

論文

경계요소법에 의한 단축 인장하중하의 단일층
복합재료의 미시역학적 거동 연구

최홍섭* · 안규종*

Micro-Mechanical Behavior of A Single Ply Composite under
Uniaxial Tension Using the Boundary Element Method

H.S. Choi* and K.J. Ahn*

ABSTRACT

Micro-mechanical behaviors of a single ply composite subjected to uniaxial tensile load have been analyzed using the boundary element method from the view point that the analysis of a single ply composite is essential to understand the mechanical behaviors of the laminate ply near free surface of the multi-ply composite. The effect of fiber-matrix interphases on the micro-mechanical behaviors of a single ply composite has also been studied. The interphases have been modeled by the spring layer which accounts for continuity of tractions, but allows radial and circumferential displacement jumps across the interphase that are linearly related to the normal and tangential tractions. In addition, the effect of the interphase disbands on the bulk mechanical behaviors was theoretically considered.

초 록

단축 인장하중을 받는 단일층 복합재료의 자유면 및 기지와 섬유사이의 경계층에서의 응력성분을 일종의 수치해석 방법인 경계요소법을 사용하여 분석하였다. 섬유 또는 기지와는 상이한 강성값을 갖는 것으로 알려진 경계층을 반경방향과 접선방향으로 트랙션의 연속성을 갖고 변위의 불연속성인 점프를 표시할 수 있도록 두께가 없는 스프링의 배열로 모델링하였으며 이들 스프링이 갖는 반경 및 접선방향 스프링상수의 변화에 따른 응력성분의 변화를 계산하고 섬유의 체적비가 응력성분에 미치는 영향등을 고찰하였다. 또한 섬유와 기지간의 경계층에 균열이 있는 경우 균열의 크기가 단일층 복합재료의 응력분포에 미치는 영향을 이론적으로 고찰하였다.

1. 서 론

섬유보강 복합재료(Fiber Reinforced Composites)는 고강도성능에 비해 적은 무게의 특성을 갖는 재료의 사용이 요구되는 산업분야에 널리 사용되고

있다. 이러한 복합재료들은 일반적으로 낮은 강성(Stiffness) 및 높은 인성(Toughness)을 갖는 기지(Matrix)와 여기에 함침된 상대적으로 높은 강성을 갖는 섬유(Fibers)로 구성되어 있다. 대부분의 복합재료를 이용한 설계에서는 부재의 최대하중이

* (주) 대한항공, 한국항공기술연구원

절리는 방향과 같은 방법으로 섬유를 주로 배열함으로써 섬유의 특성이 지배적인 길이 방향으로의 높은 강성을 이용한다. 그러나 실제운용 상태에서는 기지의 특성이 지배적인 섬유의 횡방향으로의 하중을 피하는 것은 사실상 불가능하다. 이러한 이유로 횡하중을 받는 단일방향 복합재료에 대한 경계층에서의 미시역학적 응력해석 및 상당 물성값의 결정등에 관한 많은 연구가 수행되어 왔다[1~5]. Adams와 Doner[1]는 유한차분법(Finite Difference Method)을 사용하여 횡하중을 받는 단일방향 복합재료에 대해 완전결합(Perfect Bonding) 상태의 섬유-기지간 경계면에서의 응력을 구하고 횡방향으로의 상당물성치(Effective Properties)를 구하였다. Chen과 Lin[2]은 완전결합 또는 완전분리(Total Debonding)된 섬유-기지간 경계면을 갖고 정방형(Square) 및 육방형(Hexagon)으로 섬유들이 배열된 단일방향 복합재료에 대해 유한요소법(Finite Element Method)을 이용하여 섬유의 횡방향 상당물성치를 구하였다. Achenbach와 Zhu[3], Achenbach와 Choi[4]는 경계요소법(Boundary Element Method)을 사용하여 스프링으로 모델화된 섬유-기지간 경계층(Interphase)의 탄성물성값이 횡하중을 받는 섬유보강 복합재료의 경계층에서의 응력값에 커다란 영향을 줌을 보였다. Hashin[5]은 [3~4]의 스프링모델을 균일온도분포하의 섬유보강 복합재료의 열응력해석 문제에 적용하여 상당열팽창계수값도 경계층의 강성값에 영향을 받는다는 것을 보였다.

본 논문에서는 단일방향 복합재료를 이루는 구성요소로 생각될 수 있는 단일층 복합재료의 기계적 거동을 경계요소법을 이용하여 해석하였다. 섬유-기지간 경계면에 스프링모델을 적용하여 단일층 복합재료가 길이방향의 단축 외부하중을 받을때의 내부경계층 및 외부 자유면에서의 응력을 계산하고, 경계층에 균열을 내포하는 경우 균열의 길이가 기계적 거동에 미치는 영향을 경계층에 결함이 없는 경우와 비교하여 고찰하였다.

2. 경계조건

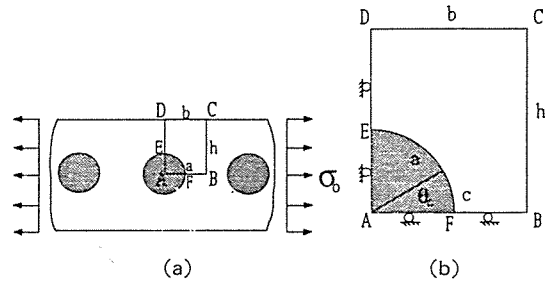


Fig. 1. Geometric configurations of (a) a single ply composite under tension and (b) a basic cell to be numerically implemented.

Fig. 1(a)는 x 축 방향으로 인장응력 σ_0 를 받는 단일층 복합재료의 기하학적 형상을 보여준다. 섬유들은 균등한 반경 a 를 갖고 있으며, 인접한 섬유들의 중심간 거리는 $2b$ 이고 섬유들의 중심을 잇는 선은 이 띠(Strip)의 중심선과 일치하며 단일층의 높이는 $2h$ 이다. 즉 2차원 띠형상을 갖는 단일층은 x 축 방향과, 지면에 수직인 z 축 방향으로 무한히 연장되어 있는 평면 변형률상태(Plane Strain State)에 놓여 있다고 가정한다.

