

論文

블레이드형 보강재를 갖는 이방성 평판의 진동특성

이동민* · 이 인**

Vibration Characteristics of Anisotropic Plate with Blade-type Stiffener

Dong-Min Lee* and In Lee**

ABSTRACT

The analysis of vibration characteristics of anisotropic plates with eccentric blade-type stiffener has been performed using finite element method based on the shear deformable plate theory for skin plate and Timoshenko beam theory for stiffener. The stiffened plates are composed of T300/5208 graphite epoxy composite laminate. The present finite element model uses nine-node quadrilateral elements for skin and three-node quadratic elements for stiffener. The analysis of the free vibration has been performed by using the subspace iteration method. To verify the accuracy of the present model, the results of this model were compared with previous results for isotropic stiffened plate and results for anisotropic stiffened plate by using plate element for stiffener. The present analysis presents the effects of the change of the stiffener size and fiber orientation on the vibration characteristics.

초 록

본 연구에서는 편심된 블레이드형 보강재를 갖는 이방성평판의 진동특성을 해석하기 위하여 외피평판은 전단변형 판이론을 사용하였고, 보강재는 Timoshenko 보이론에 따라 유한요소화하여 계산하였다. 보강된 이방성평판은 T300/5208 graphite epoxy로 이루어진 것을 대상으로 하였다. 본 연구에서는, 평판에 대하여 9절점요소를, 보강재에 대해서는 3절점요소를 사용하였고, 자유진동해석을 위하여 부공간 반복계산법을 사용했다. 본 연구에서 채택한 모델의 검증을 위하여 등방성 보강판에 대한 기존의 자유진동해석 결과와 비교하였고, 또한 이방성 보강재를 평판요소로 모델링한 결과와 비교하여 그 합당성을 확인하였다. 그리고 보강재의 크기변화 및 재료의 이방성이 진동특성에 미치는 영향을 살펴보았다.

기 호 설 명

A, \hat{A} : 적층판의 인장 및 횡전단 강성행렬	C_{ij} : 수정된 축약(modified reduced) 강성행렬
a, b, c : 적층판의 중화 길이 및 두께	E_i, G_{ij} : 복합재료의 인장 및 전단 강성계수
B, D : 인장-굽힘 연계(coupled) 강성 및 굽힘강성 행렬	e : 평판 중립면으로부터의 보강재 중립축까지 편심량

* 한국과학기술원 항공우주공학과

** 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

h, t : 보강재의 높이 및 두께
 I : 관성행렬
 I_y : y 축에 대한 질량관성모멘트(mass moment of inertia)
 J : 극관성모멘트 (polar moment of inertia)
 J_e : 유효 비틀림 관성 모멘트(effective torsional moment of inertia)
 K, U : 운동 및 탄성변형에너지
 k : 횡전단 변형 보정계수(shear correction factor)
 K, M : 강성 및 질량(관성) 행렬
 \bar{Q}_{ij} : 변환된 단층의 강성행렬
 N, M, Q : 중립면에 작용하는 단위길이당 평면력, 모멘트, 횡전단력
 U : 변위벡터
 u, v, w : x, y, z 방향으로의 변위
 u_0, v_0, w_0 : 평판의 중립면에서의 x, y, z 방향으로의 변위
 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$: 보강재 중립축에서의 변위

Greek Letters

δ : 변분량
 ϵ_i, γ_{ij} : 인장 및 전단 변형률
 κ_i : 굽힘변형에 의한 곡률
 ν, ν_{ij} : 등방성 및 이방성 재료의 포아송비
 ϕ_x, ϕ_y : 평판의 중립면에서의 x, y 방향평면의 굽힘회전량
 θ : 적층판의 적층각
 ρ : 재료의 밀도
 σ_i, τ_{ij} : 인장 및 전단응력
 ω, ω^* : 진동수 및 무차원 진동수

상첨자

\cdot : 시간에 대한 미분
 $(\)'$: $\frac{\partial(\)}{\partial x}$ 를 의미함

하첨자

p : 평판
 b : 보강재
 0 : 외피의 중립면에서의 값

1. 서 론

항공기 구조를 구성하는 많은 부재들은 구조물의 정적 그리고 동적 안정성을 보장하기 위해 충분한 강도와 강성을 지녀야 함과 동시에 경량화가 요구된다. 이를 위해 추가질량을 적게하면서도 강성을 크게 향상시키는 보강된 판넬이 이용된다. 또한 항공기 구조물은 공기 중을 비행하는 동안 발생하는 공기력, 엔진과 관련된 진동 및 랜덤소음, 경계층 난류등 다양한 형태의 동적하중을 받게되고 따라서 복잡한 동적 거동이 야기될 수 있다. 이러한 복잡한 현상을 이해하기 위해서는 보강된 판넬의 동적거동에 대한 이해가 필요하다.

보강된 판넬의 진동특성 연구를 살펴보면 보강재를 어떻게 모델링했느냐에 따라 크게 두 부류로 나눌 수 있다[1]. 첫째는, 보강재의 강성을 평균화하여 외피의 강성에 첨가시키거나 직교이방성으

로 근사하여 모델링(averaged or orthotropic approximate modeling method)하고 적분 방정식으로 표현할 후 수치해를 구한다[2~3].

