

자전거 프레임용 원추형 복합재 튜브의 굽힘 거동 분석

황상균* · 이정우* · 황희윤*[†]

An Evaluation on Bending Behaviors of Conical Composite Tubes for Bicycle Frames

Sang-Kyun Hwang*, Jung-Woo Lee*, Hui-Yun Hwang*[†]

ABSTRACT: Mechanical properties of static and dynamic behavior became important since the use of conical composite tubes in large structures such as aerospace, planes, and submarines as well as leisure goods such as bicycle frames, fishing rods, and golf shafts. In the past, the mechanical property prediction model for static behavior was studied using vibration, bending, and buckling. But there is a need to study how fiber orientation error affects mechanical properties of conical composite structure because the model assumes constant fiber orientation angle. The purpose of this study is to derive an equation that can predict the static behavior of conical composite tube for bicycle frames by considering fiber orientation error with respect to various design parameters.

초 록: 원추형 복합재 튜브는 우주 항공, 비행체, 잠수함 등 큰 구조물뿐만 아니라 자전거 프레임, 낚시대, 골프채 등 레저용품에도 적용이 되면서 정적-동적 거동에서의 기계적 물성 예측의 중요한 연구 분야로 대두되고 있다. 일반적으로 원추형 복합재 튜브의 기계적 물성 예측은 진동, 굽힘, 좌굴에 관하여 많은 연구가 진행되었지만, 복합재료의 섬유 배향 각이 일정하다고 가정하고 기계적 거동을 분석한 것이 대부분이기 때문에 섬유 배향 각이 원추형 복합재 튜브 구조물의 기계적 물성에 어떠한 영향을 미치는지에 대한 연구가 필요하다. 이에 본 연구에서는 섬유 배향 각을 고려한 원추형 복합재료 튜브의 정적 거동에 따른 기계적 물성을 예측하기 위해 수식을 도출하고, 자전거 프레임에 적용하기 위한 다양한 설계 파라미터의 영향을 고찰하였다.

Key Words: 원추형(Conical shape), 적층 판 이론(Laminated plate approach), 섬유 배향 각도(Fiber orientation angle), 체인 스테이(Chain stay)

1. 서 론

원추형 복합재 튜브 구조물은 항공기, 로켓의 추진체의 노즐, 교량과 같은 대형 구조물과, 골프 샤프트, 스키 폴, 낚시대, 자전거 프레임 등 직경이 작고 긴 형상으로 많이 사용되고 있다. 이와 같이 원추형 복합재 튜브 구조물의 적용 범위가 확대 됨에 따라 많은 연구자들이 정적, 동적 거동에 따른 기계적 물성 예측에 관한 연구를 진행하였다[1-7].

다양한 이론적 접근 법 중 정적 거동에 따른 기계적 물성 예측 방법에 많이 사용되는 적층 판 이론(Laminated plate approach)과 적층 쉘 이론(Laminated shell approach)은 Chan과 Demirhan[8]이 굽힘에 대한 원통형 구조물의 기계적 거동을 예측하는데 적용하였다. 이를 활용하여 RAO[9]는 원추형 복합재 튜브 형상에 적층 판 이론을 적용하여 축 변형과 비틀림에 대한 기계적 물성 예측 법을 제안하였다. 선행 연구에서는 원추형 복합재 튜브의 섬유 배열 방향

Received 29 November 2016, received in revised form 22 December 2016, accepted 22 December 2016

*Department of Mechanical Design Engineering, Andong National University

*[†]Department of Mechanical Design Engineering, Andong National University, Corresponding author (E-mail: hyhwang@andong.ac.kr)

