

이변량 Gaussian 분포함수를 적용한 CFRP 적층 평판의 보강섬유 물성저하 규명

김규동* · 이상열**†

Determination of Degraded Fiber Properties of Laminated CFRP Flat Plates Using the Bivariate Gaussian Distribution Function

Gyu-Dong Kim*, Sang-Youl Lee**†

ABSTRACT: This paper presents a method to detect the fiber property variation of laminated CFRP plates using the bivariate Gaussian distribution function. Five unknown parameters are considered to determine the fiber damage distribution, which is a modified form of the bivariate Gaussian distribution function. To solve the inverse problem using the combined computational method, this study uses several natural frequencies and mode shapes in a structure as the measured data. The numerical examples show that the proposed technique is a feasible and practical method which can prove the location of a damaged region as well as inspect the distribution of deteriorated stiffness of CFRP plates for different fiber angles and layup sequences.

초 록: 본 연구는 이변량 Gaussian 분포함수를 적용하여 CFRP 적층판의 섬유물성 변화를 추정하는 방법을 제안하였다. 섬유의 손상 분포를 규명하기 위하여 수정된 이변량 Gaussian 분포함수를 적용하여 5개의 미지 변수가 고려되었다. 조합된 컴퓨터 기법을 적용하여 역문제를 해결하기 위하여 본 연구에서는 몇 개의 고유진동수와 모드 정보를 입력데이터로 활용하였다. 수치해석 예제는 제안된 기법이 적층배열 변화에 따른 CFRP 판의 섬유 손상 분포 및 위치를 규명할 수 있는 적합하고 실용적인 방법임을 보여준다.

Key Words: 이변량 Gaussian 함수(Bivariate Gaussian Function), 탄소섬유보강폴리머(Carbon fiber-reinforced polymer), 적층배열(Layup sequence), 역문제(Inverse problem)

1. 서 론

복합재료는 모재와 섬유의 종류, 적층배열, 함침비율 등에 따라 다양한 구조적 성능을 나타낼 수 있기 때문에 우주, 항공, 기계, 해양 등의 기존 적용분야와 함께 최근 건설 분야에서도 적용하고자 하는 시도가 증가하고 있다. 복합재료는 모재와 섬유의 결합으로 구성되어 있기 때문에 미시역학적 관점에서 모재(Matrix)와 섬유(Fiber)의 거동을 분

석하는 것이 합리적이다. 또한, 모재보다는 섬유의 거동이 복합재료의 강도 발현에 더욱 지배적인 영향을 미친다. 따라서 복합재료로 구성된 구조물의 손상유형 중 섬유의 손상은 구조물에 심각한 영향을 미칠 수 있다.

복합재료 구조물에서 섬유의 손상은 복합재료 구조물의 심각한 손상중 하나라고 할 수 있다. 측정된 고유진동수의 데이터로부터 구조물의 균열 및 손상의 위치와 규모 등을 예측하는 역문제(Inverse problem)를 해결하는 다양한 수치

Received 13 June 2016, received in revised form 31 October 2016, accepted 31 October 2016

*Ph.D. Student, Department of Civil Engineering, Andong National University

**†Associate professor, Department of Civil Engineering, Andong National University, Corresponding author (E-mail: lsy@anu.ac.kr)