둘째는, 유한요소법을 이용하는 방법인데, 첫째 방법에 비하여 다양한 경계조건과 형상을 다루기에 유리하다. 보강재는 독립된 하나의 요소로, 보나 평판(혹은 셸) 등으로 모델링한다. 보강된 등방성 평판의 동적 거동을 위한 모델에서는 대체로 보요소가 많이 채택되고 있다[4~6]. 이는 국부적인 보강재의 거동 보다는 전체 거동에 관심이 있고 또한 보강재의 국부적인 거동이 전체 동적 거동에 미치는 영향이 그다지 크지 않을 것으로 예상될 경우에는 보강재 모델링으로 인한 추가적인 자유도가 필요치 않은 보모델이 유리하기 때문이다.

본 연구에서는 보강된 이방성 평판의 정적특성에 비해 동적특성의 연구사례가 적어 이를 대상으로 하였고, 보강된평판의 외피(skin) 모델링을 위해

전단변형평판이론을, 블레이드형 보강재를 위해서는 복합적층보이론을 적용한 간단한 모델을 제시하였으며, 이를 이용하여 해석하였다. 또한 보강된 이방성 평판에서 보강재 치수변화 효과와 재료의 이방성 효과를 살펴보았다. 진동해석을 위해 부공간 반복계산법(subspace iteration method)[7]을 사용하였다.

2. 이론 전개

2-1. 외피 모델링

외피 평판을 모델링 하기 위하여 전단변형평판이론을 사용하였으며, 이 이론에 따라 변위장을 아래와 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \quad \dots\dots (1) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned}$$

복합적층평판의 구성방정식은 평판의 두께 방향으로 적분함으로써 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \hat{\mathbf{A}}_Y$$

식 (2)의 전단변형 강성행렬 $\hat{\mathbf{A}}$ 는 횡전단력이 포물선형태로 분포한다는 가정하에 아래와 같이 각항을 계산할 수 있다[8].

$$A_{ij} = \frac{5}{4} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} \left[(z_k - z_{k-1}) + \frac{4}{3c^2} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \right] \quad (i, j=4, 5) \quad \dots\dots\dots (3)$$

해밀톤의 원리를 적용하여, 두께방향 적분과 시간에 대해 부분 적분을 한 후 식(1)과 (2)를 대입하여 정리하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta \Pi = \int_0^{t_1} \int_A [\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{B} \boldsymbol{\kappa} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{B} \boldsymbol{\varepsilon} + \delta \boldsymbol{\kappa}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\kappa} \\ + \delta \gamma \hat{\mathbf{A}}_Y + \delta \mathbf{d}^T \hat{\mathbf{I}} \mathbf{d}] dA dt = 0 \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

여기서

$$\mathbf{d} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0 & I_1 & 0 \\ 0 & I_0 & 0 & 0 & I_1 \\ 0 & 0 & I_0 & 0 & 0 \\ I_1 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (5)$$

위의 행렬 \mathbf{I} 의 각항의 표현은 문헌[9]를 참고한다. 이상에서 식 (4)에다 선형 변위-변형률관계를 적용하고 변위에 대해 유한요소의 이산화를 실시하면 다음과 같은 운동방정식을 얻는다.

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_p \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad \dots\dots\dots (6)$$

2-2. 보강재 및 보강된 평판의 모델링

외피와의 적합성(compatibility)을 만족하는 블레이드형 보강재 모델링을 위해 Timoshenko 보이론을 사용하였다. 복합적층보는 Fig.1에 도시한 바와 같이 x축 방향으로 부착된 보강재에 대해 고려하기로 한다. 보강재의 중립축과 외피의 중립면 사이의 편심(e)을 고려하여, 보강재의 변위장을 아래의 식(7)과 같이 외피의 변위장을 이용하여 쓸 수 있다. 단 보강재의 비틀림 거동이 전체 거동에 미치는 영향이 적으며 보강효과는 실질적으로 보강재의 굽힘에 의하므로 아래와 같이 편심을 z축 방향에 대해 선형으로 근사한 변위장을 가정한다.

$$\begin{aligned} u_b &= \bar{u} + z\phi_x = u_0 + (z-e)\phi_x \\ v_b &= \bar{v} + z\phi_y = v_0 + z\phi_y \quad \dots\dots\dots (7) \\ w_b &= \bar{w} - y\phi_y = w_0 - y\phi_y \end{aligned}$$

복합적층보의 구성방정식은 보강재의 두께와 높이가 보강재의 길이에 비해 아주 작은 값이라고 하면, 보강재 길이 방향의 응력을 무시하여 ($\sigma_y \approx 0$) 평판 구성방정식으로부터 아래와 같은 수정된 축약강성계수[10]로 이루어진 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{16} \\ C_{16} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8) \\ \tau_{xy} &= C_{55} \gamma_{xy} \end{aligned}$$

위에서

$$\begin{aligned} C_{11} &= \bar{Q}_{11} - \bar{Q}_{12}^2 / \bar{Q}_{22}, & C_{16} &= \bar{Q}_{16} - \bar{Q}_{12} \bar{Q}_{26} / \bar{Q}_{22} \\ C_{66} &= \bar{Q}_{66} - \bar{Q}_{26}^2 / \bar{Q}_{22}, & C_{55} &= k Q_{55} \end{aligned} \quad \dots\dots (9)$$

