

論文

회전운동을 하는 복합재료 상자형 보의 동적 거동해석

정성남* · 김승조**

A Refined Dynamic Analysis of Rotating Composite Box-Beams

Sung Nam Jung* and Seung Jo Kim**

ABSTRACT

The coupled nonlinear differential equations of motion for extension, flap and lag bending, and torsion of dynamic motion of rotating composite box-beam are derived by using a finite element formulation based on Hamilton's energy principle. In order to consider the sectional distribution of shear stresses of composite box-beam walls in an effective manner, Timoshenko beam assumption was made and the formula of shear correction factor of isotropic box section was used to describe the motion. Three dimensional stress analysis of the box-beam was performed to correlate the results of shear correction factor of the isotropic material with that of composite material with respect to ply angle changes by using the MSC/NASTRAN. It is shown for the free vibration tests of rotating composite box-beams that the current results are in good agreement with other experimental data, especially in case of anti-symmetric lay-ups.

초 록

신장과 운동평면 내외의 굽힘 및 전단, 그리고 비틀림이 연성되어 나타나는 복합재료 상자형 보의 회전운동에 대한 비선형 평형방정식을 Hamilton의 에너지 정리에 입각하여 유한요소법을 이용하여 구성하였다. 상자형 보 단면을 구성하는 각 판에서의 전단응력 분포는 일반적으로 2차 이상의 함수 형태로 나타나며, 이를 효율적으로 고려하기 위하여 Timoshenko 보 가정과 더불어 등방성 재질에 대해서 해석적 접근 방식으로 얻은 전단보정 계수 해를 도입하여 문제해결을 도모하였으며, 상용구조해석 프로그램인 MSC/NASTRAN을 이용한 3차원 응력해석 결과로부터 전단보정계수 해를 계산하고 이를 등방성 재질의 결과와 비교하였다. 복합재료 적층조건 및 회전 각속도를 변화시키면서 복합재료 상자형 보에 대한 회전고유진동 해석을 수행한 결과 본 해석 결과는 실험 결과와도 잘 일치하고 있으며, 특히 반대칭 적층의 경우에 해의 정확도가 매우 높음을 보여주었다.

기 호 설 명

A : 상자형 보 단면적
 GA, SA, SP : 단면 강성계수

k_{11}, k_{22} : η, ζ 방향 전단보정계수
 M, C, K : 질량, 감쇠, 강성행렬

* 정희원, 전북대학교 우주항공공학과

** 정희원, 서울대학교 항공우주공학과

q	: 보의 일반화 좌표 벡터	ϕ	: 탄성 비틀림 변위
Q_η, Q_ζ	: η, ζ 방향 전단하중	$\hat{\phi}$: 기하학적 탄성 비틀림 변위
R	: 상자형 보의 길이	$(\hat{\phi} = \phi - \int_0^x v_b'' w_b' dx)$	
u, v, w	: 보의 탄성변위	$\sigma_{xx}, \sigma_{x\eta}, \sigma_{x\zeta}$: Cauchy 응력 성분
x, y, z	: 변형전 회전좌표계	ξ, η, ζ	: 변형후 회전좌표계
$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{x\eta}, \varepsilon_{x\zeta}$: Eulerian 변형도 성분	$(\)_h$: 상자형 보의 수평판
$\bar{\theta}$: Euler각 ($\bar{\theta} = \theta_0 + \hat{\phi}$)	$(\)_v$: 상자형 보의 수직판
θ_0	: 초기 비틀림각	$(\)'$: d/dx
λ_T	: St. Venant 위핑함수	$(\dot{\ })$: d/dt
Λ	: 복합재료 적층각		

1. 서 론

일반적으로 상자형 보 구조는 요구하는 강성과 강도를 제공하면서 구조물의 자중을 대폭 절감할 수 있는 측면에서 초창기부터 항공우주 분야에 폭 넓게 채택이 되어 왔으며, 폐단면 구조로 되어 있어 비틀림 변형에 강한 특성을 가지므로 주날개의 비틀림 상자나 주 하중 감당 구조 등으로 이용되어 왔다. 근래에는 비강성, 비강도가 큰 복합재료의 등장으로 말미암아 복합재료 상자형 보 형태로 발전되어 고정익의 주 스파나 헬리콥터 회전익의 주요 구조물로 널리 이용되고 있는 추세이다.