해석적 연구가 진행되어왔다[1]. Guo와 Li는 트러스 구조물에서 손상부분의 부재에 강성을 저하시켜 유전자 알고리즘으로 손상을 추정하였다[2]. 하지만 이 경우는 구조물에 할당된 영역이 늘어나면 해석의 정확도가 떨어질 수 있다. 수치해석적 방법과 함께 실제 실험을 통하여 손상을 추정한 연구도 다양하게 수행되었다. 대표적으로 Hu와 Wu는 알루미늄 합금으로 구성된 박판 구조물에 대하여 실제 고유진동수 시험을 통해서 손상을 규명하였고[3], Hu 등은 복합재료 박판 구조물을 실제 고유진동수 시험을 통하여 손상을 규명하였다[4]. 하지만 이 논문들은 손상을 규명하기 위하여 각각의 경우마다 코딩을 해야 하므로, 해석 모델 및 물성 조건 등에 대하여 일정한 제한성을 가지게 된다. 본 연구에서는 이러한 단점들을 보완하기 위해 판에 분포된 섬유의 손상을 이변량 Gaussian 분포함수를 이용하여 정의하고 유전자 알고리즘과 유한요소 프로그램인 ABAQUS를 연동하는 알고리즘을 개발하여 손상을 역추정하였다. 유전자 알고리즘과 ABAQUS를 연동하여 미시역학적 기반의 물성 저하를 추정한 연구가 수행되었으나, 분할 요소 기반의 접근 방법으로 16개 이상의 미지 분할 요소를 갖는 경우 탐색이 어렵고 수치해석적으로 비효율적인 단점을 갖는다[5]. 본 연구에서는 CFRP 계열의 복합재료 박판 구조에 발생한 대표적 손상을 보강섬유의 물성 저하로 정의하고, 구조물에 이를 5개의 미지수를 갖는 Gaussian 분포함수 형태로 가정하기로 한다. 이러한 분포함수는 손상 분포를 완전하게 규명할 수는 없으나, 변수의 개수를 최소화하는 것이 손상을 역추정하는데 유리하기 때문에 최소화된 변수를 사용한 수학적 모델을 제시한 것이라 할 수 있다. 본 연구에서는 가정한 수학 모델을 유전자 알고리즘과 범용 유한요소 해석 프로그램인 ABAQUS를 연동시켜 손상을 추정하는 역문제 해석을 수행하여 효율성을 입증하고자 한다.

2. 기본 이론

2.1 이변량 분포함수 기반 손상 모델

복합재료로 이루어진 구조물의 강도발현은 재료특성상 섬유가 지배적인 영향을 미치며, 섬유의 물성저하는 복합재료 구조물의 중요한 손상유형이 될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 복합재료 판구조의 손상을 섬유의 물성저하로 가정하였다. 미시역학적 접근법은 모재와 섬유 각각의 물성으로 복합재료의 물성을 추정하는 방법이다. 이 접근법에서의 지배적인 변수는 모재에 결합되는 섬유의 함침비율이다[6].

재료 역학적 접근법에서 가장 중요한 가정 사항은 식 (1)와 같이 1방향의 섬유 보강 복합재료의 최대 변형률은 섬유의 최대 변형률과 같아야 한다는 것이다[7].

$$\varepsilon_{\max_{\text{composite}}} = \varepsilon_{\max_{\text{fiber}}} \quad (1)$$

그 이유는 섬유가 모재보다 더 적은 변형률에서 파괴되기 때문이다. 식 (1)의 가정에 의해 1방향 탄성계수(E_1)과 포아송비(ν_{12})는 혼합법칙에 의해 식 (2)와 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2)$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (3)$$

여기서, E_f , E_m 은 등방성 섬유 및 모재의 탄성계수, ν_f , ν_m 은 등방성 섬유 및 모재의 포아송 비, V_f , V_m 은 전체 복합소재 체적에 대한 섬유와 모재의 체적 비율을 각각 나타낸다. 2방향 탄성계수(E_2)와 전단탄성계수(G_{12})는 비선형적인 관계이고 주로 모재에 지배적인 특성을 가진다. 편의상 섬유가 규칙적으로 일정하게 배열되어 있다는 가정에 의해 식을 유도하여 적용하지만 실제 복합재료의 제조에 있어 섬유는 불규칙하게 되어있다. 이러한 사실을 고려하여 탄성론적 관점에서 정확해를 산정할 수 있으나 식이 매우 복잡하기 때문에 본 연구에서는 Halpin-tsai 식은 적용하였으며 식 (4) 및 식 (5)과 같다[8].

$$\frac{\Phi(E_2, G_{12}, \nu_{12})}{\Phi_m(E_m, G_m, \nu_m)} = \frac{1 + C\eta V_f}{1 - \eta V_f} \quad (4)$$

$$\eta = \frac{(\Phi_f(E_f, G_f, \nu_f)/\Phi_m(E_m, G_m, \nu_m)) - 1}{(\Phi_f(E_f, G_f, \nu_f)/\Phi_m(E_m, G_m, \nu_m)) + C} \quad (5)$$

여기서, $C_{E_{22}} = 2 + 40V_f^{10}$, $C_{G_{12}} = 1 + 40V_f^{10}$ 이다.

