

## 論文

## 탄소/탄소 복합재 브레이크 디스크의 열탄성 연구

손현우\* · 홍창선\* · 김천곤\* · 성대운\* · 윤병일\*\*

## Thermoelastic Analysis of Carbon/Carbon Composite Brake Disk

Hyeon-Wu Sonn\*, Chang-Sun Hong\*, Chun-Gon Kim\*,  
Dae-Un Sung\* and Byung-Il Yoon\*\*

## ABSTRACT

This paper presents a steady state modeling analysis of thermoelastic phenomena in a Carbon/Carbon brake disk system for an aircraft. A finite element code is developed which allows an effective investigation of thermal-mechanical coupling effects.

The finite element analysis results present the pressure distributions and the temperature distributions along the friction surfaces, and heat flux vectors for the present model. The thermoelastic state on any friction surface affects the other friction surfaces each other. Thus, the whole model of brake disks should be analyzed for more advanced results. The use of the orthotropic brake disk is better than the isotropic brake disk as a brake friction material because the contact area of the composite brake disk is larger than that of the isotropic brake disk during the thermoelastic process.

## 초 록

본 연구에서는 탄소/탄소 복합재 브레이크 디스크에서 생기는 열탄성 현상을 풀 수 있는 정상상태의 모델을 제시하였다. 여러 마찰면들에서 생기는 현상들 간의 연계를 고려하여 열탄성 현상을 효율적으로 해석할 수 있는 유한요소 프로그램을 개발하였다.

탄소/탄소 복합재 브레이크 디스크에 대한 온도장, 마찰면에서의 압력 분포 그리고 열 플럭스 벡터등의 유한요소 계산 결과가 언급되었다. 디스크의 갯수가 늘어날수록 마찰면들의 압력 분포는 다른 마찰면들과의 열적, 기계적 연관성에 의해 대칭성을 잃기 때문에 브레이크 디스크 시스템 전체를 모델링하여 열탄성 해석을 수행하여야 한다. 직교이방성의 특성을 살린 복합재 브레이크 디스크를 사용하는 것이 등방성 브레이크 디스크를 사용하는 것 보다 더 좋다. 그 이유는 브레이크 마찰재료 관점에서 보면 복합재 브레이크 디스크가 등방성 브레이크 디스크 보다 접촉면적이 크기 때문에 브레이크 디스크의 열흐름을 원활하게 하여 마찰면들에서의 압력 및 온도 분포를 균일하고도 작게하여 주기 때문이다.

\* 한국과학기술원 항공우주공학과

\*\* 국방과학연구소 기술연구본부

## NOMENCLATURES

$B$	: derivative of shape function	$\mu$	: friction coefficient
$C$	: stiffness	$\nu$	: poisson's ratio
$E$	: elastic modulus	$\sigma, \epsilon$	: stress, strain vector
$h$	: heat convection coefficient	$\tau, e$	: stress, strain tensor
$k$	: thermal conductivity	$\omega$	: angular velocity
$N$	: shape function	$r, \theta, z$	: cylindrical coordinates
$P_h$	: hydraulic pressure	f. s	: friction surface
$P$	: normal pressure		
$q$	: heat flux	〈Subscripts〉	
$Q$	: heat source	$f$	: body force
$T$	: temperature	$n$	: normal direction
$u$	: displacement	$r, \theta, z$	: cylindrical coordinate
$[K_T]$	: conductivity matrix	$A$	: area
$\{R\}$	: thermal loading	$V$	: volume
$\alpha$	: thermal expansion coefficient		

## 1. 서 론

활주 조절 시스템가 관련된 항공기 브레이크 시스템은 보통 다판(multiple-disk)으로 구성되어 있으며, 각 판들의 마찰을 이용해서 바퀴축의 회전력을 흡수하여 회전수를 저하시킴으로써 항공기의 정지를 돕는 역할을 한다. 항공기용 브레이크 디스크의 재료는 큰 열용량을 갖고 단위무게당 강도가 크며 짧은 시간내의 마찰열에 의한 물성의 저하가 크지 않아야 한다. 이러한 특성을 만족하는 탄소/탄소(Carbon/Carbon) 복합재는 초음속 항공기와 고성능 전투기에 적용되어 제동장치의 무게절감 및 성능향상을 가져왔다. 브레이크 디스크의 마찰열은 정상착륙(normal landing) 시에 약 500°C, 이륙취소(rejected takeoff; R.T.O) 시에 약 1000°C 이상이 되므로 설계를 위해서는 브레이크 디스크의 열탄성적 연구가 필수적이라 하겠다.

탄소/탄소 복합재 브레이크 디스크는 Dunlop사에서 개발되었으며 1973년 VC-10기에 처음 적용되었다. 그 다음해인 1974년 무게절감을 위해 Concorde기에 적용한 결과 강철에 비교하여 60%의 무게 감소 효과를 가져 왔다[1]. Kennedy와 Ling

[2]의 모델은 열변형과 마멸(wear)이 수직 압력에 미치는 영향을 고려했으나 각 판(disk)에서의 열적, 기계적 현상을 판의 중립면(discs' midplane)에 대칭이라고 가정을 함으로써 각 마찰면에서 생기는 현상이 서로 독립적이 되도록 하였다. 두개의 인접한 판의 중립면 사이에 국한된 영역만을 고려해도 되었지만 실제적인 브레이크 디스크의 열탄성 연구에는 미흡한 가정을 사용하고 있다. P.Zagrodzki[3]는 1985년에 강철원판(steel disk)과 마찰재료(sintered bronze)로 뒤덮힌 원판으로 이루어진 브레이크 디스크를 해석하여 비정상 상태의 열전도(unsteady heat conduction) 모델을 제시하였다. 열특성의 불균질성(non-homogeneity)을 고려하여 유한차분법(finite difference method; FDM)으로 열전달방정식의 해를 구하고 유한요소법(finite element method; FEM)으로 열응력을 해석하였다. 이때 마찰면 위의 수직압력은 온도 분포에 무관하며 균일하다고 가정함으로써 열응력이 과소평가되었다. P.Zagrodzki[4]는 1990년에 이와 같은 문제점을 보완한 논문을 발표하였다. 여기서도 강철원판과 마찰재료로 뒤덮힌 원판으로 이루어진 브레이크 디스크를 해석하였다. 마멸(wear)을 무시한 2차원

다판 브레이크 디스크(multi disk braker)를 부영역(subregion)으로 나누어서 비정상 열전도 방정식을 경계조건과 초기 조건을 설정하여 Crank-Nicolson 방법을 이용한 유한차분법으로 해석하여 온도 분포를 구하고 열적하중을 포함시켜 유한요소법을 이용하여 변위와 응력을 구했다. 열변형은 수직압력분포에 영향을 끼치며, 한 판에서의 열적 거동은 다른 판에 영향을 미치기 때문에 압력분포의 성장과정은 다른 판에 영향을 미친다고 결론을 내렸다. Cook[5]은 열전달 해석에 유한요소법을 사용하는 이유는 유한요소법으로 절점의 온도를 계산한 후 바로 그 절점의 온도를 가지고 응력을 계산할 수 있는 장점이 있으며 유한차분법은 불규칙한 경계와 불규칙한 형태의 절점을 이용하기가 어렵기 때문이라고 했다.

본 연구에서는 탄소/탄소 복합재 브레이크 디스크의 열탄성적 연구에 적합한 유한요소 프로그램을 개발하여 탄소/탄소 복합재 브레이크 디스크의 정상상태의 열탄성 해석을 수행하였다. 열현상과 탄성적 현상을 하나의 FEM 프로그램내에서 해석함으로써 기존 연구의 단점인 FDM의 절점과 FEM의 절점이 일치되지 않는 문제점을 해결할 수 있다. 또한 기존의 상용 코드에서는 사용자정의 서브루틴(user defined subroutine)을 사용하지 않는 한, 온도 분포 변화에 따른 응력해석은 가능하지만 그 반대인 응력 변화에 따른 열적 현상의 해석은 가능하지 않다. 하지만 본 연구에서는 응력 변화에 의해서도 마찰열이 발생하여 온도가 변화할 수 있도록 열적 현상, 탄성적 현상 및 접촉 문제를 모두 연계시켜 반복해법을 사용하여 해석을 수행하였다. 하중에 따라 접촉면적이 선형적으로 변하지 않는 비선형 문제(nonlinear problem)인 접촉 문제를 풀기 위해서는 반복 해법이 또 필요하다. 따라서 전체적으로 보면 열탄성해석을 위한 반복실행 사이에 접촉문제 해석을 위한 반복실행이 사용되어야 한다. 브레이크 디스크는 축대칭 형상을 하고 있으므로 3차원 문제를 2차원 축대칭으로 유한요소 모델링을 하였으며, 요소는 축대칭 8절점 등매개 변수요소(Axisymmetric 8 node iso-parametric element)를 사용하였다.