헬리콥터 로우터 블레이드등에 이용되고 있는 복합재료 상자형 보에 있어서 해석상의 기본적인 생각은 단면의 크기에 비해 보의 길이가 충분히 길기 때문에 1차원 보 가정을 해서 단순화된 해석을 전개할 수 있다는 것이다. 이러한 보에 적절한 운동 기하학을 별다른 가정없이 매끄럽게 기술한다고 해도 엄격하게는 3차원 탄성계수들로 이루어지는 구성방정식들의 근사적 기술일 수 밖에 없다. 이럴 경우 어떻게 단면의 특성 값들을 적절히 기술하여 본질적으로 내재하는 1차원 보 모델링으로 인한 절단오차(truncation error)를 최소화하느냐 하는 것이 관건이 된다. 특히 이 보가 복합재료로 만들어진 경우에는 전단중심 결정문제, 단면 내외의 위핑 및 위핑구속 현상을 효율적으로 기술할 수 있는 모델을 세우는 문제, 그리고 두께방향 전단변형 효과를 적절히 고려하는 문제 등이 해석상 매우 중요하다. 일반 등방성 재질로 만들어진 가로세로

비가 큰 보의 경우, 두께방향 전단변형 효과를 무시해도 해의 정확도에 큰 영향을 주지 않지만, 복합재료의 경우에는 전단탄성계수 대 섬유방향탄성계수가 매우 커서 전단변형 효과가 매우 중요한 해석 요소가 되며[1~3], 또한 운동 상호 방향간의 연성항들이 존재함으로 말미암아 비 고전적 효과들(non-classical effects)을 적절히 고려해야 한다[4,5].

이러한 사실에 입각하여 본 연구에서는 먼저 정식으로 회전하는 상자형 보에 대한 동역학적 해석을 유한요소법을 이용하여 수행하였다. 지배 운동방정식은 차수계획법을 이용하는 적정변형의 비선형 보 이론을 통하여 구성하며, 두께방향의 전단변형 효과와 비틀림에 의한 위핑효과를 고려하는 보 모델을 적용하였다. 두께방향 전단변형 효과의 고려 방법은 Kapania[2], Chen[6]등이 복합재료 탄성 보의 진동해석에 사용했던 방법과 마찬가지로, 보의 평면 외(out-of-plane) 변형량을 굽힘에 의한 변형량 및 전단에 의한 변형량으로 분해하여 기술하는 방식을 취했다. 또한 본질적으로 3차원적 거동을 보이는 단면의 특성을 1차원 보 해석과 함께 진행하기 위해 Timoshenko 보 이론을 적용하였으며, 편익상 박판(thin-walled) 상자형 보에 대한 Cowper[7]의 전단보정계수 해를 이용하였고, 상용 구조해석 프로그램인 MSC/NASTRAN의 HEXA 고형요소를 이용한 3차원 응력해석으로부터 전단보정계수를 계산, 비교하고 이의 타당함을 보였다. 아울러 회전 탄성 보에 대한 자유진동 해석을 수행하고 실험 및 여타 해석결과와 비교하여 본 연구의 효율성을 보였다.

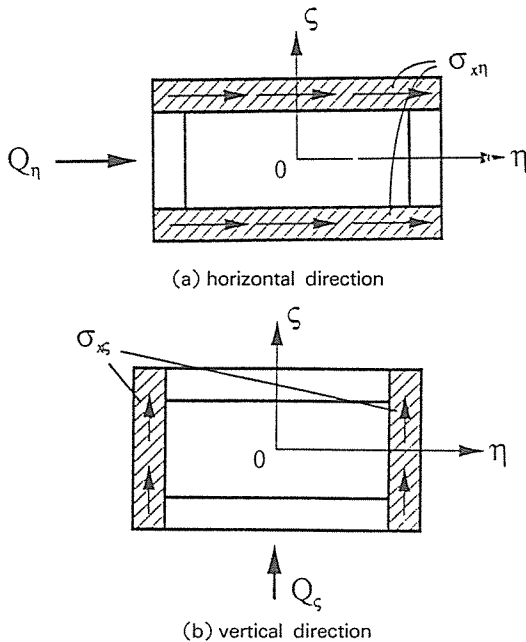


Fig. 2. The distribution of shear stresses due to applied forces.

변형도 성분들은 보의 단면에서 일정한 값의 상당 변형도로 대표될 수 있게 된다[14]. 즉, (2)식에서

$$f_1(\eta, \zeta) = a_1 \quad f_2(\eta, \zeta) = a_2$$

가 되며, 이때 a_1 과 a_2 는 임의의 상수이다. 직교 이방(orthotropic) 적층구조를 갖는 상자형 보의 경우 임의의 전단하중에 대한 상자형 보 단면에서의 힘 평형 관계식을 기술하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{pmatrix} Q_\eta \\ Q_\zeta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}GA_h & 0 \\ 0 & k_{22}GA_v \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_s' \cos \bar{\theta} + w_s' \sin \bar{\theta} \\ w_s' \cos \bar{\theta} - v_s' \sin \bar{\theta} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

여기서 Q_η, Q_ζ 는 각각 상자형 보의 수평(horizontal) 및 수직(vertical) 방향으로의 전단응력의 합성분(shear stress resultants)을 나타내며, k_{11}, k_{22} 는 η, ζ 방향으로의 전단보정계수, 그리고 GA_h 와 GA_v 는 수평 및 수직 적층판의 전단강성계수를 나타낸다((8a)식 참조).