Kim 등은 적층된 판구조의 손상을 구현하기 위해 각각의 요소에 1방향 탄성계수(E_1)를 할당시키고 손상을 정의할 요소 부분의 1방향 탄성계수를 저하시켜 유전자 알고리즘을 이용해 역문제 해석을 수행하여 손상을 찾아냈다[9]. 하지만 이러한 방법은 요소 수가 많아질수록 유전자 알고리즘에서 찾아야 할 개체가 많아지기 때문에 해석시간이 오래 걸리고 해석의 정확도를 기대하기 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 본 연구에서는 Gaussian 분포함수를 적용하여 복합재료 판구조의 손상을 정의하였으며 식 (6)~(7)과 같다.

$$\beta_f^{(k)} = (1 - d^{(k)}) \exp \left[-\frac{1}{2} (x - \mu_x)^T (\Lambda^{-1})^2 (y - \mu_y) \right] \quad (6)$$

$$d^{(k)} = \frac{1}{2\pi|\Lambda|}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서, $d^{(k)}$ 는 손상의 정도를 나타내며, 0.0~1.0 사이의 값을 갖고 손상의 위치를 나타내는 좌표 x 는 0.0부터 길이 L_x 까지, y 는 0.0부터 길이 L_y 까지의 범위를 갖는다. 또한, μ_x 및 μ_y 는 손상의 분산을 의미하며, 0.0~1.0의 범위에서 결정된다. λ_x 및 λ_y 는 L_x 및 L_y 를 손상의 정도에 대한 형상계수

(0.0~1.0)로 나눈 값이다. 판구조의 각 요소에 해당하는 섬유의 탄성계수(E_f)에 Gaussian 분포함수로부터 계산된 물성저하 값을 요소에 각각 곱하여 손상을 정의하였다. 손상 분포를 추정하기 위한 5개의 미지수는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$q^s = [q^1, q^2, q^3, q^4, q^5]^T = [1 - \beta, x, \mu_x, y, \mu_y]^T \quad (8)$$

이러한 방법을 사용하면 요소의 수에 상관없이 식 (6)의 분포함수에서 미지 계수 5개만 찾으면 되기 때문에 해석시간이 대폭 줄어들고 손상의 형태를 다양하게 정의할 수 있다. 식 (6)을 5개의 미지수를 중심으로 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\Phi = q^1 \cdot \exp\left(-\left(\frac{Q_x}{q^3}\right) + \left(\frac{Q_y}{q^5}\right) + 1\right) \quad (9)$$

$$Q_x = x \cos(\theta) + \bar{x} \sin(\theta), \quad Q_y = -y \sin(\theta) + \bar{y} \cos(\theta) \quad (10)$$

식 (10)에서 미지수 Q_x 및 Q_y 는 섬유의 보강각도(θ) 방향으로 손상이 발생하였을 경우에 대한 좌표변환을 의미한다. 식 (9)에서 제시한 5개의 변수를 갖는 식으로 평판의 손상분포를 일반화할 수는 없다. 다만, 변수의 개수를 최소화하는 것이 손상을 역 추정하는데 유리하기 때문에 최소화된 변수를 사용한 수학적 모델을 제시한 것이다. 본 연구에서 제시한 알고리즘으로 손상의 위치 및 분포 등을 1차적으로 예측할 수 있으며, 더 정확한 분포는 실제 계측 등의 2차 추정 방법을 적용한다면 손상 추정이 가능할 것으로 판단된다.

2.2 역문제 해석

복잡한 구조해석을 직접 코딩하여 역문제를 해결하는 것은 효율적이지 못하며, 실용적으로도 제한성을 갖는다. 또한, 해석조건이 변화되거나 비교할 데이터가 달라질 경우 필요에 따라 새로이 코딩을 해야 한다는 번거로움이 있다. 이러한 번거로움을 보완하기 위하여 본 연구에서는 전향해석에 대하여 고등유한요소 프로그램인 ABAQUS를 연동시켰다. 그 이유는 ABAQUS의 인풋 파일만 생성시키면 비교적 쉽게 시스템화시킬 수 있고, 직접 코딩하는 방법과 비교하여 해석조건의 변화가 쉽고 다양한 해석을 통해 비교할 데이터를 보다 쉽게 얻을 수 있다. 한편, 역문제의 해는 유전자 알고리즘에서는 최적 함수의 값이 설정한 값에 만족할 때까지 반복해석을 통하여 추정하였다. 즉, 전향해석을 통하여 수집된 고유진동수 데이터와 유전자 알고리즘 과정에서 가정되어 도출된 고유진동수를 비교하여 평가하는 것이다.