## 2. 지배방정식 및 유한요소 수식화

해석하고자 하는 계(system)를 구성하고 있는 물질의 특성을 나타내는 실험 관계식을 구성방정식(constitutive equation)이라 한다. 지배방정식은 구성방정식을 에너지 보존 및 힘 평형 등을 나타내는 평형방정식(balance or equilibrium equation)에 대입하여 만들어진다.

### 2-1. 열지배방정식

열전달(또는 열)은 온도차에 의하여 일어나는 에너지의 이동으로 정의된다. 정지한 고체나 유체 내에 온도구배가 존재할 때, 그 물질을 통하여 발생하는 열전달을 전도(conduction)라고 하며, 표면과 이와 다른 온도를 가지는 이동유체 사이에서 발생하는 열전달을 대류(convection)라고 한다[6]. 열전달 현상을 정량화하는 실험적인 구성방정식은 푸리에(Fourier) 법칙으로 알려져 있다. 전도 해석의 주목적은 매질 경계에 부과된 조건에 알맞도록 매질내의 온도장(temperature field)을 결정하는 것이다. 즉, 매질내의 위치에 따라 온도가 어떻게 변하는가를 나타내는 온도 분포를 알고자 하는 것이다. 일단 이 온도 분포가 알려지면 매질내의 임의의 점이나 매질 표면상에서의 열플럭스는 Fourier 법칙으로부터 계산할 수 있으며, 또한 관련되는 다른 중요한 양들이 결정될 수 있다. 고체 매질에 대해서는 온도 분포를 알면 열응력, 팽창, 그리고 처짐의 크기 등을 알 수 있으므로, 구조적인 완벽성을 확인하는데 도움이 된다[7].

#### ◎ 구성방정식(Fourier 법칙)

온도분포 T(x)를 가지는 1차원 Fourier 법칙은 다음과 같이 표현된다.

$$q_x = -k \frac{dT}{dx} \dots\dots\dots (2.1)$$

열플럭스(heat flux)  $q_x$ 는 전달 방향에 수직되는 단위 면적당 x 방향으로의 Fourier 법칙 열전달률이며 이 방향으로의 온도구배에 비례한다. 비례상수 k는 열전도 계수(thermal conductivity)라고 하는

전달 상태량이며 재료특성이다. 음의 부호는 열이 고온에서 저온으로 전달된다는 사실을 뜻한다. Fourier 법칙은 열플럭스가 방향을 갖는 벡터량(vector)임을 암시하고 있으며, 물질의 상태(고체, 액체, 또는 기체)에 관계없이 모든 물질에 대하여 적용할 수 있다.

열적으로 이방성(thermally orthotropic) 재료인 경우의 일반적인 열플럭스의 성분은 다음과 같다 [8].

$$q_l = -K_{lm} T_{,m} \quad l, m = 1, 2, 3 \quad \dots\dots (2.2)$$

◎ 평형방정식(에너지 보존 법칙)

에너지 보존법칙에 의해 계에 가해지는 열에너지율과 빠져나가는 열에너지율의 차이는 계의 내부에너지 변화율과 같다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$Q - (q_l)_{,l} = \rho c \dot{T} \quad l = 1, 2, 3 \quad \dots\dots (2.3)$$

여기서 Q는 내부 열원, ρ는 밀도, c는 정압비열,  $\dot{T}$ 는 온도의 시간 변화율이다.

◎ 지배방정식

열 지배방정식은 다음과 같다.

$$(K_{lm} T_{,m})_{,l} + Q = \rho c \dot{T} \quad l, m = 1, 2, 3 \quad \dots (2.4)$$

열방정식(heat equation)으로 알려진 이 방정식은 열전도 해석에 관한 기본적인 도구이며, 이의 해로부터 시간의 함수로서 온도분포 T(x, y, z)를 얻을 수 있다. 열방정식을 풀기 위해 다음의 경계조건이 필요하다.

i) 일정 표면 온도 조건(Dirichlet 조건)

$$T = T^* \quad \text{on } A_0 \quad \dots\dots (2.5)$$

ii) 대류 표면 조건(Cauchy 조건)

$$q_n = h(T - T_\infty) \quad \text{on } A_1 \quad \dots\dots (2.6)$$

iii) 일정 표면 열플럭스(Neumann 조건)

$$q_n = q_n^* \quad \text{on } A_2 \quad \dots\dots (2.7)$$

여기서  $q_n = \vec{q} \cdot \vec{n} = q_n l$  ( $l = 1, 2, 3$ )이며,  $T_\infty$ 는

유체의 온도이다.

정상상태(steady state) 조건하에서는 에너지 저장량의 변화가 없으므로 열방정식(2.4)은 다음과 같이 간단하게 된다.

$$(K_{lm} T_{,m})_{,l} + Q = 0 \quad \dots\dots (2.8)$$

2-2. 탄성지배방정식

◎ 평형방정식(에너지 보존 법칙)

미소체적의 힘의 평형을 생각하면 다음과 같은 평형방정식이 유도된다.

$$\frac{\partial \tau_{lm}}{\partial x_l} = -f_m \quad l, m = 1, 2, 3 \quad \dots\dots (2.9)$$

여기서  $\tau_{lm}$ 은 응력텐서이고  $x_l$ 은 좌표이고  $f_m$ 는 체적력 성분이다.

◎ 변위-변형을 관계식(displacement-strain relation)

고전적인 선형변형을 텐서와 변위벡터  $u_l$ 과의 관계는 다음과 같다.

$$e_{lm} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_l}{\partial x_m} + \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right) \quad l, m = 1, 2, 3 \quad \dots\dots (2.10)$$

◎ 구성방정식

응력과 변형율에 관계하는 일반 Hooke 법칙은 다음과 같다.

$$\tau_{lm} = C_{lmop} e_{op} \quad l, m, o, p = 1, 2, 3 \quad \dots (2.11)$$

여기서  $C_{lmop}$ 은 탄성계수를 나타내는 4계 텐서량이다.

공학적인 응용에서는  $\tau_{lm}$  및  $e_{op}$  같은 텐서를 벡터로 쓰고  $C_{lmop}$ 은 행렬로 쓰는 것이 더 유용하다. 열적 변형율(thermal strain)이 존재할 때 다음과 같이 축약된 표기(contracted notation)로 쓸 수 있다.

$$\sigma_r = C_{rs} (\epsilon_s - \alpha_r T) \quad r, s = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad \dots\dots (2.12)$$

여기서  $\alpha_r$ 는 열팽창계수이고, T는 기준온도에 대한 온도차이를 말한다.

열 및 탄성 지배방정식은 모두 2개 편미분방정식이며 준조화방정식과 유사한 형태의 항들을 갖는다. 지배방정식을 보면 응력은 flux와 같은 역할을 하고 있으며 변위성분들의 구배(gradient)들에 비례하고 있다. 차이점은 단지 미지함수의 갯수이며 경계조건의 갯수와도 관계된다. 이와 같은 점들을 살펴볼 때 두개의 지배방정식들은 유사하게 유한요소 수식화를 할 수 있음을 알 수 있다. 유한요소의 수식화 방법 중 범함수이론(functional theory)에서 계의 방정식(system equation)을 유도하는 방법과 지배방정식을 가중잔여치(weighted residual) 적분법의 일종인 갤러킨 방법(Galerkin's Method)을 적용하여 계의 방정식을 유도하는 방법이 모두 다 가능하지만 두개의 지배방정식간의 상사성(similarity)이 있으므로 갤러킨 방법을 사용한다.