복합재료 상자형 보의 변형도에너지 관계식에 변분원리를 적용해서 각 성분별로 전개하면 아래와 같은 변형도 변분에너지 식을 얻게 되며,

$$\delta U = \int_0^R \int_A (\sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} + \sigma_{x\eta} \delta \gamma_{x\eta} + \sigma_{x\zeta} \delta \gamma_{x\zeta}) d\eta d\zeta dx \quad \dots\dots\dots (5)$$

(3)식의 복합재료 상자형 보에 대한 구성방정식을 (5)식에 대입하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta U = & \int_0^R \left[\int_{A_h} \{ (C_{11} \epsilon_{xx} + C_{16} \gamma'_{x\eta}) \delta \epsilon_{xx} \right. \\ & + (C_{16} \epsilon_{xx} + C_{66} \gamma'_{x\eta}) \delta \gamma'_{x\eta} + C_{16} \gamma_{x\eta}^s \delta \epsilon_{xx} \\ & + (C_{16} \epsilon_{xx} + C_{66} \gamma'_{x\eta}) \delta \gamma'_{x\eta} \} d\eta d\zeta \\ & + \int_{A_v} \{ (C_{11} \epsilon_{xx} + C_{16} \gamma'_{x\zeta}) \delta \epsilon_{xx} \\ & + (C_{16} \epsilon_{xx} + C_{66} \gamma'_{x\zeta}) \delta \gamma'_{x\zeta} + C_{16} \gamma_{x\zeta}^s \delta \epsilon_{xx} \\ & + (C_{16} \epsilon_{xx} + C_{66} \gamma'_{x\zeta}) \delta \gamma'_{x\zeta} \} d\eta d\zeta \} dx \quad \dots\dots (6) \end{aligned}$$

이때, C_{ij} 는 평면응력 상태에서 얻은 면내 환원 강성계수이며[15], 이를 정리하면

$$\begin{aligned} C_{11} &= \overline{Q}_{11} - \frac{\overline{Q}_{12}^2}{\overline{Q}_{22}} & C_{16} &= \overline{Q}_{16} - \frac{\overline{Q}_{12} \overline{Q}_{26}}{\overline{Q}_{22}} \\ C_{66} &= \overline{Q}_{66} - \frac{\overline{Q}_{26}^2}{\overline{Q}_{22}} & \dots\dots\dots (6a) \end{aligned}$$

와 같다. 위의 (6)식에 힘평형 관계식을 이용하고 변위-변형도 관계식 (2)를 대입하여 2차의 비선형 항(비틀림 운동과 관련해서는 3차)까지 고려해서 정리하면 블레이드 운동방향 각각의 변위 성분들로 구성된 변형도 변분에너지 식을 얻게 된다. 이렇게 얻어진 변분 에너지 표현식에는 많은 변위 성분들이 포함되며, 편의상 이를 간단하게 축약 형태로 기술하면,

$$\delta U_{total} = \delta U_{iso} + \delta U_{com}^0 + \delta U_{com}^s \quad \dots\dots\dots (7)$$

와 같이 쓸 수 있다. 이때 (7)식의 오른쪽 첫번째 항은 등방성(isotropic) 재료의 상자형 보에 대한 변형도 변분에너지 표현식을 나타내고, 나머지 두 항은 보의 재질이 복합재료(composite)일 때 새롭게 등장하는 성분들로서 상첨자 0는 전단변형을 무시하였을 때, 그리고 상첨자 s는 전단변형을 고려하였을 때에 변형도 변분에너지 성분들을 각각 나타내고 있다. 전단변형을 무시하였을 때의 복합재료 상자형 보에 대한 변형도에너지 성분들은 δU_{iso} 와 δU_{com}^0 의 합성분으로 표시할 수 있으며[10], 전단변형을 허용함으로써 인하여 나타나는 변형도 변분