이 과정은 초기 측정치와 계산치 사이에서의 오차 ϵ_k 는 식 (10)와 같으며 유전자 알고리즘에서 다음 세대에 영향

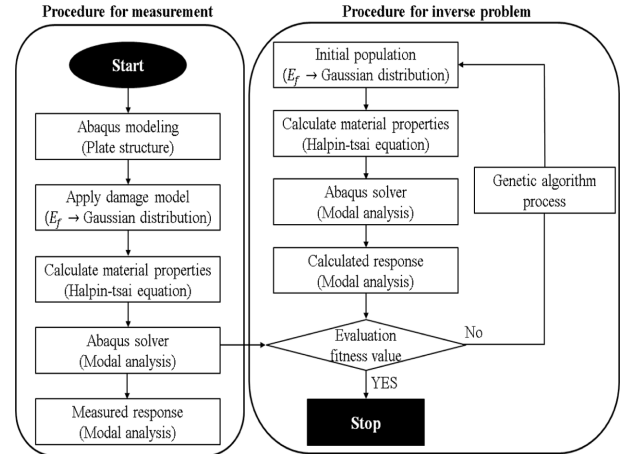


Fig. 1. System identification procedure proposed in this study

을 미치게 되어 해석상의 수렴성을 좌우하게 된다. 본 해석에서 정의한 최적 함수값은 10×10^{-7} 이다.

$$\epsilon_k = \sum_{n=1}^N (\bar{\omega}[n] - \omega[n])^2, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

여기서, $\bar{\omega}[n]$ 및 $\omega[n]$ 는 측정 및 계산된 n 번째 모드의 고유진동수를 각각 의미하며, N 은 전체 고유진동수의 개수를 의미한다[9]. Fig. 1은 전술한 과정을 순서도로 요약 정리한 것이다.

3. 수치 해석

3.1 해석 모델

역문제 해결을 통하여 손상을 추정하기 위해서는 응력, 변위, 고유진동수 및 모드 형상 등의 비교할 수 있는 데이터가 필요하다. 또한, 손상의 유무에 따라 데이터의 변화가 있어야 손상의 위치를 정확하게 찾을 수 있다. 본 논문에서는 고유진동수의 1번 모드형상의 Z축 좌표를 비교하였으며 손상 유무에 대한 값의 차이를 정량적으로 보기위해 상관계수를 도출하였다. 그 결과 해석에서 수행한 모든 적층

Table 1. Material properties

Density		1850 kg/m ³
Young's Modulus	E_1	44.27 GPa
	E_2	11.79 GPa
	E_3	11.79 GPa
Shear Modulus	G_{12}	3.49 GPa
	G_{13}	3.49 GPa
	G_{23}	5.89 GPa
Poisson Ratio	ν_{12}	0.275
	ν_{13}	0.275
	ν_{23}	0.300

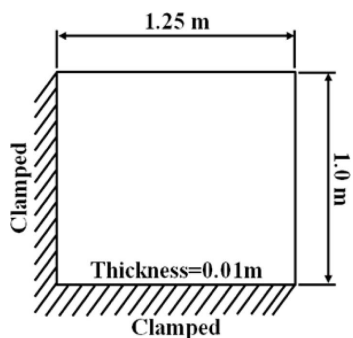


Fig. 2. Numerical model for SI

Table 2. Genetic algorithm options for analysis case

Genetic algorithm options	
Generations	350
Populationsize	50
CreationFcn	gacreationlinearfeasible
SelectionFcn	selectionroulette
EliteCount	2
MutationFcn	mutationadaptfeasible
CrossoverFcn	crossoverheuristic
TolFun	1e-7

Table 3. Genetic algorithm options for different layup sequences

Layup sequence	Original	Damage
$[0]_{4N}$		
$[0/90]_S$		
$[15/-75]_S$		
$[30/-60]_S$		
$[45/-45]_S$		

배열에서 약 99.99%의 상관계수가 도출되었다[9].