2-3. 열 유한요소 방정식

열 지배방정식에서 우변항을 좌변으로 이항하여 잔여치(residual ; R)를 정의하고 형상함수(shape function ; N)를 가중치 함수로 하여 가중치 적분을 수행하면 다음과 같은 최종적인 유한요소수식화를 할 수 있다.

$$\int_V N_{i,l} k_{im} N_{j,m} dV T_j + \int_{A1} N_i h N_j dA T_j = \int_V N_i N_j dV Q_j + \int_{A1} N_i h T_\infty dA - \int_{A2} N_i q_n^* dA \dots\dots (2.13)$$

행렬로 써보면 다음과 같이  $[K]\{T\} = \{R\}$  형태의 요소방정식이 구해진다.

$$([K_T] + [H_T])\{T\} = \{R_Q\} + \{R_\infty\} - \{R_{q_n}\} \dots\dots\dots (2.14)$$

2-5. 탄성 유한요소 방정식

열 유한요소 수식화와 같은 방법으로 지배방정식과 경계조건을 이용하여 가중치 적분을 수행하면 다음과 같은 최종적인 유한요소식을 얻는다.

$$\int_V [B]^T [C] [B] dV \{U\} = \int_V [N]^T [N] \{f\} dV \dots\dots (2.15) + \int_A [N]^T [N] \{\tau^{(n)}\} dA + \int_V [B]^T [C] \{a\} dV$$

식(2.17)은 다음처럼 보통의 응축된 행렬식 형태로 쓸 수 있다.

$$[K] \{U\} = \{F_f\} + \{F_{\tau_n}\} + \{F_T\} \dots\dots (2.16)$$

여기서  $\{f\}$ ,  $\{\tau^{(n)}\}$  그리고  $T$ 는 각각 정해진 절점 체적력들, 절점 경계응력들, 온도 변화들이다.

3. 다판 브레이크 디스크

항공기 브레이크 디스크의 열탄성적 해석은 유압에 의해 다판 브레이크 디스크의 각 디스크들이 접촉됨으로써 변형과 응력을 유발하고 응력 중 디스크에 수직한 응력 성분에 의해 마찰열이 발생한다. 본 연구에서는 마찰열이 다시 열변형을 유발하므로 응력의 분포가 달라져서 수직 응력 성분이 또 바뀌게 되는 과정을 무시하지 않는 이론에 근거한다.

3-1. 브레이크 디스크의 형상 및 작동원리

항공기의 브레이크는 대개 고정판(stator) 사이에 끼여져 있는 회전판(rotor)으로 이루어져 있는 다판 브레이크이다. 회전판은 바퀴의 휠(wheel)에 의해 구동되며 고정판은 브레이크 축에 의해 고정되어 있다.

그림 1에서 항공기 브레이크의 고정판과 회전판을 보여주고 있다. 제동 메카니즘은 유압에 의해 디스크들에 압력을 가함으로써 각 디스크들이 접촉을 하여 마찰에 의하여 운동에너지를 흡수함으로써

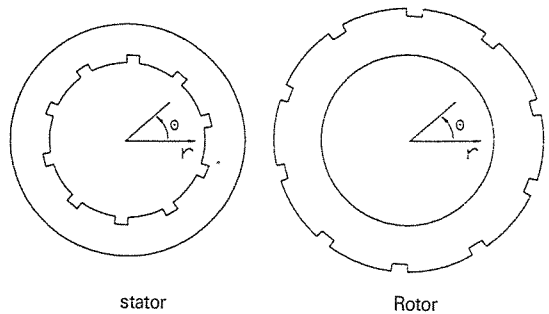


Fig. 1. Configuration of a stator and a rotor for an aircraft brake system

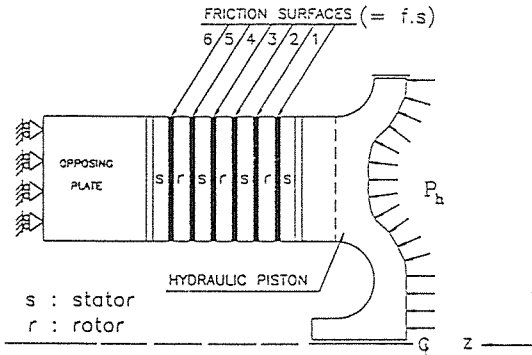


Fig. 2. Schematic cross section of an aircraft brake system

이루어진다.

그림 2는 Concorde기의 브레이크 시스템의 단면을 보여주고 있다. 축대칭형상을 하고 있으므로 단면의 반만 나타내고 있다. 유압이 작용하면 각 디스크들이 서로 압력에 의해 마찰열을 발생하게 된다. 마찰열은 약 20초 정도 발생하며 대기중으로 빠져나가는 열은 무시할 만하다[1].

그림 3에서는 대칭축인 z축에서 보았을 때 회전판과 고정판이 접촉된 부분에서 마찰열이 발생함을 보여주고 있다. 그림에서 보듯이 디스크들은 축대칭에 가까운 형상을 하고 있으므로 온도장과 변위장들이 축대칭이라고 가정되었다. 이러한 가정하에 (r, θ, z)의 3차원 좌표계가 θ에 무관한 (r, z)의

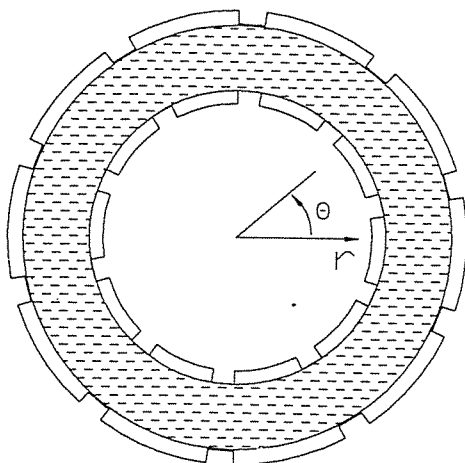


Fig. 3. Contact surface between a stator and a rotor (Heat is generated on the hatched surface)

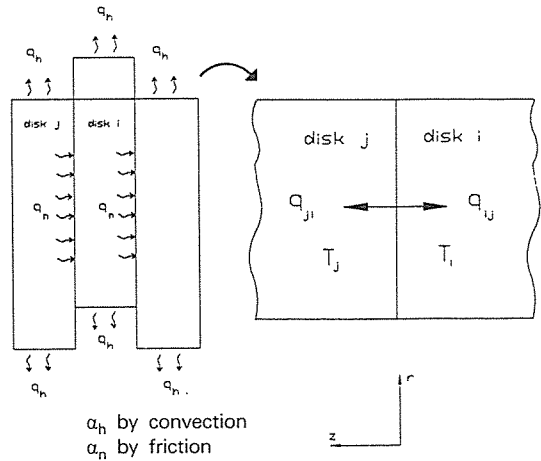


Fig. 4. Heat conduction model between adjacent disks

2차원 좌표계에서의 문제로 단순화 될 수 있다.

### 3-2. 열적 현상의 모델링

그림 4는 열전도 문제에서의 인접한 디스크i와 디스크j의 열적 현상을 보여준다. 고정판 사이의 회전판에서의 열대류에 의해 빠져나가는 열플럭스  $q_h$ 와 마찰면에서 발생하는 열플럭스  $q_n$ 을 보여주고 있다. 온도장의 연속성에 의해 마찰되고 있는 면에서의 같은 절점에서 온도는 회전판과 고정판에서 같아야 하며 ( $T_{i, stator} = T_{i, rotor}$ ) 여기서 발생하는 열용량은  $q^* = \mu P v$ 로 정의된다. 마찰이 되지 않는 곳에서는  $q^* = 0$ 이 될 것이다. 즉, 다음과 같은 조건이 필요하다.

$$T_{i, stator} = T_{i, rotor} \quad \dots\dots\dots (2.17)$$

$$q^* = \mu P v \quad \text{when } P > 0 \quad \dots\dots\dots (2.18)$$

$$q^* = 0 \quad \text{otherwise} \quad \dots\dots\dots (2.19)$$

### 3-3. 탄성적 현상의 모델링

그림 5는 유압  $P_h$ 가 피스톤에 작용하고 마찰력들이 축방향으로 유발되는 상태의 탄성적 현상을 보여주는 인접한 디스크들의 그림이다. 그림에서 디스크i의 절점 변위는 각각 r과 z방향으로  $u_{ri}$ 와

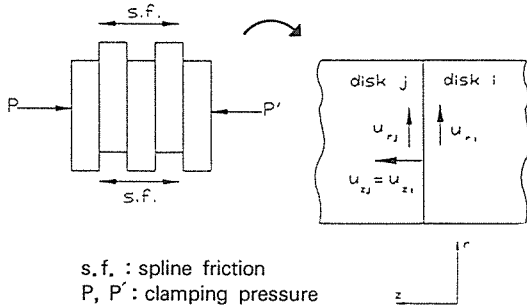


Fig. 5. Elastic contact model between adjacent disks

$u_{zi}$ 이다. 고려하는 두 디스크가 마찰이 되고 있는 상태라고 하면 마찰면에 압력이 가해지기 때문에 z방향의 변위는 같아야 하기 때문에 다음과 같은 조건을 갖는다.

$$u_{zi} = u_{zj} \quad \text{when } P > 0 \quad \dots\dots\dots (2.20)$$

$$u_{zi} \neq u_{zj} \quad \text{otherwise} \quad \dots\dots\dots (2.21)$$

마찰면에서 반경방향의 변위성분  $u_r$ 은 생길 수 있다. 마찰면에서는 원주방향의 미끄러짐이 발생한다. 디스크의 변형에 의해 생기는 반경방향의 미끄러짐 속도가 원주방향의 미끄러짐 속도 성분과 비교했을 때 대단히 작다. 이와 유사한 관계가 마찰력에도 성립한다. 따라서 축대칭모델에서는 마찰면에서의 반경 방향의 마찰력은 대개 생기지 않는다[9].