보강재의 강성 행렬과 질량관성 행렬을 구하기 위하여 탄성변형 에너지와 운동 에너지를 변분의 형태로 나타내면 아래와 같다.

$$\delta U = \int_x \int_A (\sigma_x \delta \epsilon_x + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy}) dA dx \quad \dots (10.a)$$

$$\delta K = \int_x \int_A (\dot{u}_b \delta \dot{u}_b + \dot{v}_b \delta \dot{v}_b + \dot{w}_b \delta \dot{w}_b) dA dx \quad \dots (10.b)$$

앞서 가정한 보강재의 변위장과 선형 변위-변형률 관계, 그리고 식 (8)의 구성방정식을 대입하여 정리한 후 보강재 단면에 대해 적분을 실시하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta U &= \delta U_{11} + \delta U_{13} + \delta U_{14} + \dots\dots \\ &+ \delta U_{53} + \delta U_{54} + \delta U_{55} \end{aligned} \quad \dots\dots (11.a)$$

$$\begin{aligned} \delta K &= \delta K_{11} + \delta K_{14} + \delta K_{22} + \dots\dots \\ &+ \delta K_{44} + \delta K_{55} \end{aligned} \quad \dots\dots (11.b)$$

위의 두 식(11.a), (11.b)는 각각 아래와 같이 표현된다. 여기서 $\delta U_{ij} = \delta U_{ji}$ 임을 고려하여 δU_{ij} ($i \leq j$)인 항을 정리하면 다음과 같다.

먼저 탄성에너지의 변분에 대한 항들은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \delta U_{11} &= E_1 \int_x u'_0 \delta u'_0 dx & \delta U_{13} &= E_2 \int_x u'_0 \delta w'_0 dx \\ \delta U_{14} &= E_2 \int_x u'_0 \delta \phi'_x dx - e E_1 \int_x u'_0 \delta \phi'_x dx \\ \delta U_{15} &= S_1 \int_x u'_0 \delta \phi'_y dx & \delta U_{22} &= E_4 \int_x v'_0 \delta v'_0 dx \\ \delta U_{33} &= E_3 \int_x w'_0 \delta w'_0 dx \\ \delta U_{34} &= E_3 \int_x w'_0 \delta \phi'_x dx - e E_2 \int_x w'_0 \delta \phi'_x dx \quad \dots (12) \\ \delta U_{35} &= S_2 \int_x w'_0 \delta \phi'_y dx \\ \delta U_{44} &= E_3 \int_x \phi_x \delta \phi_x dx - e E_2 \int_x \phi_x \delta \phi_x dx \\ &+ (F_1 + e^2 F_1) \int_x \phi'_x \delta \phi'_x dx \\ \delta U_{45} &= S_2 \int_x \phi_x \delta \phi'_y dx - e S_1 \int_x \phi'_x \delta \phi'_y dx \\ \delta U_{55} &= J_e \int_x \phi'_y \delta \phi'_y dx \end{aligned}$$

위에서의 각종 강성계수는 아래와 같이 정의된다.

그리고 블레이드형 단면일 경우 비틀림 관성 모멘트는 환산된 유효 모멘트(effective torsional moment of inertia) J_e 를 사용하고 이에 사용되는 계수 β_e 는 단면의 중형비에 의해 결정되는 값이다.

$$\begin{aligned} E_1 &= \int_A C_{11} dA, & E_2 &= \int_A C_{16} dA \\ E_3 &= \int_A C_{66} dA & E_4 &= \int_A C_{55} dA \\ S_1 &= \int_A C_{16} (-y) dA, & S_2 &= \int_A C_{66} (-y) dA \quad \dots (13) \\ F_1 &= \int_A C_{11} z^2 dA = \frac{h^2}{12} E_1, & J_e &= \beta_e \int_A C_{66} y^2 dA \end{aligned}$$

운동에너지의 변분에 대한 항들은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \delta K_{11} &= \int_x \left\{ \int_A \rho dA \right\} \dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 dx, \\ \delta K_{14} &= \int_x \left\{ \int_A \rho (-e) dA \right\} \dot{u}_0 \delta \dot{\phi}_x dx \\ \delta K_{22} &= \int_x \left\{ \int_A \rho dA \right\} \dot{v}_0 \delta \dot{v}_0 dx, \\ \delta K_{33} &= \int_x \left\{ \int_A \rho dA \right\} \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0 dx \quad \dots\dots\dots (14) \\ \delta K_{44} &= \int_x \left\{ \rho (Ae^2 + I_y) \right\} \dot{\phi}_x \delta \dot{\phi}_x dx \\ \delta K_{55} &= \int_x \left\{ \rho (Ae^2 + J) \right\} \dot{\phi}_y \delta \dot{\phi}_y dx \end{aligned}$$

위의 식 (12)와 (14)에 유한요소 변위장의 보간에 사용되는 함수를 대입하여 정리하면 보강재의 강성 및 질량행렬을 얻을 수 있다. 그리고 2.1과 본 절에서 얻은 평판 및 보강재의 질량 및 강성 행렬들을 더하여 보강된 평판의 전체 강성 및 질량행렬을 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{M}_p + \mathbf{M}_b \\ \mathbf{K} &= \mathbf{K}_p + \mathbf{K}_b \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