에너지 표현식 δU_{com}^s 는

$$\begin{aligned} \delta U_{com}^s = & \int_0^L \left[k_{11} G A_h \left\{ (v_s' \cos^2 \theta_0 + w_s' \sin \theta_0 \cos \theta_0) \delta v_s' \right. \right. \\ & + (v_s' \sin \theta_0 \cos \theta_0 + w_s' \sin^2 \theta_0) \delta w_s' \left. \right\} \\ & + k_{22} G A_v \left\{ (v_s' \sin^2 \theta_0 - w_s' \sin \theta_0 \cos \theta_0) \delta v_s' \right. \\ & - (v_s' \sin \theta_0 \cos \theta_0 - w_s' \cos^2 \theta_0) \delta w_s' \left. \right\} \\ & + k_{13} S P_h \left\{ (v_b'' \sin \theta_0 \cos \theta_0 - w_b'' \cos^2 \theta_0) \delta v_s' \right. \\ & + (v_b'' \sin^2 \theta_0 - w_b'' \sin \theta_0 \cos \theta_0) \delta w_s' \left. \right\} \\ & + k_{23} S P_v \left\{ (v_b'' \sin \theta_0 \cos \theta_0 + w_b'' \sin^2 \theta_0) \delta v_s' \right. \\ & - (v_b'' \cos^2 \theta_0 + w_b'' \sin \theta_0 \cos \theta_0) \delta w_s' \left. \right\} \\ & + k_{13} S P_h \left\{ (v_s' \sin \theta_0 \cos \theta_0 + w_s' \sin^2 \theta_0) \delta v_b'' \right. \\ & - (v_s' \cos^2 \theta_0 + w_s' \sin \theta_0 \cos \theta_0) \delta w_b'' \left. \right\} \\ & + k_{23} S P_v \left\{ (v_s' \sin \theta_0 \cos \theta_0 - w_s' \cos^2 \theta_0) \delta v_b'' \right. \\ & + (v_s' \sin^2 \theta_0 - w_s' \sin \theta_0 \cos \theta_0) \delta w_b'' \left. \right\} \\ & + k_{13} S A_h (u' + v_b'^2/2 + w_b'^2/2) (\cos \theta_0 \delta v_s' + \sin \theta_0 \delta w_s') \\ & + k_{23} S A_v (u' + v_b'^2/2 + w_b'^2/2) (\cos \theta_0 \delta w_s' - \sin \theta_0 \delta v_s') \\ & + k_{13} S A_h (v_s' \cos \theta_0 + w_s' \sin \theta_0) (\delta u' + v_b' \delta v_b' \\ & + w_b' \delta w_b') + k_{13} S A_v (w_s' \cos \theta_0 - v_s' \sin \theta_0) (\delta u' \\ & + v_b' \delta v_b' + w_b' \delta w_b') \left. \right] dx \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

와 같다. 위 식중 k_{13} , k_{23} 는 복합재료 상자형 보의 운동기하학(kinematics)에서 굽힘-전단 연계식 나타낼 수 있는 전단보정계수들로 식 서술상의 일관성을 유지하기 위해 도입된 것이며, 특별한 언급이 없는한 “1”의 값을 사용한다. $G A_i$, $S A_i$, $S P_i$ ($i=h$ 혹은 v) 등은 전단변형을 허용함으로써 새롭게 나타난 강성계수들로 $G A_i$ 는 전단강성계수, $S A_i$ 는 대칭적층 구조에서의 인장-전단 연계계수(coupling stiffness), 그리고 $S P_i$ 는 반대칭 적층시의 굽힘-전단 연계계수들이다. 이들을 수식으로 표현하면,

$$\begin{aligned} G A_h &= \iint_{A_h} C_{66} d\eta d\zeta \quad ; \quad G A_v = \iint_{A_v} C_{66} d\eta d\zeta \\ S A_h &= \iint_{A_h} C_{16} d\eta d\zeta \quad ; \quad S A_v = \iint_{A_v} C_{16} d\eta d\zeta \\ S P_h &= \iint_{A_h} C_{16} \zeta d\eta d\zeta \quad ; \quad S P_v = \iint_{A_v} C_{16} \eta d\eta d\zeta \\ &\dots\dots\dots (8a) \end{aligned}$$

와 같다. Fig.3은 상자형 보의 대칭 및 반대칭 적층 구조를 보여주고 있으며, 비교를 위하여 고전 적층판 이론(classical lamination theory)에 등장하는 연성계수들을 함께 나타내었다.

복합재료 적층각 변화에 따른 질량분포의 변화는

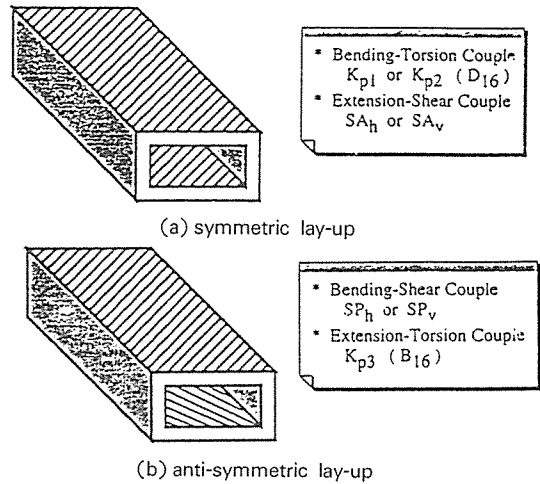


Fig.3. Lay-up structures and coupling stiffnesses of composite beam.

무시할 수 있으므로 복합재료 상자형 보에 대한 운동에너지 변분식은 등방성 재질에 대해 유도한 식을 바로 이용할 수 있다. 여기에 전단변형을 허용함으로써 인해 추가되는 운동에너지 성분들을 더 하면 최종적인 운동에너지 변분식을 구성할 수 있게 된다[16]. 이렇게 구성된 운동에너지 변분식과 (7)식의 변형도 변분에너지 식을 Hamilton 원리에 적용하면 복합재료 상자형 보의 회전운동을 기술하는 비선형 지배 운동방정식을 얻을 수 있게 된다.