3-4. 접촉 문제

본 연구에서 다루어지고 있는 브레이크 디스크의 접촉 문제는 비등온이며 여러 접촉면을 갖는 특별한 형태의 접촉 문제이다. 접촉 문제의 수치적 모델링은 세심한 주의를 필요로 한다. 각 접촉물체의 재료 거동이 선형적이라고 해도 접촉 문제는 비선형 문제가 되는데 이는 가해지는 하중에 대해 접촉면적이 선형적으로 변하지 않기 때문이다[10]. 또한 접촉물체간의 실제 접촉면적은 보통 사전에 알 수 없기 때문에 처음에는 초기 접촉면적을 가정하여 문제를 풀게 된다. 특히 마찰이 존재하는 경우에는 거동이 하중이력에 의존할 수 있다. 따라서 이와 같은 문제의 정확한 해는 반복적 혹은 증분적 과정에

의해 계산되어야 한다. 접촉면적의 초기의 가정치가 실제와 너무 많이 다르면 정확도를 위해 접촉면적을 다시 분할하는 것이 필요하게 된다[11]. 본 연구에서는 초기의 가정치가 실제와 유사하므로 요소의 재분할은 필요없다.

접촉 문제에서는 접촉면의 유한요소 절점들의 변위, 하중 조건이 수치적으로 주어지는 대신 다음의 두 개의 관계식으로 주어진다. 접촉면이 서로 겹침(overlap)이 되지 않기 위해서 수직 접촉 방향으로 변위의 연속성을 만족해야 하며, 접촉면에서는 크기가 같고 방향이 반대인 수직응력성분을 갖는 평형조건을 만족해야 한다. 따라서 접촉 문제를 위한 컴퓨터 프로그램은 어떤 형태의 반복과정을 포함해야 한다.

그림 6(a)와 6(b)는 물체 A와 물체 B의 변형 전과 변형 후의 접촉된 상황을 보여주고 있다. 평형상태의 정확한 접촉면적은 겹침과 인장응력은 없다.

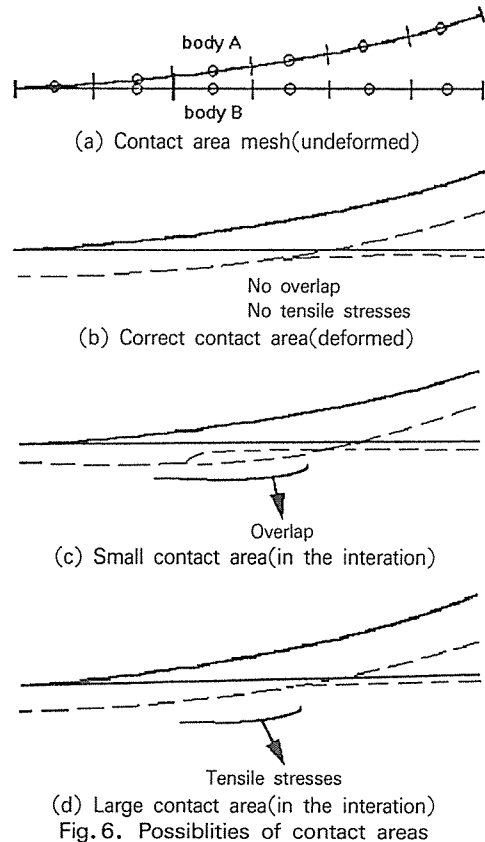


Fig. 6. Possibilities of contact areas

그러나 수치해석에서는 반복계산에 의해 평형상태의 정확한 접촉면적을 구하게 된다. 따라서 그림 6(c)에서 처럼 가정된 접촉면적 이외의 예상 접촉점들의 쌍들의 변위로 부터 접침이 일어났는지를 검사한다. 접침이 있으면 주어진 하중에 대하여 접촉면적이 너무 작다는 것을 의미하기 때문에 다음 반복과정에서는 겹쳐진 접촉점들의 쌍들을 접촉면적에 포함시킨다. 또한 그림 6(d)에서 처럼 모든 접촉점들에 인장응력이 발생되었는지를 검사한다. 접촉점 쌍들에서 인장응력이 발견되면 주어진 하중 상태에서 접촉면적이 너무 크다는 것을 의미하는 것이며 다음 반복과정에서는 그에 해당하는 점 쌍들을 접촉면적에서 제거해 준다.

### 4. 수치해석

#### 4-1. 다판 브레이크 디스크의 모델링

열탄성 해석용 프로그램의 예제로서 고정판 사이에서 회전판이 회전하면서 마찰열을 발생시키는 상황을 설정하고 디스크의 갯수를 바꾸어 가면서 3, 5, 7개의 디스크로 열탄성 해석을 수행하여 정상상태의 해를 구하고자 한다. 일반적으로 N개의 브레이크 디스크가 있을 때 마찰면은 (N-1)개가 된다. 마찰면의 번호는 z축을 따라서 마찰면 1, 2, 3, ... 순서로 붙인다.

그림 7에서는 탄성 해석을 위한 유한요소 모델을 보여주고 있다. 해석에 쓰인 요소는 8절점 등매개

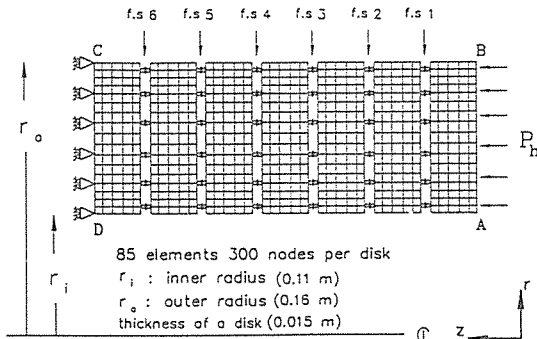


Fig. 7. Axisymmetric finite element model for elastic boundary conditions

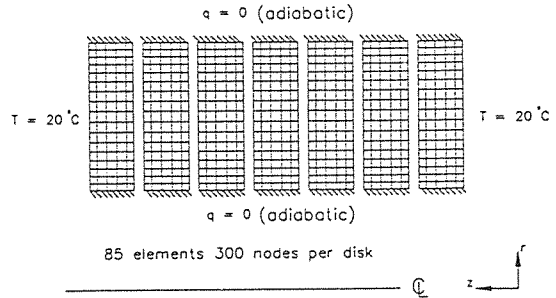


Fig. 8. Axisymmetric finite element model for heat boundary conditions

축대칭요소이다. 오른쪽 끝의 판에서 z방향으로 유압이 가해지는 힘 경계조건이 가해지면 강체운동을 방지하기 위하여 왼쪽 끝의 판에서는 z방향으로 움직이지 않도록 구속 변위조건을 주어야 한다. 이 때 각 마찰면들에서는 접촉점 쌍들이 r 방향으로 자유롭게 움직일 수 있으나 z 방향으로는 같이 움직일 수 있도록 구속조건을 갖도록 하였다.

그림 8에서는 열적 해석을 위한 유한요소 모델을 보여주고 있다. 대기중으로 빠져나가는 열량은 무시할 만하여 브레이크 디스크가 heat sink 처럼 작용하고 있으므로 내부반경에서의 표면과 외부반경에서의 표면에서는 q=0인 단열조건을 가정하였으며, 정상상태의 해를 구하기 위하여 z방향 양쪽 경계에서는 냉각(cooling) 시키는 조건을 가정하여 상온인 T=20°C의 조건을 주었다.