또한 단일층내부에는 잔류응력이 없고, 기지와 섬유의 재질은 균질 등방성 재질(Homogeneous and Isotropic Material)이라고 가정한다. 본 연구의 대상인 단일층내의 전체응력 및 변형분포상태는 단일층내 섬유의 주기적 배열과 기하학적 대칭성으로 인해 국부지역인 Fig. 1(b)의 사각형 ABCD내의 응력 및 변위 분포가 구해지게 되면 모두 결정될 수 있다. 이점은 수치해석 방법의 일종인 경계요소법의 적용을 용이하게 한다. 사각형 ABCD를 기본셀(Basic Cell)이라 부르면 Fig. 1(b)는 기본셀의 경계면에서의 경계조건 및 크기를 보여준다. 여기서 θ 는 면 \overline{AB} 에서부터 반시계방향으로 증가하는 각도를 표시하는 극좌표이고 c 는 기본셀의 경계층이 균열을 갖는 경우 균열의 길이이다. 단일층의 기하학적 대칭성 및 대칭 하중조건으로부터 기본셀의 경계면 상에서의 전단응력 성분은 없어진다. 또한 x, y 좌표계가 점 A에 위치하는 경우 면 \overline{AB} 상에서 y 방향으로의 변위 v 와 면 \overline{DA} 상에서 x 방향으로의 변위 u 는 없는 것으로 가정할 수 있다. 점 A에 x, y 좌표계를 놓으면 기본셀의 각 경계면에서의 조건식은 다음과 같이 표현된다.

$$x \in \overline{AB}; t_x=0, v=0 \quad \dots\dots\dots (1a)$$

$$x \in \overline{BC}; t_y=0, u=C \quad \dots\dots\dots (1b)$$

$$x \in \overline{CD}; t_x=0, t_y=0 \quad \dots\dots\dots (1c)$$

$$x \in \overline{DA}; t_y=0, u=0 \quad \dots\dots\dots (1d)$$

여기서 굵은 대문자 x 는 점(x, y)를 의미하며 u, v 와 t_x, t_y 는 각각 x 와 y 방향으로의 변위 및 트래クション(Traction) 성분이다.

기본셀의 경계면에서 만족되어야 할 x 와 y 방향으로의 힘의 평형방정식은 각각 다음과 같다.

$$x\text{방향} : \int_{BC} t_x ds = h\sigma_0 \quad \dots\dots\dots (2a)$$

$$y\text{방향} : \int_{CD} t_y ds = 0 \quad (\text{식}(1c)\text{로부터 자동성립}) \quad \dots\dots\dots (2b)$$

섬유와 기지 사이에 어떤 미지의 강성값을 갖는다고 알려진 경계층은 두께가 없는 무수한 스프링들이 섬유의 경계면을 따라 섬유의 반경 및 접선 방향으로 배열되어 있는 것으로 모델링하였으며, 이때 경계층에서의 섬유 및 기지면에서의 응력과 변위의 관계식은 아래와 같은 극좌표계로 표시될 수 있다.

$$-t_r^m = t_r^f = k_r(u_r^m - u_r^f) \quad \text{if} \quad -t_r^m = t_r^f > 0 \quad \dots\dots\dots (3a)$$

$$-t_r^m = t_r^f \quad \text{and} \quad u_r^m - u_r^f \quad \text{if} \quad -t_r^m = t_r^f \leq 0 \quad \dots\dots\dots (3b)$$

$$-t_\theta^m = t_\theta^f = k_\theta(u_\theta^m - u_\theta^f) \quad \dots\dots\dots (3c)$$

여기서 극좌표계의 중심은 섬유의 중심 A에 위치하며 t_r 과 t_θ 는 각각 경계층(Interphase Layer)에서의 반경방향 및 접선방향으로의 트래クション이다. 상첨자 'm'과 'f'는 각각 기지와 섬유에서 정의되는 양(Quantity)임을 표시하며 스프링상수 k_r 과 k_θ 의 무차원화된 양 k_1 과 k_2 는 다음과 같이 정의된다.

$$k_1 = \frac{k_r a}{\mu^m} \quad \dots\dots\dots (4a)$$

$$k_2 = \frac{k_\theta a}{\mu^m} \quad \dots\dots\dots (4b)$$

여기서 μ^m 은 기지의 전단계수이고 a 는 섬유의 반경이다.

경계층에서 만족되어야 할 조건식(3)은 경계층에 손상이 전혀없는 경우에 적용되며 만약 경계층의 분리(Disbonds)나 항복(Failure)등에 기인된 경계층의 균열(Flaw) 등의 결함이 존재하는 경우에는

손상된 구간에 걸쳐 경계층 균열에 대한 다음과 같은 조건식이 추가적으로 만족되어야 한다.

$$t_r^m = t_r^f = t_\theta^m = t_\theta^f = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

이때 경계층이 완전결합상태($k_r = k_\theta = \infty$)인 경우에는 인장력을 받고 있는 경계층 균열 선단에서의 응력값들은 진동특이성(Oscillatory Singularities)의 특성[6~9]을 나타낸다고 잘 알려져 있다. 그러나 유연한 경계층 결합(즉 $k_r, k_\theta \ll \infty$)의 경우에는 경계층 균열선단에서 응력의 진동특이성이 없는 유한한 값을 갖음을 볼 수 있다.

3. 경계요소법

체적력(Body Force)이 작용하지 않는 균질 등방성재료의 2차원 탄성체에 대해 평형방정식 및 Betti의 Reciprocal Theorem을 적용하면 다음과 같은 경계방정식(Boundary Integral Equation)을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{2} u_i^m(\xi) = \int_{\Gamma^m} U_{ij}^m(x, \xi) t_j^m(x) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma^m} T_{ij}^m(x, \xi) u_j^m(x) d\Gamma(x), \quad x, \xi \in \Gamma^m \quad \dots\dots\dots (6a)$$

$$U_{ij}^m(x, \xi) = \frac{1}{8\pi\mu^m(1-\nu^m)} \left[(3-4\nu^m) \ln\left(\frac{1}{R}\right) \delta_{ij} + \frac{\partial R}{\partial x_i} \frac{\partial R}{\partial x_j} \right] \quad \dots\dots\dots (6b)$$

$$T_{ij}^m(x, \xi) = - \left[\lambda^m \frac{\partial}{\partial x_i} U_{ij}^m(x, \xi) \delta_{jk} + \mu^m \frac{\partial}{\partial x_k} U_{ij}^m(x, \xi) + \mu^m \frac{\partial}{\partial x_j} U_{ik}^m(x, \xi) \right] n_k(x) \quad \dots\dots\dots (6c)$$

여기서 Γ^m 은 물체를 적분 진행방향의 왼쪽으로 끼고 도는 방향으로 적분이 수행되는 기지의 경계를 표시한다. Kelvin의 기본 탄성해(Fundamental Elastic Solutions) 중 변위식인 $U_{ij}^m(x, \xi)$ 는 점 ξ 에 단위하중을 x_j 방향으로 작용시킬 때 점 x 에서의 x_i 방향의 변위를 표시하며 또한 $T_{ij}^m(x, \xi)$ 는 바깥방향으로 수직벡터 n 을 갖는 경계면에서의 상응하는 트래クション이다. R 은 작용점 ξ 와 측정점 x 사이의 거리이며 $n_k(x)$ 는 경계면에서 밖으로 향하는 수직벡터의 k 방향 성분이다. Lamè 상수 λ 는 전단계수 μ 와 Poisson의 비 ν 항으로 $\lambda = 2\mu\nu/(1-2\nu)$ 와 같이 표현된다. 또한 편의상 지수개념(Indicial Notation)을 도입하

여 $(x_1, x_2) = (x, y)$ 로 표현하였다.