이상으로 정리한 식(15)를 이용하여 자유진동해석을 위한 고유치 문제로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{U} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

본 연구에서는 평판에 대해서 9절점 요소를, 보 요소에 대해서 3절점 요소를 사용하여 시스템 행렬을 구성하였다. 또한 본 연구에서 결과의 체계적인 정리를 위하여 무차원화한 진동수를 사용하

였으며 그 정의는 아래와 같다.

$$\omega^* = \omega_i \sqrt{a^4 \frac{\rho c}{D}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

여기서,

$$D = \frac{Ec^3}{12(1-\nu^2)} \quad (\text{for isotropic case})$$

$$D = E_2 c^3 \quad (\text{for anisotropic case})$$

3. 계산 결과 및 토론

3-1. 모델의 검증

본 연구의 모델의 검증을 위하여 보강된 등방성 평판의 진동해석결과와 비교하였다. 보강된 이방성 평판의 진동해석 연구사례가 드물어 빈번하게 인용되는 Olson과 Hazell[4]의 결과를 택했다. 그들은 Kirchhoff 평판이론과 Euler 보이론을 이용한 유한 요소로 모델링하여 해석하였고, 홀로그래피기법을 이용하여 실험까지 수행하였다. 상세한 치수 형상은 문헌[4]를 참고하기 바란다. 본 연구에서의 해석 결과와 비교는 Table 1에 정리한 바와 같으며 서로 일관성 있게 일치하고 있음을 볼 수 있다.

보강된 이방성 평판에 대해서도 본 연구에서 택한 보강재를 위한 간단한 보모델이 타당한가를 확인해 보기 위해, 평판을 이용하여 보강재를 모델링한 결과와 비교하였다. 평판을 이용하여 보강재를 모

델링할 경우, 추가적인 자유도를 사용하게 되고 보강재의 거동을 보다 자세하게 묘사할 수 있다. 보강재의 평판모델에서는, 보강재를 높이 방향으로 하나의 요소를 사용하였고, 길이 방향으로는 외피 모델링에 사용한 요소수와 같은 수로했다. 본 연구에서 택한 이방성재료는 T300/5208 Graphite Epoxy이며 물성치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 138\text{GPa}, & E_2 &= 9.7\text{GPa}, \\ G_{12} &= G_{13} = 5.5\text{GPa} & G_{23} &= 4.1\text{GPa}, \\ \nu_{12} &= 0.3, & \rho &= 1580\text{Kg/m}^3 \\ \text{ply thickness} &= 0.125 \times 10^{-3}\text{m} \end{aligned}$$

Table 2에 정리한 바와 같이 두가지 보강재에 대해 계산을 실시하였는데, $a/c = 150.0$, $t/c = 1.0$, $h/c = 10.0$ 이며, Fig.1에서 보는 바와 같이 외피와

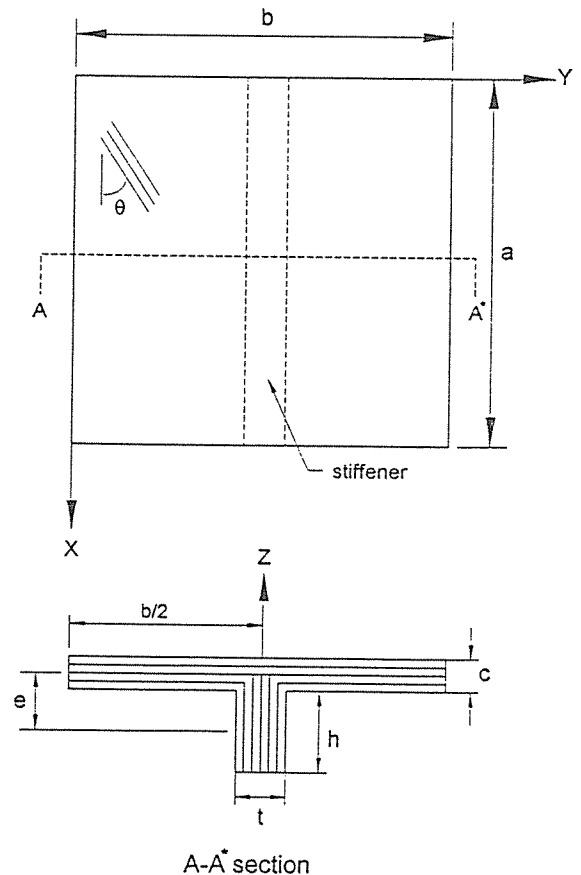


Fig.1. Geometry of stiffened anisotropic plate

Table 1. Comparison of natural frequencies for stiffened isotropic square plate with all clamped B.C.

Number of mode	Frequencies		Present
	Olson & Hazell[4]		
	F.E. Result	Experiment	
1	718.1	689	711.1
2	751.4	725	743.4
3	997.4	961	975.2
4	1007.1	986	993.4
5	1419.8	1376	1414.5
6	1424.3	1413	1423.0
7	1631.5	1512	1552.9
8	1853.9	1770	1886.6
9	2022.8	1995	2024.6
10	2025.0	2069	2064.1

일체형으로 제작한 경우로서 외피 적층순서가 대칭일때 보강재 적층순서는 반대칭인 $[0_2/(\mp\theta)_2/0_2]$ 의 형태가 됨을 고려했다. Table 2에서 주어진 바와 같이 보강재를 위한 평판모델과 보모델의 두 결과는 서로 일치하는 것을 볼 수 있으며, 이로써 본 연구에서 제시한 모델의 타당성을 검증할 수 있었다.

