

## 요소 절단법을 사용한 섬유강화 복합재료의 대규모 통계적 체적 요소 모델 개발

박국진<sup>\*†</sup> · 신상준<sup>\*</sup> · 윤군진<sup>\*</sup>

### Development of the Big-size Statistical Volume Elements (BSVEs) Model for Fiber Reinforced Composite Based on the Mesh Cutting Technique

Kook Jin Park<sup>\*†</sup>, SangJoon Shin<sup>\*</sup>, Gunjin Yun<sup>\*</sup>

**ABSTRACT:** In this paper, statistical volume element modeling method was developed for multi-scale progressive failure analysis of fiber reinforced composite materials. Big-size statistical volume elements (BSVEs) was considered to minimize the size effect in the micro-scale, by including as many fibers as possible. For that purpose, a mesh cutting method is suggested and adapted into the fiber model generator that creates finite element domain rapidly. The fiber defect model was also developed based on the experimental distribution of the fiber strength. The size effects from the local load sharing (LLS) are evaluated by increasing the fiber inclusion in the micro-scale model. Finally, continuum damage mechanics (CDM) model to the fiber direction was extracted from numerical analysis on BSVEs. And it was compared with strength prediction from typical representative volume element (RVE) model.

**초 록:** 본 논문에서는 섬유강화복합재의 멀티스케일 해석을 위해 필요한 대규모/소규모 통계적 체적요소 모델을 개발하였다. 미시영역모델의 크기효과를 최소화하기 위해서 섬유를 최대한 포함한 거대모델을 구성하였다. 이를 위해 국부 영역의 요소 절단법을 이용하여 전체 유한요소 크기에 상관없이 신속한 격자 섬유/기지의 모델링이 가능한 요소생성기를 구성하였다. 이를 통해 대규모 통계 체적 모델을 도출하여 체적모델의 크기에 따른 국부하중 공유의 차이를 고찰하고, 섬유방향의 연속체손상역학모델을 BSVEs 모델 해석으로부터 도출 하였다. BSVEs 모델을 보편적인 RVE모델과 비교 검증하였다.

**Key Words:** 멀티스케일 해석(Multi-scale analysis), 격자절단법(Mesh cutting method), 통계적체적요소(Statistical volume elements), 연속체손상역학(Continuum damage mechanics), 점진적파손해석(Progressive failure analysis)

## 1. 서 론

복합재료는 1930년대의 유리섬유 복합재료의 개발 이래 보편화되어 현재는 기계, 항공, 토목 등 다양한 분야의 구조물에 사용되고 있다. 높은 비 강성과 비 강도를 가지므로

항공우주분야에 적극적으로 활용되어 왔으며, 이에 따라 복합재료의 해석적 특성에 대한 관심도 커지고 있다[1,2].

섬유 강화 복합재료의 해석은 체적기반혼합기법(rule of mixture, ROM)나 Hashin-Rosen[3]과 같은 해석 식이나 Halpin-Tsai[4]와 같은 준 실험식을 통해 계산되었다. 2000년

Received 8 June 2018, received in revised form 15 August 2018, accepted 26 August 2018

<sup>\*</sup>Department of Mechanical & Aerospace Engineering

<sup>\*†</sup>Department of Mechanical & Aerospace Engineering, Corresponding author (E-mail: rinoa321@snu.ac.kr)

대 이후에는 유한요소법을 사용한 전산 균질화(computational homogenization) 기법이 주로 이용되어 재료의 강성 예측에 사용되어 왔다.

근래에는 섬유 및 입자 강화 복합재료의 강도 및 강성 해석을 위하여 멀티스케일 해석적 접근 방법이 시도되고 있다[5]. 이는 강성 및 재료 비선형성 예측에 대한 정확도를 향상시키며 섬유 파단, 기지 크랙, 섬유와 기지 경계면 분리 등 현실적인 복합재료의 미시역학적 파손 모드를 고려함으로써 복합재료의 강도예측에도 유용하게 사용될 수 있다[6-8]. 미시역학파손(Micro Mechanics of Failure, MMF)[9]이나 변형률불변량파손이론(Strain Invariant Failure Theory, SIFT)[10] 등의 방법은 미시영역의 대표체적요소(representative volume element, RVE)를 구성하여 파손 지수(failure index)를 계산한다. 거시 영역과 미시영역 사이를 증폭계수(amplification factor)로 연결한다.

MMF의 적용을 위해 섬유 강도를 이용해야 하는데, 미시영역 강도의 시험값을 이용하면 라미나 강도가 과대평가되는 문제점이 있다. Table 1은 탄소섬유강화복합재료인 Hexcel사의 IM7/8552의 섬유 방향 라미나 강도( $X_t$ )를 섬유 강도  $T_f$ 와 기지 강도  $T_m$ 을 통해 혼합법칙이나 MMF로 계산했을 경우와 거시영역 시험 결과로 얻어 냈을 때의 차이를 보여준다. IM7/8552 재료 물성을 미시영역부터 유도한 것과, IM7/8552로부터 역 계산하여 얻어 진 미시영역 재료물성간에는 상당한 차이가 나타난다[8].

이러한 문제점을 개선하기 위해 미시영역 섬유 및 기지의 강도는 라미나의 단층 시험 결과로부터 역 계산하여 사용한다. 이 방법은 적층 복합재의 멀티스케일해석 강도 예측 정확도를 향상시켜 주지만 미시영역 강도의 물리적 의미가 상실된다[6].

따라서 거시영역 재료 물성을 추측하기 위해 거시영역 시험결과가 요구되는 모순이 생기며, 동일한 재료로 새로운 복합적층판을 구성할 때마다 매번 가상의 미시영역 물성을 생성해야 하는 문제점이 있다. 이를 개선할 수 있는 방법으로는 최근에 강조되고 있는 섬유 정렬의 불규칙성이나 다공성[11] 등을 감안한 통계체적요소(statistical volume elements, SVE)[12-15]를 도입하는 방법이 있다.