식(6a)의 $u_i^m(\xi)$ 의 계수 $1/2$ 은 대상물질이 등방성이고 Γ^m 이 부드러운 곡면(Smooth Contour)일 때 얻어진 계수값이다. 한편 섬유와 매트릭스의 경계면을 따라 적분 될때의 경계적분 방정식은 다음과 같이 치환된다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i^m(\xi) = & \int_{\Gamma^f} U_{ij}^f(x, \xi) t_j^f(x) d\Gamma(x) \\ & - \int_{\Gamma^f} T_{ij}^f(x, \xi) u_j^f(x) d\Gamma(x), \\ & x, \xi \in \Gamma^f \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$

여기서 Γ^f 는 기본셀의 섬유부분의 경계를 표시하며 기본탄성해는 식(6b, 6c)에서 기지의 물성치를 섬유의 물성치로 대체함으로써 얻는다. 경계적분방정식(6)과 (7)에 대한 이산화과정(Discretization) 및 후처리연산은 참고문헌[10~11]에 상세히 언급되어 있으므로 본 논문에서는 이를 생략하였다.

4. 수치해석 및 결과

본 논문에서의 수치해석은 다음과 같은 물성치를 갖는 재료[12]에 대해 수행되었다.

기지(Al) : $\mu^m = 25.61 \text{ GPa}$, $\nu^m = 0.345$
 섬유(FP(Al_2O_3)) : $\mu^f = 157.9 \text{ GPa}$, $\nu^f = 0.2$

2차원 평면 변형률상태하의 기지와 섬유간의 경계층의 기지쪽에서의 접선 방향으로의 응력 $\sigma_{\theta\theta}^m$ 과 트랙션이 없는 자유면 \overline{CD} 에서의 접선방향으로의 응력 σ_{xx}^m 은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{\theta\theta}^m = \frac{\nu^m}{1-\nu^m} \sigma_r^m + \frac{2\mu^m}{a(1-\nu^m)} \left(u_r^m + \frac{\partial u_{\theta\theta}^m}{\partial \theta} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\sigma_{xx}^m = \frac{2\mu^m}{1-\nu^m} \frac{\partial u^m}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (9)$$

여기서 $\partial u_{\theta\theta}^m / \partial \theta$ 와 $\partial u^m / \partial x$ 은 수치미분법(Numerical Differentiation Method)으로 구할 수 있다.

경계층에서의 균열의 발생(Generation), 전파(Propagation) 및 정체(Arrest) 등의 현상을 설명 또는 이해하려면 임계 응력, 변형률, 또는 변형에너지밀도(Strain Energy Density) 파단조건식등의 적당한 임계파단조건식(Critical Failure Criterion)

의 도입이 필요하다. 본 논문에서는 스프링으로 모델화된 경계층에서 잘 정의되는 인장응력 및 전단응력의 영향을 동시에 내포하고 있는 변형에너지밀도 임계파단조건식을 사용하였으며, 그 식은 아래와 같다.

$$U = \frac{(t_r^f)^2}{2k_r} + \frac{(t_\theta^f)^2}{2k_\theta} \quad \dots\dots\dots (10)$$

여기서 경계층의 반경방향 트랙션은 그값이 인장을 받는 경우에만 식(10)에 적용되며 압축력을 받는 경우에는 반경방향의 스프링계수가 완전결합상태($k_r = \infty$)처럼 행동하므로 식(10)에는 영향을 주지 못하므로 이 경우 경계층에서는 전단응력에 의한 영향이 중요해진다. 본 논문에서는 경계층의 한 지점에서의 단위 면적당 변형에너지값(U)이 어떤 임계값(U^c)을 넘어설때 그 점에서 경계층이 분리되어 균열이 발생한다고 가정한다. 식(10)에 대한 결과는 편의상 다음과 같이 재정의하였다.

$$\bar{U} = U \mu^m / \sigma_o^2 = \frac{(t_r^f / \sigma_o)^2}{2k_1} + \frac{(t_\theta^f / \sigma_o)^2}{2k_2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

경계적분방정식 (6)과 (7), 경계조건식 (1, 3, 5) 및 평형방정식 (2)를 풀면 기본셀의 경계에서의 변위 및 트랙션값을 결정할 수 있다. 그리고 미지상수 C 를 결정하면 이 값으로부터 단일층의 x 방향으로의 상당변형률(Effective Strain) 및 상당탄성계수(Effective Young's Modulus)를 아래와 같이 표시할 수 있다.

$$\bar{\epsilon}_x = \frac{C}{b} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\bar{E}_x = \frac{C \sigma_o}{b} \quad \dots\dots\dots (13)$$

여기서 상수 C 는 사실상 경계층의 강성치, 단일층의 기하학적 형상, 구성물질의 물성치등의 영향을 내포하고 있고, σ_o 는 x 방향으로의 외부작용응력이다.

본 논문의 수치해석에서 기본셀의 높이 대 바닥쪽의 길이비(h/b)는 섬유의 배열이 정방형배열(Square Array)로 보강된 단일방향의 복합재료와 맞추기 위해 1로 놓았고 다양한 h/b 값에 대한 결과는 지면관계상 생략하였다. 섬유의 반경을 일정값 a 로 고정하고 기본셀의 높이와 바닥쪽의 길이를 증감시킴으로써 섬유의 부피가 전체 복합재료 부피에서 차지하는 비를 표시하는 섬유부피비(Fiber Volume

Ratio, V_f)를 0.1에서 0.7까지 변화시켰다. 이때 섬유부피비는 $V_f = \pi a^2 / 4bh$ 로 표시될 수 있다. 무차원화된 스프링 상수의 값 k 는 r 과 θ 방향의 값이 같다고 놓고 (즉 $k_1 = k_2 = k$)이 k 값을 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000 및 무한값등으로 변화시켜가고 이들 값의 변화에 따른 섬유-기지간 경계층 및 기본셀의 자유경계면에서의 변형에너지 또는 응력성분을 계산하였다. 경계요소로는 상수요소(Constant Element)를 사용하였으며 기본셀내의 섬유의 반지름 a 를 단위길이 $a=1$ 로 고정하면 섬유체적비 V_f 가 작아질수록 기본셀의 경계면길이가 증가하게 되는 일종의 가변경계면을 갖게 된다. 이때 기본셀내의 섬유경계층의 길이를 $N_{EF} = N_{FE} = 40$ 으로 나누어 등분시키고 나머지 외곽경계면들에 대해서는 다음과 같은 방법으로 등분하였다.

$\pi a/2 : N_{EF}$ = 외곽 경계면의 길이 : 외곽 경계면에서의 요소수

기본셀의 경계층이 균열을 내포하는 경우에는 균열길이를 c 로 놓고 이를 갯수가 \bar{c} 이고 길이가 $\pi a/(2N_{EF})$ 인 단위균열요소로 등분하였다. 경계요소법의 적용에 있어서 기본셀을 구성하는 기지와 섬유의 경계면을 분할하는 각 요소(Element)에서 구하고자 하는 미지수(Unknowns; u_x, u_y, t_x, t_y)들의 총합과 조건식 및 방정식들의 수가 최소한 같아야