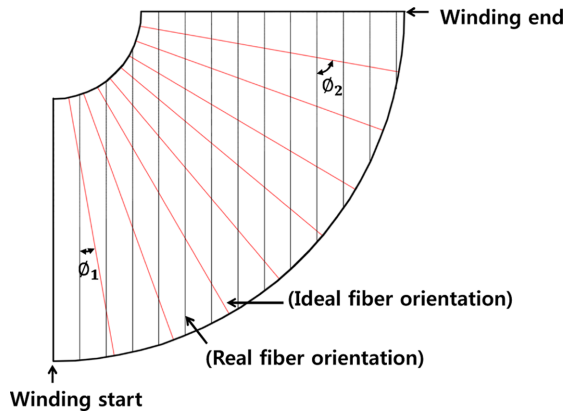


Fig. 1. Planar figure of conical composite tube

을 일정한 것으로 가정하였다. 이러한 가정은 원추형 복합재 구조물의 기계적 거동을 예측하는데 오차를 야기한다. 예를 들어 Fig. 1에 나타난 원추형 복합재 구조물에 감기는 복합재의 전개도를 보면, 섬유 배열 방향을 일정하다고 가정한 경우와 실제 섬유의 배향 각(ϕ)의 차이는 감기면서 점차 커지는 것을 확인 할 수 있다. 이러한 문제는 기계적 거동의 예측 정확도를 떨어트리게 되기 때문에 섬유의 배향 각을 고려한 설계가 필요하다.

이에 본 연구에서는 섬유 배향각이 원추형 복합재 튜브의 기계적 거동에 미치는 영향을 확인하기 위해 적층 판 이론식에 섬유 배향 각을 적용한 이론식을 제안하였다. 그리고 실제 사용되고 있는 원추형 복합재 구조물 중 자전거 프레임의 구조를 적용하여, 순수 굽힘 하중에 대한 변형량을 비교함으로써 섬유 배향 각의 적용 유무에 따른 기계적 거동의 영향을 분석하였다.

2. 원추형 복합재 튜브의 기계적 거동 예측식

2.1 원추형 복합재 튜브의 기하학적 구조

원추형 복합재 튜브의 형상을 Fig. 2와 같이 정의할 때 좌표계는 구조물의 길이 방향을 X축, 두께 방향을 Z-Y축으로 나타내었다. 여기서 복합재 튜브의 길이는 L , 작은 쪽 단면의 반지름을 R_1 , 긴 단면의 반지름을 R_2 로 정의하였다. 각 레이어의 두께는 t , 형상 각도는 α 이다.

2.2 적층 판 이론

적층 판 이론은 X축 방향으로 임의의 지점 x 에서 임의의 각 θ 의 위치에 있는 미소 판 요소의 기계적 물성을 계산한 후 전체 구조물로 확장하여 계산하는 방법이다. 세부적인 기계적 거동 예측 과정은 다음과 같다.

먼저 힘과 모멘트가 작용할 때 변형률과 곡률 반경의 관계식은 식 (1)로 정의가 된다[10].

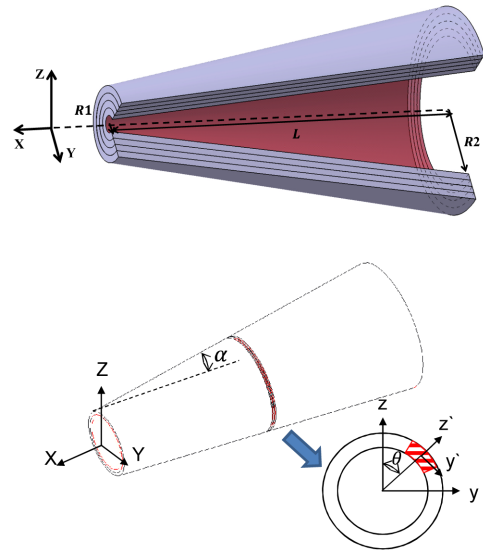


Fig. 2. Geometry shape of conical tube structure

$$(\Delta T = \Delta C = 0)$$

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} & \bar{A}_{16} & \bar{B}_{11} & \bar{B}_{12} & \bar{B}_{16} \\ \bar{A}_{12} & \bar{A}_{22} & \bar{A}_{26} & \bar{B}_{12} & \bar{B}_{22} & \bar{B}_{26} \\ \bar{A}_{16} & \bar{A}_{26} & \bar{A}_{66} & \bar{B}_{16} & \bar{B}_{26} & \bar{B}_{66} \\ \bar{B}_{11} & \bar{B}_{12} & \bar{B}_{16} & \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} & \bar{D}_{16} \\ \bar{B}_{12} & \bar{B}_{22} & \bar{B}_{26} & \bar{D}_{12} & \bar{D}_{22} & \bar{D}_{26} \\ \bar{B}_{16} & \bar{B}_{26} & \bar{B}_{66} & \bar{D}_{16} & \bar{D}_{26} & \bar{D}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 N_{ij} 과 M_{ij} 는 힘과 모멘트, ε_{ij} 과 κ_{ij} 는 변형률과 곡률 반경을 나타낸다. 그리고 \bar{A}_{ij} , \bar{B}_{ij} , \bar{D}_{ij} 는 폭이 dx 인 미소 링 요소의 면강성, 커플링 강성, 굽힘 강성을 의미한다.