3. 유한요소 해법

앞절에서 구성한 변분 운동방정식에 유한요소법을 적용하여 문제를 해결하기로 한다. 먼저 복합재료 상자형 보를 유한개의 1차원 보 요소로 분할하고 각 요소마다 끝단 절점 두개와 요소 내부에 3개의 절점을 두어 총 5개의 절점과 23개의 운동자유도를 가지는 보 요소로 구성한다(Fig.4). 이때 보의 길이방향 변위로는 원심력에 의한 2차의 응력 분포를 얻을 수 있도록 3차 형상함수로 보간하고, 보 운동평면 내외의 굽힘 및 전단변위 기술을 위해 C^1 Hermite 형상함수를, 그리고 비틀림 방향으로선형의 비틀림 변화를 기술할 수 있도록 2차 라그랑지 형상함수를 써서 보간한다[17]. 이들을 이용하여 행렬 형태의 이산화된 방정식을 구성하면 다

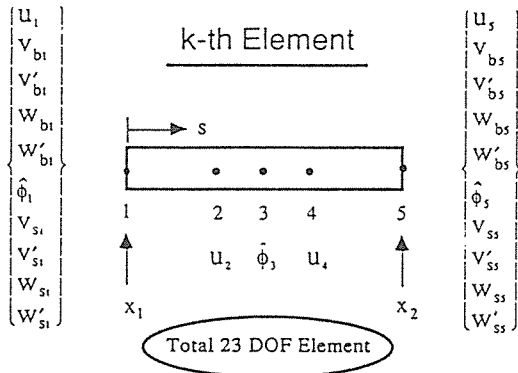


Fig. 4. Finite element nodal degrees of freedom.

음과 같은 비선형 대수 연립방정식을 얻게 된다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q)\dot{q} + K(q)q = F \quad \dots\dots (9)$$

이때 M, C, K 는 각각 회전 탄성 보의 질량, 감쇠 및 강성 행렬을 나타내며, F 는 하중 벡터, 그리고 q 는 보의 일반화 좌표 벡터로서 다음과 같은 변위 성분들로 구성된다.

$$q = [u_1, u_2, u_3, u_4, v_{b1}, v_{b1'}, v_{b2}, v_{b2'}, w_{b1}, w_{b1'}, w_{b2}, w_{b2'}, v_{s1}, v_{s1'}, v_{s2}, v_{s2'}, w_{s1}, w_{s1'}, w_{s2}, w_{s2'}, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\phi}_3]^T \quad \dots\dots\dots (10)$$

앞의 (9)식은 계수 내에 변수를 포함하고 있는 비선형 연립방정식으로 이를 풀기 위해서는 먼저 시간 관련 항을 뺀 정적 평형 방정식을 구성하고 여기에 Newton-Raphson 반복법과 적절한 수렴판정 조건을 적용하여 비선형 평형 위치 벡터를 결정하고, 여기서의 미소교란(small perturbation)을 가정한 선형 섭동방정식을 구성해서 문제를 해결하도록 한다.

4. 결과 및 검토

앞서의 정식화 과정에서 도입된 전단보정계수를 결정하기 위해서는 상자형 보 단면의 제원들뿐 아니라 복합재료의 적층 조건이 추가적인 고려의 대상이 되며, 이를 해석적인 방법으로 결정하기 위해서는 복합재료의 이방 특성에 기인하는 굽힘-비틀림 연성 문제를 심도있게 다루어야 하는 등의 어려움을 수반하게 된다. 본 연구에서는 이러한

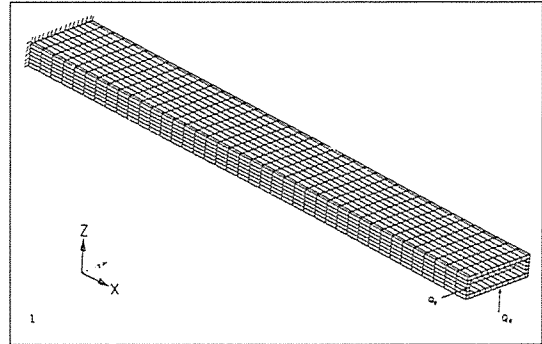


Fig. 5. The 3-dimensional finite element meshes of composite box-beam.

해석적 접근 방식을 지양하고 이미 해의 유용성이 익히 잘 알려져 있는 등방성 재료의 박판 상자형 보 단면에 대한 Cowper[7]의 전단 보정계수 해를 이용하며, 상용 구조해석 프로그램의 3차원 응력 해석 모듈을 통해서 이렇게 구한 해의 적절성을 확보하도록 하였다. Fig.5는 MSC/NASTRAN의 8절점 HEXA 3차원 고형요소를 사용하여 한단 지지된 복합재료 상자형 보를 유한요소 모델화 한 것으로 총 절점수는 2624개, 유한요소 수는 각 단면에 32개씩 길이 방향으로 40개를 배치하여 총합 1280개로 구성하였다. 해석에 이용된 복합재료는 AS4/3501-6 흑연/에폭시(Table 1 참조)이고, 관성 좌표축에 대해 보의 전면에 걸쳐 동일한 적층각을 갖도록 구성하였으며, 상자형 보 길이는 50 in, 폭과 높이는 각각 7 in, 2 in, 그리고 상하 및 좌우 판의 두께는 공히 0.35 in이다. 이러한 해석 모델의 끝단에 집중하중 Q_z 를 가할 경우 보 내부에는 응력의 변화가 따르게 되며, Table 2는 복합재료 적층각을 변화시켜 가면서 고정 경계면과 하중 작용점의 영

Table 1. The mechanical properties of AS4/3501-6 Gr/Epoxy.