Table 1. The number of unknown parameters and equations in the basic cell

Bound-aries	No. of Elements	No. of Unknowns	No. of Equations
Matrix(Γ^m):			
\overline{FB}	N_{FB}	$(u, t_y) 2N_{FB}$	(Eq. (6a)) $2N_{FB}$
\overline{BC}	N_{BC}	$(c, v, t_x) 2N_{BC}+1$	(Eq. (6a)) $2N_{BC}$
\overline{CD}	N_{CD}	$(u, t_y) 2N_{CD}$	(Eq. (6a)) $2N_{CD}$
\overline{DE}	N_{DE}	$(u, t_x) 2N_{DE}$	(Eq. (6a)) $2N_{DE}$
\overline{EF}	N_{EF}	$(u, v, t_x, t_y) 4N_{EF}$	(Eq. (6a)) $2N_{EF}$, (Eq. (3)) $2N_{EF}$, (Eq. (2a)) 1
Fiber(Γ^f):			
\overline{FE}	N_{FE}	$(u, v, t_x, t_y) 4N_{FE}$	(Eq. (7)) $2N_{EF}$, (Eq. (3)) $2N_{FE}$
\overline{EA}	N_{EA}	$(u, t_x) 2N_{EA}$	(Eq. (7)) $2N_{EA}$
\overline{AF}	N_{AF}	$(u, t_y) 2N_{AF}$	(Eq. (7)) $2N_{AF}$

원하는 수치해를 얻을 수 있다. Fig.1(b)의 기본셀을 구성하는 기지부분과 섬유부분의 경계면 Γ^m 과 Γ^f 는 각각 $\Gamma^m = \overline{FB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF}$ 와 $\Gamma^f = \overline{FE} + \overline{DE} + \overline{AF}$ 로 구성되어 있다. 이들 직선 또는 곡선 $\overline{FB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}$ (또는 $\overline{FE}, \overline{DE}, \overline{AF}$)들이 각각 $N_{AB}, N_{BC}, N_{CD}, N_{DE}, N_{EF}(=N_{FE}), N_{DE}, N_{AF}$ 개의 요소갯수로 분할된다면 Table 1에서 보는바와 같이 기지 및 섬유의 경계에서 미지수의 갯수와 방정식의 갯수가 같음을 알 수 있다.

4-1. 경계층에 결함이 없는 경우

손상이 없는 단일층의 기본셀에 대해 기지부분의 자유면 \overline{EF} 와 내부의 경계면 $\overline{BC}, \overline{DC}, \overline{AD}$ 상에서의 응력성분을 계산하였다. Fig.2는 경계층이 $k=0.1$ 의 결합상태일 때 V_f 의 변화에 따른 응력 및 변형에

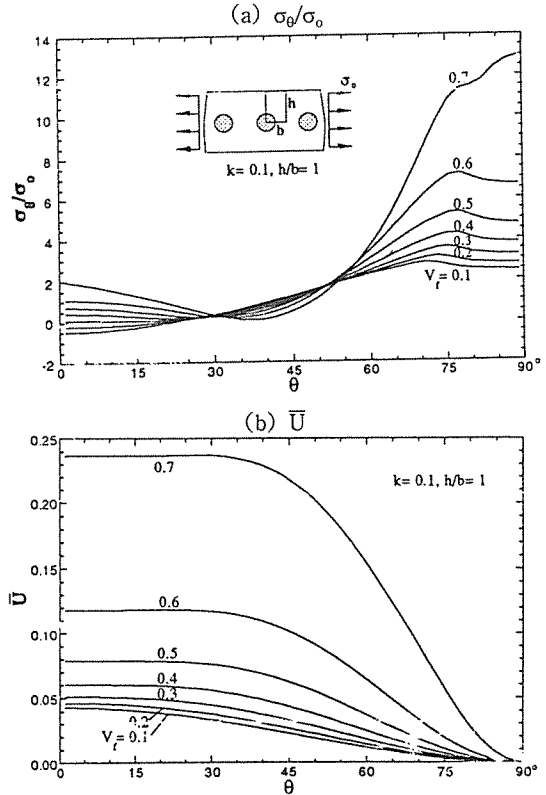


Fig. 2. Stress and/or strain energy density at the boundaries of the basic cell for various V_f ($k=0.1, h/b=1$).

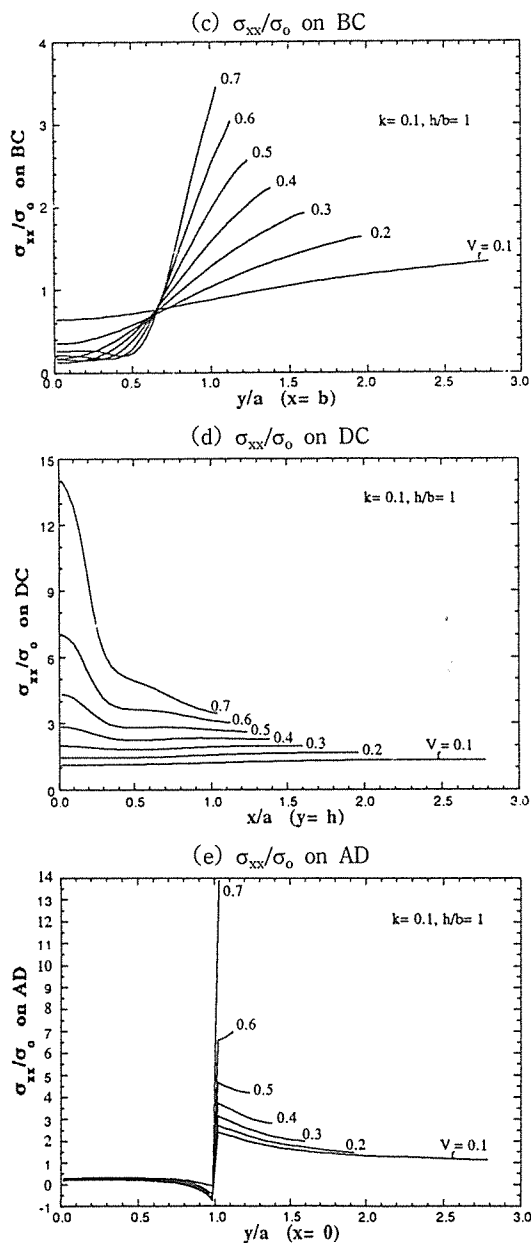


Fig. 2. (Continued)

너지의 변화를 나타낸다. Fig.2(a)는 경계층의 기지부에서의 접선방향응력 σ_m^0 의 최대값이 발생하는 위치가 V_f 가 증가할수록 $\theta = 75^\circ$ 부근에서 $\theta = 90^\circ$ 방향으로 이동하며, Fig.2(b)에서는 경계층에서의 변형에너지의 최대값은 항상 $\theta = 0^\circ$ 에서 그리고 V_f 가