해석에 사용된 복합재료는 CFRP 계열이고 섬유와 모재의 물성은 $E_m = 5.35$ GPa, $E_f = 232$ GPa, $G_f = 24$ GPa, $G_m = 1.97$ GPa, $\nu_m = 0.35$, $\nu_f = 0.28$ 이다[10]. 이 물성을 기반으로 Halpin-tsai 식을 통해 추정된 물성은 Table 1과 같다. 또한, Fig. 2는 수치해석 모델을 보여준다.

적층 판구조의 제원은 가로 1.25 m, 세로 1.0 m, 두께 0.01 m이다. 복합재료는 동일한 재료를 사용하더라도 적층배열, 함침비율에 따라서 상이한 강성을 보이기 때문에 강도를

예측하기에 다소 어려움이 있다. 그러므로 구조물의 형태와 재료가 같더라도 적층각도에 따라서 수렴성에 차이가 있을 수 있다. 따라서 본 연구에서는 함침비율은 일반적으로 많이 사용되는 50%로 정의하였고, 해석 케이스는 $[0]_{4N}$, $[0/90]_S$, $[15/-75]_S$, $[30/-60]_S$, $[45/-45]_S$ 으로 적층각도의 변화에 따라 설정하였다. 보강섬유 손상의 정의는 적층배열 변화에 따라 위치를 각각 다른 곳에 위치시켰으며 손상의 규모도 해석 경우에 따라 각각 다르게 정의하였다.