Table 2. Comparison of the lowest six nondimensional frequencies of beam model and those of plate model for stiffener

a/b	$[0_2/90_2]_S$		$[0_2/\pm 45]_S$	
	plate model	beam model	plate model	beam model
1.0	38.75	38.63	35.31	35.09
	47.45	47.50	41.17	41.07
	72.72	72.32	73.54	73.09
	78.40	78.38	74.75	74.50
	97.45	97.12	79.56	79.20
	106.95	101.51	88.98	87.99
1.5	70.20	69.83	57.77	57.14
	83.40	83.79	72.99	72.20
	96.18	94.96	91.73	90.10
	115.18	115.29	103.01	102.75
	146.83	144.10	147.91	145.28
	157.71	158.70	150.13	151.17

3-2. 이방성 보강평판의 자유진동해석

본 연구에서 사용한 유한요소의 개수는 수렴성 검증을 통해 외피평판에 대해 8×12 로 하였으며, 해석을 위한 경계조건은 사변이 모두 고정지된 경우로 하였다.

그리고, 앞으로의 효율적인 표현을 위하여 x축에 평행하게 외피평면의 중앙에 보강재로 편심 보강한 평판의 최저차 모우드 네 가지를 소개하면 Fig.2와 같다. 모우드의 명명은 Fig.2에서 보여주는 것처럼 각 축 방향으로 외피가 변형 전의 중립면을 통과하는 횟수에다 '1'을 더한 것으로 한다.

3-2-1. 보강재 높이 변화의 영향

먼저, 외피평판의 제원과 보강재의 두께는 일정한 값으로 두고 보강재의 높이만을 변화시킬 때, 처음 4개의 무차원화된 진동수의 변화에 대해 살

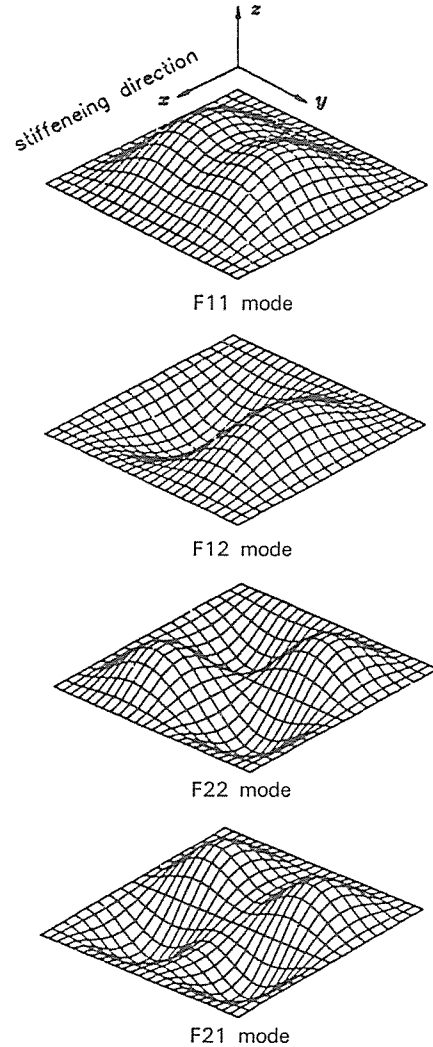


Fig.2. Lowest four modes of stiffened plate with eccentric stiffener

펴보았다. 대상으로한 평판은 8층 적층한 직교적층판(cross ply)과 45° 의 각이 있는 적층판(angle ply)이며 보강재의 적층방법도 평판의 것과 동일한 순서로 일체 성형의 보강된 적층판을 고려하였다. 보강된 적층판의 제원은 다음과 같다: $a/b = 1.0$, $a/c = 150$, $t/c = 1.0$ 와 2.0 의 두 경우, 직교적층판의 적층방법 $= [0/90]_{2S}$, 45° 각이 있는 적층판의 적층방법 $= [\pm 45]_{2S}$. 직교적층판의 보강재의 적층순서는 외피평판의 것과 동일하고 각이 있는 적층판의 보강재 적층순서는 $[\mp 45]_4$ 로 된다.

두 보강 평판에 대한 해석 결과는 Fig.3(a), (b)와 같다. 직교적층의 경우 h/c 가 5.0 이하에서, 각이 있는 적층에서는 7.5 부근에서 F11 및 F12 모우드와 F21 및 F22 모우드와 각각 서로 순서가 바뀌는 것을 볼 수 있다. 보강재의 높이의 증가는 보강재가 비틀리는 모우드에 해당하는 F12와 F22의 진동수에는 큰 영향을 주지 못하고 있으며, 오히려 질량관성이 증가하는 영향으로 말미암아 이 두 모우드는 아주 서서히 감소하는 경향을 보이고 있다. 또한 F12와 F22 모우드에서는 외피 평판의 보강재 부착 라인을 따라서는 외피의 횡방향의 변위가 거의 없는 nodal line이 되기 때문에 보강 평판의 진동수 증가에는 별로 기여할 수 없다고 생각된다.