Property	Value
Young's modulus in fiber direction E_1	20.59×10^6 psi
Young's modulus in transverse direction E_2	1.42×10^6 psi
Shear modulus G_{12}	0.89×10^6 psi
Poisson ratio ν_{12}	0.42
Ply thickness t	0.005 in
Density ρ	0.05224 lb/in ³

Table 2. Calculated shear correction factors using the MSC/NASTRAN.

Layer Angle	Shear Correction Factor
0°	0.763
15°	0.801
30°	0.820
45°	0.825
60°	0.827
75°	0.827
90°	0.827
Cowper's	0.738

향이 미치지 않는 중앙 단면에서의 전단응력 값들을 써서 계산한 전단보정계수 해의 결과이다. 이 값은 에너지 평형 조건식에 입각한 Bert[14]의 계산식을 이용한 결과이며, 적층각이 변함에 따라 전단보정계수 값의 차이가 나타나다가 적층각 45° 이후에는 일정한 양으로 수렴하고 있음을 알 수 있다. 등방성 재질에 대한 Cowper의 전단보정계수 해는 적층각 0° 근처에서 매우 근사한 값으로 나타나고 있으며, 전체적인 변화의 폭은 7~8% 정도이다. 이로부터 복합재료 상자형 보의 해석을 수행하는 데 있어서 등방성 재질에 대한 전단보정계수 해를 이용해도 결과적인 해에는 큰 차이가 없음을 알 수 있으며, 이후의 해석에서는 Cowper 해를 곧바로 적용하기로 한다. 한편 Table 2의 결과를 자세히 살펴보면, 복합재료 상자형 보 단면에서의 전단응력 분포는 적층각이 0°일때 가장 포물선 형태에 가깝게 나타나고 있으며(k_{ij} 값이 가장 적다), 이러한 전단응력 분포를 특별히 고려하지 않을 경우 결과적인 해의 오차는 무시할 수 없게 된다(Fig.6, Fig.7참조).

Fig.6와 Fig.7은 복합재료 적층각 변화에 따른 상자형 보의 회전 고유 진동수를 대칭(Fig.6) 및 반대칭(Fig.7) 적층의 경우에 대하여 계산, 비교한 결과를 나타내고 있다. 대칭 적층에서는 상하 판의 경우 $[A]_6$, 그리고 좌우판은 $[A]_3$ 의 적층구조를 가지며, 반대칭 적층에서는 상판 및 좌판은 $[0^\circ/A]_3$, 그리고 하판 및 우판은 $[0^\circ/-A]_3$ 를 갖는다(Fig.3참조). 이때의 복합재료 물성은 Table 1과 같으며, 보의 길이는 33.25 in, 단면 폭과 높이는 0.953 in \times 0.537 in, 그리고 평면 내외의 방향에

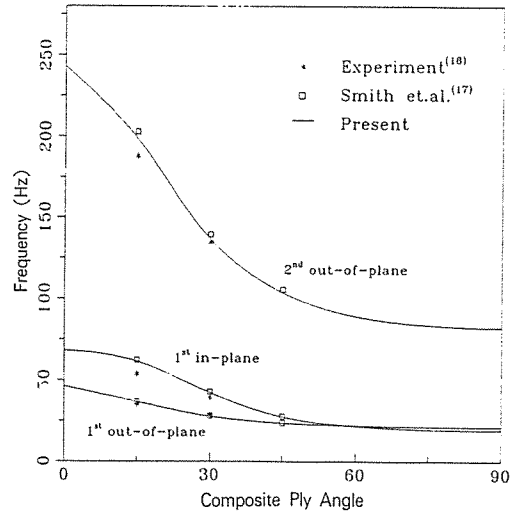


Fig. 6. The influence of shear correction factor on the rotating natural frequencies of the beam in symmetric configurations.