SVE로 균질화 기법을 적용하면 모델의 크기에 따라 균질화 물성이 다르게 나타날 수 있고 동일한 재료에 대해 국부 영역에 따라 상이한 재료 물성을 가지는 경우도 나타난다[15]. 거시영역 시편을 대표할 수 있는 대규모 통계적 체적 요소(big-size statistical volume elements, BSVEs)도 구성할 수 있지만, 미시영역 대표 모델로 사용하기에는 모델링에 많은 시간이 소요되며 미시영역/거시영역간의 물성의 관계도 구성하기 어렵다. 이를 보완하기 위해 소규모 통계체적요소(small statistical volume elements, SSVEs) 모델을 구성하여 사용한다[14]. 적절한 크기의 SVE 선정을 위해선 통계적 판단이 요구되며 한번의 BSVEs의 모델링으로 다수

**Table 1.** Comparison of ply-derived and constituent-derived tensile strength of IM7/8552[8]

Material Properties	Test		Numerically-Analyzed Properties	
	Constituent level	Ply-level	Back-out Calculated from ply	ROM from Constituent level
$T_m$	120.66	-	31.39	-
$T_f$	5480	-	4934.6	-
$X_t$	-	2500	-	3046

의 SSVEs를 확보할 수 있지만 섬유의 불규칙 배열, 미시영역 결합 등이 모델링 되어도 미시영역 크기 효과 문제에 중간 영역(meso-scale) 등을 도입해야 한다.

이러한 문제로 지금까지의 멀티스케일 해석은 미시영역의 통계적 처리를 하여 재료 물성에 간접적으로 반영하는 제한적인 연구만이 진행되었다[15].

멀티스케일 해석에 사용할 수 있는 BSVEs와 그 부분집합으로 구성하는 SSVEs의 생성을 위해서는 대규모의 섬유/기지 모델을 생성하는 알고리즘이 필요하다. 3차원의 체적 모델 생성을 위해 자동격자생성 알고리즘을 이용하면 사면체 요소나 육면체 요소를 사용해야 한다. 사면체는 2차 이상의 요소를 사용하여야 하므로 모델의 자유도가 지나치게 커지게 되므로 BSVEs 구성에 적합하지 않다. SVE를 실용적으로 멀티스케일 해석에 활용하기 위해서는 최소한의 자유도로부터 효율적으로 모델링하여 육면체 요소로 구성하는 것이 적절하지만 수천 개의 섬유가 포함된 SVE 생성을 위한 육면체 자동격자생성알고리즘은 구성하기 어렵다. 따라서 효율적으로 모델을 생성하는 방법을 모색할 필요가 있다.

기존의 3차원 SVE[12]는 불규칙 섬유 배열의 종 방향 및 횡 방향 강성을 예측하기 위해 주로 사용되어왔으나 복합재료의 초기 강성은 배열에 상관없이 거의 균일한 예측 결과를 보이므로 기존의 방법들에 비해 유의미한 차이는 없다. 섬유 배열 방식에 따른 차이는 국부하중공유의 차이를 유발하므로 초기 강성보다는 강성저하모델 개발에 이용될 수 있다.

따라서 본 연구에서는 효율적으로 대량의 섬유 다발이 포함된 단면을 모델링하여 구성할 수 있는 3차원 SVE를 개발하였다. 자체적으로 개발한 요소 절단 알고리즘을 이용하여 1개부터 최대 1600여 개의 섬유가 포함된 SVE를 생성할 수 있는 미시영역 모델 생성기를 구현하였다. 이를 통해 다양한 크기의 SVE와 RVE를 포괄하는 체적요소생성기를 구성하였다. 강성저하모델은 IM7 섬유 가닥의 파단(breakages)을 문헌의 시험 값을 근거로 하여 Weibull 분포로 구성하였고, 이를 3차원 SVE의 섬유 결합 모델로 활용하였다. 나아가 국부 영역의 섬유 파단 이후 강성저하 모델을 제시하여

멀티스케일 연속체손상역학 모델을 구성한다. 충분히 큰 BSVEs까지 모델링하여 섬유가닥의 파단에 의한 국부하중 공유의 미시영역 크기 효과가 사라짐을 확인하였고, 거시 영역과 미시영역의 물성을 연결시키는 SVE 기반의 CDM 모델의 방향을 제시하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 SVE 및 불규칙섬유배열 모델

섬유강화복합재료는 물리적 혼합물이다. 따라서 기계적 거동이 복합재료를 구성하고 있는 섬유 및 기지의 재료 물성, 그리고 각 요소 부피 비율에 크게 의존한다. 이를 혼합 법칙이나 RVE모델로부터 특성을 유도할 수 있다. 그러나 강도 예측은 섬유의 배열 및 복합재료의 결합 모델에 따른 차이를 미시영역 모델 구성 시에 고려해야 한다. 단위 셀 RVE의 경우 주기적 경계조건을 이용하므로 반복패턴으로 구성이 가능한 배열을 사용한다. 사각배열이나 육각배열은 섬유의 길이 방향 강성 예측에 있어서 시험 값과 1~3% 내외의 차이를 보이고 실험 결과와도 대체로 일치한다[9]. 반면 섬유 수직방향 강성 및 전단 강성은 재료에 따라 10%까지도 차이가 발생한다. 나아가 강도는 해석과 실험 결과가 5%에서 20%에 이를 정도로 오차가 크다[1]. 이와 같은 차이는 동일 외력 하에서 섬유 배열에 따라 하중 경로가 바뀌게 되면 최대 응력이 발생하는 위치와 그 크기가 변하기 때문이다.

Fig. 1은 X-ray CT로 촬영된 복합재료 적층판의 단면 이미지이다. 이와 같이 실제 복합재료를 관찰하면 정렬 격자와는 상이한 분포를 가지므로 정확한 강도 예측을 위해서는 현실적인 체적 모델을 선정할 필요가 있다. 섬유 강화 복합재료의 하중 전달은 대부분 섬유가 담당하므로 복합재료 시편의 강도 또한 섬유 강도에 크게 의존하게 된다. 섬유 강도는 Weibull 분포를 가지는 것으로 알려져 있으며 [16,17], 초기 파단이 일어나거나 초기 섬유 결함(fiber defect)이 존재하는 경우 파손된 섬유의 인접 섬유로 국부하중공유(local load sharing, LLS)가 발생한다[18]. 이때 체적 모델의 섬유 배열에 따른 평균 인접 섬유의 수 및 평균 섬유 거리에 따라 초기 파단 이후 거동이 결정되므로 강도 해석에 유의미한 영향을 준다. 이러한 점을 고려하여 통계적 체적 모델을 생성하여야 하며, 충분히 많은 양의 섬유가 포함된