이에 반해서 보강재가 굽힘변형을 받는 F11과 F21의 경우, 높이의 증가는 직접적으로 영향을 주나, h/c 가 대체로 10.0 이상에서는 진동수 증가추세는 완만해져가고 있다. 그리고 직교적층판의 경우보다 각이 있는 적층판의 경우가 늦게 모우드의 자리

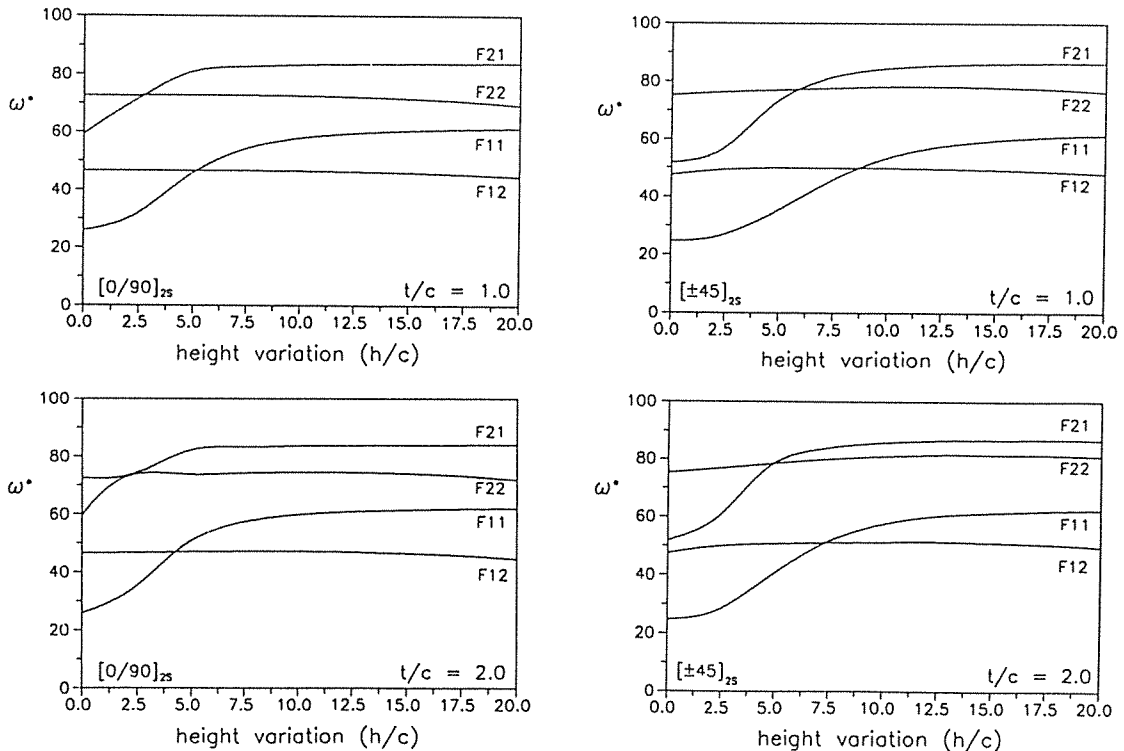
바꿈히는 것을 볼 수 있다. 이는 보강재의 굽힘강성이 직교적층의 경우보다 45° 각이 있는 적층의 경우가 작기 때문이다.

또한, 두께가 증가하면 굽힘강성이 증가하므로 $t/c = 1.0$ 일때 보다 2.0일때가 보강재의 굽힘모우드와 비틀림 모우드의 자리 바꿈이 먼저 일어난다.

3-2-2. 보강재 두께 변화의 영향

본 절에서 보강평판의 외피의 제원은 3-2-1절의 경우와 같고 다만 여기서는 보강재의 높이가 높은 경우인 $h/c = 15.0$ 와 낮은 $h/c = 5.0$ 인 두 경우에 대해서 해석하였다.

Fig.4(a), (b)의 해석결과에서는 보는 것처럼, 보강재의 높이와 무관하게 F12와 F22 모우드에 대해서는 두께의 증가에도 해당 진동수는 크게 변하지 않는다. 이는 보강재가 앞절에서 설명한 외피의 nodal line을 따라 부착되어 있기 때문이다. 그러나 두께의 증가는 F11 및 F21 모우드 진동수의 증가를