크면 클수록 그값이 증가함을 보인다. 이로부터 경계층균열은 하중작용 선상에 있는 $\theta = 0^\circ$ 부근에서 처음 형성될 수 있음을 알 수 있다. Fig.2(c), 2(d), 2(e)는 각각 V_f 에 따른 각면 \overline{BC} , \overline{DC} , \overline{AD} 상에서의 σ_{xx}^m 값을 나타낸다. \overline{BC} 면상에서 σ_{xx}^m 의 최대값은 자유면상의 점 C에서 발생하며 V_f 가 0.1에서 0.7로 증가함에 따라 점 C에서의 최대값이 증가한다. 한편 자유면 \overline{DC} 상에서의 접선응력 σ_{xx}^m 값은 V_f 가 증가함에 따라 증가하며 V_f 가 0.1에서 0.3까지는 각각의 경우에 σ_{xx}^m 값은 거의 일정하게 분포하나 V_f 가 0.4 이상에서는 그 최대값이 점 D에서 발생함을 관찰할 수 있다. 경계층을 포함하는 면 \overline{AD} 상에서의 σ_{xx}^m 의 최대값은 경계층의 기지부상의 점 E에서 발생하며 V_f 가 커짐에 따라 그값도 증가하게 된다. 기본셀의 경계면에서의 x방향응력 σ_{xx}^m 의 최대값이 발생하는 위치는 V_f 가 0.1에서 0.7로 증가하면 섬유의 정점과 만나는 기지부의 점 E 부근에서 정점위 자유면상의 점 D로 이동한다. 경계층에서의 접선방향응력 σ_m^0 과 경계면상에서의 σ_{xx}^m 값들을 서로 비교하면, 경계층의 결합이 약하고 V_f 가 작으면 기지부의 균열은 단일층내부의 섬유정점 E근처에서 발생할 가능성이 있음을 유추할 수 있다. 이와달리 경계층의 결합이 약하고 V_f 가 크면 자유면상의 점 D부근에서 기지부 균열이 발생할 가능성이 커짐을 관찰할 수 있다.

한편, 경계층의 결합이 완전한상태($k = \infty$)인 경우의 각 경계층 및 경계면에서의 응력분포는 Fig.2에서 보는 바와같이 약한 결합의 경우와는 상이한 경향을 나타낸다는 것을 Fig.3에서 볼 수 있다. 즉 경계층의 기지부에서의 접선방향응력 σ_m^0 의 최대값이 하중작용선상에 있는 $\theta = 0^\circ$ (점 F)에서 발생하며 그 크기는 V_f 가 증가할수록 커지게 된다. Fig.3(a)를 Fig.2(a)의 약한 결합의 경우와 비교하면 응력 집중이 완화되어 접선방향의 응력집중계수가 1보다 작아짐을 관찰할 수 있다. Fig.3(b), 3(c), 3(d)는 각각 V_f 에 따른 각면 \overline{BC} , \overline{DC} , \overline{AD} 에서의 σ_{xx}^m 값을 나타낸다. 모든 V_f 값에 대해 \overline{BC} 상에서의 σ_{xx}^m 의 최대값은 섬유들의 중심 사이에 놓인 점 B에서 존재하며 그 값은 V_f 가 증가할수록 증가하는 경향을 나타낸다. 한편 \overline{DC} 에서는 $V_f = 0.1$ 일때 점 D에서 σ_{xx}^m 의 최대값이 발생하나 V_f 가 커짐에 따라 그값이

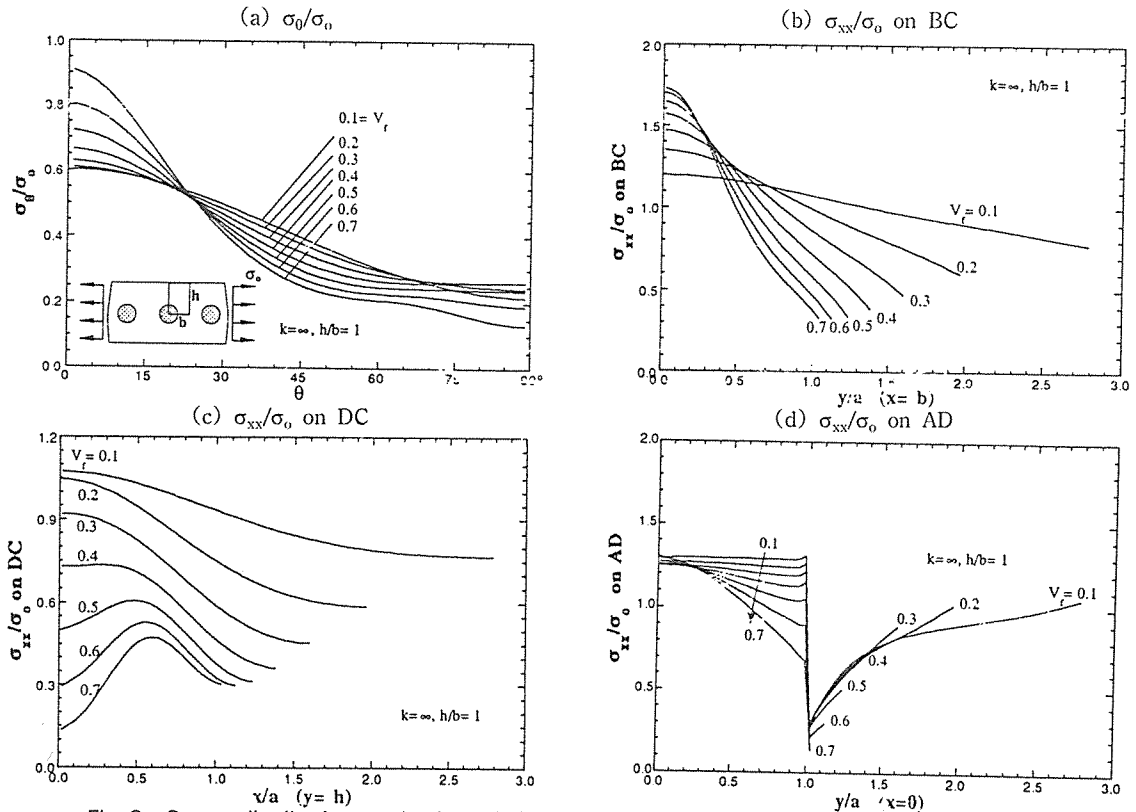


Fig. 3. Stress distribution at the boundaries of the basic cell for various V_f ($k=\infty$, $h/b=1$).

작아지고 최대값의 위치는 자유면 \overline{DC} 의 중간부근인 $x=0.6a$ 부근으로 이동하게 된다. \overline{AD} 상에서는 섬유 중심점 A에서 σ_{xx}^m 의 최대값이 발생한다. 이와같은 사실로부터 경계층이 완전 결합된 경우에는 하중은 주로 섬유에 의해 전달됨을 추론할 수 있다.

Fig. 4는 k 와 V_f 의 변화에 따른 단일층 복합재료의 하중방향 상당탄성계수값의 변화를 나타낸다. 상당탄성계수는 V_f 가 0으로 갈수록 기지의 탄성계수값에 수렴하고 동일한 V_f 에서는 k 가 증가하면 커지는 경향을 보인다. $k \geq 10$ 의 상대적으로 큰 결합인 경우 V_f 가 증가하면 상당탄성계수는 증가하나 $k \leq 1$ 의 결합인 경우 V_f 가 증가해도 상당탄성계수는 감소하는 경향을 나타낸다. 즉 $k \leq 1$ 의 결합인 경우에는 하중의 전달은 섬유부분 보다는 기지에 의해 전달됨을 알 수 있다.