각각의 미소 링 요소의 강성 행렬은 식 (2)로 정의할 수 있다[8].

$$\begin{aligned} [\bar{A}_{ij}] &= R_x \sum_{k=1}^n (z_k - z_{k-1}) \int_0^{2\pi} [\bar{Q}_{ij}]^k d\theta \\ [\bar{B}_{ij}] &= \frac{1}{2} R_x \sum_{k=1}^n (z_k^2 - z_{k-1}^2) \int_0^{2\pi} [\bar{Q}_{ij}]^k d\theta \end{aligned} \quad (2)$$

$$[\bar{D}_{ij}] = \frac{1}{3} R_x \sum_{k=1}^n (z_k^3 - z_{k-1}^3) \int_0^{2\pi} [\bar{Q}_{ij}]^k d\theta + R_x^3 \sum_{k=1}^n (z_k - z_{k-1}) \int_0^{2\pi} [\bar{Q}_{ij}]^k \cos^2 \theta d\theta$$

여기서 R_x 는 X축 방향으로 x 만큼 떨어진 지점의 중간 두께 반경을 의미하며, 각 층 별 복합재의 높이는 z , 각 층의 바깥 부분을 z_k , 안쪽 부분을 z_{k-1} 로 정의한다. 또한 \bar{Q}_{ij} 는 축소 강성행렬이며, 섬유의 배향 각을 적용하면 식 (3)으로 정의할 수 있다[11].

$$\begin{aligned}
[\bar{Q}_{11}] &= m^4 Q_{11} + 2m^2 n^2 (c^2 Q_{12} + 2c^2 Q_{66}) + n^4 c^4 Q_{22} \\
[\bar{Q}_{12}] &= m^2 n^2 (Q_{11} + c^4 Q_{22} - 4c^2 Q_{66}) + (m^4 + n^4) Q_{12} \\
[\bar{Q}_{22}] &= n^4 Q_{11} + 2m^2 n^2 (c^2 Q_{12} + 2c^2 Q_{66}) + m^4 c^4 Q_{22} \\
[\bar{Q}_{16}] &= m^3 n (Q_{11} - c^2 Q_{12} - 2c^2 Q_{66}) + mn^3 (c^2 Q_{12} - c^4 Q_{22} + 2c^2 Q_{66}) \\
[\bar{Q}_{26}] &= mn^3 (Q_{11} - c^2 Q_{12} - 2c^2 Q_{66}) + m^3 n (c^2 Q_{12} - c^4 Q_{22} + 2c^2 Q_{66}) \\
[\bar{Q}_{66}] &= m^2 n^2 (Q_{11} + c^4 Q_{22} - 2c^2 Q_{12} - 2c^2 Q_{66}) + (m^4 + n^4) c^2 Q_{66} \\
m &= \cos(\phi), n = \sin(\phi), \cos(\theta)
\end{aligned} \quad (3)$$

여기서 Q_{ij} 는 강성행렬의 성분 값을 의미하며, ϕ 는 섬유 배향각을 나타낸다. 일반적인 판 혹은 원통형 구조는 적층 각이 적용되지만 본 연구에서는 섬유 배향 각 식 (4)를 적용하였다.

$$\phi(\theta) = \phi_0 + \frac{R_2 - R_1}{\sqrt{L^2 + (R_2 - R_1)^2}} \theta \quad (4)$$

여기서 ϕ_0 는 초기 섬유 배향 각을 의미한다.