(a) cross ply : $a/b=1.0$, $a/c=150$

(b) 45 angle ply : $a/b=1.0$, $a/c=150$

Fig.3. Effect of height variation of stiffener on the lowest four frequencies

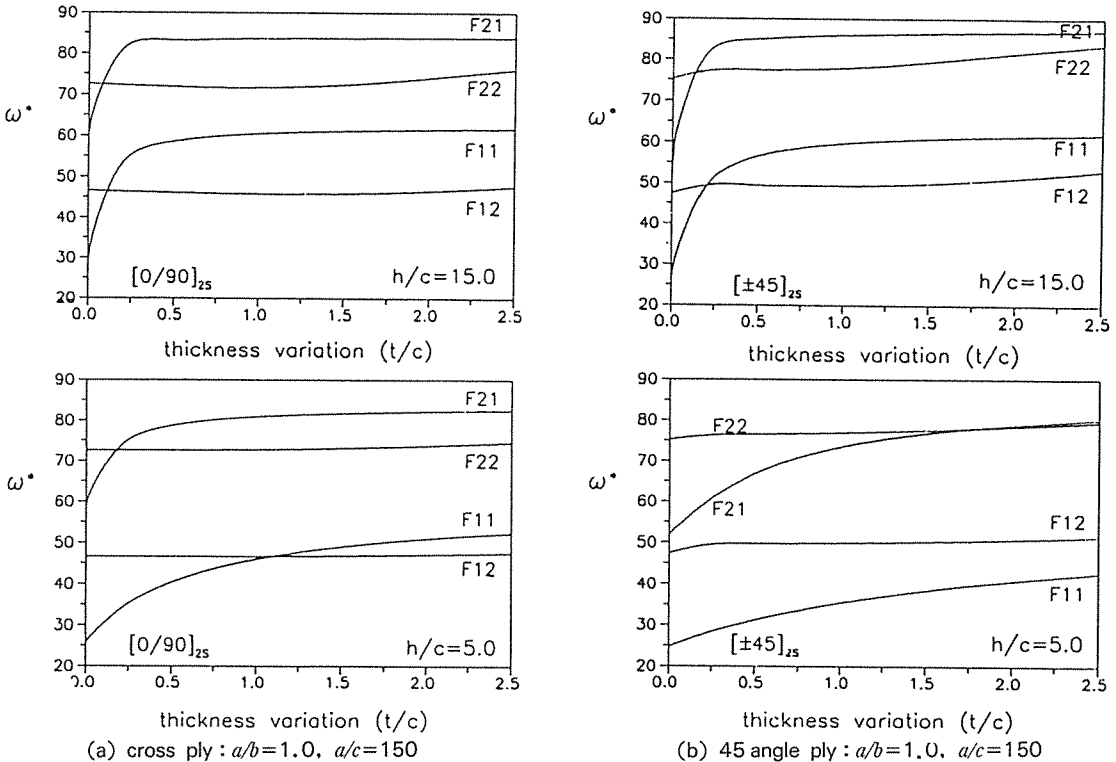


Fig. 4. Effect of thickness variation of stiffener on the lowest four frequencies

가져오며 t/c 가, 높은 보강재의 경우는 0.5 이상에서 낮은 보강재의 경우는 전반적으로, 진동수의 증가 폭이 완만함을 볼 수 있다.

그리고 모우드의 순서가 바뀌는 것이 적교적층의 경우가 각이 있는 적층의 경우보다 먼저 일어나는 것은 보강재의 굽힘강성이 적교적층의 경우가 크기 때문이다. 또한, 높은 보강재의 경우 t/c 가 0.5 이상에서는 진동수 값은 거의 변화가 없다. 즉 두께 변화에 영향을 받지 않는다. 그러므로 3-2-1절 및 본절의 결과로부터 보강재의 제원의 변화에 대해 주로 영향을 받는 모우드는 F11 및 F21이며, 보강재의 굽힘강성이 일정한 크기에 이르면 보강재 제원의 증가에도 진동수의 변화는 거의 없음을 알 수 있다.

3-2-3. 적층각 변화의 영향

본 절에서는 두가지 제원의 보강된 평판에 대해서 해석하였다. $t/c=1.0$, $h/t=15.0$ 이며 중횡비가 $a/b=1.0$ ($a/c=200$)과 0.75 ($a/c=150$)인 두 평판을 선

택하였으며 적층 순서는 $[0/\pm\theta/90]_s$ 이고 평판 및 보강재 모두 8층으로 이루어져있다.

해석의 결과는 Fig.5에 나타내었다. 보강재의 보강 방향이 x축 방향인데다, 적층각 θ 가 0° 에 가까울 때는 y축 방향의 강성에 비해 x축 방향의 강성이 아주 커져서 저차 모우드에 y축 방향으로 여러번 굽힘변형이 되는 F14나 F13 모우드가 나타나며 그후 적층각 θ 의 증가에 따라 y축 방향으로의 강성이 증가하면서 F14 및 F13 모우드의 진동수는 증가하여 높은 진동수의 모우드로 되고 대신 F12 및 F22 모우드가 서너번째 모우드로 나타난다.

또한 Fig.5에서 보듯, 적층각 θ 의 증가에 따라 F22와 F21 모우드를 제외한 모우드들은 증가하며, F12와 F22 모우드가 F11와 F21 모우드가 서로 간격이 일률적으로 가까워짐을 볼 수 있다. 중횡비가 1.0일때는 F12와 F22 모우드가 서로 가까워지는 것이 뚜렷하고 F11과 F21 모우드는 다소 가까워지고 있으며, 중횡비가 1.0이거나 0.75일때에도 적층각이 대략 45° 부근까지는 쌍을 이루는 두 모우드의