역해석에 사용된 유전자 알고리즘의 상세 옵션은 Table

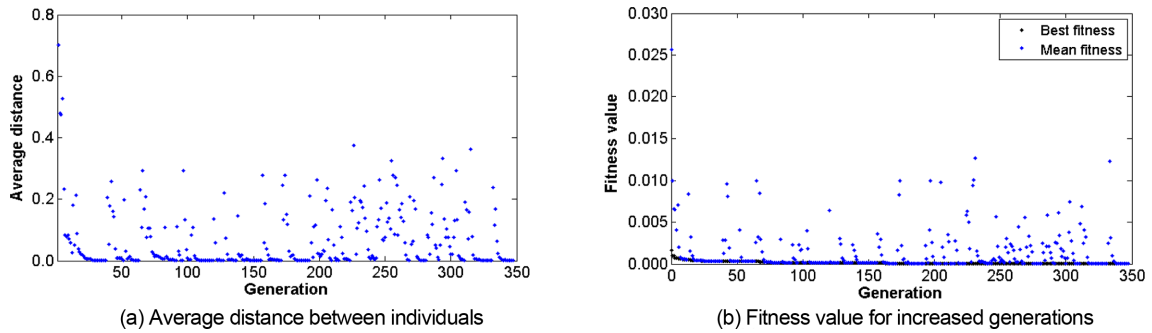


Fig. 3. Genetic algorithm results for $[0]_{4N}$

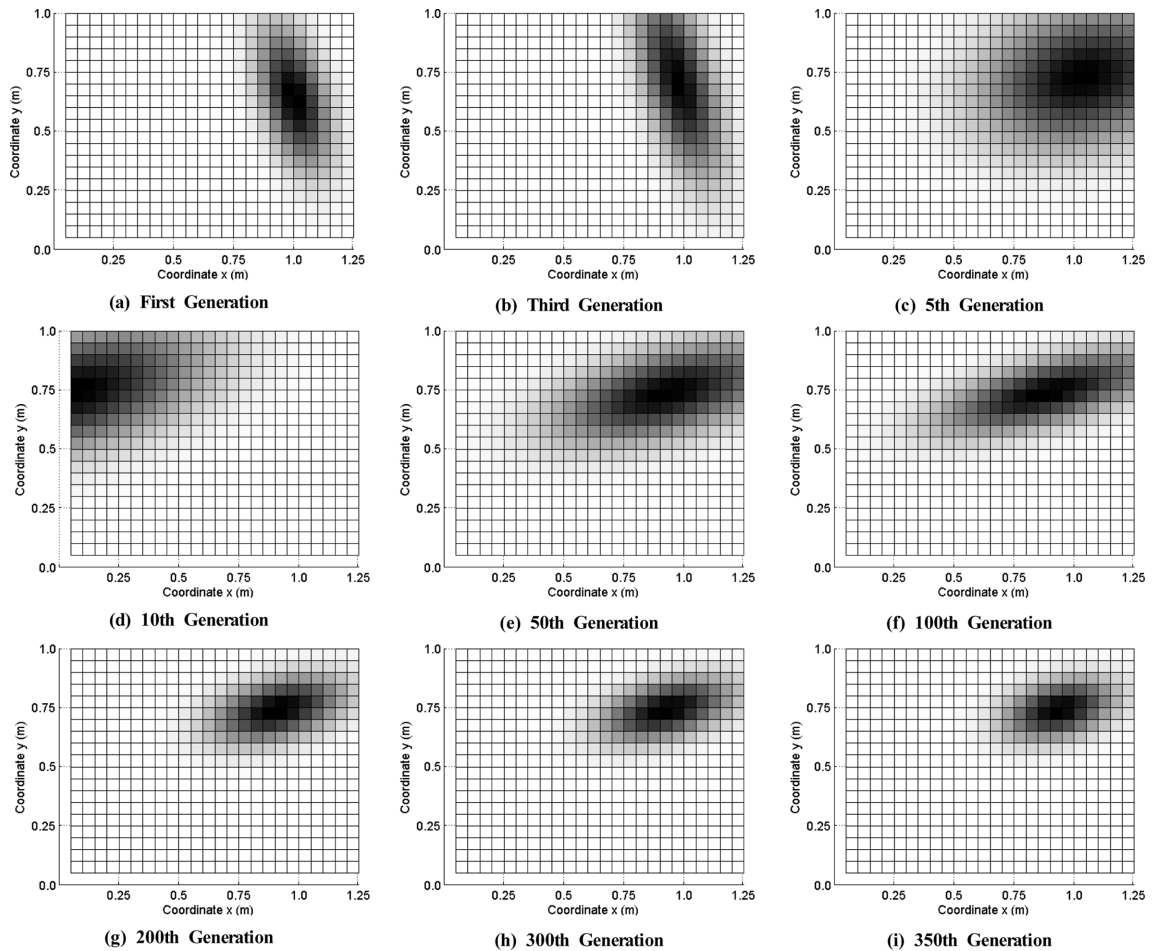


Fig. 4. Damage detection in each generation ($[0]_{4N}$)

2와 같다. 초기 변수 생성은 해의 경계조건을 만족시키는 랜덤초기 변수를 생성하는 옵션을 사용하였으며 선택은 룰렛 선택법을 사용하였고 교차는 목적함수의 값이 낮은 변수에 가중을 두어 해석을 하는 옵션을 사용하였다. 그리고 전술한 옵션에 따라 알고리즘이 진행되면서 해석 초기에 목적함수 값이 작은 값이 나오면서 국지해로 빠질 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 엘리트와 돌연 변이를 생성시켜 해석을 수행하였다.

3.2 해석 결과 및 분석

Table 3은 복합재료 적층판의 알고리즘 역문제 해석의 결과를 나타내고 있다. $[0]_{4N}$ 의 적층배열의 경우에는 가정된 손상에 비해서 x축 방향으로 약간 퍼진 형상으로 추정하긴 했지만 손상부의 위치는 거의 정확하게 찾아냈다. $[0/90]_S$ 의 경우에는 손상형태가 전체적으로 약간 퍼진 형태로 추정하긴 했지만 위치는 정확하게 찾아냈다. $[15/-75]_S$, $[30/-60]_S$, $[45/-45]_S$ 의 경우에는 손상의 위치와 규모가 거의 일치하게 추정하였다. Fig. 3(a)는 역해석을 위한 유전자 알고리즘의 각 세대별 결과를 보여준다. 한 세대에서 개체만큼

의 해가 생성이 되면 그 값들의 목적함수의 결과에 따라 적합도의 평균값을 계산하게 되는데 그 값을 나타낸다. Fig. 3(a)에서 50세대 이하에서 적합도의 평균값이 거의 0에 가깝게 나타나고 있다. 이러한 결과는 해석 초기에 해를 찾았다는 결과이기도 하다. 하지만 전술한 바와 같이 해석 초기에 국지해로 빠질 수 있기 때문에 돌연변이, 엘리트, 새로운 유전자 유입을 통해서 50세대 이후 다시 적합도의 평균값이 올라가는 것을 관찰할 수 있다. Fig. 3(b)는 한 세대에서 목적함수의 값이 가장 작고 적합도가 높은 개체에 대한 적합도 값을 나타낸다. Figs. 4~5는 각각 $[15/-75]_S$, $[45/-45]_S$ 일 때, 세대별 손상추정 결과를 보여주고 있다. $[15/-75]_S$ 인 경우에는 50세대에서 손상의 위치는 거의 정확하게 찾아내는 것으로 나타났고, 그 후에는 점점 손상의 규모를 거의 정확하게 추정하였다.