순수 굽힘 하중이 구조물에 작용할 때 곡률 반경을 계산하기 위해 식 (1)의 행렬은 역함수를 취하여 식 (5)의 미소 링 컴플라이언스 행렬로 변환한다[11].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \gamma_{x\theta} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{\theta\theta} \\ \kappa_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{a}_{11} & \bar{a}_{12} & \bar{a}_{16} & \bar{b}_{11} & \bar{b}_{12} & \bar{b}_{16} \\ \bar{a}_{12} & \bar{a}_{22} & \bar{a}_{26} & \bar{b}_{12} & \bar{b}_{22} & \bar{b}_{26} \\ \bar{a}_{16} & \bar{a}_{26} & \bar{a}_{66} & \bar{b}_{16} & \bar{b}_{26} & \bar{b}_{66} \\ \bar{b}_{11}^T & \bar{b}_{12}^T & \bar{b}_{16}^T & \bar{d}_{11} & \bar{d}_{12} & \bar{d}_{16} \\ \bar{b}_{12}^T & \bar{b}_{22}^T & \bar{b}_{26}^T & \bar{d}_{12} & \bar{d}_{22} & \bar{d}_{26} \\ \bar{b}_{16}^T & \bar{b}_{26}^T & \bar{b}_{66}^T & \bar{d}_{16} & \bar{d}_{26} & \bar{d}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{\theta\theta} \\ N_{x\theta} \\ M_{xx} \\ M_{\theta\theta} \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

이 때 X축 방향 모멘트만 구조물에 작용할 경우 곡률 κ_{xx} 는 식 (6)과 같이 간략하게 정의할 수 있다.

$$\kappa_{xx} = \bar{d}_{11} \times M_{xx} \quad (6)$$

이를 전체 구조물에 확장하여 기계적 거동을 계산하기 위해서는 전체 길이에 대해 적분을 취하며, 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$d_{11} = \frac{\kappa_{xx}}{M_{xx}} = \int_0^L \frac{1}{R_x} \bar{d}_{11} dx \quad (7)$$

3. 설계 변수에 따른 기계적 거동 분석

3.1 설계 변수

섬유 배향 각의 적용 유무에 따른 원추형 복합재 튜브의 기계적 거동 예측을 위해 본 연구에서는 탄소섬유 에폭시 복합재료로 제작되는 자전거 프레임의 체인 스테이 파트

를 적용하여 재설계하였다. 체인 스테이는 Fig. 3과 같이 자전거 프레임의 구성 중 뒷 바퀴와 체인 부분을 연결해주는 프레임으로 축 하중 보다 축 방향 모멘트를 많이 받는 구조이다. 설계에 사용된 탄소섬유 에폭시 복합재료의 기본 물성 정보는 Table 1에 제시하였다.

체인 스테이의 설계 변수는 원추형 복합재 구조물의 형상 각도 α 와 적층 각도를 고려하였다. 원추형 복합재 튜브의 형상 각도 α 는 $\tan^{-1}((R_2 - R_1)/L)$ 이므로, R_1 과 R_2 , 그리고 L 을 최종 설계 변수로 결정하였다.

먼저 튜브의 반경 R_1 과 R_2 는 실제 적용 구조물의 크기에 맞춰 Table 2와 같이 결정하였다. 이 때 구조물의 길이는 동일하게 하고, R_1 과 R_2 를 일정 비율로 증가 혹은 감소 시킴으로써 구조물의 크기에 대한 영향은 최대한 배제하도록 하였다.

적층 각도에 따른 거동 특성 분석은 형상 각도가 5.71°인 구조물의 크기에 적층 각도를 10° 간격으로 계산하였다. 세부적인 정보는 Table 3에 제시하였다.

그리고 섬유 배향 각의 적용 유무에 대한 기계적 거동의 차이를 분석하기 위해 3가지 결과를 비교하였다. 먼저 섬

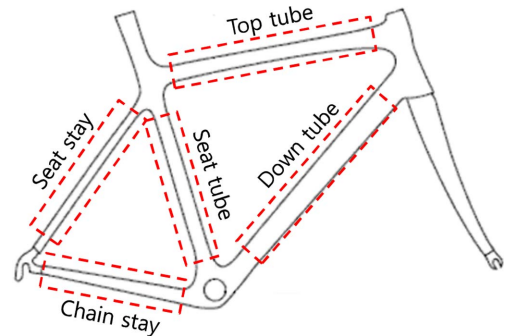


Fig. 3. Geometry of bicycle frame

Table 1. Mechanical properties of design parameter

E_1	130 GPa
E_2	10 GPa
G_{12}	6.0 GPa
ν_{12}	0.28
t	0.125 mm

Table 2. Shape parameter of chain stay

Tapered angle, α	R_1	R_2	L
5.71°	20 mm	60 mm	400 mm
4.29°	25 mm	55 mm	
2.86°	30 mm	50 mm	
1.43°	35 mm	45 mm	
0°	40 mm	40 mm	