브레이크 디스크의 열탄성 해석에서는 각 디스크의 마찰면에서의 압력과 온도가 가장 중요한 변수이다. 해석에 적절한 요소분할을 결정하기 위해 우선 등간격으로 요소를 분할하여 갯수를 늘려가면서 열탄성 해석을 수행한 결과, 압력 분포 및 온도 분포가 요소갯수에 크게 영향을 받지 않는 것을 알 수 있었다. 여기서 제일 경제적이면서 적당한 요소갯수로서 디스크당 85개(17×5)를 선정하였다. 경계에서 변수들의 구배의 변화가 심하기 때문에 경계쪽으로 갈수록 요소가 더 분배되도록  $f(x) = x - \beta \cdot \sin(2\pi x) / 2\pi$ 의 사상함수(mapping function)를 사용하여 디스크당 85개의 요소를  $\beta = 0.0, 0.2, 0.5$ 로 변화시켜가면서 마찰면 1에서의 압력 분포를 살펴보았는데 가장 굴곡이 적은 것은  $\beta = 0.2$ 의



경우이었다. 따라서  $\beta = 0.2$ 와 디스크당 85개의 요소를 해석에 사용하는 것으로 결정하였다.

탄소/탄소 복합재는 green body라고 불리는 일반적인 탄소/폴리머 복합재를 2000°C 정도로 탄화시켜 기공이 생기면 다시 수지를 채운 후 다시 탄화시키는 과정을 여러번 반복하여 만들어진다. 기계적 강도 및 열적 특성을 절충시킨 브레이크 디스크의 제조방법은 (1) Fabric을 적층할 때 디스크 평면 내에서 등방성이 되도록 제조하면, 직교이방성(orthotropic)의 일종인 복합재 재료거동(transevely isotropic)을 하는 복합재료가 되며, (2) 단섬유들을 방향성이 없게 mat 형식으로 제조하면 거의 등방성에 가깝게 된다. 등방성 브레이크 디스크와 방향성을 고려하는 기계적 재료특성을 사용하는 복합재 브레이크 디스크를 비교하기 위해서,  $E_r$ 과  $E_z$ 가 같은 값 50.2 [GPa]를 갖는 등방성 브레이크 디스크 경우와  $E_r = 50.2$  [GPa] 그리고  $E_z = 10.2$  [GPa]를 갖는 복합재 브레이크 디스크의 경우를 해석하였다. 계산에 사용된 재료상수 및 입력상수들은 표 1에 나타내었다. 디스크의 내부반경은 0.11(m), 외부반경은 0.16(m), 두께는 0.015(m)로 설정하였으며 이는 설계조건에 따라 바뀔 수 있는 제한이다.

Table 1. Parameters for calculation of thermoelastic analysis

Properties	Symbol	Value(unit)
Elastic modulus in r	$E_r$	50.2 [GPa]
Elastic modulus in z (in the isotropic ease)	$E_z$	50.2 [GPa]
Elastic modulus in z (in the orthotropic ease)	$E_z$	10.2 [GPa]
Shear modulus in r-z plane	$G_{r,z}$	19.3 [GPa]
Poisson's ratio	$\nu_{r\theta}$	0.3
Poisson's ratio	$\nu_{rz}$	0.3
Thermal expansion coeff. in r	$\alpha_r$	$0.3 \times 10^{-6}$ (/K)
Thermal expansion coeff. in z	$\alpha_z$	$0.3 \times 10^{-6}$ (/K)
Thermal conductivity in r	$k_r$	50 [W/(m K)]
Thermal conductivity in z	$k_z$	10 [W/(m K)]
Hydraulic pressure	$P_h$	0.344 [MPa]
Angular velocity	$\omega$	10 [rad/sec]
Friction coefficient	$\mu$	0.2

#### 4-2. 해의 수렴성 판정

반복 해법에서는 수렴이 되는 해를 구한 후 계산을 중단시키는 판정기준이 필요하다. 오차의 정량적 척도를 나타내기 위해 norm을 사용하여 표현하는 것이 가장 일반적이네 가장 널리 사용되는 norm은 에너지 norm,  $L_2$  norm 및 최대치 norm의 세가지이다. 본 연구에서는 온도에 대한  $L_2$  norm을 수렴여부를 판정하기 위한 기준으로 택하였다.

우선 온도에 대한 오차( $e_i$ )는 다음과 같이 현재 반복계산에서의 온도와 바로 직전의 반복계산에서의 온도간의 차이로 정의한다.

$$e_i \equiv (T^k - T^{k-1})_i; \dots\dots\dots (2.22)$$

여기서 k는 반복횟수를, i는 절점번호를 말한다. 각 절점에서의 오차를 모두 더한 값을 총 절점수로 나누어서 표준화(normalize)를 시킨다.

$$e = \sum_{i=1}^N e_i \dots\dots\dots (2.23)$$

여기서 N은 유한요소 해석의 총 절점수를 말한다.

$$\tilde{e} = e/N \dots\dots\dots (2.24)$$

표준화된 온도에 대한 오차  $\tilde{e}$ 를 이용하여  $L_2$  norm의 정의에 의해 다음과 같이 판정기준이 정의된다.

$$\|e\|_{L_2} \equiv \left[ \int_{\Omega} \tilde{e}^T \tilde{e} d\Omega \right]^{1/2} \dots\dots\dots (2.25)$$

이 판정기준이 원하는 수준의 오차 허용 범위내에 들면 계산을 멈추게 된다.

$$\|e\|_{L_2} < \epsilon \dots\dots\dots (2.26)$$

여기서  $\epsilon$ 는 오차 허용 범위를 나타낸다. 본 연구에서는  $\epsilon = 1.0 \times 10^{-5}$ 로 정하였다.

그림 9는 반복횟수에 따른  $L_2$  norm이 수렴과정을 보여주고 있다. 그림에서의 한번의 반복횟수에는 접촉 문제를 풀기 위한 반복과정도 포함되어 있으므로 사실상 디스크 갯수가 많아질수록 수렴해를 위한 반복횟수는 더욱 증가할 것이다. 디스크 3개의 경우를 보면 골목이 없이 완만한경사를 그리면서

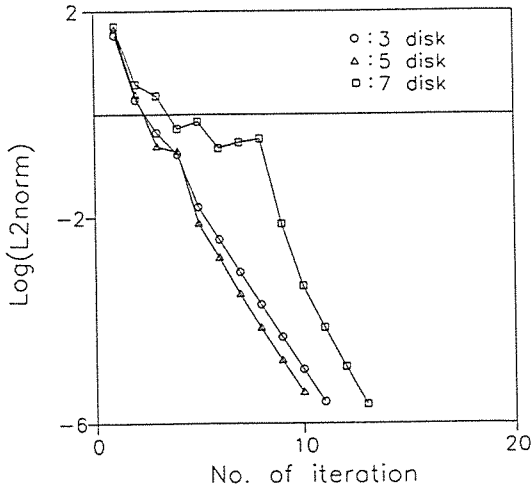


Fig. 9. Convergence history of the thermoelastic analysis

수렴해 가는 것을 볼 수 있으며, 디스크 5개는 한번의 요동이 있었으며, 디스크 7개의 3번 이상의 요동이 있음을 볼 때 디스크의 갯수가 증가할수록 수렴해를 얻기 위한 반복횟수는 증가함을 알 수 있다. 그러나 전반적으로 보면 큰 요동이 없이 상당히 잘 수렴해 가는 것을 볼 수 있다.

### 4-3. 디스크 갯수에 따른 등방성 브레이크 디스크의 해석결과

#### 4-3-1. 온도 분포

디스크의 갯수를 3개, 5개, 7개로 변화시켜가면서 온도 분포를 조사해 보았다. 그림 10(a)는 디스크 3개의 등온선도를 2차원적으로 보여주고 있다. 마찰면에서 온도가 발생하여 가운데 디스크의 온도를 제일 크게 만들고,  $T=20^{\circ}\text{C}$ 인 경계조건이 가해져 있는 양 끝으로 갈 수록 거의 선형적으로 온도가 감소하여 경계조건을 맞추고 있음을 알 수 있다. 그림 10(b)는 디스크 5개의 등온선도를 보여주고 있다. 디스크 3개인 경우와 유사한 분포를 보이고 있으며 가운데 디스크는 온도가 더 높다. 그림 10(c)는 디스크 7개의 등온선도를 보여주고 있다. 디스크 5개의 경우와 유사한 분포를 보이고 있으나 가운데 디스크는 디스크 5개의 경우보다도 온도가