Fig. 5는 V_f 를 0.4로 고정시키고 k 값의 변화에 따른 각 경계면에서의 응력 또는 변형에너지의 변

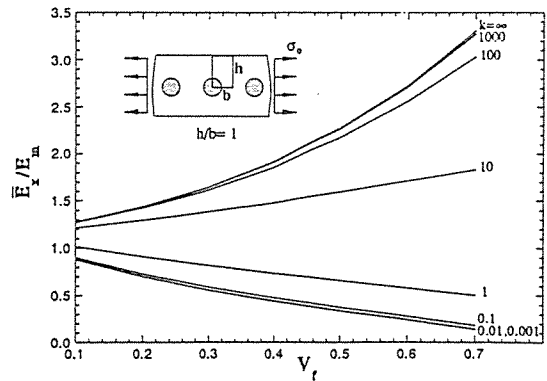


Fig. 4. Effective Young's modulus as a function of V_f in the x direction of a single ply composite for various k .

화를 나타낸다. Fig. 5(a)에서 보듯 경계층의 기지 부에서의 접선방향응력 σ_θ^m 의 최대값은 $k=1$ 이하의 결합인 경우 $\theta=75^\circ$ 부근에서 존재하며, $k=10$ 이상에서는 $\theta=0^\circ$ 부근에서 발생하나 그 크기는 전자에

비해 상대적으로 아주 작다. Fig.5(b)는 동일한 k 값에 대해 최대 변형에너지가 하중방향인 $\theta=0^\circ$ 에서 발생하고 $k=1$ 일때 그값이 최대임을 보여준다. Fig.5(c),5(d),5(e)는 각각 면 \overline{BC} , \overline{DC} , \overline{AD} 에서의 σ_{xx}^m 값을 나타내며, 면 \overline{BC} 상에서는 $k=10$ 이상의 경계층결합인 경우 점 B에서 최대값을 보이며 k 가 1 보다 작아지는 경우에는 그 최대값이 자유면상의 점 C로 이동하게 된다. 또한 \overline{DC} 상에서는 k 가 작아질수록 σ_{xx}^m 값은 증가하며 각각의 최대값은 점 D에서 발생한다. \overline{AD} 면상에서는 경계층의 결합이 $k \geq 10$ 으로 커질수록 섬유부분의 하중전달역할이 증대되어 섬유부의 중심부 A에서 σ_{xx}^m 값이 가장 크며 기본셀의 모든 경계면에서 가장 큰 응력값은 섬유의 중심에서 발생함을 비교 확인할 수 있다. 반면에 $k \leq 1$ 인 결합인 경우에는 하중은 주로 기지부에 의해 전달되어 σ_{xx}^m 의 최대값은 경계층의 기지부상의 점 E에서 발생하며 기본셀의 모든 경계면에서 가장 큰 응력값은 경계층의 기지부상의

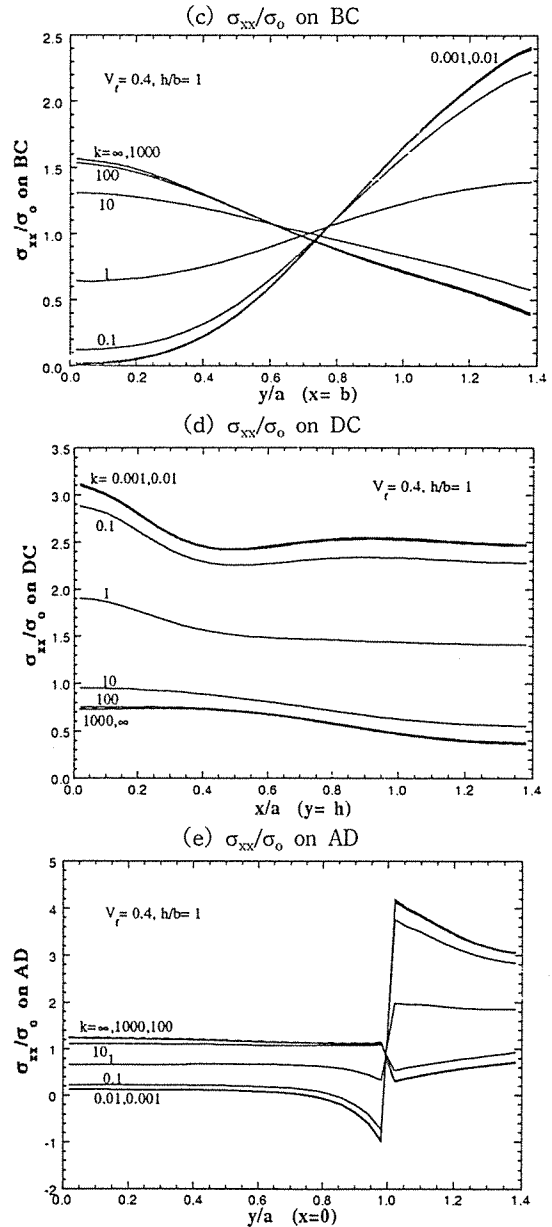
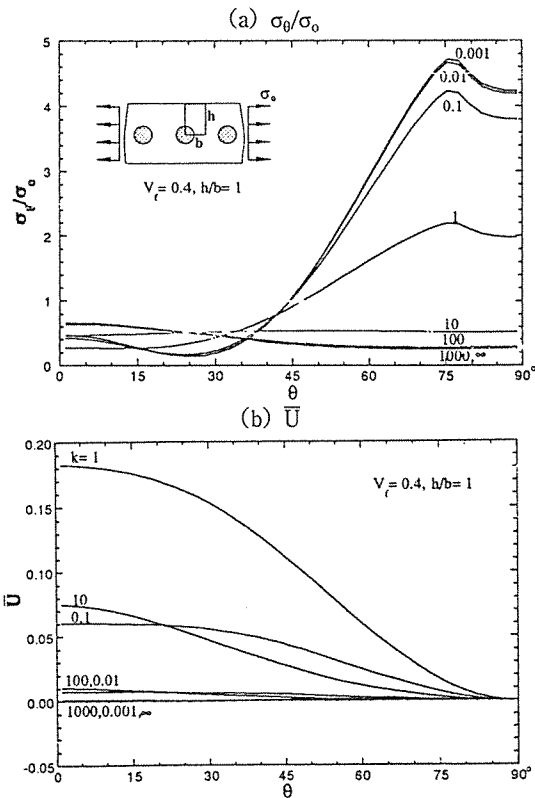


Fig. 5. Stress and/or strain energy density at the boundaries of the basic cell for various k ($V_f=0.4$, $h/b=1$).

$\theta=75^\circ$ 부근에서 발생함을 확인할 수 있다.