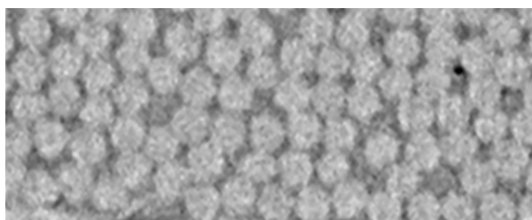


Fig. 1. X-ray CT Image of fiber-reinforced composite

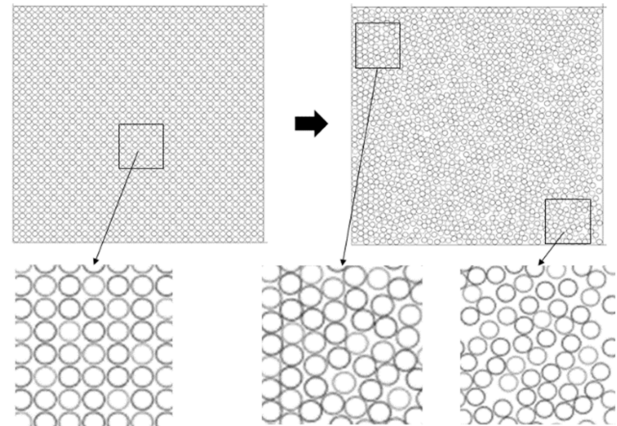


Fig. 2. Before and after the dynamic simulation of  $40 \times 40$  fiber bundles

모델을 구성하여야 한다.

본 연구에서는 다 물체 동역학을 이용하여 랜덤 섬유의 모델 생성기를 구현하였다. 각 섬유의 단면은 원형으로 가정하여, 생성하고자 하는 개수의 섬유를 생성한 후, 임의의 속도를 발생시킨다. 섬유 간 충돌이 발생하는 경우 반발력에 따라 튕겨 나가도록 구성하여야 하므로, 접촉알고리즘을 적용한 동역학 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 2은 섬유 체적비가 0.6이며 섬유 4000개가 포함된 사각 배열 복합재료 모델의 시간에 따른 배열의 변화를 도시한 것이다. 충분한 시간이 지나면 배열의 규칙성이 사라진다. 국부적인 섬유의 집중이 관찰되며, 섬유 밀도가 낮은 곳에서는 불규칙 배열이, 높은 곳에서는 육각 배열이 부분적으로 형성되는 것을 확인할 수 있다.

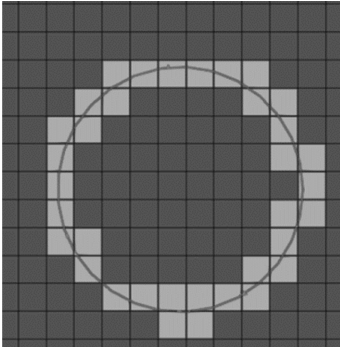
$2 \times 2$  및  $4 \times 4$ 의 소규모 모델에서는 이러한 점이 거의 나타나지 않으므로  $1 \times 1$ (RVE)부터  $40 \times 40$ (BSVEs)의 모델까지 다양하게 모델을 구성하도록 한다.

### 2.2 요소 절단 법을 이용한 BSVEs와 SSVEs 구성

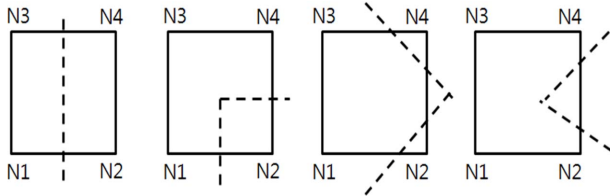
대규모 섬유의 유한요소 모델링을 위해서는 생성 방법이 효율적이고 다소 복잡한 기하를 사용하더라도 모델링이 손쉽게 이루어져야 한다. 자동격자생성 알고리즘의 경우 도메인이 커질수록 요소 생성 효율이 나빠진다. 또 배열이 불규칙하고 섬유의 개수가 임의의 수인 경우 격자 생성을 위한 절점 배치를 자동화하기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 요소의 절단 법을 이용하여 이미 생성된 유한요소영역에 섬유/기지를 분할하는 방법을 개발하였다.

2차원 사각형 단면에 배치하고자 하는 섬유/기지 경계면의 기하 형상을 그리면 Fig. 3과 같다. 섬유와 기지의 물성을 구분하여 모델링 하기 위해서는 하이라이트되어 있는 요소들을 잘라내어 경계를 기하 형상에 맞춰 주어야 한다. 기하 형상에 걸치는 요소는 Fig. 4과 같이 네 가지로 구분된다. Fig. 4a의 I자형의 경우 N1, N2와 N3, N4가 병합된 절점

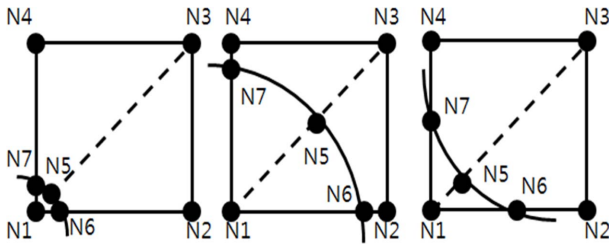




**Fig. 3.** Overlapped area of fiber geometries and finite element domain



**Fig. 4.** Split path types (a) I-type (b) L-type (c) V type (d) · type

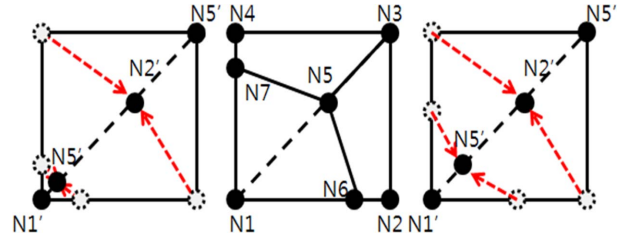


**Fig. 5.** Geometries of L-type split path (a) Small quadrangle (b) convex (c) concave cases

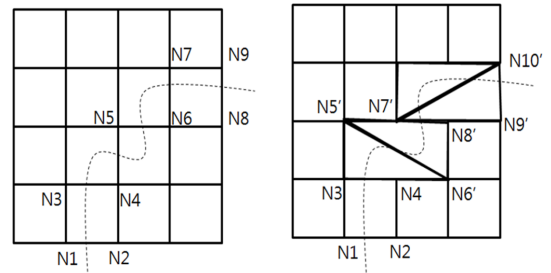
을 기하 면으로 이동시키고 요소를 삭제하면 기하를 유지하는 새로운 경계를 만들 수 있다.

그러나 나머지 Fig. 4b~4d의 경우나, 경계 면이 복잡하게 조합되는 경우는 별도의 처리를 해주어야 한다. L자형의 경우 새로운 절점과 요소를 생성하여 경계 절점을 배치할 수 있다. L자형은 크게 세 가지로 분류되는데, Fig. 5a와 같이 꼭지점 N1에 교차점이 물리는 경우, Fig. 5b와 같이 N1 꼭지점에서 관찰했을 때 볼록한 면이 되는 경우, 그리고 Fig. 5c와 같이 오목하게 되는 경우이다.