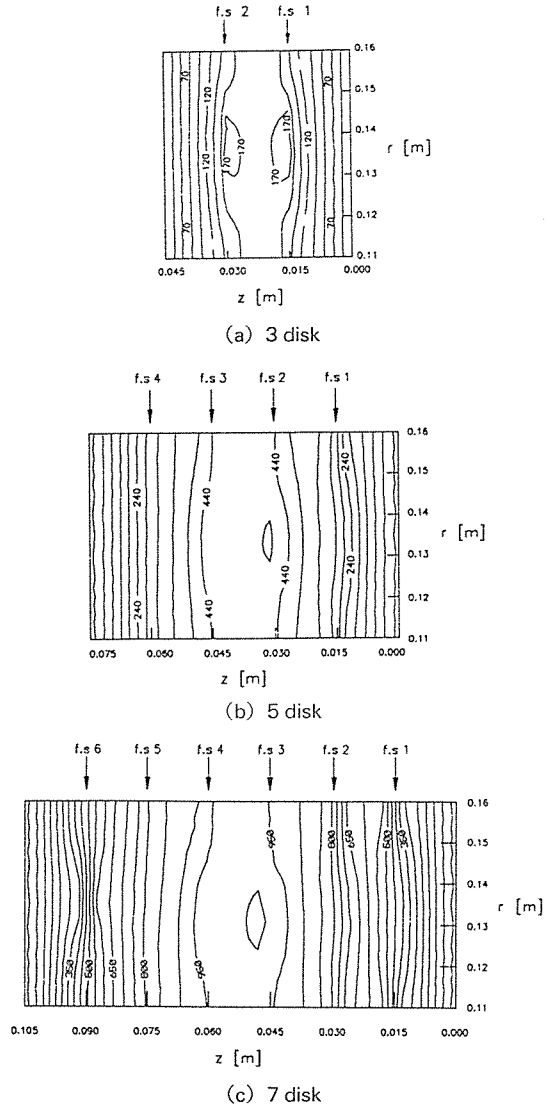


Fig. 10. Temperature distributions

2배나 더 높다.

#### 4-3-2. 마찰면에서의 압력분포

그림 11(a)는 디스크 3개의 경우에 마찰면을 따라서 압력 분포를 보여주고 있다. 마찰면이 2개인 데도 압력 분포는 같지 않다. 그러나 아직까지는 대칭성을 많이 유지하고 있다. 압력이 0인 부분은 접촉이 되지 않은 상태로 평형을 유지하고 있는 곳이다. 그림 11(b)는 디스크 5개의 경우에 마찰

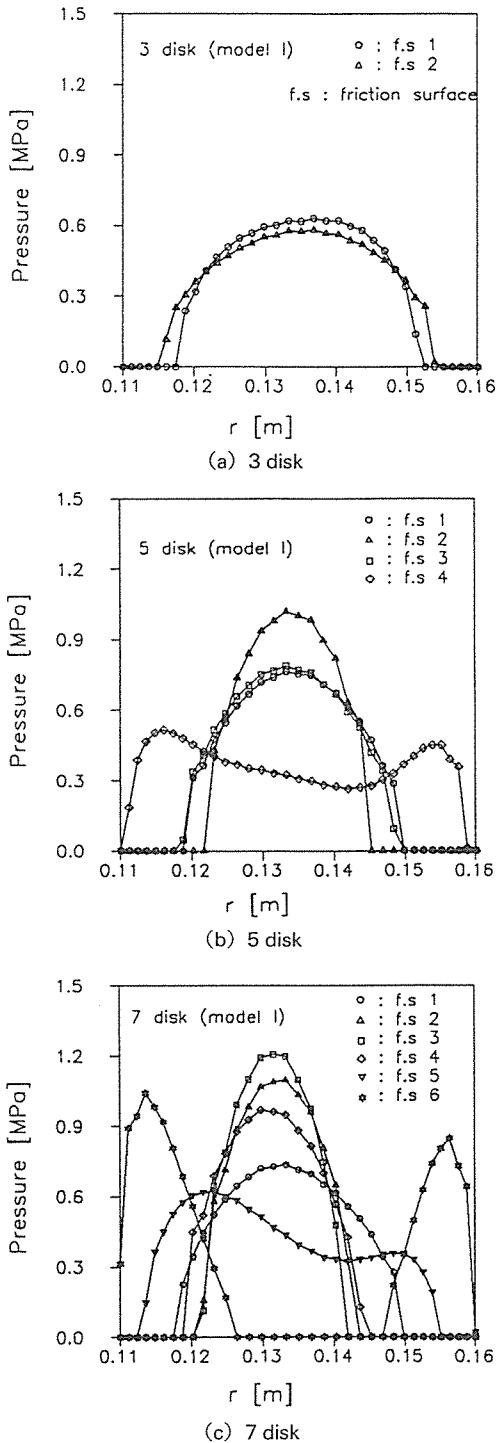


Fig. 11. Pressure distributions along friction surfaces

면을 따라서 압력 분포를 보여주고 있다. 각 마찰면에서 압력 분포는 현저하게 차이를 알 수 있으며 거의 대칭성을 찾아 볼 수가 없다. 그림 11(c)는 디스크 7개의 경우에 마찰면을 따라서 압력 분포를 보여주고 있다. 마찰면 1,2,3,4,5에서는 디스크 마찰면의 가운데 부분에서 압력이 가해지고 있는데 반해 마찰면 6에서는 디스크 마찰면 가운데 부분이 떨어져 있는 상태이고 양끝에만 압력이 가해지고 있는 것을 알 수 있다. 압력 분포는 현저하게 차이를 알 수 있으며 거의 대칭성을 찾아 볼 수가 없다.

이와 같은 결과를 살펴볼 때, 각 마찰면의 압력 분포는 일치하지 않고 있으며 이러한 현상은 디스크의 갯수가 늘어나면 더욱 현저해질 것임을 알 수 있다. 따라서 각 디스크에서의 열탄성 현상을 인접한 디스크들의 중립면에 대해 대칭이라는 가정을 하면 브레이크 디스크의 열탄성 해석에 적합한 가정이 될 수 없다. 즉, 각 마찰면에서 생기는 열탄성 현상을 국부적 현상으로 생각하여 다른 표면들에서 생기는 열탄성 현상과 독립적이라는 가정을 하면 중대한 오류를 범하게 된다. 또한 일반적인 경우에 있어서 어떤 디스크의 마찰면에서의 열플럭스가 다를 때에는 그 디스크의 열탄성적 현상은 대칭성을 갖고 있지 않다. 이는 그 마찰면에서의 수직응력 분포들이 다르기 때문에 생긴다. 반경방향을 따라 열플럭스가 다른 요인은 여러가지가 있겠지만 가장 대표적인 것으로는 발생열이  $q = \mu Pr\omega$ 에 의해 마찰계수  $\mu$ 와 압력  $P$ 와 각속도  $\omega$ 가 모두 일정하다고 가정할지라도 반경  $r$ 이 달라지기 때문에 열플럭스는 마찰면에서 다른 분포를 가지게 된다.

### 4-3-3. 열플럭스

그림 12(a)는 디스크 3개의 경우의 열플럭스를 보여주고 있다. 마찰면에서 접촉되어 있는 곳으로 열이 흘러나가고 있는 것을 볼 수 있으며 대칭성을 유지하고 있다. 이는 압력 분포가 거의 대칭성을 유지하고 있는 경향성과 일치한다. 그림 12(b)는 디스크 5개 경우의 열플럭스를 보여주고 있다. 마찰면 1,2,3은 마찰면의 가운데에서 접촉되어 있으므로 열이 접촉된 부분으로부터 빠져나가기 때문에 접촉이 안 된 부분과의 경계에서는 기하학적 특이

