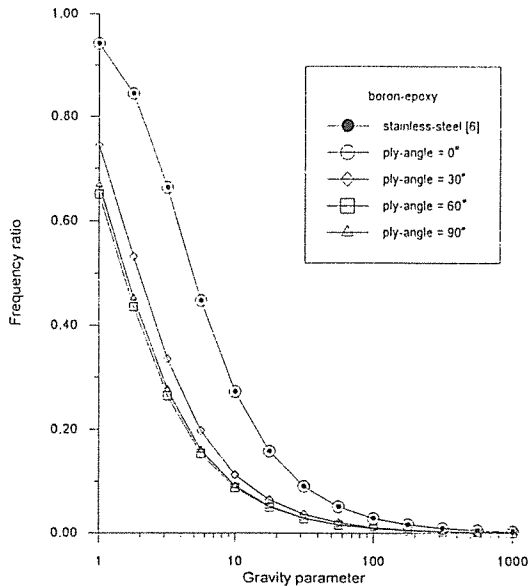


Fig. 7. Effect of gravity on fundamental frequencies of hanging cantilever beam for various ply-angles.

최소값을 갖는 적층각은 그래파이트/에폭시 보의 경우  $90^\circ$ 이며, 보론/에폭시 보의 대략  $60^\circ$ , 글래스/에폭시 보의 대략  $55^\circ$ 이다. 이는 각 재료의  $E_1$ 과

$E_2$ 의 비값이 다르기 때문인데,  $E_1, E_2$ 의 비가 1에 가까울수록 진동수비가 최소가 되는 적층각은  $45^\circ$ 로 수렴하며, 작을수록  $90^\circ$ 에 가까워짐을 예측할 수 있다. 이와 아울러, 재료의 변화에 따른 복합재료

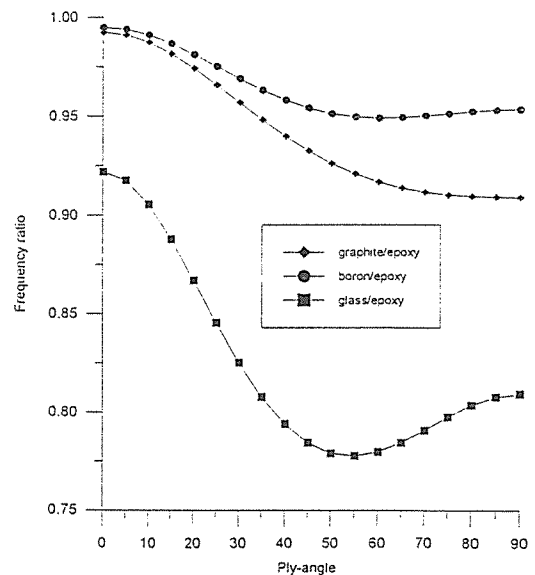


Fig. 9. Ply-angle vs. fundamental frequency ratio of composite beams under gravity.

적층보의 자유진동 모우드를 참고문헌[5,6]에서와 같이 추적할 수 있으나, 여기서는 그 결과를 보이지는 않았다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 고전적인 적층보 이론, 1차전단 변형 적층보 이론과 고차전단변형 적층보 이론을 이용하여 중력의 효과를 고려한 복합재료 적층보의 자유진동에 대한 특성 변화를 살펴보았다. 이상의 계산결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 중력의 효과가 중요하게 고려되어야 할 세 장비의 범위에서는 고전적인 적층보 이론, 1차 전단변형 적층보 이론이 각각 산출한 진동수는 거의 동일하다.

둘째, 적층각이  $0^\circ$ 인 복합재료보에 대한 중력의 효과는, 등방성보에서와 같이 하나의 무차원변수인  $g^*$ 에 의해 표현할 수 있다.

세째, 복합재료보의 경우에 있어서도, 낮은 모우드의 진동수는 중력의 효과가 증가함에 따라 중요하게 고려해야 할 만큼 증가함을 알 수 있다. 단, 복합재료의 주된 장점으로 인정되는 높은 강성과 낮은 밀도로 인해 동일한 세 장비에 대해서 등방성 금속재료와 비교해보면 중력의 효과는 상대적으로 작게 나타남을 확인할 수 있다.

넷째, 복합재료의 경우는 등방성물질과는 달리 적층각에 따라 중력이 미치는 영향의 정도가 상당히 달라진다.

## 참 고 문 헌

1. Leppert, E.L., Wada, B.K., and Miyakawa, R., "Modal Tests Results of the Viking Orbiter," *Shock and Vibration Bulletin* 44, 1974, pp.165-175.
2. NASA, "Conference Publication 2215 Large Space System Technology-1981," Parts 1 and 2,

1981.

3. Renton, J.D., "The Beam-like Behavior of Space Trusses," *AIAA J.*, Vol.22, No.2, 1984, pp.273-280.

4. Shih, C.F., Chen, J.C., and Garba J., "Vibration of a Large Space Beam Under Gravity Effect," *AIAA J.*, Vol.24, No.7, 1986, pp.1213-1216.

5. Schäfer, B., "Free Vibration of a Gravity-loaded Clamped-free Beam," *Ingenieur-Archiv*, Vol.55, 1985, pp.66-80.

6. Yokoyama, T., "Vibration of a Hanging Timoshenko Beam under Gravity," *J. of Sound and Vibration*, Vol.141, 1990, pp.245-258.

7. Singh, G., and Rao, V., "Analysis of the Nonlinear Vibrations of Unsymmetrically Laminated Composite Beams," *AIAA J.*, Vol.19, 1991, pp.1727-1735.

8. Yang, T.Y., *Finite Element Structural Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1986.

9. Kapania, R.K., and Raciti, S., "Nonlinear Vibrations of Unsymmetrically Laminated Beams," *AIAA J.*, Vol.27, No.2, 1989, pp.201-210.

10. Abarcar, R.B. and Cunniff, F.C., "The Vibration of Cantilever Beams of Fiber Reinforced Material," *J. of Composite Materials*, Vol.6, 1972, pp.504-517.

11. Chandrashenkara, K., and Bangera, K. M., "Free Vibration of Composite Beams using a Refined Shear Flexible Beam Element," *Computers and Structures*, Vol.43, 1992, pp.719-727.

12. Teoh, L.S. and Huang, C.C., "The Vibration of Beams of Fiber Reinforced Material," *J. of Sound & Vibration*, Vol.51, No.4, 1977, pp.467-473.