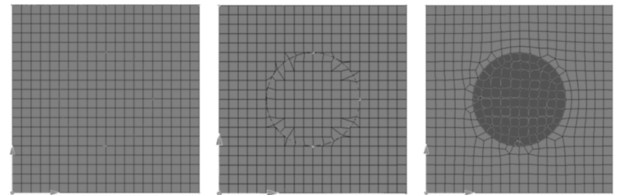
이때 새 절점인 N5, N6, N7을 배치하여 Fig. 6b와 같이 이동시켜야 하나, 유한요소 해석의 특징을 고려하면 Fig. 5a와 Fig. 5c의 경우는 배치하는 것이 좋다. Fig. 6a와 Fig. 6c의 경우 절점의 병합 및 이동으로 불량한 사각형 요소인 N1-N6-N5-N7을 제거한다. V자형과 ·자형은 모서리의 재 침범이 포함된 경우로, 격자의 재생성을 찾기 어려운 경우이다. 이와 같은 경로가 생기지 않도록 요소의 밀도를 충분히 크게 하거나, N2나 N4 절점을 이동시켜 I자형이나 L자형이 되



**Fig. 6.** Re-meshing for L-type split path for (a) Small quadrangle (b) convex (c) concave cases



**Fig. 7.** How to modify connectivity of I-L-L-L-I type split path types (a) I-L-L-L-I type path and (b) modified path to I-I type



**Fig. 8.** Remeshing procedures (a) drawing geometries (b) mesh cutting (c) Laplacian smoothing and material property modifications

도록 수정하여 해결할 수 있다. 불량 요소의 제거는 Fig. 7a와 같이 I/L/L/I/I자형이 이어져 있는 구조의 경우 수행이 불가능하다. 이 경우 요소의 절점 연결성을 조절하여 Fig. 7b와 같은 I/I/I의 경로로 수정할 수 있다. 섬유 경계 면에 대한 요소 절단을 수행한 후 내부 절점의 Laplace 유연화 기법을 적용하면 Fig. 8와 같이 섬유/기지 사이의 경계가 분리된 유한요소 모델을 확보할 수 있다.

### 2.3 3차원 통계체적요소와 섬유방향 연속체 손상역학 모델 구성

점진적파손해석(Progressive Failure Analysis)은 재료의 구성방정식과 별도로 구성되는 강성저하 방법인 연속체손상역학(Continuum Damage Mechanics) 모델을 기초로 한다. 보편적으로 사용하는 재료강성저하(Material Property Degradation Method, MPDM) 방법은 구성방정식의 영향을 감소시키는 저하계수  $d_i$  (degradation factor)가 필요하며, 얇은 복합적층판에 대해 식 (1)과 같이 구성된다.

$$[\sigma] = \frac{1}{1-\nu_{21}\nu_{12}} \begin{bmatrix} (1-d_1)E_1 & \nu_{21}E_1 & 0 \\ \nu_{12}E_2 & (1-d_2)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_6G_{12} \end{bmatrix} [\varepsilon] \quad (1)$$

여기서  $E_1, E_2$ 는 탄성계수이며  $\nu_{21}, \nu_{12}$ 는 푸아송비,  $G_{12}$ 는 전단탄성계수,  $d_i$ 는 저하계수이다. 저하계수는 영역 내의 파손 비율로 정의된다.  $d_1$ 은 섬유 파손 비율에 따른 강성의 감쇠 비율로 정의할 수 있다. 파단 이후 강성을 0에 가까이 적용 시키는 ply-discount를 섬유 강성에 적용하게 되면 식 (2)와 같다.

$$d_1 = n/N \quad (2)$$

여기서  $n$ 는 파단이 일어난 섬유의 수,  $N$ 은 영역내 섬유의 총 수이다. 응력 상태에 따른 섬유의 파손 비율은 식 (3)와 같은 Weibull 형태의 식으로 구성된다.

$$d_{1,MLT} = 1 - e^{-\frac{1}{m} \left( \frac{\varepsilon_{1t}}{\varepsilon_{f,1t}} \right)^m} \quad (3)$$

(3)의 방법은 Matzenmiller, Lubliner, Taylor(MLT)의 방법 [19]이다. 여기서  $m$ 은 섬유의 파단 분포와 연관된 Weibull 계수이며, 섬유 방향 변형률  $\varepsilon_{1t}$ 과 파단 시의 변형률  $\varepsilon_{f,1t}$ 은 응력기반으로 하면 파손지수로 대체하여 사용될 수 있다. 파손 지수는 거시영역해석의 경우 Tsai-Wu, Hashin, Puck 등의 기준식을 사용하며, 멀티스케일 해석은 응력기반으로 계산 하면 MMF, 변형률을 기반으로 하면 SIFT와 같은 기준식을 사용하게 된다. 가령 MMF의 경우 미시영역 섬유 파단 기준식은 식 (4)와 같다[7].

$$\sigma_{11}^{(i)} \geq T_{f1} \quad (4)$$

여기서  $T_{f1}$ 은 섬유의 축 방향 인장 강도이며  $\sigma_{11}^{(i)}$ 는 미시영역 섬유 요소의 응력이 된다. 이는 식 (5)와 같은 미시-거시영역 응력 관계식에서 유도된다.

$$\sigma^{(i)} = M_{\sigma^{(i)}} \sigma \quad (5)$$

이때  $\sigma^{(i)}$ 는 Fig. 9와 같은 미시영역의 대표절점  $i$ 에서의 응

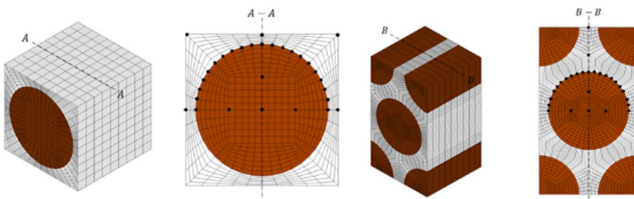


Fig. 9. Points for calculating amplification factors for RVE model (a) Square array and (b) Hexagonal Array

Table 2. Comparison RVE model based CDM and SVE model based CDM

Method	RVE-based CDM[8]	SVE-based CDM (Proposed)
Initial failure	Based on failure index from micro mechanics of failure with micro-level stress	Based on Weibull distribution of fiber defect.
Material Degradation	Continuum damages from following equation $d_{1,MLT} = 1 - e^{-\frac{1}{m} \left( \frac{\varepsilon_{1t}}{\varepsilon_{f,1t}} \right)^m}$	Continuum damages from numerical results for SVE model with fiber breaks
Required properties	Micro-scale stiffness Lamina level strength for micro mechanics modification	Micro-scale stiffness Micro-scale strength distribution

력이며,  $\sigma$ 는 거시영역 응력이다. 미시영역 응력과 거시영역 응력 사이를 잇는 행렬  $M_{\sigma^{(i)}}$ 은 응력증폭계수로, 미시영역의 대표 절점의 개수만큼 존재한다. 그러나 SVE모델의 경우 불규칙성이 존재하며 행렬  $M_{\sigma^{(i)}}$ 을 구성하기 위해선 수 만개의 점을 선택해야 하므로 증폭 계수의 설정이 사실상 어렵다.