Table 3. Stacking sequence parameter of chain stay

Tapered angle, α	R_1	R_2	L	Stacking sequence
5.71°	20 mm	60 mm	400 mm	$[0_4]_s \sim [90_4]_s$

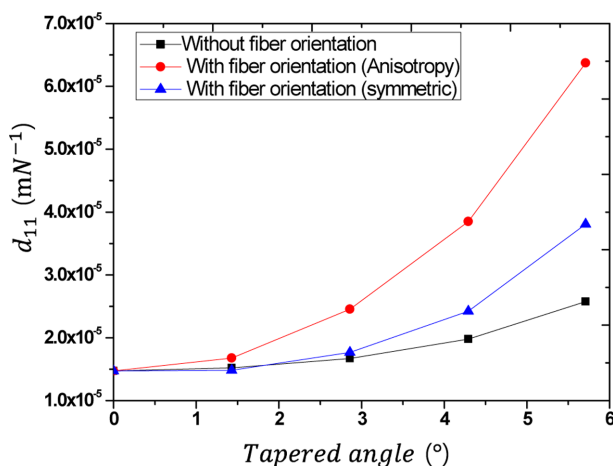
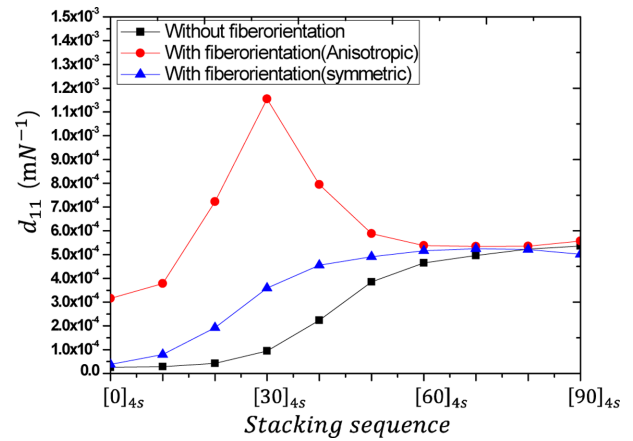
유 배향 각이 일정하다고 가정한 Rao[9]의 예측식 결과와 섬유 배향 각을 적용한 예측식 결과를 비교하였다. 섬유 배향 각을 적용한 결과는 적층 방향과 섬유 배향 각이 동일하여 비대칭 구조를 가지는 이방성 구조와 적층 방향을 \pm 로 하는 대칭적 구조의 결과를 비교하였다.

3.2 설계 변수에 따른 기계적 거동 분석 결과

본 연구에서는 체인 스테이 구조물의 X축 방향 모멘트 당 곡률 d_{11} 을 계산하였다. 형상 각도의 증가에 따른 d_{11} 의 경향은 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4의 결과를 보면 형상 각도가 증가함에 따라 d_{11} 이 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이러한 원인은 형상 각도가 증가함에 따라 복합재 내부에 삽입된 섬유의 두께 방향 배열 각이 커지게 되고, 이로 인해 강성이 감소하기 때문이다.

또한 섬유 배향 각을 고려하지 않은 조건의 d_{11} 결과는 섬유 배향 각을 고려한 조건보다 형상 각도 5.71°에서 대칭적 구조와는 약 1.4배, 이방성 구조와는 약 2.5배의 차이가 발생했다. 이를 통해 이방성 구조가 대칭적 구조보다 섬유 배향 각의 영향을 더 크게 받는 것으로 판단할 수 있다.

적층 각도에 의한 d_{11} 의 영향은 Fig. 5에 나타내었다. 섬유 배향 각을 고려하지 않은 경우 적층 각도가 0°에서 90°로 증가함에 따라 d_{11} 이 증가하는 경향을 확인할 수 있다. 섬유 배향 각을 고려한 대칭적 구조의 형상인 경우는 d_{11} 이 증가하다가 80°인 조건에서부터 감소하는 하는 경향을 보인다. 이러한 원인은 형상 각도가 5.71°일 때 초기 복합재가 감기는 시작점의 섬유 배향 각도가 0°에서 한 바퀴 감기는 지점까지 36.18°도 틀어지게 되기 때문에 초기 적층 각도가 60°

**Fig. 4.** d_{11} behavior analysis with respect to the tapered angle**Fig. 5.** d_{11} behavior analysis with respect to the stacking sequence

이후 조건에서는 90도를 넘어간다. 이러한 결과로 인해 강성이 다시 증가하게 되고 d_{11} 이 감소하게 되는 원인이 된다.