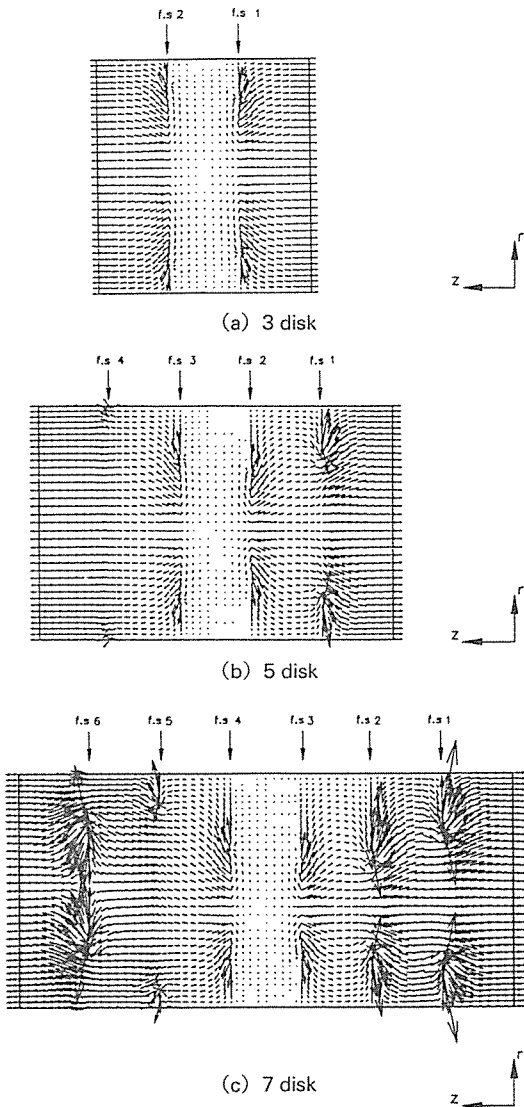


Fig. 12. Heat flux vectors

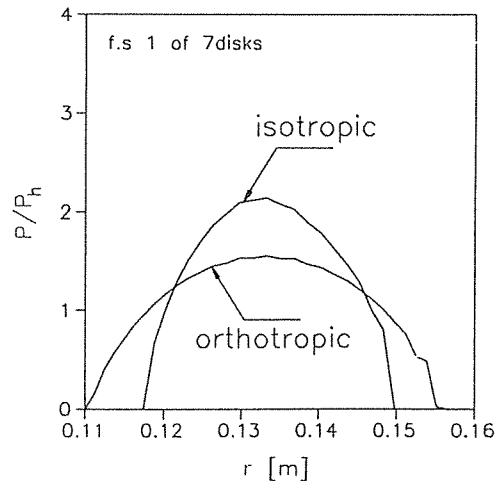
성에 의해 열플럭스가 집중되어 크기가 크게 나타난다. 이외는 달리 마찰면 4에서는 마찰면이 모두 접촉되어 있으므로 거의 균일하게 열이 흘러나가고 있는 것을 볼 수 있다. 이는 압력 분포가 대칭성을 잃어가는 경향성과 일치한다. 그림 12(c)는 디스크 7개 경우의 열플럭스를 보여주고 있다. 압력 분포와 마찬가지로 거의 대칭성을 잃고 있기 때문에 복잡한 양상의 열플럭스 분포를 갖게 된다. 특히 마찰면

1, 2, 3, 4, 5에서는 접촉부위가 가운데에 위치하기 때문에 가운데에서 열흐름이 존재하지만 마찰면 6에서는 마찰면의 양 끝에서만 접촉이 되어 있는 상태이므로 그 쪽으로 열이 흘러갈 수 밖에 없다. 이와 같이 열적 현상인 열플럭스의 결과들을 볼 때 탄성적 현상인 압력 분포에서의 경향이 맞음을 알 수가 있으므로 계산 결과의 신뢰성을 더해준다.

#### 4-4. 등방성 브레이크 디스크와 복합재 브레이크 디스크의 해석결과 비교

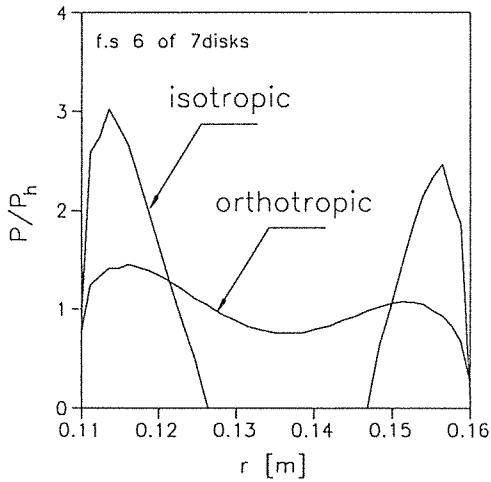
등방성 브레이크 디스크의 복합재 브레이크 디스크의 해석결과를 비교하기 위해서 디스크의 개수는 7개인 모델로 고정시킨다.

그림 13(a)와 13(b)는 등방성과 복합재의 경우에 대해 각각 마찰면 1과 6에서의 압력 분포를 보여주고 있다. 그림 13(a)를 보면 등방성 브레이크 디스크의 압력 분포가 복합재 경우 보다 더 크게 나타남을 알 수 있다. 그림 13(b)는 마찰면 6에서의 압력 분포를 보여주고 있다. 복합재 브레이크 디스크의 경우는 마찰면 6에서 전체적으로 압력이 가해지고 있는데 반해 등방성 브레이크 디스크의 경우에는 디스크 마찰면 가운데 부분이 떨어져 있는 상태이므로 양끝에만 압력이 집중적으로 가해지고 있는



(a) friction surface 1

Fig. 13. Normalized pressure distributions of the isotropic and orthotropic case

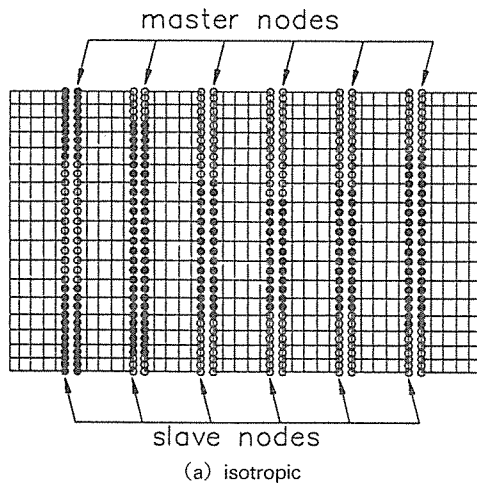


(b) friction surface 6

Fig. 13. (Continued)

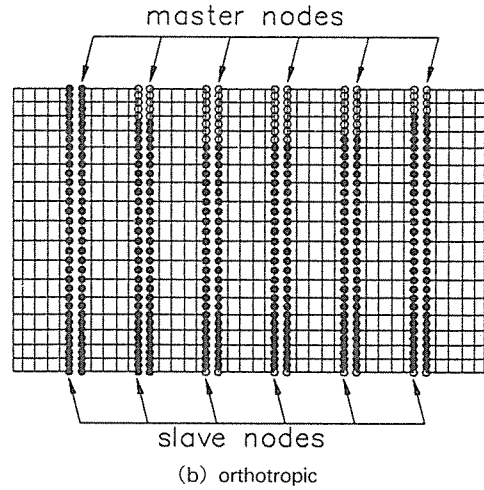
것을 알 수 있다. 압력 분포의 절대값 역시 복합재 브레이크 디스크는 현저하게 낮고 균일한 분포를 하고 있다.

그림 14(a)와 14(b)는 정상상태에 도달한 후의 모든 마찰면에서의 평형 접촉 면적을 보여주고 있다. 그림 14(a)의 등방성 브레이크 디스크의 접촉 면적 보다 그림 14(b)의 복합재 브레이크 디스크의 경우가 접촉면적이 더 크게 나타남을 알 수 있다. 따라서 마찰재료로서 복합재 브레이크 디스크가



(a) isotropic

Fig. 14. Contact areas of the isotropic and orthotropic case

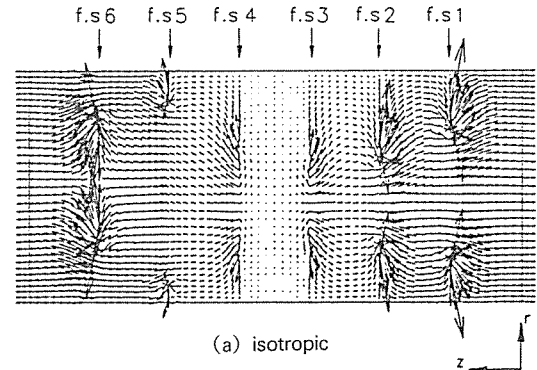


(b) orthotropic

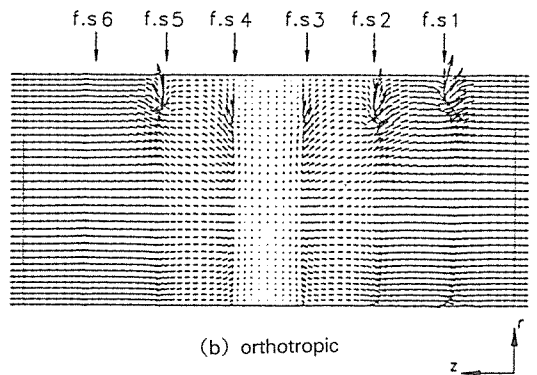
- : detached master and slave node
- : contacted master and slave node

Fig. 14. (Continued)

등방성 브레이크 디스크 보다 우수한 성질을 갖고 있음을 알 수 있다.