본 연구에서는 식 (2)의 섬유 파단 비율에서부터 재출발하여 강성저하모델의 관계식을 미시영역의 수치해석결과로부터 확보하고자 한다. 이를 위해서 언급한 MMF-MPDM 방법과 비교하면 Table 2와 같다.

모든 재료 물성 및 시험데이터는 미시영역의 데이터로부터 구성한다. 식 (2)와 식 (3)은 SVE에 섬유 결함을 모델링하여 섬유 파단에 따른 저하계수를 직접적으로 계산한다. 따라서 파손 지수를 사용할 필요가 없으므로 응력증폭 계수를 마련할 필요가 없다. 대신 강성저하 모델을 고르기 위해 외부 응력 상태에 따른 섬유 파단에 대한 시험 데이터가 필요하다. 이를 단일 섬유(single fiber)의 인장시험결과를 문헌에서 확보하여 이용하도록 한다.

IM7 섬유에 대한 단위길이당 파단 수는 Table 3과 같은 Weibull 분포를 따른다. 통계체적모델에 단위길이당 파단 수를 포함시키기 위해 앞장에서 구성한 2차원 통계체적분포를 돌출하여 3차원 모델을 구성하였다. 각 섬유의 파단

Table 3. Material properties for IM7 fiber

Diameter ( $\mu\text{m}$ )	Critical crack density $\Lambda_{cr}(\sigma)$ (breaks/mm)	Ultimate elongation (%)
5.0	3.02	1.81
Tensile Strength $X_{fi}$ (MPa)	Weibull parameters	
	$\sigma_0$ (MPa)	$m$
5313	401	6.65

**Table 4.** Number of fiber breaks for RVE, SSVEs and BSVEs models

Model	width and height of SVE $l$ ( $\mu\text{m}$ )	Included number of fibers	Number of breaks
RVE	11.44	1	0
SSVEs	22.88	4	1
$\updownarrow$	45.76	16	5
	91.53	64	19
	114.4	100	30
	183.1	256	77
	228.8	400	120
	251.7	484	146
	286.0	625	189
	366.1	1024	309
BSVEs	457.7	1600	483

위치는 불규칙하게 배치되며, 매번 통계체적모델을 생성할 때마다 다르게 배치된다. Weibull 분포를 가지는 섬유 분포의 식은 다음과 같다.

$$F(\sigma) = 1 - e^{-L \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m} \quad (6)$$

여기서  $L$ 은 섬유의 길이이다. 따라서 단위 길이당 결함의 수는 다음과 같이 정의된다.

$$\Lambda(\sigma) = \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (7)$$

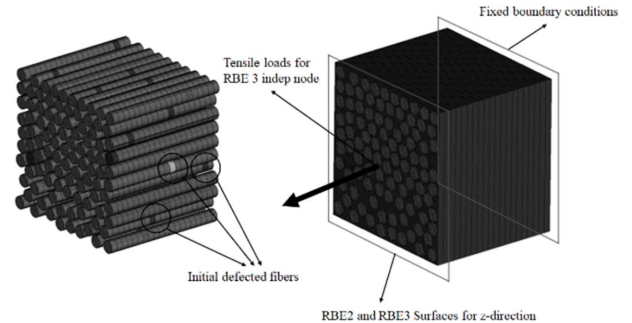
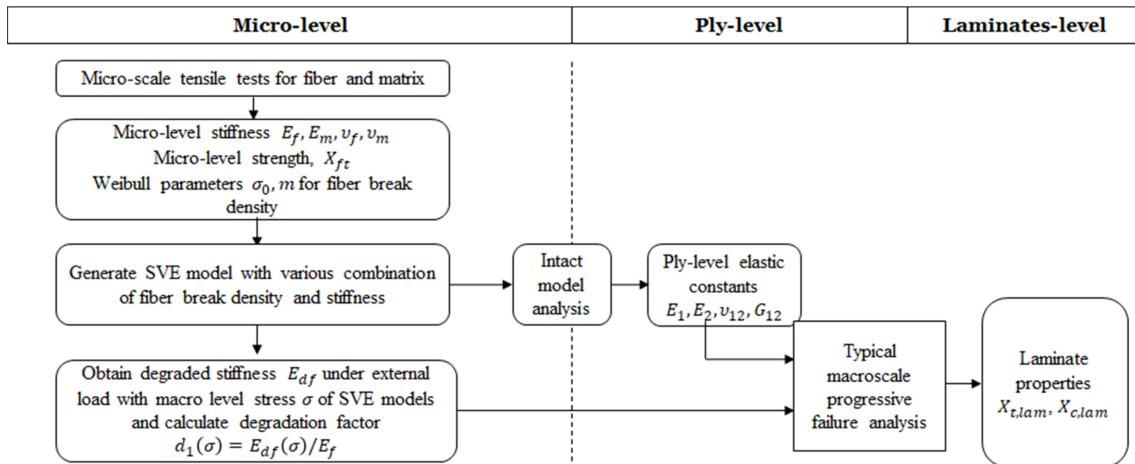
돌출 길이를  $L_z$ 라고 하면 SVE모델에 파단은 다음과 같은 개수로 생성되어야 한다.

$$n = N\Lambda(\sigma)L_z \quad (8)$$

여기서 섬유가 받는 하중 상태에 따라  $\sigma$ 가 결정되며, 섬유

파단의 Weibull 계수 ( $\sigma_0$ ,  $m$ )이 알려져 있다면 단위길이당 결함의 수가 결정된다. IM7에 대해서 알려진 Table 3의 데이터를 사용하면, SVE에 모델링 되어야하는 파단 수가 도출된다. 섬유 취약 영역의 수가 임계크랙밀도에 도달하게 되면 IM7모델에 대해  $\Lambda(\sigma) = 3.02$ 의 값을 가지게 된다. 이때 SVE의 크기 별로 생성해야 하는 섬유 파단 수의 한계는 Table 4와 같다. 모델에 포함된 섬유 크기에 따라 영역 면적이 결정되며, 단면은 정사각형으로 모델링하였다. IM7의 SVE모델은 한 개의 섬유를 포함한 11.44  $\mu\text{m}$  모델(RVE)부터 최대 450  $\mu\text{m}$ 의 범위를 포괄하는 BSVEs 모델까지 생성하였다.  $n$ 을 변화시켜가면서 응력 해석을 수행하면, 섬유 파단이 임계에 도달할 때까지의 강성저하를 계산할 수 있다. 즉 섬유 파단 비율에 따른 저하 계수의 분포를 거시영역의 CDM모델을 대체할 수 있는 지표로 사용할 수 있다. 이와 같은 절차는 Fig. 10과 같다.