섬유 배향 각을 고려한 이방성 구조의 경우 30°까지 d_{11} 이 증가하다가 급격히 감소하는 원인은 대칭적 구조와는 다르게 커플링 강성 \bar{B}_{ij} 이 발생하기 때문에 컴플라이언스 강성 d_{11} 의 결과에 영향을 미치는 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 정적 거동 하에서 원추형 복합재 튜브의 기계적 거동을 예측하는 적층 판 이론에 섬유 배향 각을 추가하는 예측 식을 제안하였다. 섬유 배향 각이 원추형 복합재 튜브의 기계적 거동에 미치는 영향을 확인하기 위해 형상 각도와 적층각을 설계 변수로 자전거 프레임의 기계적 거동을 예측하였다. 그 결과 섬유 배향 각의 적용 유무에 따라 형상 각도가 5.71°일 때 최대 2.5배 가량의 차이가 발생하는 것을 확인하였으며, 적층각이 30°일 때 4.5배에서 최대 16배까지 기계적 거동의 결과가 차이 남을 확인할 수 있었다.

위 결과를 미뤄 볼 때 원추형 복합재 튜브의 기계적 거동 예측의 정확도를 높이기 위해서는 섬유 배향 각을 고려하는 것이 중요하며, 원추형 복합재 튜브를 설계함에 있어서 형상각도와 적층각이 중요한 인자로 고려되어야 할 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2015학년도 안동대학교 연구비에 의하여 연구된 것이며, 지원에 대해 진심으로 감사 드립니다.

REFERENCES

- Kim, J.S., Yoon, H.J., Lee, H.S., and Choi, K.H., "Effects of Rein-

- forced Fibers on Energy Absorption Characteristics under Quasi-static Compressive Loading of Composite Circular Tubes," *Composites Research*, Vol. 2, No. 6, 2009, pp. 32-38.
2. Nguyen, C.S., Jang, H.K., Shin, J.H., Son, Y.N., and Kim, C.G., "Experimental and Numerical Studies on Composite Tubes for the Energy Absorber of High-speed Train". *Composites Research*, Vol. 24, No. 1, 2011, pp. 1-9.
3. Bert, C.W., and Ray, J.D., "Vibrations of Orthotropic Sandwich Conical Shells with Free Edges," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 11, No. 9, 1969, pp. 767-779.
4. Allahbakhsh, H., and Shariati, M., "Buckling of Cracked Laminated Composite Cylindrical Shells Subjected to Combined Loading," *Applied Composite Materials*, Vol. 20, No. 5, 2013, pp. 761-772.
5. Correia, I.P., Soares, C.M., Soares, C.M., and Herskovits, J., "Analysis of Laminated Conical Shell Structures Using Higher Order Models," *Composite Structures*, Vol. 62, No. 3, 2003, pp. 383-390.
6. Maleki, S., and Tahani, M., "Non-linear Analysis of Fiber-reinforced Open Conical Shell Panels Considering Variation of Thickness and Fiber Orientation under Thermo-mechanical Loadings," *Composites Part B: Engineering*, Vol. 52, 2013, pp. 245-261.
7. Yang, C.C., "On Vibrations of Orthotropic Conical Shells," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 34, No. 4, 1974, pp. 552-555.
8. Chan, W.S., and Demirhan, K.C., "A Simple Closed-form Solution of Bending Stiffness for Laminated Composite Tubes," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 19, No. 4, 2000, pp. 278-291.
9. Shankara Rao, C., *Analysis of Tapered Laminated Composite Tubes under Tension and Torsion*, MA Theses, University of Texas Arlington, USA, 2000.
10. Jones, R.M., *Mechanics of Composite Materials*, Pub. Co., Hemisphere, 1975.
11. Lee, D.G., and Suh, N.P., *Axiomatic Design and Fabrication of Composite Structures-applications in Robots, Machine Tools, And Automobiles*. Pub. Co., Oxford University Press, USA, 2005.