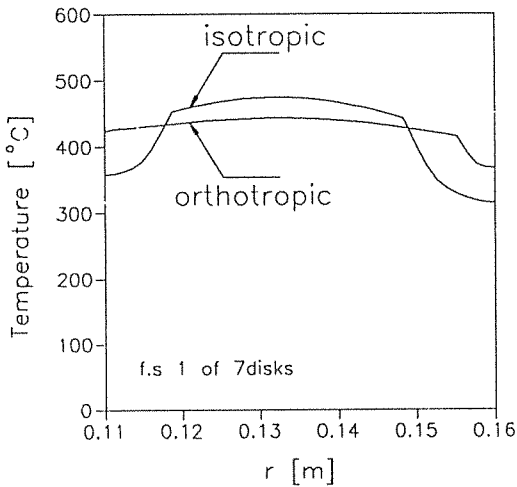
(a) isotropic



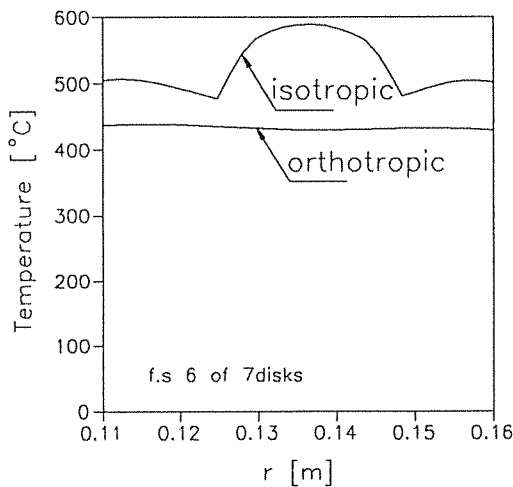
(b) orthotropic

Fig. 15. Heat flux vectors of the isotropic and orthotropic case

그림 15(a)와 15(b)는 등방성 브레이크 디스크와 복합재 브레이크 디스크의 열플럭스를 보여준다. 접촉면적의 영향으로 그림 15(a)의 등방성 브레이크 디스크의 열플럭스 보다 그림 15(b)의 복합재 브레이크 디스크 시스템에서는 열플럭스가 집중되는 정도가 훨씬 적기 때문에 열흐름이 원활하게 되어 전반적으로 시스템의 온도를 낮추는 좋은 경향을 보여주고 있다.



(a) friction surface 1



(b) friction surface 6

Fig. 16. Temperature distributions of the isotropic and orthotropic case

그림 16(a)와 16(b)는 각각 마찰면 1과 6에서의 온도 분포를 보여주고 있다. 그림 16(a)를 보면 등방성 브레이크 디스크의 온도 분포가 복합재 경우보다 더 높게 나타남을 알 수 있다. 그림 16(b)는 마찰면 6에서의 온도 분포를 보여주고 있다. 복합재 브레이크 디스크의 경우는 마찰면 6에서 균일한 온도 분포를 보이고 있는데 반해서 등방성 브레이크 디스크의 경우에는 디스크 마찰면 가운데 부분의 온도가 높게 나타나고 있는 것을 알 수 있다. 압력 분포의 절대값 역시 복합재 브레이크 디스크는 현저하게 낮고 균일한 분포를 하고 있다. 이와 같은 결과를 살펴볼 때, 온도 분포 및 열플럭스 관점에서 복합재 브레이크 디스크가 등방성 브레이크 디스크보다 우수한 성질을 갖고 있음을 알 수 있다.

표 2에서 등방성 및 복합재 경우의 유압으로 정규화되어 있는 열응력 성분들을 보여주고 있다. 축대칭 모델에서는 네개의 응력성분들  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_{rz}$ 이 존재한다. 등방성 브레이크 디스크의 경우, 응력성분  $\sigma_\theta$ 가 가장 큰 인장응력값 13, 17을 나타내고 있으며, 응력성분  $\sigma_z$ 가 가장 큰 압축응력값 -19.09을 보여주고 있다. 그러나 복합재 경우에는, 응력성분  $\sigma_\theta$ 가 가장 큰 인장응력값 12.54와 가장 큰 압축응력값 -11.47를 보여주고 있다. 최대응력 파손이론(maximum stress failure theory) 관점에서 보면 파손에 영향을 미치는 응력성분은 등방성 브레이크 디스크의 경우에는  $\sigma_\theta$ 와  $\sigma_z$ 가 될 것이고, 복합재 브레이크 디스크의 경우에는  $\sigma_\theta$ 가 중요한 인자가 될 것이다.

Table 2. Normalized stresses of the isotropic and orthotropic cases

Stresses	Isotropic	Orthotropic
$\sigma_r$	-10.03~11.21	- 8.03~9.74
$\sigma_{rz}$	- 3.02~2.85	- 2.15~1.89
$\sigma_z$	-19.09~1.78	- 7.97~0.77
$\sigma_\theta$	-14.25~13.17	-11.47~12.54

## 5. 결 론

탄소/탄소 복합재 브레이크 디스크의 열탄성 연구를 수행하여 얻은 결론은 다음과 같다.

본 연구에서는 탄소/탄소 복합재 브레이크 디스크의 열탄성적 연구에 적합한 유한요소 프로그램을 개발하였으며, 이를 이용하여 탄소/탄소 복합재 브레이크 디스크의 열탄성 해석을 수행하였다. 본 연구에서는 응력 변화에 의해서도 마찰 열이 발생하여 온도가 변화할 수 있도록 열적 현상, 탄성적 현상 및 접촉 문제를 모두 연계시켜 반복해법을 사용하여 해석을 수행하였다. 반복해법 중 해의 수렴성을 보장하기 위해서는 각 디스크의 마찰면에서의 비등은 접촉 문제를 해석해야 한다. 또한 디스크의 갯수가 늘어날 수록 마찰면의 압력 분포는 다른 마찰면들과의 열적 기계적 연관성에 의해 대칭성을 잃기 때문에 브레이크 디스크 시스템을 모델링하여 열탄성 해석을 수행하여야 한다.

등방성 브레이크 디스크에 비해서 복합재 브레이크 디스크의 경우가 접촉 면적이 더 크기 때문에 마찰면 위에서의 압력분포가 균일하고 작게 된다. 접촉면적을 통해서 열흐름이 원활하게 이루어지기 때문에 브레이크 디스크 시스템의 온도를 낮추는 경향을 보인다. 따라서 마찰재료로서 복합재 브레이크 디스크가 등방성 브레이크 디스크 보다 우수한 성질을 갖고 있다.

최대응력 파손이론식을 사용할 때, 파손에 영향을 미치는 응력성분은 등방성 브레이크 디스크의 경우에는  $\sigma_0$  와  $\sigma_z$  가 될 것이고, 복합재 브레이크 디스크의 경우에는  $\sigma_0$  가 중요한 인자가 될 것이다.

### 참 고 문 헌

1. Stimson, I.L. and Fisher, R., "Design and Engineering of Carbon Brakes," Phil. Trans. R. Soc. Lond.A, Vol.294, 1980, pp.175-182.

2. Kennedy, F.E. and Ling, F.F., "A Thermal, Thermoelastic and Wear Simulation of A High-Energy Sliding Contact Problem," J. Lubr. Technol., Vol.97, 1974, pp.497-517.

3. Zagrodzki, P., "Numerical Analysis of Temperature Fields and Thermal Stresses in The Friction Discs of A Multidisc Wet Clutch," Wear, Vol.101, 1985, pp.255-271.

4. Zagrodzki, P., "Analysis of Thermomechanical Phenomena in Multidisc Clutches and Brakes," Wear, Vol.140, 1990, pp.291-308.

5. Cook, R.D., "Concepts and Applications of Finite Element Analysis," John Wiley & Sons, Canada, 1981.

6. Holman, J.P., "Heat Transfer," McGraw-Hill, Inc., 1981.

7. Incropera, Frank P. and Dewitt, David P., "Introduction To Heat Transfer," John Wiley and Sons, 1985.

8. Hetnarski, R.B., "Basic Equations of The theory of Thermal Stresses, Thermal Stresses I," Ed. By R.B.Hetnarski, Thermal Stresses Series Vol. 1, Elsevier, Amsterdam, 1986.

9. Mahmoud, F.F., Salamon, N.J. and Marks, W.R., "A Direct Automated Procedure for Frictionless Contact Problems," Int.J.Number. Meth.Engng., Vol.18, pp.245-257, 1982.

10. Bathe, K.J., "Finite Element Procedures in Engineering Analysis," Prentice-Hall, Inc., 1982.

11. Becker, A.A., "The Boundary Element Method in Engineering," McGraw-Hill Book Company, 1992.