인장 시험에 대한 수치해석을 수행하며, Fig. 11과 같이 모델을 구성하였다. SVE 모델의 상단은 고정하였고, 하단은 RBE3요소를 이용하여 하중을 각 절점에 균등하게 분배하였다. 시험과 유사한 강성/강도의 예측이 되도록 하단의 절점들의 섬유 방향 자유도를 RBE2 요소로 묶어 강제 변위를 주었으므로, RBE3 독립 절점에 가한 하중과 응력 해석 결

**Fig. 11.** Boundary and load condition of SVE model**Fig. 10.** Progressive failure analysis procedure with SVE models

과로 얻어지는 RBE2 독립 절점의 변위를 통해 강성 및 강도를 추정해볼 수 있다

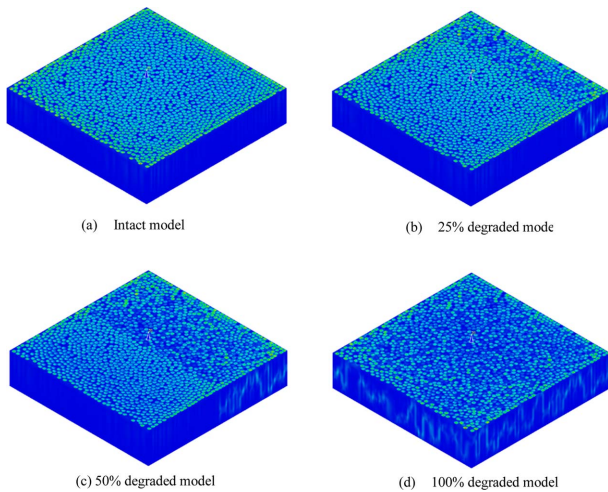
### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 섬유 방향 강성해석 결과

통계적 체적 모델을 검증하기 위해 섬유 개수에 따른 섬유 방향 강성 해석을 수행하여 Table 5에 도시하였다. 섬유 방향 영률은 모델에 따라 3% 내외의 오차를 가졌으며, 사각 배열을 사용하는 RVE 모델의 해석 결과와 비교했을 때 크게 다르지 않다. 문헌자료[20]에 따르면 상온의 건조한 조건에서 IM7/8552의 섬유 방향 강성  $E_1 = 162.1$  GPa이

**Table 5.** Longitudinal tensile modulus prediction from RVE and SVE

Model	$E_1$ (GPa)	
Test[20] (Avg. of 18 specimen)	162.10	
	Number of fibers	$E_1$ (GPa)
RVE	1	168.29(3.82%)
SSVEs	4	163.42(0.81%)
	16	163.26(0.72%)
	64	162.78(0.42%)
	100	164.00(1.17%)
	256	163.82(1.06%)
	400	163.82(1.06%)
	484	164.60(1.54%)
	625	164.66(1.58%)
	1024	165.70(2.22%)
BSVEs	1600	166.74(2.86%)



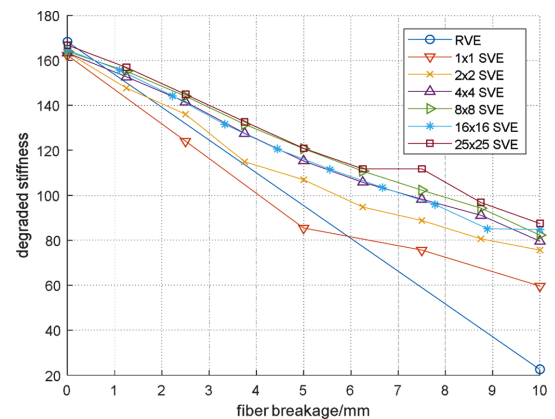
**Fig. 12.** Element-averaged stress of  $40 \times 40$  BSVEs model according to degraded level

며, 사각 배열의 RVE 모델을 사용하는 경우 시험결과 대비 3.82%, 16개 섬유가 포함된 SSVEs의 경우 최대 0.7% 오차를 가지며 1600개의 섬유가 포함된 BSVEs의 경우 2.8%의 오차를 가졌다. Fig. 12는  $40 \times 40$  섬유의 파단이 없는 경우와 25%, 50% 및 100% 섬유 파단이 일어난 경우에 인장 하중에 대한 Von-Mises 응력을 도시한 것이다. 섬유의 상단 부분이 고정되어 있고 불규칙 섬유 분포로 인해 강성이 등방성을 가지지 않으므로, 고정 부위 끝단에 응력이 집중되는 것을 확인할 수 있다

#### 3.2 섬유 방향 강도해석 결과

CDM에 의한 강성저하 모델을 유도하기 위해 섬유의 파단 수를 늘려가며 응력 해석을 수행하였다. mm당 파단 수를 0에서 10까지 변화시키면서 해석을 하였다. SVE의 섬유 길이를  $100 \mu\text{m}$ 로 모델링 하였으므로 mm당 10개의 섬유 파단이 있는 경우 SVE에 포함된 모든 섬유에 임의의 위치에 파단을 생성한다.

각 파단 수에 대한 SVE모델의 강성저하는 Fig. 13과 같다. 파단이 일어나도 국부하중공유로 인해 주변 섬유가 하중을 더 받아 하중을 견딘다. 따라서 SVE내의 모든 섬유에 파단이 관찰되더라도 강성이 급격히 떨어지지 않는다. 파단 부위에 대한 강성저하 모델을 적용하면 RVE모델의 경우 정상인 상태에 비해 강성이 13.5% 수준으로 떨어지기 때문에 하중을 더 이상 견디기 어렵게 되나, 다발 모델의 경우 주변 섬유로 하중 경로가 바뀌기 때문에 파단 직후의 강성이 충분히 크다.  $4 \times 4$ 의 SSVEs의 경우 36.8%의 강성이 유지되며  $40 \times 40$ 의 BSVEs는 초기 상태의 52.5%까지 강성이 유지된다. 이러한 강성 저하의 차이는 미시영역 크기 효과에 의한 것이므로 적당한 미시영역 모델의 크기를 선정하기 위한 지표가 될 수 있다. 크기 효과의 수렴은 Fig. 14와 같이 확인할 수 있으며, 100개 이상의 섬유가 사용되면 mm당 10개의 파단이 있는 경우 50% 내외의 강성을 유지하는 것을 확인할 수 있다.