$[45/-45]_S$ 의 경우에는 3세대에서 위치는 찾아냈고 50세대에서 손상의 규모를 거의 정확하게 탐지하는 것으로 나타났다. 이러한 결과는 적층배열의 변화는 손상을 추정하는데 민감하다는 것을 보여준다.

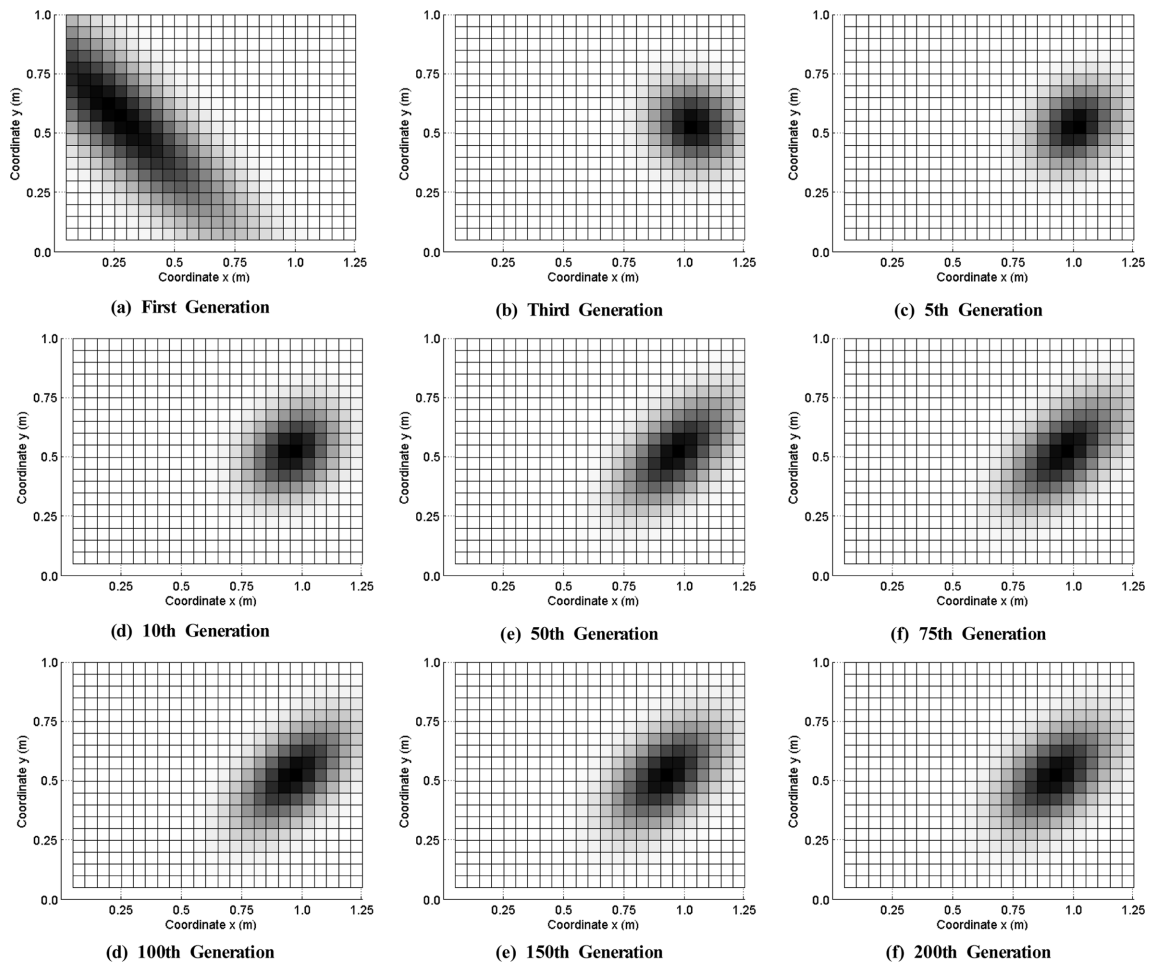


Fig. 5. Damage detection in each generation ($[45/-45]_S$)