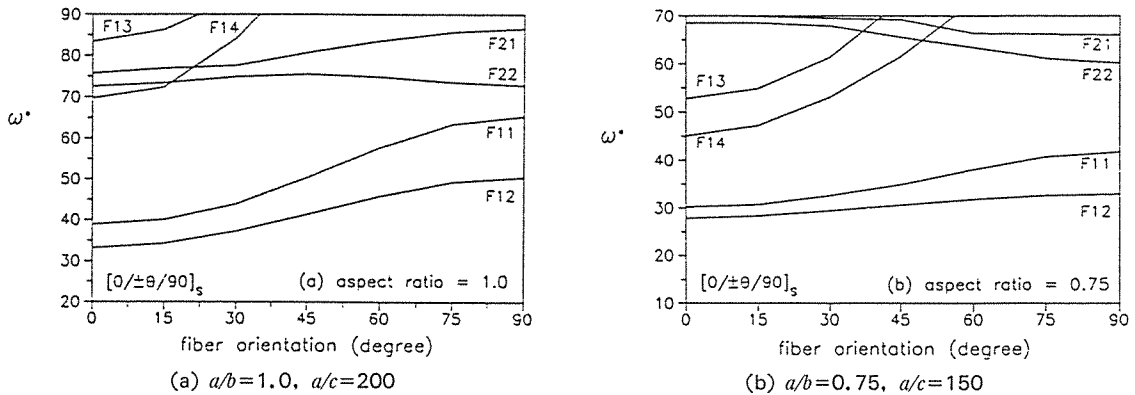


Fig. 5. Effect of fiber orientation on the lowest frequencies : $t/c=1.0$, $h/c=15.0$

진동수 간격의 비슷하게 유지하다가 감소한다.

4. 결 론

보강된 이방성 평판의 해석을 위해 전단변형 판 이론과 Timoshenko 보 이론을 이용하여 모델링하였다. 본 연구의 모델과 기존의 발표된 문헌의 결과와 비교하고 또 보강재를 평판요소로 모델링한 결과와 비교하여 본 연구의 모델의 타당성을 보였으며 해석을 위한 단순한 보조소를 이용한 보강재 모델을 제안하였다. 보강된 평판의 자유진동을 해석하여 보강재의 제원의 변화와 이방성 재료의 적층간의 변화가 진동특성에 미치는 영향에 관하여 해석하였으며, 본 모델을 이용한 보강 평판의 플러터 해석을 수행할 예정이다. 지금까지의 해석 결과를 통하여 이방성 보강평판의 진동특성은 다음과 같이 요약할 수 있다.

1. 보강재 제원의 증가는 보강된 평판의 저차 모드들 중 보강재의 굽힘변형에 해당하는 F11 및 F21의 진동수를 가져오며, F11 및 F21 모우는 보강재의 비틀림 모드에 해당하는 F12 및 F22 모드와 순서가 바뀌게 된다. 그리고 보강재의 굽힘강성이 커져서 모드의 순서가 바뀌고 나면 보강재 제원의 증가에도 불구하고 진동수는 거의 일정하다.

2. F12 및 F22 모드 진동수는 보강재의 높이의 증가에 따라 감소하고 보강재의 두께의 증가에 따라 증가한다. 그러나 그 변화의 기울기는 작다.

3. $[0/\pm\theta/90]_s$ 적층 보강평판에서 적층각 θ 가

0° 에서 90° 로 변화함에 따라 F11과 F21 그리고 F12와 F22 모우는 서로 가까워지는 경향을 볼 수 있다.

참 고 문 헌

1. M. Mukhopadhyay and A. Mukherjee, "Recent Advances on the Dynamic Behavior of Stiffened Plates," *Shock and Vib Digest*, Vol.27, 1989, pp.6-9.
2. J.A. McElman, M.M. Mikulaus and M. Stein, "Static and Dynamic Effects of Eccentric Stiffening of Plates and Cylindrical Shells," *AIAA Journal*, Vol.4, No.5, 1966, pp.887-894.
3. J.M. Calligeros and J. Dugundji, "Effects of Orthotropicity Orientation on Supersonic Panel Flutter," *AIAA Journal*, Vol.1, No.9, 1963, pp.2180-2182.
4. M.D. Olson and C.R. Hazell, "Vibration Studies on Some Integral Rib-Stiffened Plates," *Journal of Sound and Vib*, Vol.50, No.1, 1977, pp.43-61.
5. J. Thomas and B.A.H. Abbas, "Vibration Characteristics and Dynamic Stability of Stiffened Plates," *Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC 24th SDM Conference*, AIAA-83-0890, 1983, pp.277-285.
6. M. Mukhopadhyay and A. Mukherjee, "Finite Element Free Vibration of Eccentrically

Stiffened Plates," *Comp & Struct*, Vol.30, No.6, 1988, pp.1303-1317.

7. K.J. Bathe, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, pp.1982

8. J.R. Vinson and R.L. Sierakowski, *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*, Martinus Nijhoff, Dordrecht, The Netherlands, 1987, pp.54-55.

9. J.N. Reddy, *Energy and Variational Methods in Applied Mechanics*, John Wiley & Sons, 1992,

pp.449-453.

10. E.C. Smith and I. Chopra, "Formulation and Evaluation of an Analytical Model for Composite Box-Beams", *Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC 31st, SDM Conference*, AIAA-90-0962-CP, 1990, pp.759-782.

11. R.M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, Scripta Book Co., Washington, D.C., 1975.