**Fig. 13.** Stiffness degradation of SVE model according to increase number of fiber breakage



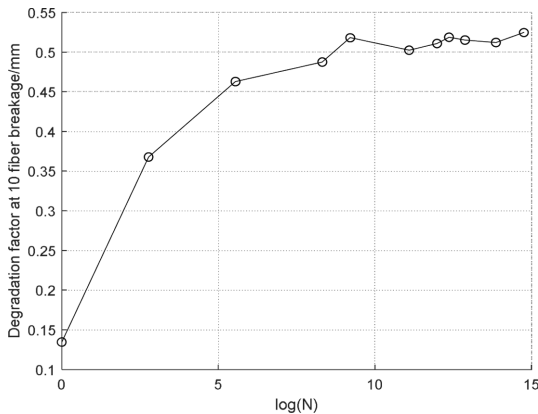


Fig. 14. Convergence of 100% degraded model stiffness by changing SVE sizes

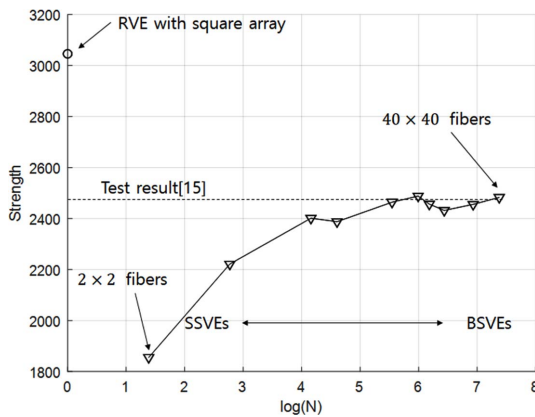


Fig. 15. Strength analysis result for IM7/855 by changing SVE sizes

강성저하모델을 점진적 파손 해석에 적용하기 위해, 섬유 Weibull 분포에 따른 섬유 파단 밀도를 구성하도록 한다. IM7 섬유의 취약 영역에 의한 mm당 파단 수는 3.02개이므로, 수치 해석된 모델에서 이에 해당하는 영역을 보간해 강성저하모델을 구해내고, 이에 대한 점진적 파손 해석을 수행하였다.

강도해석결과는 Fig. 15와 같다. 복합 판의 단층 시험 결과, 거시영역 재료 물성에서의 역 계산을 사용하지 않았다. 미시영역 재료 물성으로 RVE에서 확보된 응력증폭계수로 계산한 결과와 SSVEs 및 BSVEs의 해석 결과를 도시하였다. 사각 배열의 RVE에서 계산된 인장 강도는 3046 MPa로 통념적인 미시영역 재료 물성 기반의 멀티스케일 강도 해석 결과와 일치하며, 이는 시험 값 대비 24.6% 오차를 가진다.

Weibull 분포의 섬유 파단 및 섬유의 불규칙 배열을 적용한 경우  $4 \times 4$ 의 SSVEs의 경우 2221 MPa로 오히려 거시영역 물성의 역 계산으로 얻어지는 값보다 낮게 나타난다. 이는 SVE모델 경계에 있는 섬유들이 국부 하중 공유를 위한 인접 섬유가 충분하지 않기 때문이다.  $4 \times 4$  모델에서 경계

선에 위치한 섬유의 개수는 8개, 꼭지점에 위치한 섬유는 4개로 내부에 포함된 4개의 섬유에 비해 수가 많다. 경계에 있는 섬유의 파단이 일어나는 경우, 인접한 섬유의 수가 적으므로 하중의 분담이 더 크다. 따라서 강도가 과소 평가될 수 있다. 이러한 점을 최소화하기 위해서는 경계 섬유의 비율을 최소화해야 한다.  $4 \times 4$ 의 경우 75%에 달하는 경계 섬유가  $40 \times 40$  모델에서 9.75%까지 감소한다. 이에 따라 복합 판의 강도도 증가하는 것을 확인할 수 있다.  $16 \times 16$ 부터는 2460 MPa 내외로 인장강도가 안정적으로 수렴하며  $40 \times 40$ 의 경우 2483 MPa이 된다. 실제 시험 결과인 2500 MPa에 비해 0.69% 정도의 오차로 SVE를 활용하는 경우 역 계산 없이 섬유인장강도의 분포만으로 정확한 복합재료 라미나의 인장강도를 추정할 수 있음을 알 수 있다.

한편 점진적 파손해석 1회의 소요 시간은 i7-8700K cpu 환경에서 6코어를 사용하는 경우  $4 \times 4$  모델에서 112초,  $10 \times 10$ 에서 871초,  $25 \times 25$ 에서 약 6,470초에 이르며  $40 \times 40$ 에서는 약 19,200초에 이른다. 충분히 큰 모델은 인장강도 예측의 정확성을 보장하지만, 계산 효율은 급격히 떨어지는 것을 확인할 수 있다.

이와 같은 해석 결과는 적절한 크기의 SSVEs의 선정에 대해서도 활용될 수 있다. 기존의 강성 예측을 위한 SVE의 활용 문제에 대해서는  $4 \times 4$ 나  $8 \times 8$ 의 작은 규모의 모델도 충분히 활용될 수 있음을 보였으나, 라미나의 강도 예측에 있어서는 정확도가 매우 떨어지므로, SSVEs도 충분한 크기의 미시영역 모델을 확보해야 한다.