4-2. 경계층에 결함이 있는 경우

기지-섬유간 경계층에 길이 $2c$ 인 균열이 $-\theta_c \leq$

$\theta \leq \theta_c$ 와 $180^\circ - \theta_c \leq \theta \leq 180^\circ + \theta_c$ ($0^\circ < \theta_c \leq 90^\circ$)에 걸쳐 존재하는 경우 기본셀의 기지부분의 경계면과 내부 경계층의 기지상에서의 응력성분 또는 변형에너지를 계산하였다. Fig. 6은 $k=10$ 인 결합인 경우에 대해 균열길이 c 의 변화에 따른 응력 및 변형에너지의 변화를 나타낸다. 여기서 $\bar{c} = 0$ 은 균열이 없는 경우에 해당되며, \bar{c} 는 요소길이가 $0.03927a$ 인 길이 c 의 경계층균열을 이루는 단위균열요소의 갯수를 의미한다. Fig. 6(a)의 $V_f=0.4$, $k=10$ 인 경우 경계층의 기지부에서의 접선방향응력 σ_θ^m 을 표시하며 균열길이 c 가 크면 클수록 균열선단에서 가장 큰값을 보이며 기지부의 균열발생은 균열선단에서 발생할 가능성이 있음을 의미한다. Fig. 6(b)는 경계층에서의 변형에너지는 균열선단에서 최대값을 보이며 균열 길이가 크면 클수록 그값이 증가하며, 이는 경계층의 균열성장은 균열길이 c 에 대해 불안정상태(Unstable State)에 있음을 나타낸다. Fig. 6(c)는 면 \overline{BC} 에서의 x 방향응력

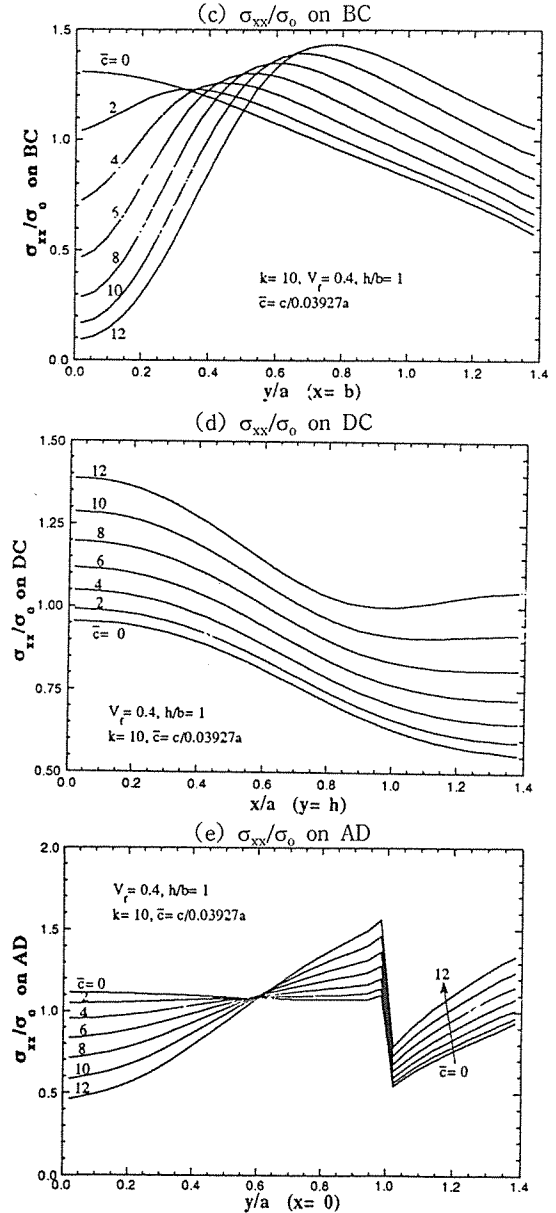
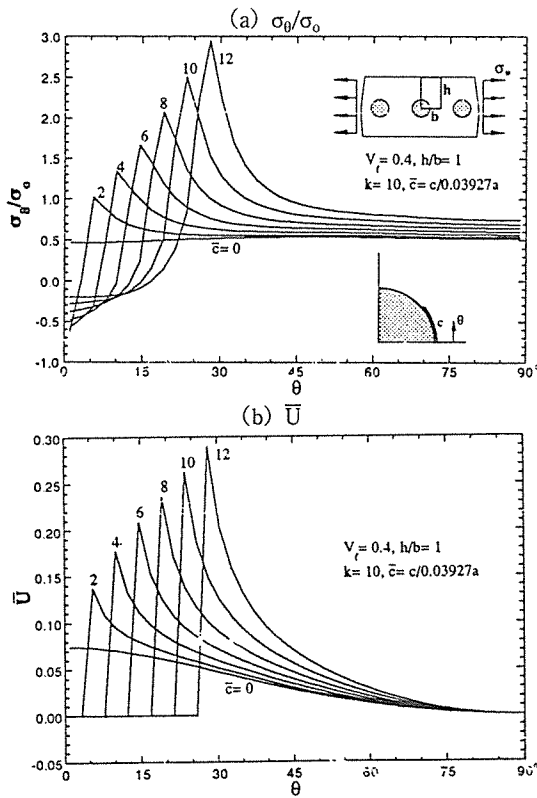


Fig. 6. Stress and/or strain energy density at the boundaries of the basic cell for various \bar{c} ($V_f=0.4$, $k=10$, $h/b=1$).

σ_{xx}^m 은 균열 길이가 커짐에 따라 $y=0$ 에서 $y=0.75a$ 부근의 자유면쪽으로 이동하며 그 값이 $1.36\sigma_0 \sim 1.45\sigma_0$ 범위에서 약간씩 증가함을 나타낸다. 한편 자유면 \overline{DC} 에서의 x 방향응력 σ_{xx}^m 은 Fig. 6(d)에서

보통이 균열길이 c 가 커짐에 따라 \overline{DC} 상의 전구간에서 조금씩 증가하며 그 최대값은 섬유부의 정점에 수직한 곳에 놓인 점 D에서 발생한다. Fig. 6(e)는 면 \overline{AD} 상에서의 x방향응력 σ_{xx}^m 을 보여주며 경계층의 결합이 $k=10$ 인 경우에는 외부하중은 섬유부로 더 많이 전달되고 균열길이가 커지면 섬유의 정점 E에 응력이 집중하며 또한 기지부에서의 하중전달능력은 균열길이가 커짐에 따라 증가함을 보여준다.

Fig. 7은 경계층의 결합이 $k=0.1$ 인 경우 기본셀에서 응력분포 또는 변형에너지지를 나타낸다. 각 면에서의 응력분포는 균열이 없는 경우와 거의 유사하며 이는 $k=0.1$ 인 결합에서는 경계층내 균열의 영향이 거의 없음을 보여준다. Fig. 7(a)는 경계층의 기지부에서의 접선방향응력 σ_θ^m 은 균열의 크기 c 와는 거의 관계없이 $\theta=75^\circ$ 부근에서 그 최대값이 존재하며 Fig. 7(b)는 균열선단에서 변형에너지가 최

대값을 갖지만 균열길이에 따른 변화가 작다는 것을 나타낸다. Fig. 7(c), 7(d), 7(e)에서 볼 수 있듯이 $k=0.1$ 인 경계층결합의 경우 x방향응력 σ_{xx}^m 의 최대값은 각각 \overline{BC} 상에서는 자유면상의 점 C에서, \overline{DC} 상에서는 점 D에서, \overline{AD} 상에서는 기지부상의 점 E에서 각각 최대값들이 발생하며 이중 가장 큰