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 복합재료로 구성된 박판구조에 대하여 이변량 Gaussian 분포함수를 이용하여 보강 섬유의 탄성계수를 저하시켜 손상을 정의하고, 유전자 알고리즘과 ABAQUS를 연동시켜 역문제 해석을 통해 손상의 위치 및 규모를 추정하였다. 수치해석 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 손상 전 후의 상관계수가 99.99%임에도 불구하고 고유진동수의 1번 모드형상의 Z축 좌표값만으로 손상의 위치는 3세대 전후에서 추정되었으며 규모는 50세대 전후에서 추정하였다. 제안한 알고리즘으로부터 도출한 최종 해석결과는 모든 적층배열에서 손상 및 규모를 정확하게 찾을 수 있었다.

(2) 유전자 알고리즘으로 각 요소에 할당된 섬유의 탄성계수 값을 찾는 것이 아니라 수정한 이변량 Gaussian 분포함수를 적용함으로써 5개의 미지수만을 추정하면 되므로 해석 시간을 대폭 줄일 수 있었다.

(3) 전향 해석을 직접 코딩 대신에 상용 프로그램을 연동하여 적용하였는데, 이는 수치해석 및 실용적으로도 효율적이다. 즉, 추정할 변수를 최소화시킴으로써 미시역학적 손상을 추정하는데 적용 가능함을 보여준다.

(4) 보강섬유의 물성저하는 섬유의 각도에 민감하며, 적층배열에 따라 추정 민감도가 달라진다. 해석결과, [45/-45]_s의 경우가 가장 좋은 추정결과를 보였다.

결론적으로 수학적 함수를 통한 손상분포의 추정은 수해석적 관점에서 효율적이며, 보강섬유의 물성저하 추정에 유용하다. 그러나, 실용적으로 적용하기 위해서는 실제 실험값과 모델링에 의한 결과값에 대한 오차 보정이 필요하다. 또한, 본 연구에서 가정한 5개의 변수로 손상 분포를 완전하게 규정하기는 한계가 있으므로, 후속연구를 통하여 보다 정밀하고 효율적인 수학적 함수모델을 적용하여 손상 추정의 정밀도 및 활용도를 더욱 확장할 필요가 있다.

후 기

본 연구는 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로

한국연구재단 기초연구사업의 지원을 받아 수행된 연구임 (No.2015R1A2A2A01005637).

REFERENCES

1. Krawczuk, M., "Application of Spectral Beam Finite Element with a Crack and Iterative Search Technique for Damage Detection", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 38, 2002, pp. 537-548.
2. Guo, H.Y., and Li, Z.L., "Structural Damage Identification Based on Bayesian Theory and Improved Immune Genetic Algorithm", *Journal of Expert Systems with Applications*, Vol. 39, 2012, pp. 6426-6434.
3. Hu, H., and Wu, C., "Development of Scanning Damage Index for the Damage Detection of Plate Structures Using Modal Strain Energy Method", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23, 2009, pp. 274-287.
4. Hu, H., Wang, B.T., and Lee, C.-H., "Damage Detection of Surface Cracks in Composite Laminates Using Modal Analysis and Strain Energy Method", *Composite Structures*, Vol. 74, 2006, pp. 399-405.
5. Kim, G.D., and Lee, S.Y., "Determination of Degraded Properties of Vibrating Laminated Composite Plates for Different Layup Sequences", *Composites Research*, Vol. 28, 2015, pp. 277-284.
6. Hewitt R.L., and Malherbe M.C., "An Approximation for the Longitudinal Shear Modulus of Continuous Fiber Composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 4, 1970, pp. 280-282.
7. Reddy, J.N., *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, New York: CRC Press; 2004.
8. Jones R.M., *Mechanics of Composite Materials*. Taylor & Francis, PA, 1998.
9. Lee, S.Y., and Wooh, S.Y., "Waveform-Based Identification of Structural Damage Using the Combine Finite Element Method and Microgenetic Algorithm", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 131, 2005, pp. 1464-1472.
10. Huang, Z.M., "Micromechanical Prediction of Ultimate Strength of Transversely Isotropic Fibrous Composites", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, 2001, pp. 4147-4172.