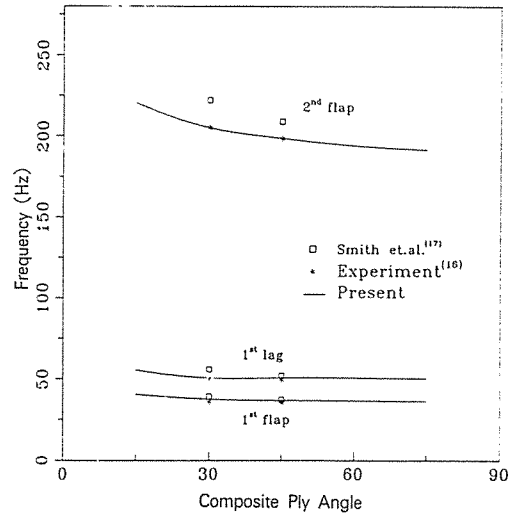


Fig. 7. The influence of shear correction factor on the rotating natural frequencies of the beam in anti-symmetric configurations.

대해 계산한 전단보정 계수는 각각 $k_{11}=0.2773$, $k_{22}=0.6030$ 이다. 그림에서 실선 및 점선으로 표시한 것이 6개의 유한 보 요소를 이용하여 얻은 본 연구의 결과이며, 결과의 비교, 검증용 위해 Chandra 등[18]의 진공실험 결과와 Smith등[17]의 해석 결과도 함께 나타내었다. 실험에 이용된 복합

재료 시편은 오토클레이브 성형법을 통하여 제작하였으며 구체적 제작방법은 참고문헌 19에 잘 나타나 있다. 실험 결과와 비교해 볼 때 본 연구의 해석 결과는 대칭 및 반대칭 적층 모두에 대해 만족할만한 결과를 보여주고 있으며, 대칭적층의 경우보다는 반대칭 적층 구조에서 전단보정의 효과가 크게 나타나고, 저차모드 보다는 고차모드에서 그 효과가 크게 나타남을 잘 보여주고 있다. Smith등의 해석 결과와 비교해 볼 때 본 연구의 결과는 대칭 및 반대칭 적층 모두에서 보다 정확한 동적 고유치 예측 결과를 보여주고 있으며, 특히 반대칭 적층의 경우 Smith의 결과가 상당한 오차를 내포하는 데 비해 본 해석 결과는 실험값과 비교하여 매우 우수함을 잘 나타내고 있다.

계속해서 Fig.8과 Fig.9는 복합재료 적층조건은 그대로 두고 회전수의 증가에 따른 고유진동수의 변화를 도시한 결과로, Fig.6에서 사용했던 것과 같은 대칭적층 구조에서 λ 가 30° (Fig.8)와 45° (Fig.9)로 고정되어 있을 때 회전수를 정지상태부터 1000 RPM까지 증가시켜 가면서 회전 고유진동수 중 최저차 모드 3개의 변화를 Chandra등의 실험

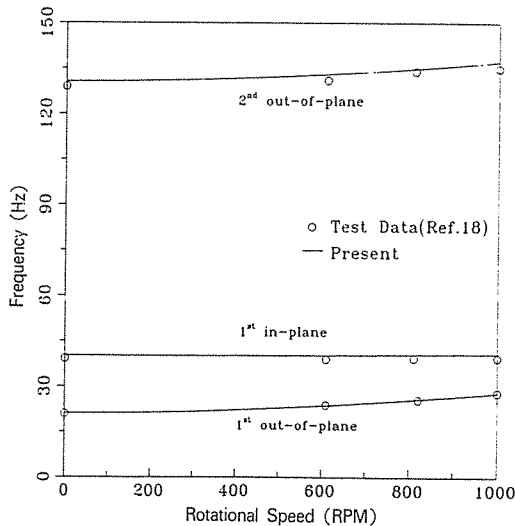


Fig. 8. Comparison of natural frequencies of a box-beam with $[30]_6$ in top and bottom walls and $[30/-30]_3$ in vertical walls at various rotational speeds.

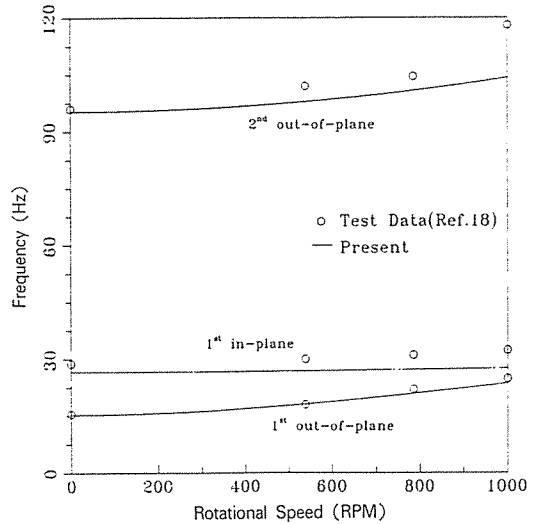


Fig. 9. Comparison of natural frequencies of a box-beam with $[45]_6$ in top and bottom walls and $[45/-45]_3$ in vertical walls at various rotational speeds.