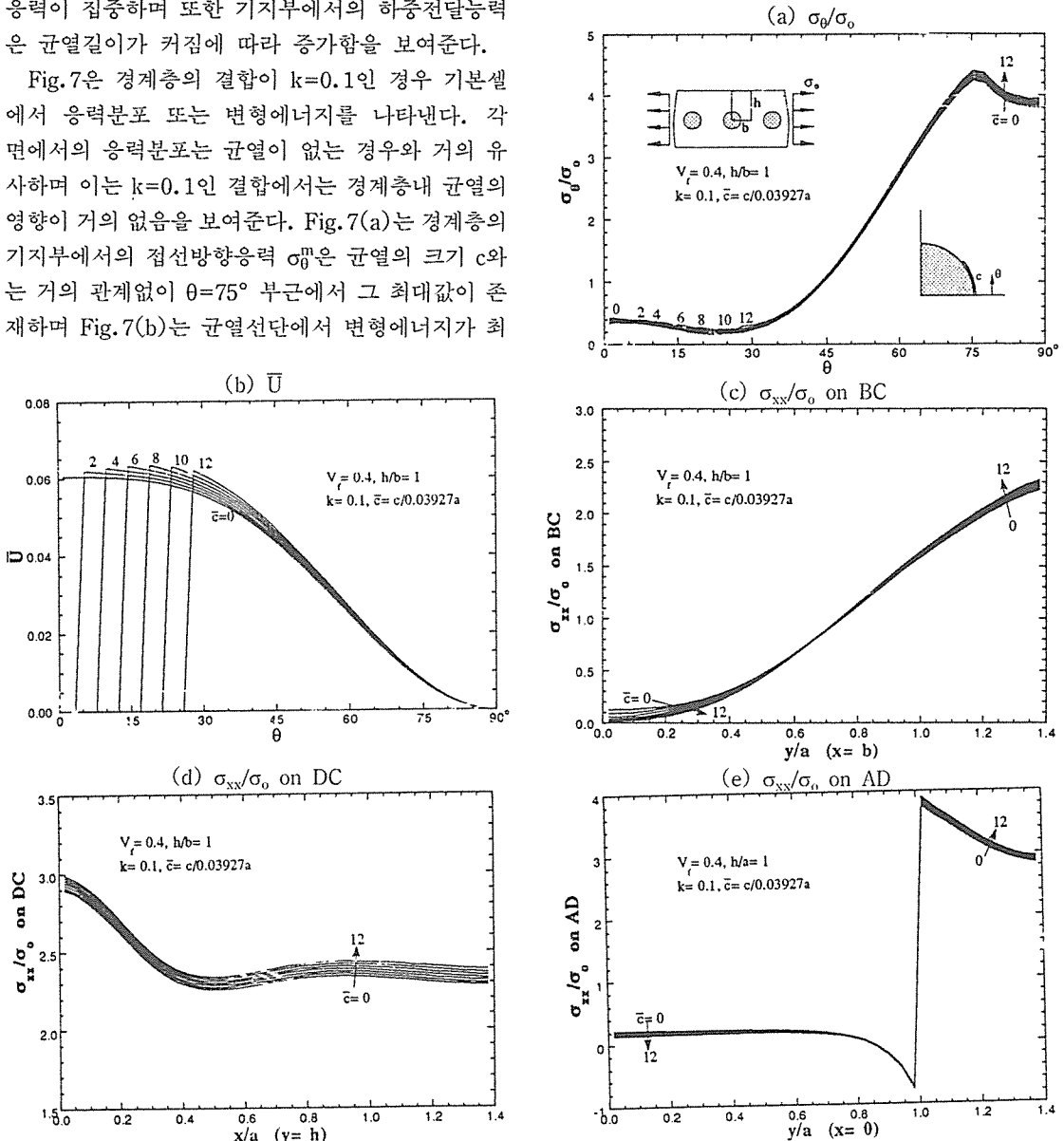


Fig. 7. Stress and/or strain energy density at the boundaries of the basic cell for various \bar{c} ($V_f=0.4$, $k=0.1$, $h/b=1$).

값은 기지부의 점 E에서 발생한다. 또한 외부하중은 주로 기지에 의해 전달됨을 Fig.7(e)에서 볼 수 있다.

5. 결 론

경계요소법을 이용한 단축 인장하중을 받는 단일층 복합재료의 경계층을 스프링으로 모델화한 기본셀의 응력해석에서 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 단일층 복합재료의 기계적 성질은 스프링으로 모델화된 경계층의 강성값에 매우 민감함을 볼 수 있었다.

2. 단일층 복합재료의 하중방향 상당탄성계수는 동일한 섬유체적비인 경우 경계층의 강성값이 증가할수록 증가하며, 또한 경계층의 강성값 k 가 10 이상의 결합 상태인 경우에는 섬유체적비가 증가하면 상당탄성계수는 증가하나 k 가 1이하의 결합에서는 감소하는 경향을 나타냈다.

3. 경계층에 균열이 존재하는 경우에는 경계층의 강성값 k 가 10이상의 결합 상태인 경우에는 균열 선단에서 최초의 기지부의 균열이 발생할 가능성이 높으나 k 가 1 이하의 결합에서는 경계층의 균열이 기지부의 균열발생에 미치는 영향은 작다.

참 고 문 헌

1. Adams, D.F. and Doner, D.R., "Transverse Normal Loading of a Unidirectional Composite," *Journal of Composite Materials*, Vol.1, 1967, pp.152-164.
2. Chen, P.E. and Lin, J.M., "Transverse Properties of Fibrous Composites," *Materials Research & Standards*, August, 1969, pp.29-32.
3. Achenbach, J.D. and Zhu, H., "Effect of Interfacial Zone on Mechanical Behavior and Failure of Fiber-Reinforced Composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.37, 1989, pp.381-393.
4. Achenbach, J.D. and Choi, H.S., "Matrix Cracking and Interphase Failure in Fiber Composites," *Local Mechanics Concepts for Composite Material Systems*, IUTAM Symposium, Blacksburg, VA, 1991, Springer-Verlag, Reddy, J.N. and Reifsnider, K.L., eds., 1992, pp.149-163.
5. Hashin, Z., "Thermoelastic Properties of Fiber Composites with Imperfect Interface," *Mechanics of Materials*, Vol.8, 1990, pp.333-348.
6. Williams, M.L., "The Stresses Around a Fault or Crack in Dissimilar Media," *Bulletin of Seismological Society of America*, Vol.49, 1959, pp.199-204.
7. Erdogan, F., "Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials with Cracks," *Journal of Applied Mechanics*, Vol.87, 1963, pp.403-410.
8. England, A.H., "A Crack between Dissimilar Media," *Journal of Applied Mechanics*, Vol.32, 1965, pp.400-402.
9. Rice, J.R. and Sih, G.C., "Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media," *Journal of Applied Mechanics*, Vol.32, 1965, pp.418-423.
10. Brebbia, C.A. and Dominguez, J., *Boundary Elements An Introductory Course*, Computational Mechanics Publications, 1989.
11. Kane, J.H., *Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics*, Prentice-Hall, Inc., 1994.
12. Takahashi, K. and Chou, T.W., "Transverse Elastic Moduli of Unidirectional Fiber Composites with Interfacial Debonding," *Metallurgical Transactions A*, Vol.19A, 1988, pp.129-135.