또 통계적 체적 모델의 경우 불규칙한 파단 위치와 섬유 배열에 따른 강도/강성의 변화도 있으므로 충분한 양의 미시영역 데이터가 확보되어야 하므로 계산 효율도 염두에 두어야 한다. 이 점을 고려하면 IM7 재료 물성에 대해서  $10 \times 10$  모델이 적절하며, 오차의 허용범위 안에서의 강도 예측이 가능하다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 SVE를 크기 별로 생성할 수 있도록 요소 절단에 의한 격자 재생성 방법을 유도하고, 이를 이용하여 통상적인 방법으로 모델링하기 쉽지 않은 규모의 BSVEs 모델을 구성하였다. 3차원의 SVE를 구성하기 위해 섬유의 결합 모델을 구성하였으며, 미시영역의 파단 모델의 해석 결과로부터 강성저하모델을 직접적으로 유도하여 기존의 멀티스케일 해석보다 직관적인 거시 영역과 미시영역 사이의 관계를 규정하였다. 이를 통해 강성의 경우 기존의 통계 체적요소와 비슷한 1~3% 내외의 정확도로 예측하였으며, 강도 예측의 경우 MMF의 단점을 보완하여 역 계산 없이 미시영역 재료 물성으로 라미나의 강성 및 강도를 1% 내외의 정확도로 정확하게 예측할 수 있음을 확인하였다. 계산량이 많은 BSVEs를 대체하기 위한 적절한 크기의 SSVEs 선



정을 위한 기준을 마련하였다.

추후에는 모든 하중 방향에 대한 강성저하모델을 유도하여 SVE 모델을 직접적으로 적용할 수 있는 멀티스케일 해석 방법이 유도될 것으로 기대한다. 또한 다양한 섬유 강화 복합 재료에 대한 검증을 수행하여 역 계산에서 자유로운 멀티스케일 해석이 가능할 것으로 판단된다. 또한 강도의 통계적 분포를 정확히 모사하기 위해 공동과 같은 추가적인 결함 요소와 실제 SEM 이미지에 기반한 단위길이당 파단 수를 반영하도록 할 예정이다.

## 후 기

이 논문은 2018년도 BK21플러스 사업에 의하여 지원되었음.

## REFERENCES

1. You, W.-Y., Lim, J.H., Sohn, D.W., Kim, S.-W., and Kim, S.-H., "Prediction of the Equivalent Elastic Properties of Fiber Reinforced Composite Materials and Structural Analysis of Composite Satellite Panel," *Aerospace Engineering and Technology*, Vol. 12, No. 2, 2013, pp. 48-56.
2. Jun, H.Y., Kim, J.H., Park, J.S., and Park, K.J., "Thermal Analysis of Satellite Panel Using Carbon Composites," *Aerospace Engineering and Technology*, Vol. 10, No. 2, 2011, pp. 114-120.
3. Hashin, Z., and Rosen, B.W., "The Elastic Moduli of Fiber-reinforced Materials," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31, No. 2, 1964, pp. 223-232.
4. Halpin, J.C., Effects of Environmental Factors on Composite Materials (No. AFML-TR-67-423). *Air Force Materials Lab Wright-Patterson AFB OH.*, 1969.
5. Ji, K.H., and Kim, S.J., "Direct Numerical Simulation of Composite Laminates under Low Velocity Impact," *Composites Research*, Vol. 19, No. 1, 2006, pp. 1-8.
6. Mayes, J.S., Micromechanics Based Failure Analysis of Composite Structural Laminates, Carderock Division, *Naval Surface Warfare Center, Ship Structures and Materials Department*, NSWCCD-65-TR-1999/15, 1999.
7. Sun, X.S., Tan, V.B.C., and Tay, T.E., "Micromechanics-based Progressive Failure Analysis of Fibre-reinforced Composites with Non-iterative Element-failure Method," *Computers & Structures*, Vol. 89, No. 11, 2011, pp. 1103-1116.
8. Park, K.J., Kang, H.J., Shin, S., Choi, I.H., Kim, M., and Kim, S.J., "Strength Prediction on Composite Laminates Including Material Nonlinearity and Continuum Damage Mechanics," *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 42, No. 11, 2014, pp. 927-936.
9. Ha, S.K., Jin, K.K., and Huang, Y., "Micro-mechanics of Failure (MMF) for Continuous Fiber Reinforced Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 42, No. 18, 2008, pp. 1873-1895.
10. Tay, T.E., Tan, S.H.N., Tan, V.B.C., and Gosse, J.H., "Damage Progression by the Element-failure Method (EFM) and Strain Invariant Failure Theory (SIFT)," *Composites Science and Technology*, Vol. 65, No. 6, 2005, pp. 935-944.
11. Yang, D.G., and Shin, E.S., "Micromechanical Computational Analysis for the Prediction of Failure Strength of Porous Composites," *Composites Research*, 2016, Vol. 29, No. 2, pp. 66-72.
12. Melro, A.R., Camanho, P.P., and Pinho, S.T., "Generation of Random Distribution of Fibres in Long-fibre Reinforced Composites," *Composites Science and Technology*, Vol. 68, No. 9, 2008, pp. 2092-2102.
13. Trovalusci, P., De Bellis, M.L., Ostoj-Starzewski, M., and Murali, A., "Particulate Random Composites Homogenized as Micropolar Materials," *Meccanica*, Vol. 49, No. 11, 2014, pp. 2719-2727.
14. Baxter, S.C., and Graham, L.L., "Characterization of Random Composites Using Moving-window Technique," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, No. 4, 2000, pp. 389-397.
15. Wu, L., Chung, C.N., Major, Z., Adam, L., and Noels, L., "From SEM Images to Elastic Responses: A Stochastic Multiscale Analysis of UD Fiber Reinforced Composites," *Composite Structures*, Vol. 189, No. 1, 2018, pp. 206-227.
16. Nairn, J.A., Harper, S.I., and Bascom, W.D., "Effects of Fiber, Matrix, and Interphase on Carbon Fiber Composite Compression Strength," 1994.
17. Park, K.J., Kang, H.J., Choi, I.H., Shin, S., and Kim, S.J., "Progressive Failure Analysis of Carbon-fiber Reinforced Polymer (CFRP) Laminates Using Combined Material Nonlinear Elasticity and Continuum Damage Mechanics Based on Treatment of Coupon Test," *Journal of Composite Materials*, Vol. 50, No. 11, 2016, pp. 1431-1455.
18. Gupta, A., Mahesh, S., and Keralavarma, S.M., "Strength Distribution of Large Unidirectional Composite Patches with Realistic Load Sharing," *Physical Review E*, Vol. 96, No. 4, 2017, 043002.
19. Matzenmiller, A.L.J.T.R., Lubliner, J., and Taylor, R.L., "A Constitutive Model for Anisotropic Damage in Fiber-composites," *Mechanics of Materials*, Vol. 20, No. 2, 1995, pp. 125-152.
20. Marlett, K., Ng, Y., and Tomblin, J., Hexcel 8552 IM7 Unidirectional Prepreg 190 gsm & 35% RC Qualification Material Property Data Report. National Center for Advanced Materials Performance, Wichita, Kansas. *Test Report CAM-RP-2009-015*, Rev. A, 2011, pp. 1-238.