결과와 함께 나타낸 것으로 본 해석 결과가 실험값과 잘 일치함을 보여주고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 복합재료 상자형 보에 대한 보다 정확한 해석을 기하기 위하여 Timoshenko 보 이론에 입각해서 전단변형 효과를 고려하고 이를 보의 운동방정식에 고려하였으며, 여기에 Galerkin 유한요소법을 적용하여 회전 고유 진동 해석을 수행하였다. 등방성 재료의 상자형 보 단면에 대해서 해석적 접근 방식으로 얻은 Cowper의 전단보정계수를 동역학적 계산에 이용하였으며, 이의 타당함을 보이기 위하여 상용구조해석 프로그램을 이용한 3차원 응력해석을 수행하고 이를 뒷받침하였다. 실험 및 여타의 해석 결과와 비교하였을 때 본 연구의 회전 탄성 보 해석 결과는 매우 만족할 만하였으며, 이러한 결과를 놓고 볼 때 본 해석 모델은 상자형 보 형태로 해석하는 것이 보편화 되어 있는 헬리콥터 블레이드나 고정익 날개 구조등의 동역학적 거동 해석시에 매우 효율적으로 이용될 수 있음을 보이고 있다.

참 고 문 헌

1. Hu, M.Z., Kolsky, H. and Pipkin, A.C., "Bending Theory for Fiber-Reinforced Beams," *Journal of Composite Materials*, Vol.19, May 1985, pp.236~249.
2. Kapania, R.K. and Raciti, S., "Nonlinear Vibrations of Unsymmetrically Laminated Beams," *AIAA Journal*, Vol.27, No.2, Feb. 1989, pp. 201~210.
3. Singh, G., Rao, G.V. and Iyengar, N.G. R., "Analysis of the Nonlinear Vibrations of Unsymmetrically Laminated Composite Beams," *AIAA Journal*, Vol.29, No.10, Oct. 1991, pp. 1727~1735.
4. Rehfield, L.W., Atilgan, A.R. and Hodges, D.H., "Nonclassical Behavior of Thin-Walled Composite Beams with Closed Cross Sections," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol.35, No.2, May 1990, pp.42~50.
5. Rehfield, L.W., Chang, S. and Atilgan, A.R., "New, Unusual and Nonclassical Behavior of Thin-Walled Composite Structures," *Proceedings of the Elghth International Conference on Composite Materials (ICCM/8)*, Honolulu, July 1991, 26-A.
6. Chen, A.T., Yang, T.Y., "Static and Dynamic Formulation of a Symmetrically Laminated Beam Finite Element for a Microcomputer," *Journal of Composite Materials*, Vol.19, Sept. 1985, pp.459~475.
7. Cowper, G.R., "The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory," *Journal of Applied Mechanics*, June 1966, pp.335~340.
8. Hodges, D.H., "Review of Composite Rotor Blade Modeling," *AIAA Journal*, Vol.28, No.3, 1990, pp.561~565.
9. Friedmann, P.P., "Helicopter Aeroelastic Stability and Response - Current Topics and Future Trends," *Proceedings of the 28th Aircraft Symposium*, Japan, Paper No.1A6, 1990, pp.18~46.
10. 정성남, 김승조, "후류보정방법에 의한 복합재료 헬리콥터 회전날개의 공력탄성학적 안정성 해석," *한국항공우주학회지*, 제21권, 제4호, 1993, pp.24~36.
11. Jones, R.M., *Mechanics of Composite Materials*, 1975, Ch.2.
12. Ochoa, O.O. and Reddy, J.N., *Finite Element Analysis of Composite Laminates*, (*Solid Mechanics and Its Applications*, Vol.7), Kluwer Academic Publishers, 1992.
13. Timoshenko, S.P., "On the Correction for Shear of the Differential Equations for Transverse Vibrations of Prismatic Beams," *Philosophical Magazine*, Vol.41, No.8, 1921, pp.744~746.
14. Bert, C.W., "Simplified Analysis of Static Shear Factors for Beams of Nonhomogeneous Cross Section," *Journal of Composite Materials*, Vol.7, Oct. 1973, pp.525~529.
15. Smith, E.C. and Chopra, I., "Formulation and Evaluation of an Analytical Model for Composite Box-Beams," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol.36, No.3, July 1991, pp.23~35.
16. Jung, S.N. and Kim, S.J., "Aeroelastic Response of Composite Rotor Blades Considering Transverse Shear and Structural Damping," *AIAA Journal*, Vol.32, No.4, April 1994, pp.820~827.
17. Smith, E.C. and Chopra, I., "Aeroelastic Response and Blade Loads of a Composite Rotor in Forward Flight," *AIAA Paper No.92-2466, Proceedings of the 33rd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Dallas, Texas, Apr. 1992.
18. Chandra, R. and Chopra, I., "Experimental-Theoretical Investigation of the Vibration Characteristics of Rotating Composite Box Beams," *Journal of Aircraft*, Vol.29, No.4, July-Aug. 1992.
19. Chandra, R., Stemple, A.D. and Chopra, I., "Thin-Walled Composite Beams Under Bending, Torsional, and Extensional Loads," *Journal of Aircraft*, Vol.27, No.7, July 1990.